Алексей Фёдорович ЛОСЕВ

ДИАЛЕКТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МАТЕМАТИКИ

Оглавление

В. М. Лосева

ПРЕДИСЛОВИЕ

Выход в свет сочинения А. Ф. Лосева «Диалектические основы математики» представляет собою настолько необычное явление в нашей научно-философской литературе, что будет совершенно нелишним сделать ряд замечаний об этом авторе и об этом сочинении – в особенности со стороны лица, ближе других стоявшего и к тому и к другому.

Лосев – это одно из наиболее одиозных имен советской литературы и философии. Около 1930 г. в литературе была предпринята целая специальная кампания для расшифрования и разоблачения политической физиономии этого философа, имевшего к тому времени большое количество разнообразных философских сочинений и исследований. Эта кампания дала самые отрицательные результаты: Лосев оказался «небезызвестным вождем истинно русского идеализма»[1]. А. М. Горький даже покачал головой: «Профессор не успел умереть…»[2]

Тем не менее политическое разоблачение совсем не хотело касаться научно-философской стороны сочинений Лосева; и она так и осталась без раскрытия. Это видно из того, что Лосев квалифицировался и как платоник, и как гегелианец, и как шеллингианец, и как гуссерлианец, и [как] бергсонианец, и как мистик, [и] как схоластик, и даже как эклектик.

Вместе с тем не нужно преувеличивать легкости этого анализа. Лосев – это одна из самых сложных фигур не только у нас, но и на Западе. В нем всегда уживалось столько разных тенденций, идей и методов, что написанное им только в ничтожной степени отражает его подлинную философскую жизнь. Можно сказать, что это ничтожные аккорды огромной философской симфонии, да и сам Лосев ощущает себя так, что он по-настоящему и не начинал писать философски. Вместе с тем это один из завершительных, резюмирующих умов. Такие философы всегда появлялись в конце великих эпох для того, чтобы привести в систему вековую работу мысли и создать инвентарь умирающей культуры, чтобы передать его новой культуре, только еще строящейся. Отсюда давнишняя любовь Лосева к античному неоплатонизму, к Николаю Кузанскому и к немецкому идеализму, та любовь, которую его враги всегда объясняли его мистицизмом, но которая по существу была наполовину любовь к системе, к инвентарю, к архитектонике, к подведению итогов. Стоит просмотреть хотя бы только оглавления его основных сочинений: тут везде на первом плане широчайшая система при невероятном развитии отдельных деталей. Даже в своей историко-философской работе Лосев часто только подводит итоги. Свою совершенно своеобразную концепцию античного платонизма, производящую на

1 В рукописи сноска к этому месту не сохранилась.

2 В рукописи сноска к этому месту не сохранилась. А. М. Горький в своей статье «О борьбе с природой» (Правда. 1931. 12 дек.) относил А. Ф. Лосева к «людям, которые опоздали умереть».

многих какое-то дикое впечатление, он сам выводит не больше как почти только результат и сводку вековой работы над платонизмом вообще.

Все эти наклонности философа делают его работу громоздкой, тяжелой, невыносимо грузной, увесистой – и это при самом дотошном конструировании мельчайших деталей. Нужно быть очень большим любителем философии, чтобы вникать в эти нескончаемые гирлянды мыслей, в этот, как выражается сам Лосев, балет категорий, во все эти тончайшие извивы логических тенденций духа. У этого «патентованного мракобеса» всегда была самая напряженная логическая мысль; и никто у нас так не обнажал мыслительный остов философии, никто так не был влюблен в чистую мысль, как он. И в течение многих лет у него не было иной радости, как бесконечно нагромождать одну категорию за другой, разлагая на них все самое сложное, самое глубокое, самое невыразимое.

Две тенденции характерны для философии Лосева еще с молодых лет–это иррационализм и диалектика. Можно как угодно противопоставлять эти сферы, можно негодовать и восставать против самой возможности (не говоря уже о нужности) этого противопоставления. Но делать нечего, факт остается фактом. Будущий историк советской философии с удивлением отметит: у самого алогичного, у самого иррационального, у самого, если угодно, мистического философа 20–30-х годов была самая сухая, самая отвлеченная, самая логическая философия, был какой-то экстаз схематизма и систематики.

Свой алогизм Лосев всегда проводил решительно во всем; и, кажется, никто, как он, не имеет у нас такого развитого ощущения всего[3] бесформенного в жизни, всегда невыявленного, затаенного, только еще зачинающегося, сокровенного. Его любимую категорию «становление» нужно понимать именно так, и он сам много раз и не худо ее изображал как раз в таком духе. К концу 20-х годов этот иррационализм достиг самой крайней степени. В «Диалектике мифа», напечатанной в 1930 г., вся жизнь, все бытие, весь мир превращены в мифологию. Так прямо и утверждается: все телесное, все эмпирическое, все повседневное есть стихия мифа; и нужно было читать его многочисленные примеры и анализы в этой книге, чтобы понять всю естественность и всю необходимость этих выводов для Лосева. Сюда вошла и вся многоголосая древняя мифология, из которой он много лет любовно всматривался и вслушивался в самые дикие и в самые странные мифы; сюда вошла и вся история, где он вынюхивает затаенные мифические корни в самых позитивных и общепонятных формах жизни. Даже европейский либерализм и наш советский марксизм он безбоязненно «разъяснял» в упомянутой книге как типично мифологические теории.

Но вот эта мифология переплетается с рационализмом. И что же? Из отвлеченной философии берется у него самое логическое, самое дотошно-рациональное, самое утонченное смакование чистой мысли. Тогда оказывается, что Прокл, Николай Кузанский, Фихте, Шеллинг и Гегель, притом взятые в

3 В рукописи: всегда.

самом последнем логическом остове, начинают руководить Лосевым и давать ему философские образцы. Напечатанные тома его сочинений достаточно свидетельствуют об этой стихийной жизни категорий в философском сознании Лосева.

К числу этих сочинений, гипертрофированных в смысле логики и диалектики, и относятся издаваемые ныне «Диалектические основы математики».

Кто знаком со старыми трудами Лосева, тому ясно, насколько глубоко обоснована у него в сознании самая тема философии математики. Можно сказать, у него нет ни одного сочинения, где бы эта тема не затрагивалась. В «Музыке как предмете логики» ей посвящено несколько глав. Была напечатана целая книга о философии числа у неоплатоников. Да и где же было больше всего разгуляться этой мысли, как не в математике, которая ведь уже сама по себе есть чистая мысль? Лосев много работал над диалектическим обоснованием истории. Однако исторические материалы часто расплывчаты и слишком доступны различной интерпретации. На них труднее создать диалектическую систему, и для каждой системы всегда слишком много находится критиков и просто недовольных. Другое дело – математика. Здесь всегда можно точно удостовериться в правильности взятого предмета; и если владеть этим предметом, то уже нетрудно замечать, насколько близко диалектическая мысль подошла к его осознанию. Отсюда математика– давнишняя любовь Лосева. Не будь он философом, он, конечно, был бы математиком. Однако только теперь, когда философ уже не первой молодости, он сумел осуществить мечту своей молодости – философски понять математику. Это, несомненно, подвиг целой жизни.

«Диалектические основы математики» – тяжелое, громоздкое здание. Это какое-то перегруженное, могучее барокко. Эту крепость нельзя взять нашармака, мимоходом. Туг придется потрудиться читателям Лосева, и в особенности математикам, хотя для последних найдутся еще и свои специфические трудности. Прежде всего, автор довольно часто нападает на математиков, доказывает, что они не умеют мыслить, и разносит их за схоластику, формализм и т. д. Математики должны ему это простить. Ведь всем же известно, что в литературе нет и намека на такое произведение, которое создал тут автор. Все до сих пор философствовавшие в математике ограничивались только самым общим, самым отвлеченным подходом. Возьмите Канта, Гегеля; возьмите Конта, Вундта, Зигварта, 1уссерля, Когена, Наторпа, Кассирера. Все это рассуждения, главным образом, только о числе вообще, о пространстве вообще, о счете вообще и т. д. Если мы обратимся к философствующим математикам, то до сих пор мы находим здесь только эскизы, только проекты, только манифесты. Правда, часто это – прекрасные эскизы и весьма ценные проекты. Писать так глубоко и изящно по математике, как писал А. Пуанкаре, так утонченно скептично и прорицательно-художественно, как это может делать только гениальный француз, мудрый и порхающий одновременно, – так писать Лосев не может. Лосев–это тяжелый паровоз, который пыхтит, и шипит, и тащит сотню тяжело нагруженных вагонов. Лосеву как не математику недоступна проницательность Вейля, широта Гильберта, изворотливость Броуэра[4]. Больше того, он запинается в интеграциях и забывает ставить С при неопределенном интегрировании; он не сразу скажет о различии циклических точек с бесконечно удаленными, путается в рядах Фурье и не имеет навыка в интегрировании дифференциальных уравнений. Но тут-то и должна быть проявлена справедливость.

Уже зрелым философом Лосев не стеснялся засаживаться за университетские учебники и бегать за математиками с просьбой разъяснить те или другие вопросы. Пусть же и математики не постесняются затратить время на изучение его философии и пусть на время расстанутся со своей горделивой уверенностью в непререкаемости своей науки. Самая большая трудность для математиков будет заключаться в том, чтобы признать право кого бы то ни было из непрофессионалов-математиков говорить об этой науке. Тем не менее профессионалы-математики достаточно скандалятся в своих суждениях о философии математики. Я должна сказать, – кажется, в обиду для математиков, – что философские методы Гильберта для Лосева слишком наивны, чтобы он на них учился. Я не нахожу нужным скрывать также и то, что, например, борьба так называемых интуиционистов и так называемых формалистов часто вызывала у Лосева только снисходительную улыбку, – до того эти методы мысли кажутся ему детскими и наивными. Еще не скоро наступит то время, когда все признают, что философия тоже есть некая научная профессия и что никакому гениальному математику (не говоря уже о рядовых) совершенно не дано право философствовать о своей науке только на том основании, что он математик. Лобачевский писал какую-то эмпирическую наивную чушь о своем новом гениальном пространстве. Г. Кантор думал, что его теория множеств обосновывает католическую схоластику. Пуанкаре думает, что если бы не было твердых тел, то не было бы и геометрии. Он же «не знает», что такое мощность континуума. Η. Н. Лузину, хотя он и стал академиком, после 30-летней математической работы все еще «трудно судить об истинности взглядов Гильберта», почтенному академику до сих пор еще не ясно, «реальный» или «формальный» предмет у математики. После всего этого брезговать философами едва ли целесообразно. Уже давно чувствуется в науке потребность продумать математику всю целиком с точки зрения одного философского метода, потому что только применение последнего на цельном материале и может дать для него настоящую проверку и критику. Покамест метод применен только на отдельных проблемах и еще не видно, какой результат получился бы от соответствующего построения всей науки, до тех пор невозможно судить о подлинной ценности метода. Последний может быть хорош в одних случаях и совершенно не годится в других.

Метод Лосева–строго диалектический. Что этот метод для него органичен и что он играет на нем так, как виртуоз-пианист на своем инструменте, это

4 В современной транскрипции – Брауэра.

признают даже его враги. Не только С. Л. Франк признал, что «со времени «Феноменологии духа» Гегеля почти не появлялось трудов с такой глубокой диалектикой, как «Философия имени» Лосева»[5], но и А. Деборин согласен, что это действительно диалектика, хотя и не материалистическая [6]. И вот этот метод применен для конструирования математики в целом. Только теперь, после работы Лосева, возникает вопрос о том, что такое диалектика в математике и как она реально возможна. Вместо рекламы и декларации, вместо ничего не говорящих манифестов Лосев бросается прямо в математическое море; и теперь можно уже реально судить, плавает ли диалектик в этом море и как плавает.

Суждения об этом плавании могут быть разные. Однако даже при самом отрицательном суждении все же надо сказать, что большего никто не смог сделать. Сделайте же хорошо, если Лосев сделал плохо.

Если позволено мне высказывать свои мнения, то я отнюдь не считаю эту работу безукоризненной. Ряд проблем получил у Лосева не то чтобы неправильную, а какую-то внутренно не законченную разработку. Так, например, учение о мнимых величинах и соответственно теория функций комплексного переменного, хотя, вообще говоря, это любимая тема Лосева и он потратил на нее массу времени и усилий, разработаны у него, на мой вкус, недостаточно. Правда, здесь были затрачены колоссальные усилив, чтобы добиться философской ясности, но, вероятно, просто еще не пришло время, чтобы об этом можно было говорить философски ясно и просто. В конце концов то, что дает тут Лосев, почти не выходит из пределов обычного гауссовского представления мнимостей.

Далее, мне кажется, тяжеловато разработана теория детерминантов и матриц. Тут хочется чего-то более прозрачного и элементарного, так как и сам детерминант слишком уже не хитрое математическое понятие. В теории групп интересна дедукция самого понятия группы, но детали вызывают сомнения. Кроме того, с точки зрения самого же автора, было бы выгоднее больше осветить непрерывные группы, которых он почти не касается. Непонятно мне положение гиперкомплексного числа в системе Лосева: почему он говорит о них после трансцендентных чисел, в то время как уже задолго до этого прошла категория мнимых, куда и было бы естественнее всего вставить и гиперкомплексы? В аксиоматике чувствуется пристрастие автора к множествам и к различным геометрическим пространствам и чувствуется нелюбовь к теории вероятностей и статистике. Некоторые отделы прямо производят впечатление схоластики, хотя я тут многого просто не понимаю. Например, учение о части и целом в § [ ], вероятно, было бы очень трудно опровергать, но в таком виде оно производит более веселое и прыгающее, чем основательное и солидное, впечатление. Лосеву вообще свойственно жонглирование категориями; и я всегда думала, что это доставляет ему удовольствие

5 В рукописи сноска к этому месту не сохранилась. См.: Франк С. Новая русская религиозная система (Путь (Париж). 1928. № 9. С. 89): «...после «Феноме-нологии духа» Гегеля едва ли найдется много примеров философских построений, подобных системе Лосева».

6 В рукописи сноска к этому месту не сохранилась. См.: Деборин А. Со-временные проблемы философии марксизма // Вестник Коммунистической академии. 1929. № 32 (2).

независимо от истинности самих категорий. Что ж? Эквилибристика и акробатика, в конце концов, не самое худшее, что есть в философии. По крайней мере умно и весело.

С другой стороны, однако, в «Диалектических основах математики» есть вещи, которые имеют неоспоримо серьезное значение; и ради них необходимо простить автору изъяны и недостатки в других отношениях. К числу этих безусловно удачных пунктов я отношу, прежде всего, анализ самого понятия числа. Пусть другие это изложат проще, понятнее, доступнее; пусть даже меняют терминологию. Но, безусловно, это один из шедевров в философской литературе, занимавшейся числом. Мне кажется, тут впервые дано в четкой форме и в железной системе все существенное, что есть в числе; и я пожелала бы каждому философу, каждому математику найти время и средства, чтобы усвоить этот отдел сочинения Лосева.

Далее, безусловно, заслуживает внимания и представляет огромный интерес (о деталях я не говорю) построение аксиоматики и, в особенности, то, что Лосев называет «выразительной формой».

Вообще я должна предупредить, что, не вчитавшись в Лосева (и, в частности, в его прежние сочинения), трудно рассчитывать на вхождение в его мир идей. Каждое понятие и каждый термин, употребляемые им, настолько переживаются им своеобразно и глубоко, что с обыденным представлением их никак нельзя осилить. Таковы термины «эйдос», «инобытие», «становление», «ставшее», «энергия», «эманация» и сюда же – «выражение». Когда Лосев говорит об эйдосе, ему всегда представляется какая-то умственная фигура, белая или разноцветная, и обязательно на темном фоне; это как бы фонарики с разноцветными крашеными стеклами, висящие на фоне темного сумеречного неба. «Инобытие» для Лосева всегда какое-то бесформенное тело или вязкая глина; он едва вытаскивает ноги из этой трясины, и она его ежесекундно засасывает. Со «ставшим» ему ассоциируется что-то твердое и холодное, не то стена, не то камень, при этом обязательно холодное и даже что-то мрачное: не свернешь, не объедешь. Но особенно надо учитывать то, что говорится о «выражении», так как классические типы философии почти не касаются этого понятия и оно – всецело достояние новейшей философии. Еще до революции Лосев развивал это понятие под влиянием Гуссерля и Кроче. В дальнейшем он углубил его под влиянием новейшей искусствоведческой литературы. Безусловно, многое он взял из неоплатонического и шеллингианского учения о символе и из последних неокантианских исследований «выразительных форм». Однако все это были только материалы, которые Лосев поглощал в неимоверном количестве. Свое же собственное учение о «выражении» он строит вполне оригинально, хотя если бы он захотел, то для каждой своей строки он мог бы дать десятки ссылок на всю мировую философскую и искусствоведческую литературу об этом предмете. От неоплатоников лосевское «выражение» отличается отсутствием панлогизма и, я бы сказала, каким-то акосмизмом, так что тут он ближе к современным феноменологам и языковедам. Но от них он отличается напряженной диалектикой и острейшим чувством самостоятельности всей выразительно-смысловой сферы, так что иному его выразительные «эманации» и впрямь покажутся какими-то физическими истечениями. Я, конечно, не могу производить анализа всех источников для системы Лосева (это не мешает сделать другим), но я считаю необходимым сказать одно: тут острейшее ощущение «выразительных» форм действительности, и это «выражение», может быть, самая яркая категория философии Лосева, синтезирующая у него в наиболее зрелой форме логическое и алогическое.

И вот эти «выразительные» отделы «Основ», я думаю, надо ценить больше всего – и по их новизне, и по их оригинальности, и по богатству философских идей, затраченных тут автором. Кроме упомянутой аксиоматики выразительных форм (§ [ ]), сюда относятся «выразительные» моменты в общей теории числа (§ [ ]), в натуральном ряде (§ [ ]), в типах числа (§ [ ]), в учении о композициях (§ [ ]) и пр. В лосевском «выражении» всегда есть что-то активное, идущее на зрителя и слушателя, что-то выходящее из глубины и почти остросверлящее, проникающее. Он все время твердит об «энергий-ности» выражения, и это недаром. Нужно только эту «энергию» понять не грубо вещественно, а чисто смысловым образом. Тут–одна из тайн этой многосложной философии, я бы сказала, что тут нечто психологическое, биографическое. Представьте себе, что есть люди, которые двигают и повелевают, поднимают и повергают ниц одним взглядом. Представьте себе, что одним выражением глаз можно отвести руку убийцы, можно заставить человека каяться за всю его прошлую жизнь, можно воскресить холодный и мертвый труп души, не способной, казалось бы, ни к какой жизни. Вот эта-то не вещественная, а смысловая сила выражения, которая и есть подлинно вещественная и жизненная сила среди живых людей, вот эта стихия смысловых энергий и есть один из самых основных предметов лосевского философствования. Углубляясь в стихию числа, он и здесь нашел эти выразительные силы (соответственно специфике этой сферы); и вот почему это, на мое ощущение, есть самое яркое и интересное во всей его системе.

Наконец, интереснейшим способом рассмотрения математических учений является у Лосева вскрытие интуитивной основы этих учений. Лосев полагает, что раньше всяких формулировок у математика образуется некая смутная интуиция, принимающая иногда и очень ясные, раздельные формы, но всегда обладающая непосредственно наглядным и совершенно недискурсивным характером. Эта интуиция бесконечно богаче всяких формулировок, и она-то и есть .подлинное творчество математика. Тут Лосеву тоже придется столкнуться со стеной непонимания. Так как творцов в математике (как и везде) очень немного, остальные же представители этой науки только усваивают чужие истины и передают их другим, то мало кто согласится с Лосевым относительно этой интуиции. Не имеющие этих интуиций, конечно, должны будут возражать, а когда им Лосев на это ответит, что они не творцы истин, а только их передатчики другим, то это, конечно, обидно. Тут, однако, невозможно примирение. Те немногие намеки на глубины математического творчества, которые он делает в § [ ] и для которых он мог бы привести десятки подкрепляющих мест из классиков математики, конечно, будут квалифицированы как мистицизм. Но Лосев никогда не сможет согласиться, что математическое творчество есть само по себе сухая и рациональная схема, лишенная внутреннего пафоса, летающей интуиции, а также того поднимающего и волнующего восторга ума, когда этот ум созерцает числовую идею. Но я знаю, что это бывает именно так, в большой или малой форме. Для этой творческой интуиции, реальной так же, как таблица умножения, должна быть найдена своя логическая категория в общей системе философии числа. И не нужно укорять Лосева за то, что он хочет эту реальнейшую вещь зафиксировать принципиально и терминологически.

Изучая то, что содержится в математических руководствах, Лосев естественно находит только какие-то обрывки истины, на которых невозможно построить никакой философской теории. Чтобы понять философский смысл теоремы, ему приходится привлекать и многое такое, что вовсе не требуется для обычного употребления этих теорем; и он в конце концов наталкивается на то основное, первоначальное и чисто интуитивное, рационализацией чего явилась сама теорема. Тогда он подвергает эту найденную им интуицию уже философской рационализации, и вот в результате получается философский дублет для математической теоремы. Такой способ изучения математики никак нельзя назвать неинтересным, и тут многому можно поучиться. Достаточно указать на то, что учение Дедекинда о непрерывности имеет под собой, по учению Лосева, интуицию цветного поля, в котором один цвет незаметно переходит в другой, что Кантор в своем континууме имеет в виду непрерывность раздельного целого, например, непрерывность и цельность букета, в котором много цветов соединены в одно целое, что под интегралами Эйлера лежит «эстетическая идея» Канта, что под признаком трансцендентности числа у Лиувилля–шеллингианское учение о мировых потенциях, что современные теоретики множества воспитаны под влиянием импрессионистического физио-номизма, что изобретатели исчисления бесконечно малых Лейбниц и Ньютон воспринимали мир как чистую фугу и сонату, а Коши – как программную симфонию, Гильберт с вещами вроде неархимедовой геометрии или кривой Пеано – Гильберта – как футуристическую патологию, и т. д. и т. д.

Во всем этом много условного и, может быть, произвольного, но невозможно отрицать самого метода. Вместо абстрактных споров об «интуиционизме» и «формализме» тут яснейшим образом показано, где реально в математике интуиция и где рациональная форма. После этого упомянутые споры теряют всякое значение. После Лосева надо будет спорить иначе об этих вещах.

Интуиция, иррациональное, внутреннее, символ[7]и миф и, с другой стороны, рационализация, систематика, диалектика – вот между какими

7 В рукописи: внутренний символ.

пределами движется философия Лосева. Я не раз была свидетельницей того, как эта интуиция с восторгом обреталась после длительных поисков и как она вновь отменялась после новых соображений. Так, философ один раз не в переносном, а в буквальном смысле затанцевал, когда мы после мучительных усилий напали на интуитивную картину взаимного движения вещественных и мнимых фокусов в кривых второго порядка при последовательном переходе их одна в другую. В другой раз Лосев забил себе в голову какую-то совершенно непонятную картину интегрирования между мнимыми пределами. И когда я скромно напомнила ему, что то же явление происходит и в криволинейных интегралах, то первой реакцией со стороны философа было классическое, но ничего не говорящее: «Тем хуже для криволинейных интегралов!» Однако недоразумение обнаружилось тотчас же, и философу пришлось кое-что изменить в «интуитивной» картине интегралов с комплексными переменными. Одну общую идею из этой области я сама подала ему еще в 1924 г., занимаясь в тот период аналитическими функциями. Но впоследствии я и сама была этому не рада, так как мне же и приходилось постоянно вносить расхолаживающую струю математических формул и теорем в эту неистовую философию, когда она становилась чересчур интуитивной или чересчур диалектичной.

Не нужно преувеличивать достижения этой многолетней работы Лосева, но не нужно ее и приуменьшать. Если скажут, что это не диалектика, или что это – метафизика, или что математика в этом не нуждается, или что это настолько мракобесный идеализм, что в нем и поучиться нечему, то все это, конечно, будет вздор. Что логический аппарат, пущенный тут автором в ход, не везде работает одинаково хорошо, что местами он, может быть, и совсем не годится, – это вполне возможно. Но важно, что начато большое дело и начато сильно, глубоко, уверенно, со вкусом. И никто не сможет никому воспрепятствовать начинать его еще по-новому, если этот первый почин не везде удовлетворителен.

29.1.1936 г.

ВВЕДЕНИЕ (ОБЩЕЕ РАЗДЕЛЕНИЕ НАУК О ЧИСЛЕ)

§ 1. Первая противоположность: чистая математика и математическое естествознание

Всякая вещь и всякий предмет мысли есть прежде всего нечто само по себе сущее, а затем он есть нечто существующее в мысли и в отношении с прочим бытием. Разумеется, полная действительность вещи не та, которая свойственна ей в ее абстрактно-изолированном состоянии, но та, которая принадлежит ей в ее всестороннем взаимоотношении со всем прочим. Однако в целях уразумения действительности мы разделяем ее на отдельные, более или менее абстрактные моменты и изучаем их изолированно, с тем чтобы потом, во-первых, объединить их в целое, а, во-вторых, не просто объединить, а воссоздать ту их общую жизненную связь, из которой они были извлечены первоначально.

Отсюда, как бы мы ни думали, что идее принадлежит лишь абстрактное существование, и как бы ни верили в то, что только материальное существование есть полная действительность той или другой идеи, мы все же с самого начала поставлены перед абсолютной необходимостью понять число в его идее, в его сущности, в его первоначальном смысловом содержании. Потом мы узнаем, как эта идея претворяется в действительность, что сначала надо знать, что же такое само-то число по себе, в чем его сущность и чем оно существенно отличается от всего прочего. Так возникает основная антитеза идеи, смысла, существа числа и его явления, его осуществления, числа как отвлеченного понятия и числа как предметного явления,, антитеза чистой математики и математического естествознания.

§ 2. Число как факт духовной культуры

Диалектическая философия знает, однако, ту сферу, где обе эти области совмещаются, с точки зрения которой обе они являются только абстракцией. Обычно думают, что чистая идея числа абстрактна, а вот число в природе, например т. н. законы природы, – это не есть абстракция, это есть сама действительность. С современной точки зрения такой взгляд на действительность, однако, совсем не может быть защищаем. Это для нас очень бедная, очень плоская действительность. Наша действительность – только историческая, и только в истории всякая идея достигает своей последней конкретности. Поэтому «число в природе» для нас никак не есть последняя реальность. Это условная, нетвердая и глубоко временная реальность, гораздо менее «реальная» для нас, чем т. н. природа. Не человек есть часть природы, а природа есть часть человека. Человек богаче, конкретнее, реальнее, живее и жизненнее природы. И только в истории, в человеке, идея и природа сливаются в живое единое; только тут, в человечестве, действительность становится конкретно ощутимой, творимой, жизненной. Поэтому историческая точка зрения на число – необходимое завершение учения о числе – и учения о смысле его чистой идеи, и учения о смысле его природно-материальной осуществленное.

Однако достигнуть полноты исторического исследования нельзя сразу, имея только материал логики числа и математическое естествознание. История числа включает в себя и преодолевает собою еще ряд дисциплин, и только при условии наличия этих дисциплин можно начинать строить подлинную историю числа. Именно, число должно быть сначала рассмотрено вообще как факт духовной культуры. Конечно, в логике числа и в математическом естествознании число есть тоже факт духовной культуры. Но в этих науках число в виде такого факта берется как непосредственная данность. Тут еще неизвестно, кто же и как создал такую науку о числе. Давая логическую структуру, например, интегрального уравнения, мы этим самым пока еще ровно ничего не говорим об интегральном уравнении как факте духовной культуры, хотя, несомненно, само по себе оно и есть этот факт. Мы его берем тут не исторически, но логически, так же как в другом случае мы взяли бы его физически и материально (как, например, в применении к математической физике) и опять не взяли бы исторически.

Но что же значит взять число исторически?

§ 3. Психо-биология и социология числа

Для большинства яснее всего то обстоятельство, что в истории действуют люди, личности. Хотя отдельные личности и субъекты отнюдь еще не есть история и даже объединение субъектов не есть еще история, тем не менее сам по себе факт совершенно несомненный, что в истории действуют личности и субъекты. Возьмем эту несомненную сторону духовно-исторической деятельности человека и зафиксируем ее под названием психо-биологии числа. Сюда должны быть отнесены все биологические, физиологические, рефлексологические, психологические и пр. рассуждения, связанные с понятием отдельного, изолированного субъекта.

Можно только подивиться, как это люди, претендующие на научный объективизм, ограничиваются в изучении того или иного явления духовной культуры, например, одним рефлексологическим или психологическим подходом. Под этим лежит чисто индивидуалистическая и весьма абстрактная метафизика, закрывающая глаза на подлинную действительность изучаемого явления как факта духовной культуры. При полной законченности и самостоятельности всех этих психо-биологических наук они совершенно не имеют ничего общего с конкретно-историческим подходом и могут считаться только одним из многих абстрактных моментов, входящих в общее конкретное знание о числе.

Этой субъективно-человеческой действительности числа противостоит объективно-человеческая, или социологическая, действительность числа. В математическом естествознании мы тоже имеем объективность числа. Но там это была природная, естественная, физически-материальная действительность числа, противостоящая чистой идее числа, которая уже не объективна и не субъективна, ибо одинаково присуща и всякому объекту, и всякому субъекту. Не-объективная и не-субъективная, чистая идея числа, переходя в свое инобытие, превращается прежде всего в физически-материальное, пространственно-временное число.

По сравнению с чистой идеей это есть, конечно, гораздо большая реальность и конкретность числа. Однако реальность здесь вполне бессознательная, слепая. Собственно говоря, бессознательно и слепо также и чистое число, поскольку оно есть только определенная логическая структура, создаваемая кем-то извне, не самим числом или числовым субъектом. В логической структуре числа не содержится ровно никаких непосредственных указаний, зафиксированных категориально относительно того, откуда получилась эта структура, где сознание работало над ее созданием и какая историческая действительность ее породила. В этом смысле и логика числа, и математическое естествознание совершенно бессознательны и слепы. Здесь дух человеческий создает самое число, но еще не рефлектирует над своим творчеством, еще не относится сознательно к процессу своего творчества. Он рефлектирует пока еще над числом как над некоей предметной структурой, но отнюдь не над самим актом создания этой предметной структуры, не над собственным сознанием, которое эту структуру создавало.

В психо-биологии, а также в социологии мы впервые сталкиваемся уже с подлинным человеческим творчеством, сталкиваемся с самим сознанием человека, творящим число и размышляющим над ним. Психо-биология и социология числа суть две уже чисто человеческие точки зрения на число, одна – субъективная, личная, другая – объективная, безличная и внеличная. Социологию в этом смысле надо резко противополагать всем психобиологическим дисциплинам и всячески изгонять из нее малейшие индивидуалистические подходы. Социология есть социология, а общество тем и отличается от индивидуума, что оно – вне-индивидуально, над-индивидуально, совершенно не считается с индивидуумом и совершает свой путь не только помимо воли и знания отдельных индивидуумов, но часто и совершенно вопреки этой воле и этому знанию. Социальная действительность меняется независимо от отдельных личностей. Отдельные субъекты могут говорить и делать что угодно, но все же общий результат и самый смысл этих слов и действий будет только тот, который продиктован очередной социальной категорией. Люди ставят себе свои сознательные цели и действуют в соответствии с теми или другими своими личными убеждениями или, по крайней мере, настроениями, но получается от этого нечто такое, что им и не приходило в голову. Ибо таково веление данной социальной действительности. Можно, например, лично очень любить или ненавидеть данный режим, и возможно, что даже подавляющее большинство его ненавидит; и все же он не только может от этого не разрушаться, но он может при этом крепчать и усиливаться до колоссальных размеров. Также и склонность большинства к данному культурно-социальному типу ровно ничего не решает в вопросе о судьбе этого типа. Социальная действительность, повторяю, потому и есть социальная, что она вне-индивидуальная, т. е. по самому существу своему не зависит от воли, знания, настроения и пр. психологических явлений в отдельных субъектах, даже если брать все субъекты вместе. Целое ведь нигде не делится механически на отдельные изолированные части и не возникает из них, если оно действительно живой организм, а не механизм. Социальная действительность потому тоже не делится на отдельных индивидуумов и не возникает из них, хотя, быть может, в ней и нет ничего, кроме этих индивидуумов. Это обычное отношение целого и частей.

§ 4. Философия числа

Противостояние субъективно-человеческой и объективно-человеческой действительности числа, психо-биологии и социологии числа не может, однако, остаться без всякого преодоления. Если оставить эти две сферы в их голой противоположности и не искать никакого их примирения, у нас получится метафизический дуализм, совершенно нетерпимый в науке и диалектике. Надо искать их примирения.

1. Психо-биология рассматривает условия осуществления числа и числовых представлений в сфере субъекта. Социология выявляет условия появления числовых представлений в обществе. Например, мы можем задаваться тут вопросом о том, когда и в какой форме появляются числовые представления у ребенка или какая связь античной геометрической математики с тогдашним рабовладельческим обществом. Но можно ли считать такие проблемы последними, окончательными по своей конкретности и нет ли дисциплин или, по крайней мере, точек зрения, которые подошли бы к числу еще конкретнее, еще, так сказать, интимнее? Субъективная действительность числа далека от конкретности своим изолированным положением. Объективная действительность числа далека от конкретности своей вне-сознательной, безличной и какой-то фаталистической стихией. Нельзя ли как-нибудь объединить социально-объективную действительность числа с ее сознательной и субъективной стороной, так чтобы объективизм, оставаясь собою, перестал быть фатализмом, а субъективизм, оставаясь собою, перестал быть изолированным?

Несомненно, такая наука о числе должна существовать, и только она и может спасти от того метафизического дуализма, к которому мы пришли и от которого можно отделаться только путем превращения его в диалектическое противоречие и противоположность, а диалектика, как известно, требует синтеза и совпадения противоположностей.

Следовательно, ставится задание: рассмотреть число как объективно-социальную действительность, но так, чтобы видны были все логические, сознательные и вообще смысловые скрепы этой объективной действительности.

Если бы задание это было выполнимо, мы бы получили число (а значит, и математику) не как предметный продукт мышления и не как физический продукт природы, но как продукт саморефлектирования духа, как факт духовной культуры. Когда мы строим самое число, мы смотрим на него как на некоторую мысленную картину, не фиксируя затраченных усилий мысли и не рефлектируя над теми методами и категориями, которые мы пустили в ход, чтобы создать наше числовое построение. То же и в математическом естествознании. Можно, например, очень хорошо решать математические задачи и в то же время совершенно не отдавать себе отчета в логической значимости употребляемых здесь категорий. Нет ничего смешного в том, что человек в пожилом возрасте вдруг узнает, что он всю жизнь говорил прозой, и весьма этому удивится. Ибо «проза» (в отличие от «поэзии») есть очень сложная логическая категория, в которой можно и не отдавать себе никакого отчета, хотя в то же время и говорить в течение всей жизни именно прозой. Одно дело – мыслить и создавать объекты мыслей и совсем другое дело – мыслить о своей мысли и создавать, осознавать структуры и самые категории мысли. В первом случае всякая мысль, даже самая сознательная и самая законченная с точки зрения своего объекта, является вполне слепой и бессознательной, если применить сюда оценку со второй точки зрения.

Поэтому введение в объективно-социальную действительность числа этой социально-мыслительной методологии, этой методологии самосознающего духа, этого рассмотрения с точки зрения рефлектирующего сознания, осознающего и потому конструирующего всю ее логическую и смысловую структуру, – такое усложнение объективизма, ясно[8] и лишит нашу действительность слепо фаталистической стихийности и превратит наш субъективизм в то, что уже далеко выходит за пределы изолированного субъекта и что является смысловой структурой уже самой объективности. Несомненно, здесь преодоление обеих односторонних точек зрения и подчинение их высшему принципу, тому, где субъект и объект человеческой действительности сливаются в некое новое, обширнейшее обстояние. Человек действует субъективно. Но когда он нашел место своей субъективности в объективно-социальной действительности, когда он нашел, что его субъект со всеми своими отличиями призван творить волю этой самой действительности, то с этого момента он уже не просто субъект и его субъективная воля и знание уже не просто субъективность. Тут говорит и действует уже сама объективная и социальная действительность; и тут даже уже невозможно сказать, данный ли субъект говорит и действует или данная социально-объективная действительность. Тут диалектический синтез того и другого, совпадение противоположностей.

Эту науку о числе назовем философией числа.

2. Две особенности этой науки обеспечивают ей конкретность и интимную жизненность.

8 В рукописи: явно.

Во-первых, философия числа в этом понимании есть не просто познание или сознание, но и самосознание духа. Это значит, что дух видит здесь сущность своей собственной деятельности. В то время как сама математика есть совокупность чисто числовых операций, философия превращает эти числовые операции в понятийные, в принципиально логические. Математика в этом смысле есть знание как бы одномерное, одноплановое; философия же заново перестраивает этот математический план, превращает его из структуры-в себе в структуру-для себя, понимая числа как понятия и тем перекрывая числовую структуру структурой логической. Вот почему многое, столь понятное математику, совершенно непонятно философу; и иной раз приходится очень и очень много размышлять над тем, что с математической точки зрения является чем-нибудь очень простым, почти пустяком. Нечего и говорить о таких операциях, как интегрирование или разложение в ряд; достаточно взять простой математический факт: 2х2 = 4. В этой простейшей операции арифметического умножения функционирует целый ряд логических категорий, о которых умножающий не имеет ровно никакого представления, как бы хорошо и быстро он ни умножал. Если я скажу, например, что умножение так же отличается от возведения в степень, как понятие механизма от понятия организма, что возведение в степень и извлечение корня в логическом смысле есть аналогия органического роста (в отличие от внешнемеханического сопряжения), то это будет всякому математику без предварительного разъяснения по меньшей мере непонятно. А тем не менее логический (а не просто числовой) анализ простых арифметических действий приводит именно к такому заключению. И никакое числовое определение никогда не вскроет этой интимной значимости формально-математических построений. Оно в этом смысле слепо и бессознательно. И только философско-логический анализ, возводя числовое определение в сферу самосознания, устанавливает подлинно смысловую, содержательно-логическую и потому сознательно-интимную связь числовых моментов, фиксируя эту связь как осмысленно-понятийную. Можно очень хорошо различать цвета и совершенно ничего не знать из анатомии глаза и из физиологии процессов зрения. Точно так же можно быть великим математиком и совершенно не иметь никакого представления о том аппарате логических категорий, который им же самим пускается в ход во время собственных математических выкладок и построений.

Вторая особенность философии числа в нашем ее понимании заключается в том, что она доводит свои выводы до сознательного и исторического завершения. Философия числа должна знать не только логическую картину математики как науки, но она должна понять также и историческую природу этой науки, т. е. понять ее как определенный ряд некоторых историко-культурных типов, так чтобы на самих этих типах математики была видна печать породившей их эпохи и стиль данного исторического типа. При таком своем построении философия числа обладает не только смысловой интимностью, неведомой в прочих науках и подсматривающей самые затаенные логические связи, но этой интимностью проникнута тут сама социальная действительность, и делаются видными благодаря ей самые тайные, самые глубокие корни культуры, порождающей те или другие числовые представления.

Такова философия числа, синтезирующая самое ценное достояние и субъективного и объективного хода духовной культуры.

§ 5. История наук о числе

Но и этим не кончается цикл основных наук, изучающих математику. Остается еще один шаг, и мы можем закончить дальнейшее продвижение принципиально-математической мысли. Дело в том, что философия числа, хотя она и вбирает в себя весь исторический материал математики, отнюдь еще не есть сама история математики. Философия числа все же есть пока еще только теоретическая наука. Она теоретична в той же мере, в какой теоретичны и те две области, синтезом которых она является, т. е. психо-биологии и социологии. Вся эта основная триада: 1) чистая математика, 2) математическое естествознание и 3) философия числа (возникающая как диалектический синтез двух только что упомянутых дисциплин) – суть общая теория числа, построенная в значительной части на историческом материале, но сама отнюдь не является историей. Нужно, чтобы вся эта триада перешла в свое инобытие, чтобы она была вовлечена в инобытийный процесс становления; и только тогда мы достигнем последней и окончательной конкретности – истории. В истории ведь никакая идея не дается сразу. Если взять хотя бы математический анализ, то его теперешняя форма слишком резко отличается от построений Ньютона и Лейбница., чтобы можно было не говорить об истории в математике. А только тогда, когда математика взята не вообще, а именно так, как она есть, реально у данного математика в таком-то его сочинении, только тогда математика достигает своей последней конкретности.

Поэтому вся построенная нами математическая триада наук погружается во временной поток, в инобытие, в становление, как бы отчуждается от своей законченности и завершенности и воплощается в то, что эмпирически кажется таким случайным, разорванным и клочковатым. Бояться этого, однако, не стоит, потому что законченность эта была чисто теоретическая, а теория не может быть никогда чем-то абсолютно законченным, пока не закончилась сама история, рождающая и определяющая эту теорию. Один из основных провалов у Гегеля– то, что свою философию и свою эпоху он считал абсолютным завершением своего Абсолюта. Наше самочувствие гораздо скромнее. Мы претендуем только на то, чтобы теория адекватно осмыслила современный результат исторического развития человечества, а последний или не последний это результат, вопрос этот не может решаться в философии.

§ 6. Общая схема диалектического разделения основных наук о числе

Таким образом, возникает следующее диалектическое разделение наук о числе:

I. Чистая математика.

II. Математическое естествознание.

III. Число как факт духовной культуры:

a) психо-биология числа,

b) социология числа,

c) философия числа.

IV. История всех предыдущих дисциплин.

§ 7. Разделение философии числа

Настоящее сочинение посвящено философии числа. В преддверии этого огромного задания необходимо ориентироваться в самых общих проблемах этой науки, так как только строжайшая систематика и логическая методология могут спасти нас от головокружения в этой необозримой массе научного материала. Попробуем наметить основные вехи предстоящего исследования.

Эти вехи диктуются только что выведенной схемой. Устанавливая эту схему, мы уже начали заниматься философией числа. Предложенное разделение наук должно быть проведено и в области самой философии числа с вышеописанным изменением каждой отдельной научной методологии на чисто логическую. Таким образом, должны возникнуть следующие отделы философии числа.

I. Прежде всего, философия чистой математики, или логическое конструирование науки о числе, взамен ее чисто числовых конструкций.

II. Философия математического естествознания, обследование форм физически-математической значимости числовых категорий и операций.

III. Философия числа как факта духовной культуры с подразделением на философскую психо-биологию и социологию и, наконец, на теорию философии числа, или методологию. Философия философии числа есть теория философии числа, т. е. ее методология, т. е. теория диалектического метода.

IV. Философия истории наук о числе, практически сводящихся на диалектическое построение истории всех относящихся сюда дисциплин.

В сущности говоря, философия всех этих дисциплин – математики как таковой, математического естествознания и культурно-социальной науки о числе-должна бы сливаться с самими этими дисциплинами, поскольку она есть только более интимное, более связное логически и более понятийное построение тех же самых предметов. И в некоторых областях уже невозможно обойтись без философского метода. Тем не менее необходимо давать полную свободу развитию отдельных наук, предоставляя последним право рассматривать свой предмет своими специфическими методами. Из того, что математик, хорошо интегрирующий дифференциальные уравнения, не владеет логикой своего метода и не отдает себе отчета в диалектической природе своего интегрирования, совсем не следует, что ему во что бы то ни стало нужно заниматься диалектикой и что без этой диалектики он вообще не ученый. Математика есть математика, и предмет ее, хотя и вполне абстрактный и формальный, все же совершенно своеобразен и может быть построен как таковой. Хорошо, конечно, если математик станет диалектиком; диалектика подскажет ему то, что он не мог проследить чисто математически, так что помимо самой логики числа он получит еще нечто новое и в чисто математической области. Хорошо также, если бы эти две области, математика как таковая и ее логика, или диалектика, слились бы вместе до полного синтеза. Однако до известного и притом очень далекого предела эти две области могут строиться и развиваться совершенно отдельно. И поэтому теоретическое разделение их вполне целесообразно.

§ 8. Диалектические основы математики

Настоящее сочинение есть философия числа. Создать философию числа в том ее развитии, как это сейчас указано, есть задача едва ли посильная одному мыслителю, и если посильная, то совсем невыполнимая в одном или двух томах. Поэтому целесообразно ограничить свою задачу, и так как необходимо начинать с первых и элементарнейших построений, то достаточно поставить себе цель дать только первую часть философии числа, а именно логику чистой математики, дать диалектические основания математики как таковой, оставляя пока в стороне естествознание, психологию, социологию, теорию самой диалектики числа и историю. Это и так должно составить весьма обширное и очень нелегкое для его создания и для его усвоения философское исследование. Предлагаемое исследование есть поэтому диалектическое основание только математики как таковой, или, если угодно, чистой, или теоретической, математики.

§ 9. Разделение их

Тут же наметим и основные области нашего исследования.

Само собою разумеется, что в самом начале должно быть поставлено исследование первичной сущности числа, должна быть вскрыта сама категория числа, чистая идея числа, число как общее понятие. Что такое число само по себе – вот основной вопрос, который должен быть решен в философии числа раньше всех других вопросов. Поэтому общая теория числа есть то, с чего мы и начнем.

Число как таковое, голое понятие числа, имеет, далее, свою очень сложную диалектическую судьбу. Эта судьба должна выявить все содержащиеся в числе логические возможности и должна как бы выявить это общее понятие числа, дать вместо него детально разработанную систему математики как некоего диалектического процесса. С этой точки зрения общая теория числа, как она ни фундаментальна для всего исследования, есть только введение в философию числа, как бы только зерно, которое почти забывается, когда вырастает из него целое растение, имеющее для философии самостоятельный и вполне оригинальный интерес.

Переход от числа вообще, от числа как общей и чистой категории, к числу в частности совершается, очевидно, путем утверждения полученного общего понятия в виде новой реальности. Как учит диалектика, каждая предыдущая категория должна быть положена, чтобы совершилось вообще дальнейшее логическое развитие. Понятие числа, положенное как таковое, взятое как тезис, есть, и вообще говоря, интенсивное число, куда, как мы увидим ниже ([§ 80]), относится арифметика, алгебра и анализ.

Этому утверждению числа в виде раздельного акта противостоит отрицание числа в виде раздельного акта, т. е. утверждение его в виде особой числовой слитности и неразличимости – континуума, – на основании которой могут возникнуть свои собственные, уже не чисто числовые, но как бы в некотором роде материально-континуальные оформления, т. н. геометрические. Вся эта континуально-геометрическая сфера составляет прямую диалектическую противоположность интенсивному числу и может быть с полным правом названа экстенсивным числом.

Наконец, мысль требует и объединения числовых и континуальных построений. Должно быть такое число, которое совмещает в себе и числовую различенность, и ту разную «расставленность» числовых актов, которая не содержится в счетном числе как таковом, но которая привносится только материальной континуальной средой. Это есть то, что называется в математике множеством. Множество вполне арифметично, это не геометрия; и тем не менее оно мыслится с точки зрения упорядоченности, т. е. отдельные счетные моменты поставлены здесь в ту или иную определенную фигурацию, почти, я бы сказал, оптически данную (конечно, мысленно оптически) связь. Это и значит, что множество есть синтез интенсивного и экстенсивного числа. Так как «эйдос» есть термин, указывающий на такую «сущность», которая дана оптически-фигурно (мысленно или физически), то целесообразно это синтетическое число назвать эйдетическим числом, тем более что и сам Кантор, создатель этой дисциплины, употреблял здесь именно греческое обозначение, «эйдетические числа».

Интенсивное число вскрывает первую математическую сущность числа. Если общая теория дает сущность числа вообще, то теория интенсивности числа переводит нас в область самой математики, давая сущность уже математического числа. По сравнению с этим континуально-геометрическая система, или число экстенсивное, есть нечто внешнее, как бы материально сделанное. Что-бs считать, напр., до четырех, можно и не иметь представления о четырехугольнике; но чтобы иметь представление о четырехугольнике, уже надо понимать, что такое число «четыре», и надо уметь считать по крайней мере до четырех. Это значит, что число «четыре» есть нечто более первоначальное (в логическом смысле), более внутреннее, то, что лежит в глубине идеи четырехугольника. Четырехугольник внешними средствами выявляет арифметическую сущность числа «четыре», и выявляет ее инобытийными, континуально-геометрическими средствами. Это дает нам право называть экстенсивное число не сущностью числа (как интенсивное число), а его явлением.

Сущность и явление, опять-таки по железной необходимости диалектического процесса, должны неминуемо объединиться вместе, слиться в нечто третье, с точки зрения чего они – только абстракция. В диалектике сущность и явление синтезируются в действительность. Ибо то и другое–только абстрактно выделенные моменты из того, что реально существует. Нет ни сущности без явления, ни явления без сущности. Сущность должна как-то являться, а явление должно быть проявлением сущности. Избежать кантовского дуализма «вещи в себе» и «явления» можно только путем диалектики, которая умеет синтезировать обе эти абстрактные сферы в некую реальную, конкретно данную действительность. Эйдетическое число и есть действительность числа.

Этим, однако, все еще не заканчивается общая сфера числа. Существует еще одна модификация числа, которая еще ближе к конкретному бытию, ближе всего, что нами сейчас переименовано. И диалектическое место ее рисуется с неумолимой требовательностью. Именно, три основных сферы числа, число интенсивное, экстенсивное и эйдетическое, суть выявление перво-принципа числа, явленная идея чистого числа. Но уже помимо того что вся эта триединая область противостоит перво-началу, остается вместе с ним на степени некоего дуализма, помимо этого идея все же остается идеей, и она продолжает противостоять фактам так же, как перво-принцип противостоит ей самой. Это, разумеется, не значит, что математика есть часть естествознания. Такое утверждение было бы полным непониманием конкретной сущности математики. Вместо такого искажения мы должны в самой математике подыскать такую сферу, которая бы вместила в себя факты, оставаясь, однако, самой собой, т. е. чистым учением о чистом числе. И такая область действительно существует. Для ее дедукции важны два обстоятельства – синтетичность в отношении перво-принципа и противостоящей ему триединой числовой сферы (интенсивность, экстенсивность и эйдетичность) и вмещение–числовое же, конечно, – текучей и случайной стихии действительности.

Первое обстоятельство, по крайней мере как задание, элементарно ясно для всякой самой примитивной точки зрения в диалектике. Интенсивно-экстенсивно-эйдетическое число есть число так или иначе положенное–в сравнении с сверхполагаемым перво-началом; оно есть раздельность, и в этом смысле оно есть инобытие первоначала. В чем же их синтез? Какую форму примет тут «становление» и «ставшее» – категории, всегда, во всяком диалектическом построении являющиеся синтезом бытия и небытия? Перво-принцип есть вечное творчество, вечное возникновение, поток для всего возникающего; это базированное на самом себе и независимость ни от чего, т. е. полная свобода. С другой стороны, раздельность, царящая в триединой области числового бытия, есть всегдашняя связанность, взаимообусловленность, координированность. Синтезом того и другого должно явиться нечто такое, что тоже дано в связанном и законченном виде, но так, чтобы это не мешало полной свободе протекания данного явления, чтобы ему была свойственна самопроизвольность и в этом смысле как бы случайность появления и протекания. Разумеется, если взять реальную человеческую действительность, и даже не человеческую, а просто обще-животную, то ведь тут решительно все факты и события именно таковы. Всякий животный индивидуум действует сам за себя и совершенно свободно, в то время как тут же мы видим полную связанность его с общей животной или социальной жизнью. Однако мы не можем считать ни биологию, ни социологию частью математики без уничтожения настоящей физиономии всех этих наук, и биологии с социологией, и самой математики. Мы должны, оставаясь на почве чистого же числа, дать такую его модификацию, которая бы совместила смысловую раздельность явления с произволом и самостоятельностью его возникновения и протекания. Это мы и имеем в т. н. теории вероятностей, где как раз теоретическая оформленность числа такова, что она учитывает и всю случайность протекания процессов действительности.

Второе обстоятельство, важное для выяснения формулируемой математической области, – это то, что не только сверху мы находим диалектический синтез перво-принципа числа и его принципа, но и снизу данная область есть именно та, которая создана для учета самопроизвольно протекающих процессов действительности. Мы видели, что интенсивно-экстенсивно-эйдетическое число тоже осуществляется в действительности. Арифметика, алгебра, геометрия, анализ и теория множеств суть науки, не просто витающие где-то в пустотах рассудочного воображения, но они обязательно так или иначе, в том или другом виде воплощаются в действительности, как-то обусловливают ее, вносят в нее раздельность и осмысленность, т. е. делают ее ею же самой. Но в чем же разница? Что заставляет нас отделять от всех этих наук еще особую науку и ставить ее в какие-то совершенно специфические отношения к действительности?

Вопрос начнет разрешаться, как только мы вспомним, что единственная сфера бытия, где числовые конструкции триединой идеальной сферы находят для себя полное, адекватное и совершенно буквальное осуществление, это есть сфера природного бытия, природы. Ведь только там, где материя молчит, где она есть только абсолютный послушный выполнитель велений чистого числа, только там интенсивно-экстенсивно-эйдетическая сфера проявит себя целиком. Действительно, только математическое естествознание может напоминать нам действительность и общезначимость чистой математики; и только тут, где дана молчащая, неживая природа, где она механически и беспрекословно подчинена числу, где она механизм, только тут место той действительности, о которой говорит идеальная триединая сфера. Но ведь сейчас мы хотим трактовать нашу действительность не просто как механизм и материю нашу не просто как безгласную и пустую схему. Материя для нас есть нечто живое, саморазвивающееся, и настоящая действительность не пустой и равнодушный к себе и ко всему другому механизм. Потому-то мы и говорим тут об особой синтезированности с перво-принципом, т. е. об особой, а именно максимальной, его явленности, что тут мыслится живое движение, саморазвивающаяся жизнь (как это и дано первичнейшим и чистейшим способом в самом перво-принципе). Но тогда, очевидно, вся триединая идеальная числовая область является для такой действительности слишком отвлеченной. Она, конечно, тоже ее обусловливает, ибо вся математика базируется на арифметике, арифметика – на простом счете, а не умеет считать только тот, у кого еще или уже не действует разум. Все это, конечно, осуществлено не только в природе, но и в жизни, и в истории. Однако это все еще слишком отвлеченная структура для настоящей действительности. Настоящая действительность вмещает в себе самопроизвольность своего протекания, и потому ей всегда свойственна стихия случайности. Случайность же, данная в смысловой сфере, есть как раз вероятность. И потому теория вероятностей и статистика есть то в математике, что максимально близко отражает на себе действительность, и притом действительность не природы только, но и жизни, животной и социальной. Это уже будет не просто действительность числа, но история числа, понимая под этим как животное развитие и всю органическую жизнь, так и человеческую, социальную. Биометрика и пр. виды статистики имеют достаточно прочное место среди всех наук вообще.

Заметим, что возможна статистика и в применении к механическому миру. В особенности в современной науке приходится констатировать склонность к применению статистических методов в областях, где раньше безраздельно царили только одни механические законы. Это, однако, свидетельствует не о принципиальной тождественности тех или других методов, но о том, что и т. н. механическая действительность не всегда так уж механистична или что она отнюдь не всегда дает себя механизировать. Некоторые весьма важные добавления к проблеме вероятности мы укажем ниже, в § 49.

Итак, вот общее разделение всего нашего исследования:

А. Перво-принцип числа – общая теория числа.

В. Число в своем идеальном завершении.

I. Сущность числа, или интенсивное число (арифметика, алгебра, анализ).

II. Явление числа, экстенсивное число (теория континуума и геометрия).

III. Действительность числа, эйдетическое число (теория множеств).

С. Реальное число, или число историческое (теория вероятностей и статистика).

Заметим, что эта диалектическая триада – сущность, явление, действительность – проводима решительно везде, в любой математической и логической области. Так, уже указанное выше общее разделение на чистую математику, математическое естествознание и культурно-социальную историю числа есть именно это разделение, только проводимое здесь в более широком масштабе. В области, например, арифметики или анализа мы также столкнемся с этим же разделением, хотя тут возможны и иные термины, и разные добавления и детализация.

ОБЩАЯ ТЕОРИЯ ЧИСЛА

§ 10. Вступление

Число является настолько основной и глубокой категорией бытия и сознания, что для его определения и характеристики можно брать только самые первоначальные, самые отвлеченные моменты того и другого. Математика– наука о числе – есть уже нечто вторичное по сравнению с самим числом. Если дана определенная диалектика числа, отсюда можно получить руководящие нити для диалектического анализа и самой математики как науки. Математика есть уже определенным образом скомбинированная теория и наука, а эта теория и наука предполагает, что уже есть определенный предмет для теоретизирования. И этот предмет надо вскрыть какими-то средствами, уже не просто математическими. Должно существовать определенное усмотрение предмета той смысловой платформы, на которой будет разыгрываться математическая наука. И этой платформой может быть только вскрытие самого понятия числа, определение и философия его необходимых моментов – установок, без которых оно немыслимо. Этой до-теоретической задачей мы и должны заняться. Установив прочно искомую платформу, т. е. получив путем до-теоретического анализа то, что такое есть число в своем последнем существе, мы можем перейти к построению и науки о числе, именуемой как «математика», и выяснить диалектические основания этой последней как определенной системы.

I. ОТГРАНИЧЕНИЯ (УСТАНОВКА ЧИСЛОВОГО ПЕРВО-ПРИНЦИПА)

§ 11. Число не есть ни что-нибудь вещественно-качественное, ни вообще объективное

Что такое число в своем последнем существе?

Уже самая формулировка этого вопроса предполагает исключение всех вторичных и подсобных точек зрения. Прежде всего, можем ли мы сказать, что число есть что-нибудь объективное?

Всякому ясно, что число не есть что-нибудь объективное. В самом деле, число «пять» совершенно не зависит от того, имеется ли пять орехов или пять копеек. Определяя число «пять», мы не только можем исключить всякое рассуждение об орехах или деньгах, но мы обязательно должны это сделать, если не хотим затемнить предмет нашего определения и не хотим совсем потерять его из вида. Тем более мы должны отвлечься от всякой вещественной качественности, если хотим говорить о числе вообще. Итак, вот первая наша установка, наиболее ясная и четкая: число не есть что-нибудь в смысле вещественной качественности. Число относится к любой качественности и оформляет любую вещественность; и потому совершенно нет никакой нужды привлекать сюда что-нибудь вещественное или что-нибудь качественное.

Но может быть, число есть все-таки нечто объективное? Вещественная качественность есть только один из видов объективного бытия. Может быть, число есть какой-нибудь другой вид объективности? – И на этот вопрос приходится ответить отрицательно. Всякому ясно, что число относится также и ко всему субъективному. И в субъективном мире (например, в субъективных переживаниях) мы можем ориентироваться только тогда, когда здесь одно отлично от другого, т. е. когда можно считать. Почему же вдруг мы должны считать число обязательно чем-то объективным, а не субъективным или субъективным, а не объективным? Вполне очевидно и достоверно то, что число гораздо глубже самого разделения на субъект и объект, что оно применяется (и не может не быть применяемо) в областях бытия, в которых еще нет разделения на субъект или объект или уже нет. Рассматривая число «пять» в его существе, мы совершенно не замечаем в нем специально-объективного. Оно не более объективно, чем все другое. И потому вывод о том, что число не есть не только что-нибудь вещественно-качественное, но не есть и вообще что-нибудь объективное, должен быть элементарно очевиден и самодостоверен.

§ 12. Число не есть что-нибудь субъективное

Субъективистических теорий числа очень много, но все они – правильные они или нет – обладают характером вполне второстепенным и третьестепенным. Все они разделяют судьбу объективистических теорий в том отношении, что дают определение предмета при помощи самого же предмета. Как там нельзя определить число при помощи вещественно-качественных или вообще объективных моментов, т. е. таких моментов, которые сами возникли в результате функционирования числа, так и здесь нельзя искать сущности числа при помощи того, что само существует благодаря числовому бытию. Таковы все психологические теории. Возьмем, например, теории старого ассоциационизма или апперцепционные теории. Для того чтобы человек воспринял хотя бы одну вещь, уже необходимо функционирование в нем числа. А между тем теория гласит, например, что понятие числа возникает из обобщения отдельных эмпирических наблюдений или из объединения отдельных психических переживаний. Когда понятие числа трактуется как результат ассоциации представлений, то каждое представление возможно только потому, что уже было затрачено понятие числа. Следовательно, всякая психологическая теория определяет неизвестное при помощи неизвестного же. Необходимо сказать даже больше того. Сама теория-то (психологическая) возможна только тогда, когда уже известно, что такое число.

Тут полное совпадение с объективистическими теориями. Всякое вещественное качество уже само по себе есть нечто, т. е. предполагает счет, число, а теория утверждает, что число есть вещественное качество. И в психике отдельные ощущения, восприятия, образы, представления и т. д. и т. д. сами по себе уже сформированы при помощи числа, потому что все они чем-нибудь отличаются друг от друга, т. е. разделены друг с другом, т. е. считаемы, т. е. содержат в себе число. Стало быть, сказать, что число возникает в результате какого бы то ни было психического процесса, – это значит определять idem per idem[9].

Более тонкой формой субъективизма является трансцендентализм, если он не вполне четко отмежевывается от психологических наблюдений. Черты такого психологизма можно найти, например, у Канта. Кант тоже занят проблемой, которая не является существенной для анализа числа, а только подготовительной. В самом деле, допустим, что число – чисто субъективного происхождения, как этого хочет Кант (независимо от того, правильно или неправильно рассуждает здесь Кант). Что нам дает такое учение для вскрытия сущности числа? Ровно ничего. Ибо Кант вскрывает здесь не то, что такое число в своем существе, но откуда и как происходит это число. Он уже знает, что такое число, и нисколько не затрудняется его определением. Он только хочет узнать, объективно ли или субъективно это уже известное ему число. И если бы он доказал, что оно объективно, это ровно также ничего не вскрыло бы нам из сущности самого числа. Объективных предметов очень много.

Итак, не происхождение числа нас интересует, но само число и не способ его функционирования и зависимости от той или иной среды, где оно находится (субъект или объект), но число само по себе независимо от того, где оно мыслится функционирующим или как оно модифицируется в зависимости от места функционирования. Все эти проблемы не только второстепенны, но и вторичны, т. е. самая возможность их возникает только тогда, когда уже известно, что такое число в своем последнем существе.

§ 13. Число относится к чисто смысловой сфере

Итак, число не есть ни объективное бытие, ни субъективное, ни в каком ни общем, ни частном значении объекта и субъекта. Что же оно тогда есть?

В философии много раз формулировалась сфера, которая не есть ни объект, ни субъект. Нужно сказать, что самое противостояние объекта и субъекта, в особенности с такой болезненностью и напряженностью, характерно отнюдь не для всех эпох философии, а характерно главным образом для европейского типа, кульминирующего к тому же в XIX и начале XX в. Уже теперь, в начале второй четверти XX в., это противостояние значительно поблекло; и философы заняты сейчас проблемами, которые они считают гораздо более важными и принципиальными. В связи с этим большой популярностью пользуется теперь в философии та область, которая не субъективна и не объективна, область, в которой это разделение или бесполезно, или несущественно. Нужно сказать, что эта область весьма обширна и содержит в себе несколько резко отличающихся один от другого

9 то же самое через то же самое (лат.).

типов своего построения. Так, Единое в смысле Плотина есть то, в чем субъект и объект содержатся в одной, абсолютно неразличимой точке и где их антитеза еще не развернута и даже не положена. Затем, то, что неоплатоники называют «душой», также не есть ни субъект, ни объект, потому что предшествует этой антитезе. К какой же области субъектно-объектного безразличия относится число?

Число есть, несомненно, смысл, относится к смысловой сфере. Здесь не место вскрывать подробно существо этой сферы. Но основное качество ее вполне очевидно и даже примитивно. Это основное качество есть качество значимости. Смысл не есть, но значит.

Для грубо натуралистического ума это, конечно, не может быть сразу понятным. Однако необходимо научиться полно и раздельно мыслить себе эту смысловую сферу. Смысл нигде не находится и не находится как определенное «когда», и тем не менее он определяет собою все пространственно-временные свойства вещи. Смысл этой, напр., вещи, на которой я сейчас пишу, – бумаги – заключается в том, что это есть одно из средств для осуществления письменности. Но эта значимость, находясь во всей бумаге, отнюдь не находится в каком-нибудь определенном пространственном месте ни этого листа бумаги, ни всех листов, какие только были, есть и будут на свете. Если мы представим себе, что эта значимость, или смысл, существует объективно-вещественно в обыкновенном смысле, мы впадем в метафизический идеализм, не выдерживающий критики, как и всякая грубая натурализация. Если же мы скажем, что эта значимость вообще никак не существует, то тогда окажется, что данный лист бумаги вовсе не означает листа бумаги и что, следовательно, лист бумаги не есть лист бумаги. Это было бы нелепо. Следовательно, смысл (значимость) как-то существует, но существует не как вещь, а лишь как значимость вещи, которая сразу и везде, и нигде. Об этом смысле уже нельзя говорить, что он субъективен или объективен, но только то, что он есть значимость. Это особая форма бытия, возникшего на почве субъективно-объективного безразличия.

Оно станет сразу понятным, как только мы отнесемся к нему непредубежденно и серьезно. В самом деле, что может быть понятнее, наивнее и проще того простого факта, что каждая вещь что-нибудь значит? Тут ровно нет никакой теории, никакой науки, а только самое обычное, повседневное, чисто человеческое усмотрение. Нужно только чуть-чуть абстрагироваться от самой вещи, и мы поймем, что такое ее значимость. Конечно, значение вещи в реально-повседневном употреблении совершенно неотделимо от самой вещи. Но никто не может запретить анализировать вещи как угодно абстрактно, при условии что получаемые при таком анализе абстрактные моменты не будут овеществляться в своей изолированности и не возникнет туг натуралистической метафизики. Смысл, значимость, – абстрактный момент в цельном бытии, но каждая абстракция должна обсуждаться отдельно, так как наука только тогда и возникает, если есть разложение целого на отдельные абстрактные моменты и изучение каждого из этих моментов в отдельности.

Субъект-объектное безразличие смысла можно усвоить и на ряде других общепонятных явлений. Пусть мы имеем какой-нибудь закон или норму, пусть хотя бы из области права. Всякий такой закон не есть ни законодатель, его создавший, ни бумага, на которой он нанисан или напечатан, ни преступник, попавший под действие этого закона, ни его преступление. И вообще никакая ни субъективная, ни объективная качественность никак не характерна для этого закона. Сущность данного закона заключается только в его значимости, в его определенной смысловой установленности, и больше ничего.

К этой-то чисто смысловой области и относится число, взятое в своем существе.

§ 14. Число и понятие

Однако, разумеется, и сфера чистого смысла слишком обширна, чтобы указанием на нее ограничиться при разыскании того, что такое число. Смысл весьма разнообразен по способу своего бытия и функционирования, и тут также нужны четкие отграничения.

1. Прежде всего, число не есть понятие, хотя последнее также имеет чисто смысловое происхождение. Понятие, как показывает самое название, есть структура, получившаяся в результате понятия, понимания. Понятие вещи есть понятая вещь, понятность вещи. Понятие, стало быть, привносит в вещь нечто из того, чем понимается, понимается вещь. Понятие есть способ пребывания отвлеченного смысла в его инобытии. Обычно считается, что понятие есть способ пребывания отвлеченного смысла в сознании. Но такая формулировка совсем не обязательна. Понятие вещи есть просто смысл вещи, взятый не сам по себе, но в своем переходе в инобытие, так что видно, что привносит в вещь окружающее ее инобытие. Это инобытие может быть дано на степени первого своего полагания, без всякого перехода в дальнейшее инобытие. Тогда мы получаем понятие в обычном, абстрактном смысле этого слова. Напр., всякое научное понятие, в котором всегда можно перечислить все существенные признаки, очевидно, есть не только смысл вещи, данный в инобытии, но это инобытие еще не пошло дальше, не рассыпалось в последующее становление и не конструировалось заново из материалов этого становления. Тут слово, выражающее данное понятие, вполне тождественно с самим понятием, и оно не функционирует как что-нибудь по природе своей отличное от него. Всякое другое, вне-научное слово уже не будет тождественно с понятием; в нем это инобытие, в модусе которого дан смысл, будет выпирать все больше и больше на первый план. Наше обычное разговорное слово, давая нам понятие вещи, всегда дает еще то или иное освещение вещи. Так, если принять во внимание, что слово «печаль» связано со значением «печь», а «тоска» – со значением «тиски», «тискать» и т. д., то ясно, какой оттенок вносится каждым словом в одно общее и отвлеченное понятие страдания. Тут гораздо больше выразительности, чем в научном слове (термине). Еще большая роль указанного инобытия в художественном слове. И наконец, можно взять уже чистую

инобытийность, чистое становление, и рассматривать его как перво-принцип. Тогда мы получаем различные алогические виды инобытия, к числу которых принадлежит, напр., музыка.

Вся эта сфера чистого смысла, от отвлеченного понятия до художественной формы, есть сфера выразительного смысла, т. е. такого, где помимо первоначального чистого смысла играет ту или иную роль способ пребывания этого смысла в инобытии, так что смысл оказывается здесь по меньшей мере двухмерным. Здесь два плана смысловой структуры – отвлеченный смысл и его инобытийное перекрытие – даны как одна и единственная структура. Это область смысловых форм, смысловых выражений, смысловых символов и пр. Будем кратко называть это выразительным смыслом или выразительными формами.

Есть ли число выразительная форма? На этот вопрос необходимо дать четкий ответ, чтобы сразу же стать на твердый путь и не сбиться с толку. Чтобы его разрешить, достаточно решить другой, гораздо более легкий вопрос: что предшествует чему, число выражению или выражение числу? Может ли быть число, которое никак не выражено, и может ли существовать выражение, в котором нет ничего числового? На этот вопрос приходится вполне твердо ответить: число возможно без выражения, т. е. оно возможно как выразительная форма, а выразительная форма никак невозможна без числа. Без числа вообще ничто невозможно, ни малейшее движение мысли или бытия. И потому число – раньше всего, раньше и всякой выразительной формы. Следовательно, сначала нужно знать, что такое число, а уже потом можно задавать вопрос о том, как оно выражено.

Однако здесь надо иметь в виду, что число, будучи в основе своей вне-выразительно и до-выразительно, дорастает до выразительных форм. В специальном анализе математических категорий мы увидим, что двухмерность, трехмерность и т. д. весьма часто выступают в математике под видом самых обычных понятий и что математика в этом смысле есть наука и о выразительных формах. Но разумеется, здесь – только специфические выразительные формы, не всякие, и выбор их строго определен характером того первоначального отвлеченного смысла, в отношении которого существуют эти выразительные формы в математике.

Между прочим, как раз этой своей принципиальной выразительности математика обязана своей достоверностью. Конечно, это не единственная причина математической достоверности. Но все-таки то обстоятельство, что бытие, которым занята математика, не требует понимания, а только мышления, что математика требует чистой мыслимости, а не выразительности, это обстоятельство не могло не упростить ее предмета в смысле адекватности уразумения, и оно не требовало от человека кроме мышления еще и выразительного понимания, способности, разная степень которой очень и очень сказывается на кругозоре человеческого сознания и часто заставляет его создавать весьма уродливые и искаженные формы. Математика нуждается только в мышлении, а не в понимании; и в этом ее полная противоположность с филологией, которая, по старинному и прекрасному определению А. Бека, есть всегда «понимание понятого».

3. Не надо извращать и доводить до абсурда только что высказанную идею. Мышление и понимание – принципиально различные сферы сознания. Это различие, конечно, не только не мешает им так или иначе объединиться, но можно сказать и так, что конкретная жизненность сознания только и возникает на почве объединения и синтезирования этих форм. Чтобы что-нибудь помыслить, надо это как-нибудь понять; и чтобы нечто понять, надо его и как-то помыслить. Однако никакая целостность и жизненность не может воспрепятствовать философу производить свои абстракции. С возникновением абстракций только ведь и начинается наука. И вот одно из основных различений в сфере сознания – это различение мышления и понимания. Мышление есть как бы некий механизм, превращающий неоформленное сырье в данные технически оформленные вещи. Понимание же заново перекраивает и переделывает эти вещи, придавая им новый стиль и новое единство, какого там, в первоначальном их появлении, совсем не было.

Мышление создает смысловой скелет вещи; понимание исходит из вещи, которая на своем скелете несет также и живое тело. Мышление вещи остается внутри самой вещи или объединяет ряд вещей в одно целое; понимание же берет вещь в ее осуществленности в том или другом инобытии, берет, следовательно, вместе с этим инобытием, причем выбор этого инобытия произволен и нисколько не зависит от собственной значимости вещи. Поэтому понимание вовсе даже не есть процесс чисто интеллектуальный, каковым, несомненно, является мышление. Это процесс гораздо более общий, процесс вообще некоего отождествления мыслимой вещи с тем или другим инобытием, напр. с эмоциональным, аффективным и каким угодно. Поэтому понимание, в противоположность мышлению, всегда «субъективно», хотя этот субъективизм вовсе не есть тут нечто противоположное объективистической оценке бытия, а только более сложная структура все того же объективного мира, структура как объективный коррелят субъективного понимания, сам по себе не менее объективный, чем все прочее.

Поэтому математика растет и падает вместе с мышлением. Если мышление функционирует, математика создается; и если оно прекращается, прекращается и математика. В математике или есть мышление, тогда она – математика; или его нет, тогда падает и математика. Ошибка в вычислении или доказательстве есть результат частичного отсутствия мышления в той или другой области. И совсем другое дело в филологии, в той науке, которую с полным правом надо назвать наукой о понимании (или о словах – что одно и то же). Здесь мышление совсем не обязательно в такой точной и непрерывной форме. Здесь важна выразительность, выраженность сама по себе, и не важен самый предмет выражения и понимания. Ущербность выражения не имеет ничего общего с прекращением мышления. Выражение и понимание могут быть хорошими или плохими независимо от абстрактной, смысловой структуры выражаемого и понимаемого. Движение чистой мысли в отношении данной вещи может кончиться совершенно, и сама эта вещь может превратиться в нечто совершенно статическое; и при всем том ее выразительные формы могут развиваться, и она может иметь весьма динамичные формы понимания. В математике не может быть спора о том, как понимать те или иные аксиомы и теоремы, но только о том, как их мыслить, т. е. как их строить, как их формулировать и доказывать; и если в математике заходит речь о понимании, то это уже не есть чистая математика, это уже привнесение в математику совершенно нематематических – напр. философских – точек зрения. В предметах же филологии – напр. в языке, в истории, в искусстве – важно как раз понимание, интерпретация. Поэтому доказательство, скажем, равенства суммы углов в треугольнике двум прямым углам возможно только одно (из параллельности линий); пониманий же того, что такое Робеспьер или крестовые походы, может быть очень много. Даже в тех случаях, когда теорема доказывается разными способами, ее понимание этим нисколько не затрагивается; и смысл этих разных доказательств, в общем, абсолютно один и тот же.

Итак, в области смысла надо различать отвлеченные и выразительные формы. Число есть прежде всего отвлеченная сфера чистого смысла, а не выразительная. Хотя это не мешает вне-выразительным математическим структурам дорастать до выразительных (ярким образцом такой математической выразительности являются, напр., вектор и тензор или вся теория поля). Число есть принцип самого первого различения, и тут еще нет никакой выразительности, хотя ничто и не мешает ей возникнуть впоследствии.

§ 15. Число есть самый акт смыслового полагания, а не содержание этого полагания

Однако и сфера чистого, вне-выразительного смысла все еще очень широка, чтобы этим ограничиться. Чем отличается число от других видов смыслового бытия? Существуют вещи, и существует их смысл. Существует смысл вещи. Спрашивается: если я сосчитаю несколько вещей или в одной и той же вещи пересчитаем ее части, чем эта операция будет отличаться от фиксирования смысла этих вещей как такового?

Тут перед нами возникает одно из самых фундаментальных свойств всякого числа, всякого математического бытия. А именно число есть, как выразился Гегель, «равнодушная к себе самой определенность». Что это значит?

Это значит то, что число есть такой смысл вещей, который не касается их содержания, не входит в индивидуальное описание и фиксацию тех вещей, которые он представительствует. Уже мы говорили, что пятерка совершенно не зависит от того, будет ли иметься в виду пять орехов, пять копеек или пять груш. Но там мы подразумеваем грубые чувственные «качества и вещи. Здесь же мы имеем в виду вообще всякие качества, в том числе и чисто смысловые. Число не содержит в себе ровно никакой качественности, ни вещественной или чувственной, ни смысловой. Правда, и здесь надо сказать, что это не только не мешает появлению своей, уже чисто числовой качественности, но, наоборот, диалектически обусловливает собою появление этой, только уже не вещественной и не обще-смысловой, а специфически числовой качественности. И все типы этой числовой качественности должны быть обследованы нами с полной тщательностью. Однако, вообще говоря, число есть бескачественная, вне-содержательная смысловая структура, и в этом ее резкое отличие от всякого смысла вещей, взятых в их конкретной существенности. Число в этом смысле абсолютно формально.

Эту фундаментальную особенность всего числового мира можно фиксировать и более строго. Как это сделать, избегая описательных и более общих выражений? Это можно сделать так. Число, само по себе взятое, нисколько не заинтересовано в вещах, по отношению к которым оно может считаться числом. Когда мыслится чистое число (напр., при мышлении натурального ряда чисел), мы замечаем, что тут действует не то, что мы своей мыслью полагаем, но самые акты мыслительного полагания. То, что мы полагаем актом своей мысли, может быть чем угодно и кем угодно; это как раз не важно. А важно самое полагание, акты самого полагания.

При этом, помня наше отграничение числа от всяких субъектов и субъективных процессов, мы отнюдь не должны думать, что числу необходимы именно наши полагания, полагания именно моей, или вашей, или вообще чьей бы то ни было мысли. Для числа это тоже совершенно не нужно и только вредит рассмотрению существенного. Туг имеется в виду мысленное, смысловое понимание вообще. Кто полагает и что именно полагается, – на этот вопрос число не отвечает. Но число отвечает на вопрос о самих полаганиях, об актах самого полагания. Хотя и это еще не полный спецификум числа, но без этих актов полагания числа не существует. Число есть определенная форма, или тип, чистого смыслового полагания, форма смысловой положенности.

Полагание – это одна из тех первоначальных и вполне примитивных установок, которые возникают в результате не требующей пояснения очевидности и самодостоверности и лежат в основе всех прочих построений. Полагание, утверждение – это то, что мы не будем пояснять и что невозможно пояснить, раз это самое примитивное и до-теоретическое усмотрение. По этому поводу необходимо заметить, что задача философии вообще часто заключается только в одном сведении сложного и неясного на примитивное и очевидное. Не в том задача философии, чтобы разъяснять очевидное; все равно, рано или поздно, мы упираемся в ряд некоторых основных категорий и аксиом, каковые уже неразложимы дальше. И как только мы дошли до этого, так (во многих случаях) мы уже и решили философскую задачу, и дальнейших разъяснений уже не требуется. Поэтому сложное и неясное объясняется из примитивного и очевидного; но примитивное и очевидное, если оно таково, уже не нуждается ни в каких дальнейших разъяснениях.

Такова же и самодостоверная природа акта полагания. Число относится к сфере этих актов чистого смыслового полагания.

§ 16. Число, количество и величина

Сфера актов чистого полагания, из которой совершенно исключены все содержательные и качественные установки и которая в подлинном смысле состоит только из актов полагания и больше ни из чего, уже довольно точно рисует нам природу числа, хотя и тут мы все еще не достигаем полной точности. В сфере актов чистого полагания мы находим еще другие структуры, которые близки к числу, но не суть само число.

Прежде всего, необходимо отграничить число от количества. В чем разница между тем и другим? Наиболее ясным является здесь то, что количество обладает вторичным характером в сравнении с числом. Когда мы говорим о количестве, то всегда имеем в виду количество чего-нибудь, в то время как число мыслится как таковое без всяких дальнейших добавлений. Когда говорится о пяти копейках, то «пять» в данном случае является количеством. Или, говоря о пяти орехах, мы также имеем в виду количество «пять» орехов. Правильно говорить (и всегда говорят), что мы имеем то или иное количество орехов или орехи в количестве пяти, но, собственно говоря, противоречит языковому чувству употреблять выражения: «У меня такое-то число орехов» или «У меня орехи по числу пять». Выражаясь точнее, количество предполагает переход числа в инобытие и применение числа для осознания (пересчета) этого инобытия. Число дано само по себе и является самостоятельным предметом мысли; при мысли о нем не возникает никаких других подсобных методов мысли. Когда же речь идет о количестве, мы уже покидаем число как таковое и перестаем созерцать его в его полной самостоятельности. Мы тут берем не само число, но его функции в инобытийной области. Мы берем тут какое-нибудь инобытие (орехи, деньги, карандаши и т. д.), к нему применяем то или иное число и оформляем его при помощи числа, т. е., попросту говоря, считаем его, исчисляем, пересчитываем. Количество есть не число, но функция, или проявленность, числа в инобытии. Поэтому количество вторично; оно предполагает, что уже есть число, в то время как число еще не предполагает количества. Разумеется, можно говорить о количестве единиц в числе и таким образом оперировать понятием количества без перехода в инобытие. Но в данном случае совершенно ясно, что роль инобытия берет на себя само числовое содержание; и вместо того чтобы говорить об орехах, копейках и т. д., мы говорим о единицах. Роль инобытия взяла на себя совокупность единиц, составляющих содержание данного числа. Таким образом, логически здесь осталось то же самое понятие количества.

Далее, число надо отличать от величины. Величина также есть структура, возникшая из актов чистого полагания, но она резко отличается и от числа, и от количества. Если количество есть число, функционирующее в инобытии, то величина есть само инобытие, осмысленное числом при помощи количества. Количество есть смысл инобытия, когда последнее осмыслено через чистое число. Величина есть не смысл инобытия, но само инобытие, осмысленное через чистое число.

Другими словами, величина является диалектическим синтезом числа и количества. Число – это тезис, потому что для своего утверждения и созерцания оно не нуждается ни в каких добавлениях и подсобных средствах. Количество явно дает переход числа в инобытие, так как предполагает вещи, которые оно исчисляет. Но можно взять и то самое, что исчислено числом при помощи количества. Тогда будет взято и чистое число, и количество. Чистое число образуется здесь потому, что величина есть такая же самостоятельная структура, как и чистое число, в смысле самостоятельности и в смысле полной ненужности прочих добавлений и подсобных средств. .Количество же образуется здесь потому, что величина всегда есть нечто исчисленное. В то же время величина не есть ни число (ибо число ничем не исчисляется другим, а только исчисляется само в себе и самим собою, величина же есть нечто исчисленное при помощи другого числа), ни количество (ибо последнее является абстрактным смыслом исчисленного, а величина есть та самая вещь, которая содержит в себе этот смысл исчисленности).

Разумеется, величина не есть вся вещь, исчисленная при помощи числа, но только та сторона этой вещи, которая получена в ней через исчисление. Так, величина «пять метров» не есть все дерево, имеющее в высоту пять метров, но только тот момент в этом дереве, который является исчисленностью его размеров. С деревом величина дерева имеет то общее, что она есть тоже некая готовая осуществленность, но только осуществленность не вещественная, а числовая.

Итак, вот диалектическая триада в области актов чистого смыслового полагания:

I. Число.

II. Количество.

III. Величина.

Указанное значение термина «величина» вполне согласно с обыденно-измерительным словоупотреблением. Величина всегда есть нечто измеренное. Измеренное же предполагает как измерение, так и меру. Роль меры играет в данном случае число, измерение совершается здесь при помощи количества, а измеренным оказывается величина.

II. ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ЧИСЛА (ЧИСЛО КАК ЧИСТОЕ ПОНЯТИЕ)

§ 17. Первая установка

Теперь мы вплотную подошли к фундаментальному анализу числа, расчистивши себе путь от всяких внешних и случайных привнесений. Единственным положительным достижением предыдущих рассуждений является следующий тезис.

Число есть результат актов чистого смыслового полагания.

Попробуем теперь дать анализ самого понятия числа, исходя из этой основной установки.

Естественнее всего этот анализ провести как анализ процесса счета, потому что всякое число есть прежде всего некая совокупность единиц, т. е. прежде всего некая счетность, сосчитанность. В этом анализе нами будут употребляться различные обыденные выражения, которые ни в каком случае не нужно понимать буквально. Так, будут употребляться местоимение «мы» и глаголы «полагать», «утверждать», «переходить» в зависимости от этого «мы» и пр. Понять это как описание психологических процессов в сознании автора – значит в корне исказить все построение. Запомним раз навсегда: если идет речь о смысле и значении, то этот смысл и значение ровно никому и ничему не принадлежит и в нем нет совершенно никакого отношения ни к субъекту (чьему-нибудь или ничьему), ни к объекту (если, конечно, это не есть смысл какого-нибудь субъекта или объекта, но и в этом случае смысл какой-нибудь объективной вещи или субъективного переживания сам по себе опять-таки не есть ни нечто субъективное, ни нечто объективное). В порядке обыденно человеческой речи можно говорить: «возьмем», «допустим», «полагаем», «мы полагаем», «мысль полагает», «требует», «существует» и т. д. Все эти выражения нисколько не говорят о том, что я, автор этой книги, или вы, ее читатель, или вообще кто бы то ни был на свете высказывает здесь что-нибудь о своих переживаниях. Это все есть бытие самого смысла, которое не объективно и не субъективно уже по одному тому, что одинаково определяет собою и то и другое.

§ 18. «Нечто» и переход его в «это»

Самой простой формой числа и числовых операций является, конечно, т. н. натуральный ряд чисел. Диалектическая разгадка натурального ряда будет, в сущности, разгадка и всякого вообще числа, равно как и всякой операции над числами, потому что всякое число и всякая операция над ним в конце концов сводятся к натуральному ряду. Тут надо только уметь объяснить, в чем состоит усложнение натурального ряда чисел в случае появления отдельных типов числа и отдельных операций над ним.

§ 18. «Нечто» и переход его в «это»

Итак, что такое натуральный ряд чисел или, говоря более точно, – что нужно для того, чтобы осуществилось мышление натурального ряда чисел? Или: какие категории должна затратить мысль, чтобы появился натуральный ряд чисел? Или – причем это и есть единственный вопрос, который мы будем здесь решать, – в чем смысл натурального ряда чисел?

Уже было установлено, что сфера чисел есть сфера чистых актов смыслового полагания. Натуральный ряд чисел есть нечто, относящееся к чистым актам смыслового полагания. Итак, что же мы получим?

Вот мы имеем одно такое мысленное полагание. Что это значит? На первый взгляд кажется, что больше ничего и не надо для сформирования понятия числа. Однако уже первое прикосновение критической мысли показывает всю недостаточность и противоречивость этого утверждения.

Прежде всего, одно такое полагание не может приниматься нами как момент в определении числа, потому что «одно» есть число, и притом даже вполне определенное число, а именно единица. Мы же совсем не знаем ни того, что такое число вообще, ни того, что такое единица. Поэтому, имея «одно мысленное полагание», мы этим еще ровно ничего не вносим в искомое нами определение числа и даже не приступаем к такому определению. Это «одно полагание» недостаточно даже для определения единицы, потому что единица отнюдь не есть только «одно полагание» и она не есть даже просто «полагание». Единица есть, прежде всего, положенное, а не полагание, не говоря уже о том, что и положенное, и полагание требуют для себя полагаемого, того, что именно полагается. Итак, в единице есть I) полагаемое, 2) полагающее, 3) положенное, и между этими тремя моментами существует вполне определенное взаимоотношение. Наконец, полагая «одно», мы тем самым делаем ряд предложений, которые не выведены логически, а взяты как голый и слепой факт. Так, положить «одно» можно только тогда, когда есть где, в чем его полагать; и это «место» не выведено, а определяется наивно и без логики. Такая логическая операция по меньшей мере недостаточно полна, чтобы быть определением чего бы го ни было; по существу же она и неверна, ибо совершенно неизвестно, как от нее можно было бы перейти к искомому определению.

Следовательно, делая «одно мысленное полагание», необходимое для того, чтобы впоследствии образовался натуральный ряд чисел, мы должны в этой операции многое уточнить и многое заменить более ясным. И, прежде всего, не будем употреблять слово «одно». Хотя «одно» среди своих многочисленных значений имеет также значение, не имеющее ничего общего ни с какой единицей и даже ни с каким числом вообще, мы все-таки пока избежим этого выражения, потому что обычно оно понимается, конечно, арифметически, а в таком понимании наше определение понятия числа оказывается тавтологией.

Что важно в этом «одном», которое мы полагаем? Тут важно «нечто». Что именно полагается, это, как мы уже давно установили, является совершенно неважным. Но что полагается именно нечто, это очень важно, так как полагать можно только что-нибудь, а если полагается ничто[10], то это значит только то, что вообще не происходит никакого полагания. Итак, мысль полагает нечто. Нечто есть понятие во всяком случае не числовое, не арифметическое, а избежать тавтологии в определении числа мы только и можем при условии употребления нечисловых категорий. Таким образом, «нечто» является в числе тем, что полагается, – полагаемым. Это полагаемое в процессе полагания становится положенным и превращается из «нечто» в «это». Можно употреблять тут также и другие термины, «одно», «единичность», «бытие», – это не так важно. Важно точно зафиксировать значение той категории, которая единственно здесь имеется в виду.

Итак, «нечто» в результате своего полагания, или са-мополагания, становится «этим», превращается в «это».

§ 19. «Иное этого»; различие, тождество, движение, покой

Уже здесь запутан целый клубок категорий, который необходимо распутать и точно формулировать.

Прежде всего, «нечто» только тогда может превратиться в «это», когда «это» будет как-то содержать в себе «нечто». Если «это» не рассматривается вполне изолированно, но именно как происшедшее из «нечто», то в нем обязательно должно содержаться «нечто», так как иначе мы и не догадаемся, что «это» получилось из «нечто». Значит, «это» и «нечто» должны быть в каком-то отношении тождественны между собою, равно как и самое раздельное употребление здесь слов и понятий возможно только потому, что тут действует категория различия. Точно так же «превращение» «нечто» в «это» обязательно требует для себя категории движения; если мы не передвинулись от «нечто» в «это», то как же можно говорить о превращении здесь одного в другое или о становлении одного другим? Но и движения мало, так как совершенно ясно, что это движение должно здесь и остановиться, потому что «нечто» не может двигаться бесконечно. Оно должно двигаться и развиваться до стадии «этого», до момента превращения в «это», а не больше того. Как только оно стало «этим», оно остановилось. Таким образом, здесь вполне явственно функционирует категория покоя.

Но выяснить все категории, необходимые для осуществления числа, лучше не на одиночном полагании, а на множественном полагании, т. е. на многих полаганиях, из которых и получаются двойка, тройка, четверка и все прочие числа. Здесь диалектическая игра этих категорий будет гораздо виднее, и через этот анализ станет яснее взаимосвязь этих категорий и в сфере единичного полагания.

Мы имеем «нечто». Мы его полагаем и тем превращаем в «это». Но тут, как сказано, еще не возникает числа и не возникает даже единицы, если ограничиться только простым констатированием этой операции полагания. Чтобы продвинуться дальше, всмотримся в процесс счета, как он ежедневно

10 В рукописи: нечто.

совершается в нашем сознании. Пробегая по линии натурального ряда чисел, мы находим после «первой» единицы «вторую» единицу, получаем число «два». Как это происходит, если у нас есть только «нечто», превращенное в «это»?

Чтобы произошло зарождение числа «два» или понятия «второго», очевидно, кроме «этого» требуется еще «иное», необходим переход из «этого» в «иное». Если нет ничего «иного», кроме «этого», то никогда не может быть и ничего «второго», т. е. никогда не может быть «двух». «Иное» есть только более общее понятие «второго». Это та сфера, где мы должны искать понятие «второго». Но достаточно ли «иного» для «второго»? Конечно, нет. Все «второе» есть иное в сравнении с «первым», но не всякое «иное» есть «второе» в отношении «первого». Так, если я имею один орех, то перо уже будет «иным» в сравнении с орехом, но оно не будет «вторым». «Вторым» может быть здесь только орех же, другой орех. Точно так же и дом не есть «второе» по сравнению с садом, если последний считать «первым», хотя, несомненно, он есть нечто иное в сравнении с садом. Таким образом, счет, т. е. переход по линии натурального ряда чисел, возможен только тогда, когда имеется в виду родовое тождество считаемых предметов. Можно иметь несколько орехов; тогда один из них будет «первым», другой – «вторым», еще иной – «третьим» и т. д., но нельзя в один ряд ставить орехи, стулья, перья, дома и т. д. Разумеется, можно считать и эти последние предметы, невзирая на их разнородность, но тогда счет будет предполагать более высокое родовое тождество, напр. понятие вещи. Я могу взять перо, карандаш, орех, дом и реку и сказать: вот пять предметов, которые я сейчас мыслю, или вот пять вещей. Тут понятие предмета (или вещи) окажется родовым тождеством, обусловливающим собою счет.

Однако вспомним, что ведь мы занимаемся не «предметами» и «вещами», но числами, которые вполне пусты в смысле всякой «предметности» или «вещественности». Поэтому возникает вопрос: что же есть самотождественного в тех моментах, которые мы сочли необходимыми для числа, т. е. в «этом» и «ином»? У нас пока нет совершенно ничего, кроме «этого» и «иного». У нас пять орехов или груш; у нас нет пока «вещей» или «предметов». И вот мы должны все-таки найти что-то общее между «этим» и «иным», найти их тождество, родовое тождество. Переходя к «иному», мы узнаем в нем старое «это», и только благодаря такому положению дела и возможно «иное» считать «вторым». Итак, между «этим» и «иным» устанавливается тождество, и потому «иное», являясь тем же самым, что и «это», и оказывается «вторым» в отношении «этого».

Общим и самым тождественным может явиться здесь только «нечто», т. е. такое «это», которое еще не положено, неположенное «это». И «это» есть нечто, и «иное» есть нечто. «Это» и «иное» тождественны между собою в моменте «нечто». «Нечто» – то родовое единство и тождество, которое существует между «этим» и «иным». Неположенная значимость самотождественна в утвержденном, положенном бытии и в отрицаемом бытии. Ясно, кроме того, и без дальнейших заключений, что «это» и «иное» должны быть еще и различны между собою. Если «иное» ничем не отличается от «этого», то оно не может быть и иным. Потому оно и иное, что оно не есть одно, не есть это, что оно – «не-это». И чем же отлично «иное» от «этого»? Оно отлично только самым фактом своего инобытия. По смыслу своему, по основному значению «это» и «иное» вполне тождественны (то и другое есть «нечто»), но по фактическому своему существованию, по факту (чисто нумерически), они вполне различны.

Так или иначе, но мы до сих пор имеем: 1) «нечто», смысл до полагания; 2) «это», смысл в полагании, положенный смысл; 3) «иное» «этого», выход за пределы положенного смысла; 4) различие «этого иного» с прежним «этим» в смысле фактической внеположенности; 5) тождество «этого иного» с прежним «этим»; 6) переход от прежнего «этого» к новому «этому иному» – движение и 7) остановку движения и изменение «этого» на стадии «этого иного» и прекращение движения в этой точке – покой. Последние две категории настолько ясны и необходимы, что доказательство их функционирования в конструкции натурального ряда чисел совершенно не нуждается ни в каких пояснениях. К этому списку необходимых для числа моментов нужно только еще прибавить, что здесь все время идет речь исключительно только о смысловых актах полагания, что все эти наименования «нечто», «это», «иное» и т. д. относятся только к актам полагания смысла, к самим актам, к актам как таковым, и ни к чему другому. «Нечто», стало быть, есть здесь акт до его осуществления в качестве акта; «это» есть осуществленный акт полагания; «иное» есть область за пределами актов же полагания и т. д.

§ 20. «Ничто» и абсолютно самотождественная неразличимость актов полагания – перво-принцип числа

Что же мы получили? Как выразить наш анализ в более сжатой и интенсивной формуле?

Выразить более сжато и более кратко – значит достигнуть и максимальной ясности и проникнуть в самое глубокое основание предмета. Поэтому вникнем подробнее и глубже в анализ найденных нами моментов в понятии числа.

Прежде всего загадочным является первый момент. Он есть «нечто», которое тождественно самому себе в «этом» и в «ином». Каким образом оно может быть самотождественно и что значит эта самотождественность? Мы уже знаем, что «нечто» есть, прежде всего, отсутствие всякого полагания. Оно есть до-полагание. Итак, до-полагание, предшествующее полаганию («этому») и ино-полаганию («иному»), одинаково присутствует и в том и в другом. Но если «нечто» еще не положено, то тут возникает весьма глубокое диалектическое обстояние, требующее полного разъяснения. Если «нечто» не положено, то оно есть чистое «нечто», т. е. лишено всякого фона, на котором оно было бы положено. Если что-нибудь положено, оно тем самым окружается инобытием, полагается в том, что не есть оно само, т. е. в инобытии. Такое же «нечто», которое никак не положено, не имеет никакого инобытия, не окружено никаким инобытийным фоном. Но то, что не имеет вокруг себя никакого инобытийного окружения, то ничем и не отличается ни от чего. И вот это-то неотличие и требует ясного представления.

То, что ничем ни от чего не отличается, может ли быть вообще чем-нибудь? Что-нибудь, если оно действительно что-нибудь, всегда отличается от всего иного именно этим самым признаком чего-нибудь. Раз нет ни от чего отличия, нет и самого «чего-нибудь», нет этого самого «нечто», а есть «ничто». Это один из самых фундаментальных и в то же время вполне примитивных тезисов общей диалектики. Нечто, никак не будучи положено, не имеет никакого инобытия, от которого оно чем-нибудь отличалось бы, и, следовательно, не есть что-нибудь, т. е. оно ничто. Или: одно, если оно ни от чего не отличается (т. е. если нет никакого иного, другого), есть ничто.

Это ничто, однако, не есть полное и абсолютное отсутствие всякого бытия. Это есть абсолютное отсутствие бытия для мысли, так как мыслить – значит прежде всего различать, а где нет различения, там нет мысли. По бытию же это ничто не только не есть абсолютное отсутствие всякого бытия, а, наоборот, полное его присутствие, настолько полное его присутствие, что оно охватывает собою и бытие («это»), и инобытие («иное»), и настолько охватывает их, что уже содержит у себя все, все полностью; и даже не остается ни одной точки, которая бы в него не входила и от которой оно чем-нибудь отличалось бы. Отсюда ясно, что бытие не есть последнее основание действительности, равно как и знание не есть это основание, ибо то и другое предполагает различение. Различение же не изначально, оно предполагает инобытие. То же, откуда происходит и бытие, и инобытие, выше и бытия, и инобытия; и оно есть такое бытие, которое выше всяких различений и выше самой противоположности знания и бытия.

Однако эти вопросы далеко выходят за рамки настоящего исследования и должны иметь свое место в общей диалектике. Здесь же нас интересует только вопрос о не-различенности изначального «нечто» и о тождестве его с «ничто». Отсюда вытекает, что изучаемое нами «ничто-нечто», охватывая все, есть уже абсолютное тождество, не тождество в каком-то одном отношении, но тождество во всех решительно отношениях, тождество абсолютное. Выше мы нашли, что «это» и «иное» тождественны между собою в смысле «нечто» и различны по своему нумерическому бытию. Следовательно, получается, что «это» и «иное», с одной стороны, суть вместе некое единое абсолютное тождество, с другой же – оно некое абсолютное различие. Спрашивается: как совмещается между собою то и другое, абсолютное тождество и абсолютное различие?

В «этом» есть некое бытие, носящее смысл «нечто»; и в «ином» есть некое бытие, носящее смысл «нечто». Тут два различных факта, носящих один и тот же, самотождественный смысл, смысл «нечто». Мы и говорим, что по факту «это» и «иное» разное, а по смыслу – одно и то же. Однако при более близком исследовании этот вопрос приходится решать совсем иначе. Если в каждой из этих областей есть факт (бытие) и смысл («нечто») и если факты эти – разные, а смысл – один и тот же, то как же общаются между собою в каждой отдельной области эти ее подчиненные моменты, факт и смысл? Допустим, что между ними абсолютно нет ничего общего. Тогда получится, что «это» и «иное», тождественные в одном отношении и различные в другом, тем самым расслояются на две разные области, не имеющие ничего общего. Одна часть «этого» тождественна с одной частью «иного», а другая [часть] «этого», абсолютно оторванная от первой его части, различна с соответствующей частью «иного». Получается, что для объяснения диалектического взаимоотношения «этого» и «иного» мы принуждены были рассечь единую и цельную природу «этого» и совершенно утерять его единство. Следовательно, если «это» действительно есть, то бытие и смысл в нем не могут быть абсолютно различны. В каком-то отношении они должны быть и тождественны. Если мы теперь опять повторим то же рассуждение относительно различных и тождественных моментов в бытии и смысле «этого», отбрасывая то, что в них различно, и оставляя то, в чем они тождественны, то трудность повторится снова: надо будет признать, что или «это» рассыпается на еще большее количество абсолютно взаимно дискретных частей, или же между ними существует тождество не в каком-нибудь одном отношении, но во всех отношениях, какие только возможны, абсолютное тождество. Стало быть, или уже с самого начала «это» и «иное» тождественны во всех отношениях, тождественны абсолютно (а не в каком-нибудь одном отношении), или то и другое рассыпаются на бесчисленное множество абсолютно дискретных друг в отношении друга частиц. «Это» рассыпается в алогическую пыль – неизвестно чего. Итак, диалектика показывает, что «это» и «иное» не только тождественны между собою в одном отношении (в смысле «нечто») и различны в другом отношении (в отношении нумерического факта, бытия), но что они также еще и тождественны между собою абсолютно, тождественны не в каком-то одном отношении, но во всех отношениях, которые только возможны.

Это понятно просто еще и потому, что «это» и «иное» содержат в себе «нечто», т. е. не-полагаемый смысл, а этот последний, по нашему исследованию, как ни от чего не отличающийся, охватывает собою абсолютно все и есть абсолютное тождество. Стало быть, уже по одному такому условию «это» и «иное» оказываются абсолютным тождеством.

Вот каково диалектическое значение этого первого момента, отмеченного нами в сфере понятия числа. Тут совсем нет ничего удивительного, если мы внимательно отнесемся к процессу счета, который мы сейчас анализировали. В самом деле, все числа натурального ряда являются некими единицами, единичностями, невзирая ни на какую величину данного числа. Двойка есть такая же единичность, как и единица; тройка также есть нечто и, значит, нечто одно, единичность; четверка опять есть нечто, нечто одно, единичность и т. д. Словом, единица, единичность фигурирует решительно во всяком числе, целом, дробном, рациональном, иррациональном и пр.; и, как таковая, она везде совершенно одна и та же, везде она абсолютно самотождественна. И только благодаря такой самотождественной единичности и держится натуральный ряд чисел. Без нее он рассыпался бы вдребезги и нельзя было бы сконструировать ни одного числа.

Конечно, это еще не все. Числа не только тождественны между собой, но еще и различны между собой. Однако диалектическое исследование показывает, что эта самотождественность так же необходима, как и саморазличие.

§ 21. Основная диалектика понятия числа

Обследуя три первые момента, установленные нами в понятии числа (§ 19), мы, следовательно, находим такое положение дела. Число есть полагание, акт смыслового полагания («это», «одно», «бытие»), требующий для себя инобытия («иное»), в сфере которого и совершается это полагание, и все эти полагания объединены одним непо-лагаемым актом в одно абсолютное тождество («нечто»). Однако это далеко еще не может считаться формулой числа – уже по одному тому, что здесь употреблены понятия «объединения» и «одного», являющиеся числовыми понятиями, так что опять-таки получается частичная тавтология. Эта формула должна быть уточнена. «Объединение» само должно быть разъяснено диалектически. Следовательно, до сих пор мы установили только одно: число есть акт смыслового полагания, требующий для себя инобытия, в сфере которого и совершаются эти акты. Как же описать это до-полагаемое «объединение», в котором совпадают все отдельные акты полагания?

Что это объединение вытекает из абсолютной самотождественности до-полагания, это мы уже знаем. Однако такое объединение есть, собственно говоря, не объединение многого, но абсолютная единичность, в которой нет ничего не только многого, но и вообще раздельного. Необходимо, стало быть, это абсолютное самотождество, или абсолютную единичность, как-нибудь приблизить к реальному натуральному ряду, не уничтожая этой природы, конечно, и не принимая ее. Такое приближение получается тогда, когда мы попробуем объединить «это» (бытие) и «иное» (небытие) в новую структуру, дать их диалектический синтез. Из общей диалектики мы знаем, что бытие и небытие синтезируются в становлении. В становлении есть и то, что именно становится, и принцип небытия того, что становится (поскольку в каждый новый момент становление уже не то, чем оно было в предыдущий момент). Но становление дает становящееся объединение «этого» и «иного», т. е. дает некое постоянно нарастающее осуществление упомянутой абсолютной единичности. В этом процессе, в процессе становления, абсолютное самотождество (абсолютная единичность) не остается недвижным, но бесконечно повторяется, и тут мы уже вплотную подходим к логической конструкции натурального ряда чисел. Итак, объединение бытия и небытия совершается в числе через введение 1) принципа абсолютной самотождественности смыслового полагания и 2) принципа становления этой абсолютной самотождественности. Но и это еще не все.

Если формулировать наблюдаемый здесь нами диалектический процесс во всей логической последовательности, то мы получим такую схему:

Здесь мы имеем I) до-полагание (которое можно назвать супра-актом), т. е. такое «нечто», которое не положено, не предполагает никакого инобытия и, следовательно, ни от чего не отличается, не содержит в себе самом антитезы бытия-небытия (утверждения-отрицания) и объединяет в себе все раздельное (ибо во всем содержится). Этот супра-акт, переходя в самополагание, вступает во взаимоотношение с инобытием, которому неоткуда, конечно, взяться, кроме как из этого же супра-акта, и потому необходимо считать, что сам супра-акт из себя порождает свое инобытие.

Получается II–III) антитеза «этого» – «иного», полагания и не-полагания, или, иначе, акта полагания и акта отрицания. Эти два акта уже связаны взаимно и взаимно предполагаются. Это не супра-акт, который ничему не противоположен и потому ничего, кроме себя, не предполагает. Взятые в отдельности, эти акты не составляют числа, но они входят в него с такой же необходимостью, как и супра-акт.

Супра-акт осуществляет в натуральном ряду чисел его как бы общую субстанцию, ту единую и нераздельную плоскость, на которой этот ряд развертывается. Супра-акт есть скрепа всего натурального ряда и скрепа каждого отдельного числа, держа входящие в это число единицы в одной связке, как одну идеальную индивидуальность. Супра-акт связывает и отдельные единицы, входящие в число, в одно индивидуальное число и связывает все числа натурального ряда в один индивидуальный, определенным образом построенный ряд чисел. Число «десять» состоит из десяти единиц, но нельзя это «состоит» понимать внешне механически. Одна единица не есть десять единиц, и другая единица тоже не есть десять единиц, так же третья, четвертая и т. д. Спрашивается: как же из нескольких единиц вдруг появилось нечто совершенно новое и небывалое, совершенно новое число – «десять»? Ясно, что это «десять» есть некая определенная индивидуальность и в пределах десяти единиц она определяет собою все десять отдельных единиц, равномерно и абсолютно одинаково присутствуя в каждой такой единице и тем самым объединяя их в нечто совершенно неделимое и абсолютно индивидуальное – в число «десять». Точно так же абсолютное самотождество супра-акта смыслового полагания делает впервые возможным существование и многих таких отдельных единичностей, т. е. существование натурального ряда чисел. Без такого перво-принципа ни одно число, входящее в натуральный ряд, ни в каком отношении не было бы соизмеримо ни с каким другим числом этого ряда. Без этой абсолютной числовой единичности натуральный ряд рассыпался бы на отдельные числа, несравниваемые одно с другим, а числа – на отдельные единицы, также одна с другой несравниваемые и абсолютно взаимно дискретные.

Противоположность утверждения и отрицания, вырастающая на лоне супра-акта, развертывает этот супра-акт, конкретизирует его, дает ему разумность и раздельность, превращает из потенциального в реальный акт смыслового полагания. Однако ясно и то, что такая противоположность не может оставаться абсолютной, без всякого примирения и воссоединения с изначальным супра-актом. Она примиряется в IV) новом синтезе, который в отношении супра-акта оказывается уже развернутым синтезом и который, как мы видели, именуется становлением (его можно назвать также инфра-актом, поскольку здесь мы имеем ослабленное полагание, полагание не раздельных и четких актов, но размытое, безразличное, чисто становящееся полагание). В процессе становления утверждение и отрицание, «это» и «иное», бытие и небытие вступают во взаимосвязь и взаимоотношение. Само становление обеспечивает собою рождаемость бесконечного натурального ряда чисел из недр супра-акта, а эта взаимосвязь утверждения и отрицания определяется вполне специальной системой категорий, из каковой вытекает характер и каждого отдельного члена натурального ряда чисел. Каждый отдельный член ряда, т. е. каждое отдельное число, есть уже остановившееся становление, или то, что в диалектике называется ставшим. Это то, что не раньше акта полагания, а позже его, когда он синтезировался с актом отрицания и сам в себе определился.

Этот пятый момент – V) момент ставшего в числе впервые делает возможным превратить неопределенную совокупность актов полагания в нечто оформленное и определенное. Наличие акта полагания и отрицания, ин-акта и контр-акта, ровно ничего не говорило нам ни о какой совокупности актов. Это была пустая и неопределенная возможность различать акты вообще. С переходом в становление, в инфра-акт, мы превратили эту неопределенную возможность в некую реальность, т. е. перешли к ряду раздельных полаганий. Тут уже не просто возможность реальных актов, но и самые акты. Однако, как ни реальны они и как ни отличаются они друг от друга, самое становление этих внешне взаимно различных актов совершенно ничего не говорит о них как об определенной совокупности, совершенно не полагает никакой границы для целого ряда актов. Акты тут отличны один от другого, и их разделяют четкие границы. Но ряд таких актов, совокупность этих актов, здесь еще не имеет определенной ограниченности, не отграничена от всякой другой совокупности. А ведь число есть прежде всего некая определенная совокупность единиц; и если мы хотим дать логическую конструкцию числа, мы должны дать прежде всего конструкцию числа как некоей совокупности. Ставшее становление и есть принцип, отграничивающий одну совокупность от другой, ибо оно есть остановившееся становление: мы совершали различные акты полагания, а потом вдруг остановились, не пошли дальше, запретили себе дальнейшее становление. И это положило границу нашим полаганиям и впервые превратило неопределенный ряд полаганий в цельную, определенную и замкнутую совокупность. Возможно ли число без этого? Конечно, нет. Число и есть прежде всего некая замкнутая совокупность.

На этом, однако, не кончается диалектическая эволюция нерасчленимого, перво-сущего супра-акта. В «ставшем» содержится статика, которая отнюдь не характерна для числа в целом. Статический момент в нем есть только один из моментов. Исходным моментом, и даже не моментом, а рождающим, и притом вечно рождающим, лоном является для числа супра-акт, который объединяет в себе и эманирует из себя всю бесконечность разных чисел и даже бесконечность этих бесконечностей. Таковым же должно явиться и каждое отдельное число, если оно действительно несет на себе печать своего происхождения из такого первоисточника. К этому же ведет чисто логическая – диалектическая – необходимость. Если синтезом утверждения и отрицания явилось становление, становящаяся граница, а эта становящаяся граница предполагает нечто не-становящееся, т. е. ставшее, то ставшее, чтобы получить для себя необходимое диалектическое оформление, также должно противопоставить себя тому, что его отрицает, с тем чтобы потом вступить с этим последним в живой диалектический синтез. Противоположно ставшему не-ставшее, но такое не-ставшее, которое не просто свободно от всякого становления и ставшего (это было бы характерно для гораздо более ранних категорий), но свободно только от самого факта становления, не от его смысла. Должна быть такая категория, которая содержит в себе и становление и ставшее, но – идейно, в форме чистого смысла, так что от данного бытия как бы распространяется смысловая атмосфера его становления, оно как бы разрисовывается текучими, но сущностными формами бытия, превращаясь в некую текучую сущность. Это и есть то, что мы называем энергией, тем внутренним содержанием смысла бытия, которое, оставаясь чистым смыслом, изливается вовне, являя внешне таинственную жизнь внутренних недр бытия.

В применении к числу этот VI) момент, энергийный момент, сказывается очень ярко. Число есть совокупность единиц, четко разделенная внутри себя и четко разделенная со всякой другой совокупностью. Но мы тут не только что-то построили и потом забыли о построенном. Мы еще и пользуемся этой постройкой. Мало указать пределы для актов полагания и тем ограничить полученную совокупность извне и изнутри. Число есть то, что совершается в этих пределах, жизнь, совершающаяся в этом организме. До сих пор мы построили только скелет числа. Замкнутая совокупность раздельных единиц, являющаяся данным числом, есть только скелет числа, смысловой контур числа. Число есть конкретная индивидуальность актов полагания, в то время как самые акты, в их становлении и в их ставшести, есть только субстанция, голая и бездушная телесность числа, материальная сделанность числа, а не его живой лик и не его живые и жизненные функции. Ставшее становление акта полагания должно начать функционировать как таковое, чтобы получилось настоящее число. Мы не только тут находимся в процессе лепки из глины какой-нибудь статуи, но мы уже ее вылепили, поставили на место, отошли несколько в сторону, чтобы обозреть ее в целом, и вот тогда статуя действительно становится для нас статуей. В синтезированной совокупности десяти актов полагания мы должны найти внутреннюю и внешнюю жизнь, не только одну сконструированность как таковую. Внутри эти единицы могут быть бесконечное количество раз пробегаемы нашим умственным взором вперед и назад; мало того, этих единиц должно быть не десять, а сколько угодно, вполне неисчислимое количество, и они могут, кроме того, до бесконечности приближаться одна к другой. Вовне эти единицы должны быть способны к бесконечному увеличению в своем количестве и к бесконечным вариациям и комбинациям по форме своего объединения. Иначе не будет и десятки. Десятка– это то, что можно превратить и в 9, и в 11, и в любое число, любого вида и любой величины. Вот это-то и значит, что число есть смысловая энергия акта полагания.

Супра-акт сам по себе не создает числа; полагание акта, равно как и отрицание его, также не создает числа; то же и становление, как и ставшее. Но, вступая в диалектическое взаимоотношение, все эти моменты создают именно число, потому что только в их всецелой объеди-ненности заключается настоящая жизнь числа. Супра-акт осуществляется, полагает себя, окружаясь инобытием, от которого он себя отличает, – тут еще нет числа. Но вот, отличивши себя от инобытия, от своего отрицания, он отождествляется с ним, вступает в единое и цельное самотождество как в некую смысловую эманацию жизни, – и здесь зарождается наконец число.

§ 22. Аналогии

Всегда полезны аналогии, если учитывается различие тех областей, которые рассматриваются как аналогичные.

Пусть мы имеем чистый лист бумаги. Пока на нем ничего не «положено», т. е. ничего не начерчено, нет на нем и вообще ничего. Есть только ничем не обозначенное белое поле. Пусть теперь мы начинаем что-нибудь чертить на этом листе. Начертить какую-нибудь фигуру – это значит провести ее границы. Проведя границы, напр., круга, мы получаем нечто, имеющее уже определенную величину. Покамест нет точных границ круга, круг вообще не существует, не говоря уже об его размерах. Но как только начерчена окружность, появляется и сам круг, и появляется он как некая величина. Другими словами, с появлением границы впервые появляется возможность деления, дробления. Если теперь мы отвлечемся от той фигуры, которую мы нарисовали, а возьмем только существование ее ограниченности, то и внутри этой ограниченности мы получим не дробящийся круг, а саму дробность, делимость, количественную ее характеристику. Однако, анализируя чистое число, мы не рисуем никакой фигуры на белом листе бумаги. Если мы там оперировали с фигурами или их частями, то здесь имеем дело только с актами смыслового полагания; и если там дробность фигуры требовала для себя проведения границ, точной ограниченности, то здесь для дробности акта полагания требуется определенность и ограниченность первоначального акта полагания. Если акт полагания есть, если он действительно положен, то это значит и то, что он внутри дробим, делим, т. е. что мы можем получить любое (и притом бесконечное) количество таких же актов полагания. Но что нужно для проведения границы и как возникает граница? Граница, как доказывается в общей диалектике, и есть синтез того, что внутри границы, и того, что вне границы, – другими словами, бытия и небытия. Граница одинаково относится и к внутреннему (ибо, напр., круг, если граница не явилась бы его частью, то он не имел бы границы, т. е. не был бы кругом), и к внешнему (ибо окружность круга появляется только тогда, когда мы ее начертили на каком-нибудь фоне, т. е. когда она есть часть фона, или инобытия), точно так же как одинаково не относится ни к тому, ни к другому. Граница – первый синтез бытия и небытия; переходя к дальнейшему диалектическому развитию этого синтеза и переводя его в новое инобытие, получаем еще новый, уже упоминавшийся выше синтез, становление. Если граница дает только возможность дробления, то становление реально осуществляет это дробление, а еще дальнейший синтез – ставшее в своей смысловой выразительности – дает каждое отдельное число как таковое.

Акты полагания в целях облегчения и конкретизации мысли удобно представлять себе в виде точек. Ставши на почву такой аналогии, мы можем еще следующим образом представить себе структуру числа.

Если такие точки существуют и их много или несколько, то ясно прежде всего, что есть точка вообще, точка пока еще не в виде раздельного ряда точек, а так, как она существует везде и всегда. Если существуют точки в частности, т. е. такие или иные точки, то это значит, что существует точка вообще. И эта «точка вообще», очевидно, уже везде одинакова, она в себе уже неразличима, самотождественна. Это и заставляет нас в применении к числу говорить о супра-акте, если всякое конкретное число есть всегда то или иное собрание отдельных актов полагания, или отдельных единиц. Итак, момент супра-акта в данной совокупности точек очевиден.

Далее, чтобы была именно совокупность точек, необходимо, грубо говоря, иметь некий общий фон, или поле, – напр., чистый лист бумаги, – куда мы могли бы наносить эти точки. Что это значит? Это значит, что кроме «точки вообще» должно быть нечто отличное от этой точки. Точка есть абсолютная самособранность и самоутвержденность; «отличное» же от этой точки, если оно действительно отлично, должно быть не-самособранным, самораспределенным, самораспространенным. Эго то «пространство», то «место», тот «лист бумаги», где мы могли бы ставить разные точки. Однако, имея в виду строгость логической формулировки, мы не можем употреблять эти многозначные и неясные, а к тому же еще и бесчисленные по своему количеству термины. Единственно, что тут важно, – это только то, что должно быть нечто иное, не-точка, инобытие точки, и – больше ничего. Все же прочее есть только описания и метафоры. Следовательно, чтобы образовалась совокупность точек, должна существовать «точка вообще», супра-точка, супра-акт, и должно существовать инобытие этой точки и акта, этот фон, на котором она могла бы воспроизводиться. Ясно, что тут мы переходим от «точки вообще», от «неположенной» точки, к точке положенной, утвержденной, в отношении которой всякое окружающее ее инобытие есть точка отрицательная, точка реально не утвержденная, реально отрицаемая точка.

Только с введением этого инобытийного принципа мы впервые получаем возможность иметь вообще несколько точек, т. е. иметь вообще совокупность точек. Одной этой возможности, однако, мало. Необходимо, чтобы она превратилась в реальность, т. е. чтобы мы не просто имели «точку вообще» и ее инобытие, но чтобы на фоне этого инобытия действительно стали появляться разные точки. Инобытие из пустого отрицания должно превратиться в наполненное становление, в самовоспроизведение «точки вообще», в повторение, и притом многократное повторение, одной и той же точки.

Заметим, что этот принцип становления в соединении с перво-принципом, с супра-актом, определяет собою одну очень важную особенность числовой совокупности, а именно единство направления. Само по себе становление ни о каком единстве не говорит, да и о направлении ничего не говорит. Чистое становление есть только некая неустойчивость бытия, как бы размывание и таяние бытия, и тут еще нет никакого направления. Если же сюда присоединить первый принцип, который есть принцип именно абсолютного единства или, вернее, единичности, то становление тогда превращается в становление одного и того же и в одно и то же становление. Становление получает характер единообразия. А для числа это имеет колоссальное значение. Число, как совокупность актов полагания, имеет их не в каком попало и абсолютно бесформенном виде, но в форме некоего определенного следования. Нужно уметь точно фиксировать структуру этого следования. В чем она заключается?

Обратим внимание на то, как строится натуральный ряд чисел, или, что то же, совокупность единиц в данном числе. Раньше всего бросается в глаза абсолютная равномерность взаимного распределения этих чисел и этих единиц. Когда я мыслю пятерку, я предполагаю, что пять единиц, входящих в нее, входят в нее совершенно равноправно и абсолютно одинаково. Каждая единица тут не больше и не меньше другой, и «расстояние» между этими единицами абсолютно одинаково. Если иметь в виду аналогию с точками, определенное число будет состоять из определенного количества точек, абсолютно равномерно расположенных, точек, находящихся на абсолютно одинаковом расстоянии одна от другой. Это совсем не обязательно для всякой числовой структуры. Взявши т. н. упорядоченное множество, мы ясно видим, напр., что здесь как раз эти «расстояния» – разные. Если множеству свойственна идея порядка, то это значит только то, что множество есть определенная числовая фигурность, аналогичная геометрической фигурности, но только конструированная средствами не протяжения, но чистого числа. «Упорядоченность» здесь создает эту как бы разную расставленность и разную взаимораспределенность актов полагания. Говоря, однако, об упорядоченных множествах, нельзя забывать о том, что уже самое простое арифметическое число, самое обыкновенное число натурального ряда, несомненно, есть некое упорядоченное множество; и нужно только уметь описать разницу между этими двумя формами упорядочения.

§ 22. Аналогии

Натуральный ряд, или, что то же, всякое арифметическое число, «упорядочен» так, что «расстояния» между отдельными актами («точками») абсолютно равномерны. Эта равномерность достигает такой степени, что уже пропадает тут самая необходимость говорить о «расстояниях». Присматриваясь ближе, мы начинаем видеть тут основную роль в том обстоятельстве, что акт полагания, «точка», берется тут в своем чистом, беспримесно логическом виде, вне всякого возможного инобытия. Акт полагания есть он сам именно акт полагания, в таком виде он и действует тут. Вместо того чтобы как-нибудь меняться или вступать в связь с другими структурами, он действует тут только как таковой, только как определенная, неподвижная категория, логическая категория, и больше никак. В становление втянута тут «точка» в своей абсолютной категориальной чистоте. Потому и не поднимается здесь никакого вопроса о «расстояниях» между «точками». Точки взяты здесь как таковые. Совокупность точек взята здесь так, что в нее совершенно не входит ничего иного, кроме чистой точки как таковой, или чистого полагания как такового, и того общего безразличного фона, на котором мыслится повторение и воспроизведение этих точек и актов. Для сформирования самой категории числа (не его специальных видов, а именно самого понятия числа, для сформирования числа вообще) требуется акт полагания, данный во всей своей смысловой чистоте и отвлеченности, акт полагания как таковой, вне всякого возможного своего модифицирования и варьирования.

Это и есть принцип чисто числовой последовательности и упорядоченности актов полагания в отличие от тех видов следования и порядка, которые свойственны специальным или более сложным структурам числа. «Упорядоченное множество» есть тоже некая упорядоченность, но она тут специфична; она не есть тут чисто категориальная упорядоченность, не есть упорядоченность в том смысле, что тут действует только голый принцип акта полагания, не модифицированный никаким инобытийным привнесением. Тут – такая упорядоченность, которая есть упорядоченность также и инобытийного фона становления актов полагания. Раз имеется в виду некоторая смысловая фигурность, значит, «множество» есть некоторая определенная расставленность и взаимораспространенность актов полагания. А это значит, что между точками, или актами полагания, из которых состоит данное «множество», мыслятся разные расстояния и эти точки находятся друг в отношении друга в разных направлениях. А это значит, что здесь активно участвует не только акт в своей чистой категориальности и принципности, но и самое это инобытие, на фоне которого разыгрывается становление этих актов. И потому «множество» есть гораздо более сложная упорядоченность, чем просто арифметическая. Упорядоченность арифметического числа есть просто определенность следования актов полагания, вызванная только чистой категорией самого акта, при безразличном участии фона, на котором происходит это следование. Упорядоченность же «множества» есть упорядоченность также и самого этого инобытия, этого инобытийного фона, раз оно входит во «множество» не в пассивно-безразличном, но в весьма разнообразном виде, конструируя различия «расстояний» и «направлений» актов полагания. Направление следования актов в чистом арифметическом числе есть направление актов полагания, взятых сразу вместе, как берутся сразу и вместе, напр., все признаки понятия. Направление, следовательно, признаков понятия есть только чистая совокупность этих признаков. Это направление нулевое. Тут действует не путь, по которому движется нечто, а само это нечто. Взявши несколько таких предметов в одну совокупность и не обращая никакого внимания на порядок объединения этих предметов, мы можем сказать, что направление, в котором они объединяются, есть нулевое направление. Это, однако, не значит, что о гаком направлении совершенно нечего сказать с точки зрения логики. Так же как и нуль есть некая определенная и притом очень сложная логическая категория, так и нулевое направление актов полагания в каждом числе натурального ряда требует для себя точной логической фиксации. Это нулевое направление есть не что иное, как функционирование акта как голого принципа, как самостоятельной и беспримесной категориальности, вне всяких инобытийных привнесений.

Так, мы имеем «точку вообще», мы имеем дифференцированные взаимоотличные точки, мы имеем определенное следование этих точек (следование, при котором оставлены без внимания особенности пути, по которому совершается следование). На очереди определенность и ограниченность самого этого следования. Оно может быть большим и малым, конечным и бесконечным и пр. Становление должно мыслиться где-нибудь остановившимся, чтобы была полная определенность этого становления. Оно может быть и бесконечным, но мы тогда должны так и зафиксировать это. Беспредельно продолжающееся становление и следование есть тоже некая вполне определенная совокупность, вполне аналогичная с конечным рядом. И она так же отличается от пустого принципа становления, как и всякая конечность. Чистое становление ни конечно, ни бесконечно. И если мы его начинаем мыслить как конечное или как бесконечное, то в обоих случаях мы начинаем мыслить его как некую новую логическую определенность и категорию, резко отличающуюся от голого принципа становления. Эта определенность есть логическое прекращение становления, и эта категория есть ставшее. Нанося ряд точек на листе бумаги, мы на определенном месте останавливаемся и перестаем наносить дальнейшие точки. Это совершенно необходимо, если мы хотим получить законченную совокупность. Число как совокупность есть, стало быть, необходимейшим образом не только утверждение и отрицание, но и становление этих утверждений и отрицаний, и не только их становление, но и ставшее.

Что мы получили до сих пор? Мы получили до сих пор, скажем, просто ряд точек на линии. Пусть, напр., мы проставим пять точек и остановимся. Спрашивается: откуда мы знаем, что мы проставили тут именно пять точек, а не больше и не меньше? Когда мы ставили первую точку, имели ли мы в виду число «пять»? Самый акт полагания первой точки ровно ничего не говорит ни о какой пятерке. А полагая первую точку, мы ничего другого и не имели, кроме самого акта полагания. Строго говоря, мы даже ниоткуда не знаем, что это есть именно первый акт. Мы просто ставили точки на данной линии, и ничего больше. Теперь пусть мы поставили вторую точку. Откуда мы знаем, что нами будет поставлено пять точек? Откуда угодно, но только не из самого акта полагания второй точки. Акт нанесения на бумагу черной точки есть только он сам, и больше ничего. Ни о какой пятерке он ничего не говорит. И сколько бы мы ни ставили точек, ни о пяти, ни о каком другом числе у нас ровно никакого представления не получится. И все-таки мы почему-то знаем, что вот у нас получилась пятая точка, что вот поставлено пять, а не четыре и не шесть точек. Откуда это?

Если бы мы поставили одну точку, а потом, совершенно забыв о ней, поставили вторую; если бы, далее, мы совершенно забыли о второй и поставили третью и т. д. и т. д., то ясно, что никакого числа и никакого счета у нас никогда совершенно не получилось бы. Получается число, и считаем мы потому, что – говоря психологически– мы помним все предыдущие точки. Мы их помним, и мы их сравниваем как между собою, так и с общей их совокупностью. Следовательно, необходимо что-то еще прибавить к точкам, которые мы слепо наносим на линии. Необходимо, чтобы ставшее было ставшим не только в себе, но и для себя, т. е. чтобы граница становления была продиктована не извне, неизвестно кем и неизвестно как, чисто слепо, но чтобы она была определена самим же ставшим. Необходимо, чтобы акты полагания уходили не на то, чтобы ставить все новые и новые точки, но на то, чтобы положить самую границу полагания этих точек. Если мы ограничиваемся в своих актах полагания нанесением на нашей линии все новых и новых точек, то, как бы твердо и решительно мы ни остановились и как бы резко ни прекратили процесса дальнейшего нанесения этих точек, все равно граница и окончание этого нанесения возникают при таком условии совершенно неожиданно и слепо, неизвестно откуда. Мы наталкиваемся на нее, как в темной комнате наталкиваемся лбом на стену. Этого, однако, мало для конструкции числа. Надо, чтобы нам было известно, где эта стена, и надо, чтобы мы сами поставили себе предел, до которого мы будем наносить наши точки на линии. А для этого необходимо, чтобы новый акт полагания мы потратили не на создание еще новой точки, но на создание границы уже полученных нами точек. Это не будет создание новых точек, но оно будет как бы обегание взором всех точек, которые уже нанесены. Это будет пересмотр, обзор, мысленное оформление полученных точек, осознание того, что мы до сих пор делали.

Не нужно, однако, увлекаться этими психологическими терминами. Мы уже сказали, что здесь мы занимаемся совсем не психологией, но только логикой. Поэтому необходимы такие термины, которые бы указывали не на психологические процессы переживания чисел, но на их предметную структуру. И поэтому указания на «пересмотр», «обзор», «осознание», «память», «воспоминания» и пр. есть только аналогия и иллюстрация, а не анализ существенной предметности. Надо употребить термин, который бы свидетельствовал о том, что полученная структура, оставаясь сама собой, функционирует в смысловом отношении как нечто целое, и притом функционирует не сама в себе, в каких-то своих неопределенных глубинах, но вовне, открыто, расчлененно, явленно для всякого инобытия (в том числе и для человеческого субъекта и понимания). Тут-то мы и употребляем термины «энергия», «смысловая энергия» или еще и «выражение», «выразительная форма», – термины, строго противопоставляемые нами отвлеченно-логической структуре сущности, т. е. сущности, только еще конструируемой, но не понимаемой, структуре мыслимой, но еще не понимаемой.

Только когда наши точки прекратили свое дальнейшее увеличение и вся слепо полученная их совокупность еще раз перекрылась сама собой и стала понимаемой совокупностью, совокупностью не только в себе, но и для себя, совокупностью как именно совокупностью, – вот тогда только она, энергийно выраженная совокупность, стала законченным целым и все акты полагания смысла, перекрывши сами себя как некую энергийную совокупность, стали законченным и сформированным числом.

§ 23. Основа всего – диалектическая жизнь перво-акта

Итак, супра-акт, полагая себя, переходит в акт полагания, в утверждение, причем это есть одновременно появление инобытия, или акта отрицания, окружающего это утверждение и дающего ему границу, полученный акт полагания рассматривается теперь в своей ограниченности и определенности, т. е. происходит утверждение и полагание самой границы, причем обыкновенно появляется фиксация того, что внутри этой границы. И первый, и второй акты должны быть описаны и с другой стороны. Супра-акт, как абсолютное тождество, не содержит в себе никакого различия; и если это различие появляется в результате самопоглощения супра-акта, то необходимо сказать, что различие (а значит, и само инобытие) появляется из недр все того же супра-акта и полагание супра-акта не только есть его самополагание, но и его творческая энергия; это есть самосозидание супра-акта и созидание, порождение им из себя и утверждения (акта бытия), и отрицания (инобытия). Итак, супра-акт есть возникающее самосозидание первополагающего акта, переходящего одновременно с этим самосозиданием в антитезу бытия-небытия, или утверждения-отрицания («этого» и «иного»).

Точно так же и второй акт, акт полагания самой антитезы бытия-небытия, отнюдь не обладает тем статическим характером, которым отличается вообще понятие границы. Граница сама по себе есть, конечно, нечто абсолютно устойчивое и неподвижное; без этого она не была бы границей. Но полагание границы выдвигает фиксацию того, что содержится внутри границы, превращая это содержание в обозримую и, следовательно, дробимую и делимую величину. С возникновением дробимости возникает и бесконечное движение внутри содержания в смысле образования все более и более мелких частей, образуется становление внутри очерченной границы, равно как и становление данной структуры в целом. Взяв там или здесь какой-нибудь определенный момент этого становления или все, какие только возможны, моменты становления данной структуры в целом, мы получаем уже ставшее, где налицо остановившееся становление, или результат становления. Таким образом, как супра-акт творчески создает себя и свое инобытие, так граница (результат супра-актного самополагания) творчески создает себя и свое инобытие, образуя становящуюся границу и ставшую определенность отдельных моментов становления и всех вместе.

Супра-акт есть сверх-число, самосозидающаяся, творческая энергия числа вообще, присутствующая во всех числах, составляющая их идеальную, первоскрепляющую субстанцию и создающая внутреннюю энергию числа, счета и всех числовых операций. Антитеза полагания и отрицания впервые ориентирует супра-актную энергию как нечто раздельное на необозримом поле инобытия. И наконец, фиксация самой этой антитезы приводит эту раздельность в определенную систему полаганий, являющуюся тем, что мы и называем числом, поскольку последнее есть и подвижная, и устойчивая система пола-ганий, точно ориентированная на фоне окружающего инобытия.

Этим определяется форма функционирования супра-акта в каждой из выведенных нами диалектических категорий. Супра-акт, вообще говоря, есть принцип единичности, принцип творчески порождающей единичности. В голом виде это есть принцип абсолютного единства (самотождества) всех возможных актов полагания вообще. Все, что существует после него, порождается им самим, ибо потому он и есть абсолютная единичность, что без него и помимо него вообще ничего не существует. Он, стало быть, содержится решительно в каждой категории; и он не только содержится, но он – субстанция и основа всякой категории; всякая категория есть только та или иная модификация этого единого и первоначального перво-принципа. Во второй стадии диалектического процесса, когда вместо сверх-логического супра-акта появляется раздельный реальный акт, супра-акт функционирует как принцип координированной раздельности. В третьей стадии супра-акт, создавая становление, функционирует как принцип единства направления. Сам по себе он есть принцип единства вообще на стадии становления, он есть принцип единства направления. На дальнейшей стадии, превращаясь в ставшее, супра-акт оказывается принципом единства того, что достигнуто в результате движения в известном направлении. И когда данное направление пройдено и мысль фиксирует пройденный путь, созерцая также перспективу и возможного дальнейшего продвижения, – только теперь наконец супра-акт достигает своей полной развернутости и явленности, и он тут уже не просто принцип единства и единичности вообще, не просто принцип любого само-тождества и всех вообще возможных его видов, но принцип развернутой и явленной координированной раздельности, творчески выступающей из своих собственных недр и принципиально требующей своего признания и своего понимания.

Необходимо отметить тут еще следующее весьма важное обстоятельство. Энергия еще потому есть особая диалектическая категория, что она вовсе не есть простое механическое повторение пройденных пунктов, но она выставляет их в совершенно общем и уже по-своему, по-новому оформленном виде, – именно в понимаемом виде. Когда мы говорим «тысяча», мы вовсе не перебираем в уме всю тысячу отдельных актов полагания, но мы обязательно понимаем тысячу пройденных точек именно как тысячу, и уже эта понимаемая тысяча отнюдь не делится на тысячу частей, но есть абсолютно неделимая целостность. Перво-акт уже дает эту неделимость, но энергия дает ее в развернутом и демонстрированном виде. Это не принцип цельности, но сама развернутая цельность. И эта цельность и целостность имеет структуру уже не механической совокупности слепо возникших актов полагания, но – структуру понимаемой совокупности, для которой совсем не обязательно изолированное представление отдельных входящих в нее актов, но в которой все они тем не менее мыслятся со всей ясностью и четкостью.

Таков диалектический смысл того основного логического содержания понятия числа, которое мы выше, в §3, описательно и предварительно наметили в виде первых трех установок («нечто», «это», «иное этого»).

§ 24. Проверка на функциях натурального ряда

Чтобы убедиться в правильности приведенного рассуждения, вдумаемся еще раз, что, собственно говоря, мы имеем в т. н. натуральном ряде чисел.

Возьмем первый момент, момент супра-акта. Вероятно, у многих он вызовет сомнение. Однако всякое число есть именно число, т. е. некая определенная единичность, индивидуальность. При этом такая единичность – абсолютно одна и та же во всех числах, поскольку каждое отдельное число есть именно число. Эта, если можно так выразиться, «числовость» и есть это иерво-число, которое охватывает все числа и есть их абсолютное тождество. Если нет такого первого числа, то, значит, не все числа суть числа, и тогда спрашивается: можно ли считать натуральный ряд чисел натуральным рядом, если не все члены, в него входящие, суть числа? Ясно, что это было бы нелепо, и, значит, логически необходимо признать такое самотождественное перво-число.

Теперь спрашивается: чем же должно быть такое перво-число? Может ли оно быть каким-нибудь отдельным числом, входящим в натуральный ряд? Конечно, на этот вопрос приходится ответить вполне отрицательно, потому что если перво-число есть тождество всех чисел, то оно не может быть ни единицей, ни двойкой, ни тройкой и т. д., поскольку все числа при этом условии оказались бы единицами, или все – двойками, или все – тройками, т. е. уничтожилась бы индивидуальность каждого числа, все числа стали бы абсолютно неразличимыми и натуральный ряд совершенно прекратил бы свое существование. Итак, перво-число не есть каждое число в отдельности, хотя оно и есть их всеобщее и абсолютное тождество. В этом смысле оно есть не только перво-число, но и сверх-число.

С другой стороны, поскольку перво-число есть абсолютное тождество всех чисел, оно как-то должно содержать в себе и всю индивидуальность чисел натурального ряда. Тут только две возможности: или все числа суть числа – тогда должно существовать сверх-число, число вообще, которое не есть ни одно из этих конкретных чисел, но тогда это же самое перво-число должно содержать в себе и решительно всякую числовую индивидуальность, все числовые размерности; или же нет никакого перво-числа, или сверх-числа, и нет совмещения в нем как сверх-индивидуальной числовости всех чисел, так и их вполне индивидуальных размерностей – тогда, попросту говоря, не всякое число есть число и не существует никакого натурального ряда чисел, что нелепо и противоречит элементарной жизненной и научной установке. Итак, если число есть число, то существует сверх-число, которое содержит в себе все, какие только существуют, числа и не есть ни одно из них. Спрашивается, что же это такое за перво-число?

На этот вопрос может быть только один ответ: перво-число не есть что-нибудь оформленное и статическое, оно есть постоянный акт созидания чисел, перво-потенция всякого числа, и так как все эти числа и есть оно само, то со всей диалектической необходимостью получается вывод: перво-число есть самосозидающая энергия счисления вообще, т. е. все вообще возможные числа, взятые в своей последней общности или самотождественности и взятые в своей взаимопорождаемости.

Не нужно пугаться этого самосозидания и взаимопорождаемости. Тут имеется в виду опять-таки элементарная и простейшая, необходимейшая особенность натурального ряда, проявляющая себя в том, что каждое число предполагает для себя то или иное соседнее. Если мы сказали «пять», то этим самым мы уже предположили, что есть, напр., «четыре» или «шесть». «Пять» порождает, созидает из себя «шесть», «шесть» порождает собою «семь» и т. д. «Порождение» нужно понимать, конечно, не в гинекологическом смысле слова и вообще не в натуралистическом, а только в чисто смысловом отношении, как и вообще все операции, рассматриваемые нами в настоящем исследовании. Порождать, созидать – здесь значит то же, что требовать, постулировать, логически предполагать. Итак, все числа связаны между собою энергией взаимопорождения. Вся эта общая чисто смысловая энергия всех абсолютно чисел – действительных, возможных, необходимых–и есть изучаемое нами сверхчисло, или перво-число, перво-полагание, супра-акт. Отрицать функции этого перво-акта – значит отрицать тот простейший факт, что числа связаны между собой и взаимно предполагают друг друга. Отрицать это невозможно, а тем не менее этот простейший факт требует для себя такого непростого принципа, как супра-акт.

Далее, раз всякое число есть число, то натуральный ряд представляет собою одно и то же перво-число, по-разному полагающее себя в разных местах. Вернее, одно и то же перво-число бесконечное число раз повторяет само себя, и из этого повторения появляется и отдельная индивидуальность каждого отдельного числа. Что перво-число – везде, это мы уже установили. Теперь устанавливается другой простейший факт: полагание (и полагание бесконечное число раз) перво-числа как такового. Стоит немного вдуматься в этот факт, как становятся ясными сразу два обстоятельства. Во-первых, это полагание перво-числа есть его самополагание, так как по смыслу своему оно никого и ничего не предполагает для своего полагания и созидания. Перво-число само полагает себя целиком в каждом из чисел, входящих в натуральный ряд. Во-вторых же, это полагание, или самополагание, предполагает кроме иерво-числа еще область, где оно себя и полагает. Эта область не есть оно само; следовательно, она [11] есть его инобытие. Значит, натуральный ряд требует кроме перво-числа еще и инобытие этого перво-числа. Однако нами уже установлено, что в числах (и, значит, в натуральном ряде чисел) нет ничего такого, чего не было бы в перво-числе (иначе не всякое число было бы числом). Значит, упомянутое инобытие, необходимое для бесконечного самоповторения перво-числа, порождается опять-таки самим же перво-числом. И это порождение опять-таки вытекает из простейшего факта, что число есть число. Если число есть число (а только так и может быть), то такое определение (или пусть хотя бы тождество) требует, чтобы число было отлично от себя самого. А это значит, что число должно быть по крайней мере повторено, чтобы была возможность противопоставить число ему же самому и получить суждение «число есть число» (а не получить его и не обладать им, т. е. не знать, что число есть число, невозможно). Следовательно, если число есть число, это значит, что число противопоставляет себя себе же самому, повторяет себя, порождая тем самым свое инобытие и распространяясь по этому инобытию путем бесконечного самоповторения.

Есть ли что-нибудь иное в натуральном ряде чисел? Нет, натуральный ряд чисел обладает именно этим самым основным свойством: перво-число, перво-полагание, супра-акт полагает сам себя, и это самополагание перво-числа и создает все реальные числа натурального ряда. Что такое натуральный ряд чисел? Это есть акт полагания; потом – новый акт полагания, полагание того же или то же самое полагание; затем – еще новый акт, и притом акт все того же или все тот же акт, и т. д. Это значит, что в натуральном ряде чисел одновременно с новым полаганием создается и новое инобытие перво-числа, или инобытие перво-полагания, и на фоне этого непрерывно возникающего инобытия утверждаются все новые и новые акты полагания. Совершенно отчетливо видно также и то, что отдельное конкретное число, т. е. самая индивидуальность отдельных чисел, возникает как синтез этих актов полагания и отрицания. Пусть мы имеем один акт полагания и еще один акт полагания. Второй акт полагания возникает только в результате того, что первый акт, будучи положен, оказывается в окружении некоего фона, имея с ним, очевидно, четкую пограничную линию, и затем в результате того, что наличие этой четкой положенности первого акта и его инобытия образует возможность другого акта полагания. Перво-акт, следовательно, внутренно здесь раздвоился на два акта, являющиеся друг в отношении друга инобытием и взаимным отрицанием, хотя сам по себе каждый из них есть утверждение. Индивидуальность числа зависит, стало быть, от того, сколько было актов полагания, т. е.

сколько было утверждений перво-акта со своим инобытием, ибо отождествиться со своим инобытием – это и значит перейти в новое

11 В рукописи: оно.

самополагание или самоутверждение. Пока было полагание само по себе, оно ничего не предполагало и ни о каких числах не возникало никакого разговора. Но как только перво-полагание себя положило, то ту г же возникает инобытие, т. е. возможность или иных актов полагания, или, что то же, возможность дальнейшего дробления перво-полагания.

§ 25. Проверка на отдельном числе

Возьмем число «десять». Как нужно описать логическую структуру числа «десять», если стоять на точке зрения приведенных рассуждений?

Во-первых, число «десять» состоит из десяти единиц, из которых ни одна не есть десять, а только единица и больше ничего. Стало быть, 10 есть некая собственная индивидуальность, сама по себе уже неделимая и недро-бимая, – иначе она перестала бы и быть десяткой. И в этом смысле она даже не состоит из десяти единиц. Как любая вещь, состоя фактически из ряда частей, по смыслу вовсе не состоит из этих частей, а есть некая неделимая цельность, не определимая этими отдельными частями, так и число «десять» в известном смысле тоже не состоит ни из каких отдельных единиц. Эйдос вещи, целостная структура вещи, есть ее неделимая целостность и неповторимая индивидуальность, и она-то и есть существо вещи. Точно так же и число «десять», хотя оно фактически и состоит из десяти единиц, но по существу своему есть подлинная индивидуальность и в этом смысле уже не состоит из десяти единиц и не делима на них.

Ведь всякая вещь и всякий предмет мысли есть нечто, т. е. нечто отличное от всего прочего и, значит, обладающее некоей определенной качественностью. Еще мы, возможно, не знаем, что такое есть данная вещь в своей внутренней детальности, еще, возможно, не проанализировали и просто еще не рассмотрели ее подробно, а уже говорим: это–дом, это – лес, это – дерево. Тут мы отличаем данную вещь просто как таковую, не вникая в ее внутреннее строение и даже, может быть, еще не обращая на него никакого внимания. Так и число «десять». Прежде чем точно перечислить все десять единиц, в него входящих, и прежде чем просто даже обратить на это должное внимание, мы пока еще только просто фиксируем самое это число, отличая его от шкапа, комода, кровати и пр. вещей окружающей жизни.

Следовательно, при смысловом анализе числа «десять» мы наталкиваемся прежде всего на его эйдос, т. е. на его существо, существенную индивидуальность и структуру, на его, можно сказать, абсолютную единичность. Это – первое.

Уже здесь видна роль числового перво-принципа, перво-акта как абсолютной неразличенности, слитности, абсолютной единичности всякого числа. Число «десять» есть прежде всего этот акт перво-полагания, т. е. такой последней целостности и единичности, которая уже не состоит из каких-то частей и является некоей собранностью в одну точку всего ее внутреннего и внешнего содержания. Число 10 есть, стало быть, такая неделимая точка, такая неделимая собранность и единичность, первоначальная отличенность от всего прочего.

Во-вторых, найдя этот перво-принцип числа «десять», мы не можем не заметить, что такой же точно перво-принцип лежит в основе и всякого другого числа. И тем не менее 10 не есть ни 9, ни 8, ни 11, ни 12. Значит, общечисловой перво-принцип, или общечисловое перво-полагание, супра-акт, будучи везде одним и тем же, в то же самое время проявляет себя везде по-разному. Спрашивается, как же он проявляет себя в числе «десять»?

Перво-число потому и есть перво-число, что из него вырастает всякое другое число. Следовательно, что-то должно случиться с перво-числом, т. е. с перво-полаганием, чтобы из него создались числа, и в частности число «десять». Что же с ним должно случиться? Оно должно прежде всего быть самим собою, т. е. получить определение. Перво-полагание, поскольку оно берется как таковое, еще не есть перво-полагание. Возьмем какое-нибудь «одно» как таковое и установим его как именно его – оно потеряет решительно все свойства и окажется вне определения. Одно, напр., А, взятое как таковое, не есть ни В, ибо это В–уже не А, ни С, ибо это С–не А, ни D – по той же причине и т. д. Это А не есть ни то, ни то, ни то и ни это, и, значит, вообще оно не есть что-нибудь. И только когда мы говорим, что А есть, т. е. рассматриваем его самого не в его абсолютной единичности и неделимости, но в его бытии, только тогда возникает вопрос о том, что оно такое есть по существу и каково его настоящее определение. Но бытие предмета есть его полагание, утверждение. Следовательно, наше перво-полагание должно перестать быть абсолютной единичностью и самотождеством, оно должно перейти в реальное полагание, и тогда мы получаем его определение, его как его, но уже не в абсолютной самозамкнутости, но в его развернутом и определимом виде. Однако какими же свойствами и признаками определить перво-полагание, если у нас нет ничего пока, кроме него самого? Остается только определить его через него самого и сказать: перво-полагание (перво-число, супра-акт) есть перво-полагаемое, или число есть число.

Итак, перво-принцип проявляет себя тем, что он определяется через самого же себя. Да иначе и нельзя понимать «проявление». Проявить себя – это и значит определить себя, и прежде всего определить себя через себя же. Перво-полагание есть перво-полагание, или число есть число. Отсюда и начинается путь возникновения реальных чисел. Сказавши: перво-полагание есть перво-полагание, или число есть число, т. е., короче, перво-полагание есть и число есть, мы тем самым получаем реальный акт полагания, который по самому существу своему уже гораздо ближе к реальным числам, чем одинаковый для всех чисел, общечисловой перво-акт. Теперь, следовательно, надо только узнать, как из этого реального акта полагания получается число «десять». Что число «десять» «состоит» из десяти реальных актов полагания, это мы знаем с самого начала. Мы только сказали, что этого недостаточно, что нужно еще перво-полагание. Теперь мы признали перво-полагание и изучили способ перехода от него к реальному полаганию; этот способ есть самоопределение перво-полагания. Спрашивается теперь: как же получить число «десять» из перво-полагания через его самоопределение при помощи перехода в реальное полагание?

Тут – в-третьих. Подобно тому как перво-полагание путем самополагания (самоопределения) перешло в реальное полагание, так реальное полагание путем дальнейшего самополагания (самоопределения) переходит в новое полагание. Каждое новое полагание, следовательно, возникает из определения старого полагания. Каждое новое полагание, возникая как такое, начинает отличаться от всего прочего, от всякого инобытия и тем самым зарождает в потенции это самое инобытие, т. е. зарождает возможность новых полаганий. Определяя далее полагание, очерчивая его границу, мы тем самым превращаем его в величину, в размерность, а это значит, что возникает возможность дробления и его самого, и его инобытия– в отношении его самого, т. е. возникает возможность новых полаганий. В числе «десять» мы находим целых десять таких самоопределений перво-полагания. Стало быть, перво-полагание должно обладать соответствующей силой самоопределения, соответствующей способностью самосозидапия себя в виде реальных актов полагания. Перво-акт должен быть как бы целым смысловым зарядом, соответствующей смысловой возможностью-принципом, методом, каким-то перво-становлением, творчески-непрерывной заряженностью к самополаганию, смысловой энергией самосозидапия. В числе «десять» – десять таких полаганий: надо, значит, чтобы перво-принцип, лежащий в основе числа «десять», был заряжен именно на эти десять полаганий, чтобы не было никакой возможности преодолеть эту энергию самоопределения, чтобы если дана единица, то тем самым требовалась бы и двойка, если – двойка, то и тройка и т. д. Возможно ли число «десять» без этого? Конечно, нет. Итак, число «десять» есть творческая смысловая энергия перво-акта к самоопределению, т. е. к самополаганию, к самосозиданию. Это есть непрерывное становление самосозидающегося акта.

Теперь, наконец, спросим: да откуда же само-то число «десять»? Нужен перво-акт, нужно его полагание (отрицание), нужно его творческое становление. Спрашивается: где же тут само-то число «десять»? И то, и другое, и третье необходимо ведь опять-таки для всех чисел решительно, не только для 10. Тут– в-четвертых. Явно, что введение момента становления характеризует вечно нарастающую способность перво-принципа к самоосуществлению. Число же «десять» есть не просто эта способность, но ее результат. Становления, хотя бы и творческого, тут мало. Надо, чтобы это становление где-нибудь остановилось, натолкнулось на свою собственную границу и уже дальше никуда не двигалось, не создавало нового инобытия или, вернее, реально не переходило бы в него. Чтобы число было чем-то определенным (и всякое число таково), необходимо, чтобы творческая энергия самосозидающегося перво-акта остановилась и дальше никуда не шла. Следовательно, сюда необходимо ввести понятие ставшего. Как перво-акт, определяя себя, перешел в реальный акт полагания; как реальный акт полагания, определяя себя, перешел в самоотрицание, выявивши необходимость существования инобытия; как это инобытие, определяя себя, переходит в новое утверждение (отрицание отрицания), в становление, так становление, определяя (или отрицая) себя, переходит в ставшее, в то, что является результатом становления, а не самим становлением. Число «десять» есть, следовательно, то, чем стал перво-принцип в результате своего творчески становящегося самоосуществления.

Ставшее уже не движется дальше, а так как творческая энергия перво-акта все равно не может нигде остановиться, то она начинает действовать уже только в пределах, отведенных ей ставшим, перебегая уже созданные раньше его реальные акты самополагания. И вот тут-то мы и получаем конкретное число натурального ряда. Творческая энергия перво-акта плещется в ставших берегах его самоосуществления и тем самым дает нам картину этих бегущих одна за другою десяти единиц, десяти полаганий, в пределах полученной десятки. Десятка вся внутри движется, и число есть всегда смысловое движение. Это потому, что неустанная энергия перво-акта здесь заключена в твердые рамки и проявлять себя она может только в виде этого взаимодействия десяти актов полагания в пределах индивидуально законченной и неделимо-единичной структуры числа «десять».

Впрочем, творческая перво-энергия числа не только бьётся и плещется в твердых контурах самого числа. Она, конечно, бьётся и переливается также и наружу, требуя перехода этого числа к другим числам, требуя возможности и права функционирования этого числа во всей вообще числовой области. Простой факт, что если есть число N, то необходимо должно быть и число УУ+ 1, этот простейший факт возможен только потому, что число есть смысловая энергия, действующая как таковая не только внутри, но и вне самого числа. Она вовне несет все то, чем она обладает внутри. И если, напр., в дроблении число N функционирует именно как 7V, потому что, деля его на А, мы делим именно его, это 7V, а не иное число, то так же и в процессе его увеличения, помножая его на А, мы все же получаем результат в теснейшей зависимости от того, чем являлось это N с самого начала. Смысловая энергия числа потому и конструирует его как живую и конкретно функционирующую индивидуальность смысла.

Это и все, что может сказать логика по поводу числа «десять». Разумеется, этим не определена сама десятка, а определены лишь те категории, без которых она не может осуществиться. Но такова задача логики: вскрыть все категории, без которых немыслим данный предмет. Как только это сделано, ее функции кончаются. Определить же десять как десять, как именно эту абсолютную единичность не может ни логика, ни вообще какая-нибудь другая наука, оперирующая логическими категориями. Эта абсолютная индивидуальность вещи совершенно неопределима по самому своему существу, поскольку она, как сказано, не состоит ни из каких частей и признаков, которые бы ее характеризовали. Этот перво-акт, проявивший себя в числе «десять» в виде десяти полаганий, так же неопределим, как неопределим он и сам по себе, вне всяких своих полаганий. Задаваясь вопросом о существе числа «десять» вне всяких его «частей», г. е. прежде всего вне этих десяти единиц-полаганий, из которых оно «состоит», мы ведь задаемся, в сущности, вопросом о том, что такое сам перво-акг. Но он сам по себе неопределим, ибо неопределимость и сверх-оформленность, неразли-ченность числа в числах и есть этот самый перво-акт, перво-полагание. Поэтому определять перво-акт, сам ли по себе, в его ли функциях в отдельных числах, – это значит задаваться нелепой задачей. Нельзя определить красный свет путем комбинаций определенных категорий. Но мы должны решить другой вопрос: что нужно для того, чтобы в нашей мысли осуществилось число «десять» или тот же красный цвет? Этот вопрос не только разрешим, но он-то и является основным вопросом всякой философии.

Эти категории, необходимые для мыслимости, т. е. для смыслового осуществления, числа 10, мы и нашли в предложенном только что рассуждении.

§ 26. Диалектика различия, тождества, движения и покоя в числе

Можно так формулировать полученный до сих пор результат: число есть ставшее становление акта смыслового перво-полагания. Момент «ставшего» можно (не без опасности нарушения диалектической ясности) заменить через «результат», а становление можно взять с той насыщенностью, которая свойственна ему ввиду действия здесь перво-полагания, заменяя моменты становления и перво-полагания через «самоопределяющуюся энергию». Тогда можно сказать так: число есть ставший результат самоопределяющейся энергии акта смыслового полагания. Или, подчеркивая актный (а не содержательный) характер числа, можно сказать: число [есть] ставший результат энергии самосозидания акта смыслового полагания.

В таком виде можно было бы представить то, что выше, в § 19, мы обозначили тремя первыми пунктами. Разумеется, «нечто» для числа есть не что иное, как перво-полагание, а «это» для числа есть реальный акт полагания, «иное» же – инобытие, которое перво-акт создает для своего осуществления. Но там мы нашли еще четыре момента в числе, и их надлежит сейчас привести в полную диалектическую ясность. Что же это за моменты и какое их подлинное место в последней диалектической формуле числа?

Место категорий различия, тождества, покоя и движения, очевидно, не в первом моменте, который, как абсолютная неразличимость, есть полная над-категориальность, и не в третьем моменте, потому что становление уже их предполагает и развивается только при их условии. Очевидно, место их во втором диалектическом моменте, там, где происходит первое различение между полаганием и отрицанием, где впервые, собственно, и зарождается оформленный смысл, так как первый момент – выше всякого оформления, а третий есть переход этого оформления еще в новую стадию. Поэтому то, что можно сказать об указанных категориях, нужно отнести к характеристике смысловой области, участвующей в числе; или, другими словами, это будет лишь более подробное выражение, чем в выведенной выше формуле слова «смысловое полагание».

В самом деле, впервые с полаганием перво-акта возникает отличие полагаемого от всего иного. Полагаемое «это» или «одно», т. е. полагаемый акт, вступает в сложное взаимоотношение с инобытием, со своим собственным отрицанием. И если бы мы сумели найти соответствующее выражение этого взаимоотношения, то этим самым мы получили бы обстоятельную картину смысла, как он действует в логической конструкции числа.

«Это», если оно положено, утверждено, оно, конечно, должно быть тождественно с самим собою. Если полагаемый акт не есть он сам, то, значит, он еще не положен. С другой стороны, также ясно, что положенный акт должен быть отличен со всяким своим инобытием. Это тоже такое очевидное условие для существования акта, что оно не нуждается ни в каких расчленениях и доказательствах. Итак, положенное «одно» прежде всего тождественно с собою и отлично от иного. Но диалектика показывает, что это же самое «одно» в то же самое время еще и различно с самим собою и тождественно с иным. Можно по-разному формулировать доказательство этих двух последних тезисов, что и делается в общей диалектике. Но мы приведем здесь лишь самые необходимые соображения.

Почему «одно» различно с самим собою, отличается от самого себя? Мы говорили: «число есть число», «акт есть акт», «одно есть одно», «это есть это» и пр. Допустим, что одно ничем не отличается от одного же. Тогда суждение «одно есть одно» совершенно бессмысленно и в крайнем случае является только тавтологией. Тем не менее суждение это полно для нас смысла, так как впервые только с возникновением этого суждения образуется возможность самоопределения для одного. Это суждение действительно определяет одно как таковое, не-положенный и до-полагаемый акт как таковой; и без него перво-акт остается лишенным какого бы то ни было признака. Итак, суждение «одно есть одно» есть реальное определение одного. Следовательно, одно отлично от одного, т. е. от самого себя. Одно как субъект отлично от одного как предмета. Другими словами, одно отлично от самого себя потому, что оно тождественно с самим собою. Произнося «одно есть одно», мы сразу и одновременно признаем и то, что одно тождественно с самим собою (в силу смысла самого этого суждения), и то, что одно отлично от самого себя (в силу фактической возможности такого суждения). Можно тут возражать, указывая на то, что тождество и различие чего-нибудь с самим собою понимается в разных смыслах, что одно тождественно с собою по смыслу своему, а различно по фактическому полаганию, как если бы мы, напр., утверждали: «Это одно как одно есть одно вообще, а это одно как это одно отлично от одного вообще». Однако мы уже отвергли (§ 3) возможность такого возражения. Если признать, что одно тождественно и различно с чем-нибудь (а в том числе и с самим собою) в разных отношениях, то это приводит к расслоению одного на бесконечно мелкую, абсолютно неразличимую пыль неизвестно чего, приводит к утере самого предмета определения. Поэтому с точки зрения диалектики необходимо, чтобы утверждаемый акт был и тождествен, и различен с самим собою в одном и том же отношении. Правда, диалектически это предполагает, что он тождествен и различен с самим собою еще и в разных отношениях. Однако формально-логические навыки человеческого ума делают последнее понятным без всяких разъяснений, а первое требует для себя особых доказательств.

Различие акта с самим собою явствует еще из того простого факта, что акт, как и вообще всякий предмет мысли или вообще всякая вещь, всегда есть прежде всего нечто вообще и нечто в частности. Это дерево есть, во-первых, дерево вообще, а во-вторых, именно это дерево. Различие дерева с самим собою обеспечивает ему конкретное его содержание. Конкретное содержание данного предмета, конечно, отлично от того, чем данный предмет является вообще. Вскрытие предмета по его конкретному содержанию, т.е. вскрытие его в процессе его выявления и становления, и есть диалектический синтез этого противоречия: «одно тождественно с собою» и «одно отлично от себя». Диалектический синтез этой антитезы гласит: «одно есть становящееся одно». Ибо становление – это вообще дальнейшая категория за бытийными (смысловыми) категориями.

Точно так же необходимо признать, что одно не только различно с иным, но и тождественно с иным. Акт полагания не только отличен от не-полагания, от отрицания полагания, но и тождествен с ним, т. е. акт полагания есть акт отрицания, акт отрицания есть акт полагания. Почему? Одно тождественно с одним, но иное тоже есть некое одно. Если иное не есть что-нибудь, оно – ничто. Однако если оно – ничто, тогда одно ни от чего не отличается и, следовательно, никакого одного нет. Итак, иное есть и, значит, оно есть нечто, т. е. некое одно. Но одно тождественно с одним же. Следовательно, одно тождественно с иным. Можно сказать еще и так. Одно отлично от иного, иное же отлично от одного. Момент взаиморазличия одинаково присущ одному и иному, в этом они тождественны. Но момент этого взаиморазличия впервые только и создает и само одно, и само иное, ибо только с проведением границы между ними возникают они сами. Следовательно, одно и иное вообще тождественны между собою. Поэтому если одно различно с собою потому, что оно тождественно с собою, то с иным оно тождественно потому, что оно с ним различно. И тут также существует свое синтетическое примирение этой кричащей антиномии: «одно различно с иным» и «одно тождественно с иным». Этот синтез гласит, что «одно есть становящееся иное». Только в прошлом случае, когда шла речь о тождестве и различии одного с самим собою, становление вскрывало внутреннее содержание одного, и его можно было бы назвать внутренним содержанием, внутренним инобытием одного; здесь же, в случае различия и тождества одного с иным, вскрывается внешнее инобытие одного, огибание по внешней границе, протекание инобытия вокруг одного. Другими словами, если объединить оба эти синтеза, внутреннее и внешнее становление, то мы получаем необходимость границы между одним и иным, в которой и сливаются тождество и различие одного и иного.

Итак, акт полагания, или акт утверждения, не только тождествен с самим собою, но и различен с собою, – отсюда вытекает возможность его внутреннего дробления и, следовательно, появления новых полаганий; и он, кроме того, не только отличен от акта отрицания, но и тождествен с ним, – отсюда вытекает его выхождение за свои границы и, следовательно, тоже возможность новых полаганий.

Точно так же, как в категории тождества и различия, оказывается необходимым для конструкции акта полагания движение и покой. Чтобы после первого акта положить второй акт, нужно движение; тут мало одного отвлеченного различия. Но даже и для первого полагания необходимо движение, так как одной отвлеченной значимости акта полагания мало для того, чтобы этот акт реально осуществился. Итак, необходимо движение, которое не есть ни различие, ни тождество, но совершенно особая, специфическая категория. Так же и – покой. Число требует не только ряда переходов от одной единицы к другой, но и остановок этого движения, покоя. Представим себе, что все в числе движется. Это значило бы, что в числе не было бы ни одной устойчивой точки и число совсем не представляло бы собою чего-нибудь определенного. Движение и покой – это то, без чего число не может и осуществиться. Относительно движения и покоя диалектика также выдвигает ряд антиномий, абсолютно необходимых как в своих тезисах, так и в своих антитезисах.

Одно покоится в себе. Это не требует пояснений. Раз одно находится там, где оно находится, и акт полагания осуществляется там именно, где он осуществляется, то ясно, что одно покоится в себе и акт полагания покоится сам в себе. Но положенный акт есть нечто ограниченное, так как положить – значит прежде всего ограничить, и потом он есть нечто целое. Целое же присутствует не в одной только своей части, но во всех своих частях, обнимает все свои части; и, значит, чтобы судить о нем при помощи его частей, надо его наблюдать, переходя от части к части. Следовательно, акт полагания не только покоится в себе, но и движется в себе. С другой стороны, ясно, что акт утверждается в том, что не есть он; для него нужно, как мы уже много раз видели, инобытие, в сфере которого и совершается полагание акта. Итак, акт полагает себя, покоится в ином. Но акт полагания также и движется в ином. В самом деле, акт находится в ином, покоится в ином; но чтобы обойти все части этого акта, т.е. чтобы взять акт как целое, надо двигаться в ином. Итак, акт полагания движется и покоится и в себе самом, и в ином.

Нетрудно видеть и синтез, примиряющий эти антиномии. Примирение происходит, как и для всех бытийных категорий, на почве категории становления. То, что акт полагания покоится в себе и одновременно движется в себе, примиряется в том, что акт полагания есть нечто целое, ибо для целого как раз надо, чтобы оно одновременно и находилось в самом себе, и двигалось по самому себе. То, что полагание покоится в ином и одновременно движется в ином, синтезируется также в то, что акт есть целое, но целое, обозреваемое с внешней стороны, т.е. цельность границы. Оба синтеза, как синтез тождества и различия, предполагают границу, появляющуюся в результате полагания акта.

Таково диалектическое значение четырех категорий, указанных нами в §3 настоящей главы.

§ 27. Формула понятия числа

Предыдущее изложение, равно как и учение общей диалектики, достаточно ясно показывает, что категории тождества и различия, равно как и категории покоя и движения, являются самыми необходимыми категориями, сопровождающими реальный акт полагания. Полагание возможно только в окружении этих четырех категорий и без них немыслимо. Если нет акта полагания, то нет и этих категорий, а как только возникает этот акт, так тут же одновременно вместе с ним появляются и эти четыре категории, тождественные с ним до полной абсолютности и различные с ним также до полной абсолютности. Акт полагания вместе с этими категориями тождества, различия, покоя и движения и есть та сфера смысла, где зарождается и конструируется число. Смысл числа, смысловая конструкция невозможны без этих категорий.

Можно прибегнуть к некоторому словоупотреблению ради удобства формулы общего понятия числа. Тождество и различие, как мы видим, суть тождество и различие в смысле полной и абсолютной взаимозаменимости. С точки зрения диалектики тождество есть различие и различие есть тождество. А так как они, кроме того, еще и различны по тому же абсолютному закону диалектики, то можно эти две категории объединить в одну, наименовавши ее самотождественным различием или саморазличным тождеством. Точно так же и диалектическое движение совершенно тождественно с покоем, а покой–с движением. И потому удобно назвать эту общую категорию подвижным покоем или покойным движением. Вместе же все эти четыре категории можно назвать сразу подвижным покоем самотождественного различия или самотождественным различием подвижного покоя. Вместе с полаганием, с актом полагания общая смысловая сфера числа может быть, следовательно, охарактеризована как акт подвижного покоя самотождественного различия. Тут, стало быть, имеется в виду мысленный акт полагания (независимый тут, как мы знаем, от содержания того, что полагается) и проникнутость этого акта четырьмя категориями, проникнутость до последнего основания, так что они-то и есть его подлинное значение.

Пользуясь этими рассуждениями, можно распространить формулу числа, выведенную нами. Эта формула гласит: число есть ставший результат энергии самосозидания акта смыслового полагания. Теперь, расшифровавши значение термина «смысловой», мы можем дать такую, более пространную диалектическую формулу числа.

Число есть ставший результат энергии самосозидания акта полагания подвижного покоя самотождественного различия. Или короче: число есть ставший результат акта подвижного покоя самотождественного различия.

§ 28. Сущность числовой модификации общесмыслового эйдоса

Для лиц, знакомых с общей диалектикой, необходимо отметить отношение этой формулы числа к трем (или, подробнее, к четырем) первым ступеням всякого диалектического процесса. Мы знаем из общей диалектики эту триаду смысла, осуществленную в четвертом начале, так что в результате оказывается одна и единственная природа– четвертая, несущая на себе предшествующий ей триадный смысл. Триада эта следующая: 1) неразличимое единство и перво-принцип всякого полагания, абсолютная единичность, где нет никакого различия и раздельного полагания; 2) это единичность, положившая себя и тем перешедшая в бытие, получившая смысловое оформление и ставшее эйдосом; 3) становление этого смысла и переход в алогическое изменение, в новое безразличие, где в каждом моменте становления уже содержится оформленный эйдос (в отличие от неразличенности первого принципа, где еще нет никакого эйдоса). Как доказывается в общей диалектике, этот триадный смысл, переходя в дальнейшее инобытие, уже осуществляется в виде ставшего факта, субстанции, тела, что и является четвертым принципом. Четвертый принцип есть факт, несущий на себе упомянутый триадный смысл и оформленный, осмысленный через него. В общей же диалектике еще выводится и пятая категория – на основе все того же самоутверждения (самоотрицания) и перехода в дальнейшее инобытие. А именно, эта четвертая природа, будучи сформированной и осмысленной вещью, может сама действовать как первое начало, как второе и как третье, т.е. как единичная субстанция, как конкретно-качественная форма вещи и как смысловое становление вещи (или выражение энергии вещи). Под энергией вещи (смысловой, конечно, энергией), или выражением вещи, мы понимаем тот же внутренний смысл (эйдос), который выявлен вовне (через четвертое начало), оставаясь чисто смысловой же конструкцией.

Все эти категории мы находим и в числе, не только в эйдосе или в вещах, несущих на себе эйдос. Число также требует для себя перво-единство, свой эйдос, свое становление, свое ставшее и свою выразительную энергию[12]. Все эти моменты, однако, модифицированы в одном отношении: они все относятся не к цельному эйдосу, который есть смысловая качественная индивидуальность, но только к полаганиям эйдоса (смысла). Какой эйдос, какая смысловая индивидуальность и качественность положены – для числа не важно. Важны самые акты полагания, самый процесс полагания. Эта числовая редукция эйдоса коренным образом реформирует все диалектические моменты последовательно нарастающего эйдоса.

Первый момент мы уже не будем именовать сверхсущим, или перво-единым, потому что число хотя и относится, в сформированном виде, к сущему, но представляет лишь его формальную, не заполненную никакой качественностью структуру. Поэтому перво-принцип в числе лучше именовать

12 Так в рукописи.

как перво-акт, перво-полагание, супра-акт, подчеркивая этим, что число есть только смысловой процесс бытия, а не само бытие и даже не смысловой процесс, а только основные вехи этого процесса. Также менее целесообразно именовать числовой принцип перво-единым, перво-единством, и не только потому, что здесь возможны словесные недоразумения, способные заменить определение тавтологией. Перво-единством не стоит именовать' числовой перво-принцип потому, что в случае эйдоса, действительно, важно всеми мерами подчеркнуть абсолютную единичность чувственного и умного мира, поскольку сам эйдос есть уже раздельность, раздельная структура, в то время как в числе важна прежде всего положенность, акт, процессуально-акцентный характер структуры, а не полновесно индивидуальная единичность. Поэтому правильно было употреблять такие выражения, как «супра-акт», «перво-акт», «перво-полагание».

Равным образом модифицируется и второй принцип. Второй принцип – эйдос, сформированный смысл. Для числа важен не весь эйдос, но только, опять-таки, его положенность, актность. Поэтому нецелесообразно употреблять здесь такие термины, как «бытие», «сущее», «эйдос» и пр. Тот эйдос, который свойствен числу, эйдос числа, или число как эйдос, является только смысловым актом, чистым полаганием, при исключении всякой качественности, эйдетической и тем более вещественно-чувственной. Потому если говорить о единстве, то здесь лучше подчеркивать момент порождающего единства. Число ведь – процесс, и функции, объединяющие этот процесс, по неизбежности оказываются как бы подвижными, а принимая во внимание абсолютную единичность перво-принципа, оказываются функциями рождающими, порождительными.

Далее, бытие и небытие в общей диалектике объединяются в становлении. В случае числа акт полагания и акт отрицания также объединяются в становление. Здесь этот термин из диалектики эйдоса можно оставить в этом же виде, так как становление по смыслу своему близко к процессуальное™ вообще и, следовательно, к числу. Термины «ставшее» и «энергия», за неимением лучших, также можно оставить за числом. Нужно только хорошо помнить функции каждого из этих принципов в сфере числа. Если полагание, или система полаганий (эйдос числа), создает «количество» «единиц» в числе, то становление, первично двигая этими единицами, заполняет алогическим инобытием (содержанием) и промежутки между этими единицами, что в дальнейшем, с применением категорий ставшего, дает возможность между двумя соседними числами в натуральном ряду мыслить еще любое количество всяких делений, частичных в отношении целой единицы. Без возможности такого заполнения «промежутков» между отдельными числами немыслим и сам натуральный ряд. Пусть в тройке только три единицы. Если невозможно эту тройку разделить или умножить путем внедрения в нее более дробных единиц, то такая тройка уже не есть тройка. И если первичное полагание, переводящее супра-акт в реальное полагание, в оправе четырех категорий смыслового бытия конструирует натуральный ряд чисел как систему целых полаганий, то становление и ставшее обеспечивают собою существование между числами натурального ряда и всяких других делений и дроблений, без чего понятие числа еще не является понятием именно числа.

При условии такого точного понимания терминов «становление» и «ставшее» употребление их в применении к числу будет вполне безопасно.

Что касается термина «энергия», то и его, пожалуй, целесообразно оставить в смысловой характеристике числа. Прежде всего, термин этот хорош своей безличностью. Число – пусто в смысле всякого содержания и безлично; и термин «энергия» к числу, пожалуй, даже больше применим, чем к понятию эйдоса. Во-вторых же, термин этот хорош для восполнения характеристики функции перво-принципа. До сих пор мы охарактеризовали числовой перво-принцип как супра-акт, как перво-полагание. Можно, конечно, внести перво-принцип в формулу числа именно в этом виде. Но даже и в этом виде, если преследовать цели возможно большей ясности формулы числа, перво-принцип не вполне ясен. Конечно, такая терминология введена нами после соответствующего анализа и разъяснений и потому претендует на полную ясность. Но в целях чисто внешних, в целях ясности формулы числа вполне целесообразно или более подробное выражение, или даже разъяснение. Дело в том, что первый принцип, объединяющий собой все раздельное и нераздельное, не имеет над собой никакого другого начала, откуда бы он происходил, а, наоборот, порождает и сам себя, и все иное. Эту функцию самосозидания мы подчеркивали в характеристике перво-принципа. Но как подчеркнуть ее и в формуле? Сделать это можно так. Можно не употреблять слов с приставкой «перво-» или «сверх-», а просто говорить об «акте», «полагании» или «акте полагания», т. е. не говорить в формуле о том, что «перво-акг» переходит путем полагания в «реальный акт», а просто ограничиться введением термина «акт» или «акт полагания». Далее, остающуюся в таком случае невыраженной первичность перво-акта вместе с моментом порождающих функций в нем, распространяя последнее не только на перво-принцип как таковой, но и на его действие во всех прочих категориях (в эйдосе числа, в становлении, в ставшем и в выразительных формах), мы и обозначим словом «энергия». В диалектических системах классической философии энергия и понимается как наиболее насыщенная эманация, в которой перво-единое действует, порождая и созидая собою себя и все прочее. При таком понимании выражения «энергия», «самосозидающаяся энергия», «энергия самосозидания» являются вполне целесообразными. Так мы и поступили в своей формуле числа и в конце предыдущего параграфа.

Можно сделать еще замечание для лиц, знакомых с диалектическими формулами числа, которые автор давал в других своих сочинениях. Раньше, в условиях иного научного контекста и иных заданий, автор находил целесообразным определять число как единичность подвижного покоя самотождественного различия, данную как подвижной покой. Это определение имело там больший смысл потому, что в большинстве случаев предметом исследования являлось не само число во всех своих диалектических деталях, но число в отличие от эйдоса и топоса. Поэтому в целях возможно более резкого противопоставления этих категорий с подчеркиванием в то же время зависимости этого противопоставления от внутренних свойств смысловой сферы как таковой в прежних сочинениях и определялся эйдос – в виде упомянутой единичности, данной как единичность, топос – в виде единичности, данной как самотождественное различие, и число – [в виде] единичности, данной как подвижной покой. Здесь у нас другие цели и другие интересы, и потому целесообразно кое-что изменить в этой терминологии (не затрагивая, конечно, существа дела).

Прежде всего о том, что лучше избегать упоминания о единичности в определении числа, уже говорилось. Далее, добавка в старых определениях «данная как подвижной покой» в настоящих условиях звучит довольно отвлеченно. Тут не сказано ни о становлении, ни о ставшем, ни о выразительной энергии, а только сказано вообще о подвижном характере числа, причем в применении к чистому и отвлеченному эйдосу взяты такие же отвлеченные и первично-эйдетические категории, как движение и покой. Такая характеристика для наших целей, конечно, очень отвлеченна, и ее необходимо заменить чем-нибудь более конкретным, что мы и сделали.

В существе конструкция числа, однако, нисколько не меняется от такой замены. Она все также продолжает существовать в той промежуточной сфере между перво-единым и целым (эйдосом), которая тождественна с перво-принципом по своим единящим функциям и с эйдосом – по своей оформленности, но в то же время и различна как с перво-принципом – по абсолютной неразличенности последнего, так и с эйдосом – ввиду смысловой содержательности (а не формальности) последнего. В общей диалектике доказывается, что к любой категории могут и должны быть применены все другие категории. Основная линия первых категорий в той системе, которая нами признается, может быть представлена в виде: одно, эйдос, становление, ставшее, выражение. В каждой из этих категорий должны быть представлены все они. Другими словами: в одном должно быть одно, эйдос, становление, ставшее, выражение; в эйдосе – одно, эйдос, становление, ставшее, выражение; в становлении – одно, эйдос, становление, ставшее, выражение и т. д. Так вот, категория одного (перво-принцип), которая сконструирована с точки зрения не только голого принципа одного, но и с точки зрения одного, эйдоса «это», становления, ставшего и выражения (энергии), эта категория и есть число. Отсюда становится понятным положение числа во всей системе диалектических категорий.

Разумеется, для понимания всех этих рассуждений необходимо владение основами общей диалектики. Излагать все это здесь и выяснять в подробностях каждую категорию было бы, конечно, нецелесообразно. Нуждающихся в получении этих разъяснений необходимо отослать к курсу общей диалектики.

§ 29. Отграничение понятия числа сверху

Мы начали наше исследование с отграничения числа от соседних логических структур. Но там мы это делали чисто описательно и только предварительно, для очистки пути исследования. Теперь же, пройдя диалектический путь, мы можем и к этим отграничениям отнестись диалектически и тем еще прочнее закрепить место числа в диалектической системе вообще.

Прежде всего, возникает вопрос: что есть вообще раньше числа и если есть, то в каком отношении к этому находится число? Далее, какая категория – следующая за числом, и в каком ближайшем отношении к числу она находится?

Раньше числа есть только голое полагание. Число есть определенным образом сформированное полагание. Ему предшествует простое полагание, которое никак не оформлено, чистое полагание, которое хотя и есть полагание, но пока берется вне того категориального оформления, которым является число. Мы будем вполне правы, если это до-числовое, до-категориальное оформление назовем бытием. Разные системы диалектики называют этот момент по-разному; и самое название тут, как и везде, конечно, условно. У Гегеля диалектический процесс начинается с первого полагания бытия, имеющего у него название качества. Это качество переходит, далее, в количество и синтезируется с качеством в меру. Все три категории вместе называются у Гегеля бытием.

Такая терминология не вполне удобна, хотя и безусловно правильна здесь сама диалектическая система. Гегель называет качеством самое первое, никак не оформленное бытие. Слово «качество», по основному чувству языка, скорее предполагает вещь, которая имеет качество, т. е. качество есть всегда качество чего-нибудь. Первоначальное же бытие пока еще ничего не предполагает и ни к чему не относится. Его лучше называть не качеством, а бытием просто. С другой стороны, «количество», по нашему чувству языка, опять-таки всегда есть скорее количество чего-нибудь; и в отношении такой первоначальной категории лучше употребить термин, указывающий на самостоятельную значимость данной структуры, каковым и является «число». Наконец, то, что Гегель называет мерой, гораздо яснее называть размеренностью или размеренным, исчисленным бытием. У неоплатоников диалектический момент, предшествующий числу, называется Одним. Во многих отношениях этот термин весьма удобен, но в применении к математике опасен тавтологическими ассоциациями.

Так или иначе, но числу только и предшествует одно, это бытие, никак не оформленное, никак не исчисленное. Числу предшествует только пустое полагание – чистое бытие. Это вполне рисует верхнюю границу категории числа. Именно, оказывается, что числу не предшествует ровно ничего логического. Числу предшествует только такое бытие, которое не несет с собой ровно никаких категорий, ровно никакого оформления. Число и есть принцип всякого различения и разделения. Ему ничего логического не предшествует, потому что само число и есть первый принцип логического. Чтобы вещь отличалась от другой вещи и вообще от чего-нибудь иного, уже необходимо действие чисел «одного» и «двух», ибо всякая такая вещь есть некая одна вещь и отличается она именно от другой вещи. Числовые функции, следовательно, предшествуют всяким иным логическим функциям. Не имея понятия числа, мы вообще бы не могли отличать одну вещь от другой, и все вещи слились бы для нас в один неразличимый туман и алогическую тьму. Числу предшествует только до-логическое бытие, никак не оформленное и не различенное бытие.

Поэтому не будет ошибкой, если мы скажем, не гоняясь за абсолютной точностью терминологии (последняя к тому же всегда условна), что число и есть бытие самое. Вполне точно нужно сказать, [что] это число есть принцип различения и оформления бытия. Но не будет, повторяем, ошибкой сказать и то, что число и есть бытие самое. Это основание всякого бытия. Глубже него только то, к чему уже нельзя прикоснуться мыслью и что выше и глубже самой мысли, самого смысла.

Итак, бытие – чистая, голая положенность, утвержденность; число – осмысленная, оформленная положенность, категориально оформленная положенность, логически-систематический и внутренно-раздельный акт полагания; соединение того и другого, чистого бытия и чистого числа, – исчисленное бытие, или бытийственно осуществленное число (то, что Гегель называет «мерой»). Все это – и то, и другое, и третье – с полным правом можно назвать бытием, самой первой, самой основной, самой необходимой категорией всякой возможной мыслимости вообще и всякого другого бытия вообще. В недрах этого бытия число, как видим, является центральной категорией; оно тут – как бы смысл той последней и глубочайшей стихии бытия, которая по самому существу своему до-мысленна, сверх-смысленна, до-бытийственна. Вообще в диалектике мы конструируем основную триаду – бытие, смысл, осмысленное бытие. Но в каждом из членов этой триады можно провести всю эту же триаду еще раз, с целью более детального логического анализа. В бытии есть, таким образом, свое бытие, свой смысл и свое осмысленное бытие. Так вот: бытие бытия есть чистая, до-структурная, до-категориальная, сверх-бытийственная положенность; смысл бытия есть число (т. е. смысл чистого, первоначального, самого первого бытия); и осмысленное бытие этого чистого и первоначального бытия есть исчисленное бытие, исчисленность, намеренность– в этом смысле оформленность.

Этим можно охарактеризовать то, что предшествует числу. Можно сказать, что числу не предшествует ни одна категория, так как бытие, перво-единое, сверх-бытийственное бытие, предшествующее числу, собственно говоря, ни в каком случае не может считаться категорией. Категория есть нечто прежде всего логическое. Перво-бытие, супра-акт не есть что-нибудь логическое. Логическое есть всегда раздельное, а нераздельное и неразличенное не может быть логическим, не может быть, значит, и категориальным. Но раз числу не предшествует ничто категориальное, то число есть принцип своей категориальности, самой различенности, самого логического. Числу предшествует только до-логическое, сверх-смысловое, сверх-бытийственное, абсолютная неразличенность.

§ 30. Отграничение понятия числа снизу

Теперь охарактеризуем нижний диалектический предел понятия числа. Что следует непосредственно за числом и какое отношение существует между ним и числом? Конечно, имеется в виду не «исчисленное бытие», которое непосредственно следует за чистым числом, но то, что следует вообще за «бытием», как оно конструируется всеми этими тремя ступенями (перво-начало, число, исчисленность).

Далее следует категория, которая должна по общему правилу диалектики противостоять так понимаемому бытию.

Бытие в трех рассмотренных видах понимается как бытие полаганий, как бытие только актов, т. е. внутренно не заполненное, пустое бытие. Здесь неизвестно, чего же это акты, что тут именно полагается. Если мы переходим к его антитезе, то у нас должна появиться внутренно наполненная категория, такое бытие, которое уже неравнодушно к своему собственному содержанию, но взятое именно с точки зрения своего внутреннего содержания. Такое бытие назовем смыслом, или сущностью. Можно назвать его и эйдосом, если под последним понимать не просто плоское «численное бытие» (в каковом значении этот термин тоже может употребляться), но именно как внутренно осмысленное. Если бытием карандаша нужно, по приведенной схематике, считать совокупность его материальных[13] характеристик (при которых еще не известно, чего именно оказывается такая характеристика, к чему, к какому именно предмету она относится), то сущностью, смыслом карандаша необходимо считать его предназначенность в качестве определенного орудия письма. Это есть та идея, которая вложена в бытийственный материал дерева и графита (из чего бытийственно состоит карандаш) и которая впервые только и делает этот сам по себе пока еще не осмысленный материал осмысленной вещью, а именно карандашом. Таким образом, диалектически – снизу число ограничено эйдосом, или сущностью, смыслом – категорией, которая есть диалектическая противоположность числу, как противоположность равнодушной к себе определенности и внутренно наполненной и осмысленной, содержательной определенности.

Тем более резко отличие числа от бытия объективного и бытия субъективного. Уже в предварительных замечаниях это отграничение имело вполне очевидное значение, так как и без всяких доказательств ясно, что число совершенно одинаково относится как ко всякому объекту, так и ко всякому субъекту. Оно все счисляет и во всем производит различение и разделение, независимо ни от каких свойств относящихся сюда предметов. Но теперь, ставши вместо простого описания и описательного отграничения на позицию

13 В рукописи: математических.

чистой диалектики, мы можем и четко объяснительно, не только описательно, формулировать отношение к бытию объективному и субъективному.

Бытие, как мы его описали вначале, не есть еще объект, ибо объект предполагает субъект, а то бытие совершенно самостоятельно и ровно ничего не предполагает в смысле субъекта. В крайнем случае оно предполагает сущность как свою антитезу, но и сущность, как мы ее только что описали, тоже не субъективна, но относится ко всякому бытию. И субъект, и объект одинаково имеют каждый свою сущность; и для суждения о сущности как таковой нет ровно никакой необходимости заговаривать о субъекте или объекте. Итак, ни «бытие», ни «сущность» не есть ни объект, ни субъект. Объект и субъект впервые возникают из соединения бытия и сущности. Когда этот карандаш есть не просто неосмысленное бытие и не просто отвлеченная сущность, но именно карандаш как реально-бытийственная и в то же время осмысленная вещь? Тогда, очевидно, когда объединены и слиты воедино и бытие, и сущность, когда бытие дано со своей сущностью и сущность дана в своем реальном осуществлении. Но тогда же получается и субъект, ибо последний также предполагает объединение бытия и сущности. В чем же разница?

Дело в том, что всякий диалектический синтез может (и должен) рассматриваться не только вообще, как таковой, но и в свете своих антитетических элементов, т. е. в свете тезиса и в свете антитезиса. Возьмем объединение бытия и сущности как диалектический синтез, т. е. как неразличимое тождество, как некую цельную вещь. И будем это рассматривать вновь как бытие. Бытие есть акт полагания. Значит, наша бытийственная сущность окажется положенной, утвержденной. Это и есть объект. Объект, следовательно, есть тождество бытия и сущности, положенное как бытие. С другой стороны, тождество бытия и сущности, положенное как сущность (а не как бытие), дает то, что обычно называется субъектом, так как здесь дано бытие не в своей чистой положенное, но в своей осмысленности, которую, однако, несет на себе определенная вещь.

Для не-философов более понятным будет следующее, философски менее понятное рассуждение. Пусть я сейчас смотрю на скрипку, которая лежит у меня в комнате на фортепиано. Грубо рассуждая, в этом положении я – субъект, а скрипка – объект. Но почему же это так? Что нужно для того, чтобы скрипка была объектом? Самое слово «объект», по-русски точно переводимое как «предмет», указывает на то, что скрипка находится передо мною, брошена перед моим взором, кто-то «метнул» ее перед моими глазами, – оттого она и предмет. Следовательно, есть скрипка сама по себе и есть момент «пред-брошенности» вещи перед моими глазами. Это вполне абстрактные моменты, но они совершенно различны. Скрипка может и не находиться передо мною, а пред-брошенным может явиться и другой предмет, не только скрипка. Однако, как эти моменты ни различны между собою, в данной скрипке они даны абсолютно неразрывно. И поэтому можно рассказать, что такое скрипка вообще, и не делать ее предметом, а можно и делать. Когда мы понимаем скрипку как предмет, мы, стало быть, ее «полагаем», «утверждаем» еще раз, еще раз понимаем ее как бытие. Она уже и без того содержит в себе бытие, поскольку мы представляем ее – сначала мысленно – как материальную осуществленность некоей отвлеченной идеи. Но эту бытийственную (материальную) осуществленность надо еще раз утвердить – на этот раз уже не вообще, а вот здесь, перед нашими глазами. Тогда она станет не просто вещью или бытием, но и объектом, объектным бытием.

Точно так же обстоит дело и с субъектом. Покамест вещь объединяет в себе бытие, или бытийственную положенность, вместе с тем или другим отвлеченным смыслом, или идеей, до тех пор еще нет никакого субъекта, так как ведь и все вещи таковы. Но надо, чтобы эта объединенность идеи и бытия еще раз воплотилась, но на этот раз так, чтобы здесь уже не было ничего вещественного, а чтобы эта объединенность осуществлялась в сфере идеи, смысла. Тогда мы получим смысл, но уже не отвлеченный, не сам по себе данный, но содержащий в себе и всю свою соотнесенность с бытием. Раньше, объединяя бытие и его смысл в нечто целое, мы сами соотносили эти категории, а теперь это соотношение продуцируется одной из этих категорий, а именно – смыслом, идеей. Получается смысл, сам самостоятельно соотносящий себя с бытием, которое его окружает. Это и есть принцип сознания или субъекта.

Итак, тождество бытия и сущности (смысла, идеи), положенное как бытие, есть объект; тождество бытия и сущности, положенное как сущность, есть субъект. Возможно и такое тождество бытия и сущности, которое положено не как бытие и не как сущность, но именно как тождество бытия и сущности. Тут возникает чрезвычайно важная категория, синтезирующая и отождествляющая объект и субъект, – то, что нужно назвать личностью. Личность ведь и есть то, что сразу и одновременно является и объектом, и субъектом (Тигель, с нашей точки зрения, не вполне удачно называет эту категорию Абсолютной Идеей). Еще дальнейшая диалектика привела бы нас к природе – становящемуся эволютивно данному личностному бытию[14], а потом и к обществу, которое, несомненно, есть диалектический синтез личности и природы, поскольку личность здесь дана природно-внелично (и даже часто безлично), а природа дана как живое человеческое сознание (от смутной животности до высшего разумного проявления гения). И т. д. Анализом всех этих категорий занимается общая диалектика, к которой и следует обратиться всем, кому они неясны.

Возвращаясь к категориям субъекта и объекта и сравнивая с ними категорию числа, мы, не говоря уже о дальнейших категориях, вполне осязательно замечаем все различие, залегающее между числом и этими категориями. В то время как число плоскостно и, можно сказать, неглубинно, категории субъекта и объекта (о дальнейшем мы уже не говорим) по крайней мере четырехмерны. Субъект и объект суть 1) бытие, носящее на себе 2) сущность, 3) вступающее с нею в тождество и 4) рассмотренное, сконструированное с точки зрения бытия (в случае «объекта») или сущности (в случае «субъекта»). Разумеется, взятое само по себе, число имеет в себе и

14 В рукописи: становящегося эволютивно данного личностного бытия.

глубинность, рельеф, перспективу и даже выразительные формы. Однако все эти конструкции относятся к числу как к таковому и ничего не говорят о положении числа среди всех других категорий. В этом смысле число вполне плоскостно и не таит в себе никакого рельефа. Совсем другое дело с «объектом» и «субъектом». Здесь сама категория многочленна, многомерна, перспективна. И указанная комбинация категорий, из которых состоят «объект» и «субъект», вполне ясно обнаруживает смысл этой перспективы. Этим исчерпывается диалектическое взаимоотношение числа с категориями субъекта и объекта. Тут ясна независимость числа от бытия субъективного и объективного, в то время как само .число продолжает участвовать в бытии субъективном и объективном теми актами полагания, из которых оно само «состоит».

Еще дальше от числа отстоят выразительные формы, представляющие собою дальнейшую диалектическую эволюцию смысловых и субъект-объектных категорий.

Бытие, Сущность, Эйдос, Субъект, Объект, усложнение эйдоса, Выражение (Энергия) – основные большие этапы общего диалектического процесса[15]. В каждом из них, как сказано, заключены более мелкие, т. е. эти же самые категории с колоритом в зависимости от местного положения. Число – исток и начало всякого различения и разделения, т. е. принцип самой категориальности. Поэтому вся система категорий порождается и держится числом. Число – главная стихия появления и движения категорий, так как всякая новая категория есть прежде всего нечто положенное и нечто отличенное от предыдущей категории, т. е. нечто прежде всего числовое.

§ 31. Итог фундаментального анализа.

В заключение этой главы, подводя итог всему исследованию сущности числа, в особенности принимая во внимание сказанное в предыдущих двух параграфах (§ 29–30), можно дать следующую резюмирующую схему.

I. a) Определение всякого предмета мысли возможно только тогда, когда он четко отграничен от всего иного. Это значит, что предмет всякого определения есть 1) он сам и 2) предполагает свое инобытие, от которого он четко отличается. Возможно это только потому, что 3) между ним и его инобытием проведена граница. Граница совершенно одинаково относится и к самому предмету (в противном случае он не был бы никак ограничен и, следовательно, отсутствовал бы как определяемый предмет, как предмет мысли), и относится эта граница также и к инобытию предмета (в противном случае предмет со своей границей не имел бы никакого отношения к инобытийному фону, инобытие его не окружало бы, т. е. он от него не отличался бы и, следовательно, опять отсутствовал бы как определяемый предмет, как предмет мысли).

b) Отсюда – неизбежность и абсолютная логическая необходимость основной диалектической триады: бытие, утверждение (тезис), инобытие,

15 В рукописи: прогресса.

отрицание (антитезис), определенное, ограниченное бытие, отрицание отрицания (синтез). Это – самая основная и самая элементарная форма всякого определения предмета. Или эта триада осуществлена в мысли, тогда есть и сама мысль; или она не осуществлена, тогда нет и самой мысли о данном предмете.

c) Эту основную триаду позволительно расширять – в зависимости от желаемой степени точности определения. Можно подвергнуть такому же определению последний член триады и тем продолжить и детализировать всю систему определений. Тогда может получиться тетрактида, пентада, гексада, гебдомада и вообще определение с любым количеством категорий. Если осуществить только одну новую триаду над синтезом первой триады, то мы получим примерно такую триаду: определенное бытие, неопределенное бытие, или становление, и синтез того и другого – определение в пределах самого становления, или ставшее бытие (бытие факта, тела, субстанции). Так первая триада превращается в пентаду.

d) Можно, как сказано, идти и еще дальше, но целесообразно ограничиться введением только одной новой категории. Целесообразно не погружать всю пентаду в поток нового инобытия, но ввести такую категорию, которая только бы рисовала пентаду в свете дальнейших и инобытийных судеб, без реального перевода в это инобытие. Тогда ставшее (факт) получает новое определение, предстает в свете нового становления, но уже не переходящего в реальное распадение и, следовательно, факта чисто смыслового, превращающего, таким образом, всю предыдущую пентаду в некую индивидуально-смысловую текучую сущность. Эта степень детализации может вполне удовлетворить первые потребности логического определения.

e) Наконец, чтобы внести последнюю ясность в конструируемую диалектическую гексаду, необходимо точно знать логическое значение первых двух категорий. «Бытие», если его понимать в абсолютном виде, т. е. вне всякого инобытия и, следовательно, вне всякого определения, то это бытие будет уже выше того, что обычно называют бытием, и выше всякого инобытия; оно будет тем, в чем совпадает бытие с инобытием, та абсолютная и еще не развернутая точка, в которой ничто не различимо ни от чего и которая есть полное совпадение всяких противоположностей.

Если так понимать «бытие» (а чистота диалектической теории только так и требует), тогда лучше его именовать не «бытием», а каким-нибудь термином, указывающим на возвышение его над всяким оформлением, напр. «сверх-бытие», «перво-начало», «перво-принцип», «перво-единое» и пр., а последующее за так понимаемым бытием инобытие именовать не просто инобытием, но, поскольку здесь лежит начало всякого оформляемого бытия, именовать его или сущностным, смысловым, внутри-смысловым инобытием или же просто бытием, или смыслом. Тогда третья категория – ограниченное бытие – окажется ограниченным и оформленным смыслом, как бы чем-то мысленно сформированным, мысленно видимым. Можно назвать это эйдосом, так как соответствующее греческое слово указывает как раз на сформированный, оптически определенный смысл; и, кроме того, тогда можно объединить эту третью категорию с первой в одну общую категорию смысла.

f) Следовательно, вся диалектическая система примет тогда такой вид пентады (термины здесь, конечно, все условные и их можно заменить другими):

I. Перво-начало (перво-принцип смысла).

II. Смысл (эйдос, самый смысл, или смысловая сущность).

III. Становление (смысла).

IV. Ставшее (ставший смысл, факт и событие смысла).

V. Выражение (понимаемый смысл, энергийно-выразительная форма смысла).

II. a) Если ограничиться этой диалектической пен-тадой, то дальнейшая разработка диалектики может продвигаться уже в области каждой из этих пяти категорий.

b) Каждая из этих категорий повторяет в себе все эти же категории, и проведение их в пределах каждой из пяти и конструирует пентаду на следующей, более высокой и детально разработанной ступени. Такая детализация не везде нужна. Иной раз полезно ограничиться в той или другой из пяти категорий проведением только основной триады.

c) Проведя триаду, напр., в области второй категории, смысла, мы получаем: 1) субъект, 2) объект, 3) личность, а конструируя триаду при помощи категории личности, получаем: 1) личность, 2) природа, 3) общество. Можно и не выходить с таким триадическим конструированием за пределы чистого эйдоса – тогда получим: 1) сущее (чистая онтическая форма), 2) гилетический (сущностно-материальный) момент и 3) самый эйдос как осмысленно сформированная смысловая материя, или смысловая фи-гурность и т. д. и т. д.

d) Проведение триадического (или пентадического) конструирования в сфере перво-принципа создает числовую область.

III. a) Перво-принцип есть, как сказано выше, не бытие в его осмысленности и оформлении, но самое бытие, бытие, превысшее всякого противоположения и, следовательно, всякого оформления. Покамест не проведена диалектическая детализация перво-принципа, он остается только фактом чистого, чистейшего бытия, т. е. любого, всякого, какого бы то ни было бытия – оформленного, неоформленного, инобытия, небытия, становления и пр. и пр., – бытия в самом последнем своем основании, перво-бытия, абсолютно общего бытия.

b) Введение различенное в это чистейшее и абсолютно-общее бытие без перехода в смысловую, специально эйдетическую сферу превращает перво-принцип в различенное, раздельное принципиирование, в то, что не есть сама различенность (это было бы переходом уже в сферу эйдоса и, следовательно, понятия), но – принцип самого различения, или число. Число, помещаясь в сфере перво-принципа, есть перво-принцип всякого бытия, и прежде всего эйдоса; но, помещаясь в ней как различенное, оно оказывается не принципом вообще всякого бытия, но специально перво-принципом различенного бытия, перво-принципом самого различения. Ибо вещи существуют только как различные (тогда они и суть различенные вещи), и число есть принцип их различия и их различенное.

c) Различие и различенность есть результат положенное, утвержденное. Перво-принцип, вообще говоря, есть акт полагания. Потому он и перво-принцип смысла, что смысл, прежде чем он будет смыслом, должен просто как-то быть, т. е. быть положенным, и это бытие, первейший и чистейший, абсолютно чистый акт полагания смысла, и есть перво-принцип смысла. Полагается, действительно, все – прежде чем значить; и все–сначала просто есть, потом уже оно есть смысл. Перво-принцип есть чистое бытие смысла. Как смысловая (эйдетическая) сфера различна в себе по смыслу, так перво-принцип и, следовательно, число неразличны в себе по смыслу, равнодушны к собственному смысловому содержанию. Но перво-принцип не различен никак вообще, число же в нем есть различенность по бытию, т. е. по актам полагания. Это не есть еще смысловая, эйдетическая, понятийная различенность, т. е. различенность содержания, но это вполне есть различенность по бытию, по актам полагания этого содержания. Потому-то число и есть принцип самой различенное, т. е. первого полагания смысла, первейшей, первоначальнейшей его утвержденности, акт первого счета того, что дано и мыслится.

Итак, число выделяется на фоне общего перво-принципа, как на фоне абсолютной неразличенности и абсолютного совпадения всех и всяких, всяческих противоположностей, – выделяется в виде первичного акта полагания смысла, первичного акта смыслового полагания.

d) Проводя пентаду в области намеченной только что числовой сферы, мы получаем:

I. Чистый акт полагания (акт сам по себе, совпадение противоположностей в сфере актов полагания).

II. Едино-раздельный акт полагания.

III. Становящийся акт полагания.

IV. Ставший акт полагания.

V. Выразительный акт полагания.

e) Относительно чистого акта полагания, введенного нами в начале этой схемы, необходимо заметить, что это совсем не есть пустая логическая фикция, формулированная только ради отвлеченной архитектоники категорий. Дело в том, что как все смысловые построения обобщаются в акте своего полагания, так все акты полагания в силу чистой логической необходимости обобщаются в один общий акт полагания, абсолютно одинаковый решительно во всех раздельных актах, какие только возможны. Кроме того, опасность субъективизма заставляет трактовать число не как построенное только человеческим субъектом, но как выявление самого бытия, и потому в числе должен быть самостоятельный носитель и субъект всех видов числового функционирования. Этот чисто числовой субъект и должен сам от себя конструировать все детали и все судьбы своего развития и жизни. И потому в числе логически необходима эта категория числового перво-творчества и самосозидания. Чистый акт полагания нами и трактуется поэтому как самосозидающееся полагание, как самодвижный акт полагания.

И это есть не больше как описание самой обыденной, самой повседневной действительности всякого счета. Когда мы производим счет, напр. считаем рубли, то делать это мы можем потому, что существуют числа; а существует число потому, что, скажем, в пятерке я не заставляю единицу двигаться к двойке, а двойку – к тройке и т. д., но само смысловое содержание пятерки таково, что независимо от меня, счисляющего, единица требует перехода к двойке, а двойка требует перехода к тройке и т. д. Когда в числе есть это – не субъективная, а чисто числовая же энергия самосозидания, тогда могу я, применяя данное число, переходить от единицы к двойке и т. д. Если же этого перехода не происходит в самом числе чисто смысловым, чисто числовым образом, то тогда невозможен и самый мой счет, как и счет вообще.

f) Если, таким образом, употреблять термины не в общем и повседневном смысле, но в таком чисто диалектическом и строго фиксированном понимании, как это конструировано выше, то можно дать такое определение числа, и это определение совершенно точно: число есть выразительный акт смыслового самополагания.

Это определение легко детализировать, вводя те или иные или все вместе категории, входящие в числовую пентаду. Поскольку мы говорим о выражении (или об энергийном выражении), постольку тут уже содержатся все предыдущие категории, потому что выражено может быть только то, что есть (хотя бы лишь для мысли), только то, что имеет смысл (хотя бы и смысл небытия), только то, что имеет не абстрактно-мертвый, но подвижной и становящийся смысл (иначе выражение ничем не будет отличаться от предмета выражения), и, наконец, только то, что в своем становлении пришло к какому-нибудь осмысленному результату.

IV. К общему резюмирующему заключению фундаментального анализа числа необходимо сделать еще два добавления.

a) Во-первых, данное диалектическое построение ни в каком случае не может считаться единственным. Подобно тому как любая наука допускает очень многие – может быть, даже бесконечно разнообразные – формы построения и изложения (в том числе и такая точная наука, как математика), подобно этому и диалектика понятия числа, как и вообще диалектика, может быть построена и изложена самыми разнообразными способами. Достаточно указать на то, что сам автор этого сочинения излагал диалектику числа несколько иначе в своих других трудах. В данном месте настоящего сочинения стоит, пожалуй, указать еще один, более педантический, но имеющий также и свои преимущества способ.

Именно, можно взять основную триаду и в каждый из ее членов вставлять снова триаду же. В таком положении удобнее взять основную триаду не в виде «бытие, инобытие, определенное бытие», но в виде «бытие, инобытие, становление». Тогда первый член, бытие, с проведением внутри него новой триады превратится в перво-принцип и на его фоне – число, точнее, перво-принцип и исходящая из его глубины триада, которую мы уже формулировали в § 16, – «число, количество, величина». Второй член, инобытие, в этих условиях будет состоять из триады «смысл (бытие), гилетическое инобытие, эйдос». Третий член, становление, будет содержать – «становление, ставшее, энергия (выражение)». Таким образом получится девятка, эннеада, а с присоединением сверху абсолютной неразличимости – декада; и в каждом из членов такой эннеады можно проводить всю эннеаду снова, а в каждом члене малой эннеады еще новую эннеаду и т. д. В дальнейшем мы не раз будем применять введение триадиче-ского принципа в области уже выведенной триадической конструкции.

b) Во-вторых, предложенная выше диалектическая пентада (которую легко превратить в эннеаду и декаду) должна явиться для нас тем, что уже реально вскрывает самую идею числа и конструирует все его основные конститутивные моменты. Выведение этих конститутивных моментов числа вплотную подводит нас к анализу первичных основоположений числа, составляющих переход уже к анализу отдельных видов и типов числа. То, что мы сделали до сих пор, есть анализ основных категорий, из которых логически построяется идея числа. Это и есть в числе самое основное. Но, владея таким результатом, мы можем задаться вопросом о том, как функционируют эти категории на фоне общей идеи числа.

До сих пор мы дедуцировали не столько структуру числа, сколько самое число, продуцируя категории, как они появляются в общем диалектическом процессе, независимо даже от поставленной нами цели – дать диалектику данного числа. Можно сказать, что до сих пор наше исследование велось так, что мы как бы забывали, что такое число, и просто занимались общей диалектикой. И в общем диалектическом процессе мы вдруг перекинулись на категорию числа, которую и вывели наряду с прочими категориями. Теперь же нам предстоит другая задача. Уже имея диалектически сконструированную идею числа, мы должны рассмотреть внутри этой идеи функционирование каждой из выведенных нами категорий, понять каждую такую категорию как реальное определение идеи числа. Это приводит нас к дедукции ряда основных суждений, которые и должны демонстрировать впервые зарождающуюся здесь науку о числе, ибо наука невозможна не только без категорий, но она невозможна и без суждений. Суждения (а также и необходимо вытекающие из них умозаключения) есть не что иное, как реальное приложение и функционирование самих же категорий. А основные, конститутивные категории числа должны привести к дедукции также и основных, конститутивных суждений о числе. И если бы мы это сделали, мы тем самым наметили бы и дали бы в некотором предварительном, но тем не менее систематическом очерке науку о числе в ее самом основном и самом первоначальном виде. И это сразу же математически конкретизировало бы все наши предыдущие дедукции, весьма отягощенные принципами общей диалектики и ориентированные только на голую идею числа, а не на логически-математическую структуру.

Это и значит, что мы должны перейти сейчас к математической аксиоматике, к диалектической дедукции основных аксиом числа вообще.

III. ОСНОВНЫЕ АКСИОМЫ ЧИСЛА (ЧИСЛО КАК СУЖДЕНИЕ)

А) ОБЩАЯ ТЕОРИЯ

§ 32. Обычные предрассудки

Приступая к анализу основных аксиом числа, нельзя не упомянуть о главнейших предрассудках, до последнего времени господствующих в этой области. Их очень много, и мало-мальски обстоятельная критика их заняла бы слишком много места. Но наше сочинение не преследует ни исторических, ни полемических целей, и потому соответствующие указания могут быть только самыми краткими. Главным образом бросаются в глаза два обстоятельства, характерные почти для всех систем математической аксиоматики.

Во-первых, аксиоматика чаще всего преследует цели не чисто математические и даже не чисто логические. С аксиоматикой часто связывают, напр., гносеологические, если не прямо метафизические, цели и точки зрения. Одни стараются доказать, что наши аксиомы чисто опытного происхождения; другие уверяют, что их наличие, наоборот, указывает на априорное происхождение. Одни говорят, что аксиомам соответствует какая-то реальная предметность; другие, наоборот, – что это чистейшие фикции, о реальности которых нечего и ставить вопрос и которые функционируют как словесные знаки, совершенно условные и субъективные. Ясно, что все подобные суждения направлены к целям совсем не математическим и совсем не к чисто логическим. Эти рассуждения хотят протащить то или иное определенное (а часто и совсем неопределенное) мировоззрение и меньше всего стараются изъяснить смысл самих аксиом. Аксиоматику с такой точки зрения рассматривают, в сущности, только как пример для подтверждения и иллюстрации более общих, уже чисто мировоззрительных убеждений. Так можно рассматривать не только математическую аксиоматику, но все, что угодно, любую науку и любое знание, любое представление или идею человеческого ума.

Наша точка зрения в области математической аксиоматики должна быть совершенно иная. Нас интересует сама аксиоматика, аксиомы сами по себе. Философию здесь мы понимаем как смысловое уяснение и разъяснение самого же исследуемого предмета. Сначала нужно ведь понять, что такое математические аксиомы, и уяснить себе, как мы к ним приходим, а уже потом заниматься вопросами об их функционировании в той или другой области (напр., в психике развивающегося человека). С этой точки зрения Кант, как сказано было выше, напр., в своем учении о времени и пространстве занимается вопросами не принципиальными и не теми, которые составляли бы существо вопроса. Кант не задается вопросом о том, что такое время или что такое пространство. Он, уже обладая определенным взглядом на то и другое, ставит вопрос о том, откуда происходит то и другое, из чувственного опыта или из априорных форм субъекта. А между тем, то понимание пространства и времени, которым оперирует Кант, отнюдь не является так уже безупречным и разносторонним. Это очень узкое и очень бедное ньютонианское понимание, которое отсутствовало раньше в течение целых тысячелетий и которое весьма условно и сомнительно и с нашей современной точки зрения.

Такое положение дела оказывается возможным потому, что вначале не подвергается никакому анализу самое-то пространство и время, а ставятся вопросы, уже предполагающие определенное их понимание и указывающие на их судьбу уже в какой-нибудь инобытийной, в сравнении с ними самими, сфере. Можно иметь какие угодно интуиции времени и пространства, и можно как угодно решать вопрос об их реальности: это два совершенно разные вопроса. Решивши один из них, мы еще ничего не сказали для решения другого вопроса. А гносеологи и метафизики думают, что эмпиризм или априоризм уже сами по себе способны решить вопрос о существе [дела].

Мы не будем решать и даже ставить вопроса о том, опытного или априорного происхождения математические аксиомы, условны ли они и произвольны или безусловны и абсолютно необходимы, суть ли они реальности или только явления нашей психики, нашей физиологии, нашего словесного аппарата. Таких вопросов очень много; и разрешать их здесь – это значит писать большой том и уклониться от существа вопроса. Нас интересуют сами аксиомы, сама аксиоматика, ее логическое и вообще смысловое содержание. Нам нужно знать, каковы эти аксиомы и сколько их и почему их столько, а не больше и не меньше. И, только зная, что они такое по существу, мы могли бы ставить вопросы гносеологические или метафизические. В противном случае мы уподобились бы инженеру, который, не зная, что такое логарифмы, приступил бы к своим расчетам с таблицей логарифмов в руках. Сначала нужно знать, что такое предмет сам по себе, а потом уже говорить о его функционировании (в субъекте, в объекте или где угодно).

Во-вторых, общей особенностью современной математической аксиоматики является ее формалистический и антидиалектический характер. Выставляется ряд аксиом; и – неизвестно, почему, собственно, взяты эти аксиомы, а не другие и откуда можно почерпнуть гарантию полноты этого списка аксиом. Такая беспомощность вполне характерна, напр., для знаменитого Гильберта, которого математики почему-то особенно превозносят именно в этом отношении. Мы читаем его перечисление аксиом и – совершенно не знаем, откуда он их получил, как он к ним логически пришел и действительно ли все аксиомы тут перечислены. Ведь система аксиом должна быть такова, чтобы была действительно ясна ее полнота и логическая завершенность. У Гильберта же мы можем в крайнем случае сказать только то, что каждая из данных аксиом имеет в математике действительное значение, но совсем не можем сказать, что тут исчерпана вся аксиоматика, и не знаем, где гарантия ее логической законченности.

Аксиоматика, стало быть, должна ясно показать логическое, смысловое происхождение всех аксиом, чтобы мы были уверены в ее полноте и обоснованности. Тут не может быть простого и наивного описания аксиом, какое мы находим у Гильберта. Должна быть четкая их диалектическая дедукция, обоснованная как на общенаучной диалектике, так и на смысловом содержании самого понятия числа. Тут не может быть никакой случайности, никакого наивного описательства. Существо математической аксиоматики должно быть выявлено со всей логической последовательностью и строгой систематикой.

Такой диалектической систематики общих аксиом числа невозможно найти в современной философии числа. И построение ее – очередная задача современной науки.

§ 33. Сущность математической аксиоматики.

Важно прежде всего точно знать положение самой аксиоматики в системе математического знания вообще, а потом уже выяснится и содержание аксиом.

До сих пор мы занимались анализом всех тех конститутивных категорий, из которых складывается самое понятие числа. Конститутивны для понятия те его моменты, без которых оно не может существовать. Если наш анализ был правилен, то, собственно говоря, никакой другой отдел философии числа, включая и аксиоматику, ничего уже не скажет нам нового о понятии числа. Другие отделы философии числа раскроют логику отдельных типов числа, диалектику числовых операций и т. п. детали. Но самое понятие-то числа уже достаточно вскрыто предыдущим анализом конститутивных моментов понятия, и аксиоматика в этом смысле не вносит никакого принципиально нового учения в общую философию числа.

Тем не менее аксиоматика сама по себе имеет существенное значение, и ей должно принадлежать одно из фундаментальных мест в общей теории числа. От чего это зависит и как это происходит?

Число в своих числовых судьбах может мыслиться по-разному. До сих пор мы рассматривали число, собственно говоря, только как понятие, как категорию мысли. Над этим понятием возвышался у нас над-понятийный, над-категориальный перво-принцип числа. Перво-принцип числа уже достаточно разъяснен нами, и сейчас важно установить только одно: числовой перво-принцип есть сверх-полагание, абсолютно неразличимое полагание, сама же категория числа есть положенное (в смысловом отношении, конечно, положенное) число. Эта антитеза осталась у нас неразрешенной, и как раз она-то и интересует нас сейчас. Вдумаемся в ее диалектическое значение.

Число есть нерасчлененное полагание. Полагание есть противопоставление, проведение границы между полагаемым и не-полагаемым. Полагаемое и не-полагаемое, равно как и полагание и отрицание вообще, коренятся в неразличимом единстве, – вернее, единичности, – перво-принципа. Перво-принцип сам из себя путем самосокращения порождает свое собственное инобытие, свое отрицание, ибо потому он и перво-принцип, что всякое возможное его инобытие содержится не где-нибудь, но в нем же самом (ничего ведь иного, никакого «где-нибудь» в сущности для него и не существует). Другими словами, перво-принцип, супра-акт, полагает сам себя и свое инобытие внутри себя же самого, полагает себя самого внутри себя же самого. Еще иначе: перво-принцип сам же для себя является субъектом и объектом, превращаясь из простого полагания, т. е. из простого понятия, в положенное понятие, или в суждение. Супра-акт, переходя в акт, полагает себя в себе, но, полагая себя не сразу, а постепенно, он выделяет на фоне собственной неразличимости один за другим различные моменты. Перво-принцип есть числовая неразличимость. Но, переходя в самополагание, он начинает то или иное предицировать в себе, то или иное высказывать о собственной неразличимости и тем самым постепенно себя выявлять и различать.

В этом процессе постепенного самовыявления для нас важно сейчас то, что число функционирует не просто как перво-принцип и не просто как категория, или понятие, но уже как суждение, как положенное понятие. Супра-акт полагает себя как предикат для себя же самого как для субъекта. И с каждым новым числом, с каждым последующим полаганием количество высказанных предикатов все увеличивается, и перво-принцип становится все более и более богатым субъектом, все более и более раскрывает и выявляет себя, все более и более расцветает его смысловое содержание. Таким образом, если не оставлять без внимания все полученные в прошлом диалектические моменты развивающегося понятия, а локализовать на фоне этого растущего и расцветающего понятия, объединяя в каждый раз точно фиксируемое конкретное единство, то это нарастание смыслового богатства понятия и эта его конкретизация происходят уже при помощи суждения, при помощи ряда суждений, соответствующих получаемым категориям. Тут же, конечно, возникает вопрос и о функционировании числа как умозаключения, ибо понятие, суждение и умозаключение, как известно, суть основные формы логической мысли. Об этом, однако, после. Сейчас речь идет о числе как суждении.

Итак, суждение, несомненно, есть диалектический синтез смыслового перво-акта и самого акта, синтез перво-принципа и самого принципа, над-категориальной смысловой неразличимости и самой категории, самого понятия. Суждение есть положение перво-акта как предиката (или одного из предикатов) в себе же самом как субъекте, т. е. синтез перво-акта с самим же собою, но, разумеется, уже развитой синтез (а не тот неразличимый, которым является сам перво-акт). Числовые суждения потому тоже суть та сфера, которая диалектически синтезирует числовой перво-принцип с самим числом как принципом или как понятием.

Необходимо, впрочем, заметить, что во всем этом рассуждении можно было бы употреблять и более точный термин. Именно, аксиома есть не просто суждение, но такое суждение, которое выставляет только существенные признаки своего субъекта, а конститутивные моменты понятия и есть, вообще говоря, его существенные признаки. Мало того, аксиома есть такое суждение, которое хочет исчерпать все существенные признаки своего субъекта. Правда, в порядке диалектической системы это делается здесь не сразу, но последовательно, поскольку отдельные категории, конституирующие число, проходят перед нами в своем последовательном отождествлении со всем числом как с цельной категорией. Такое суждение, которое дает существенные признаки своего субъекта, и притом дает их все полностью, лучше именовать не суждением, а определением. И аксиомы в связи с этим надо трактовать как определение числа, как число на диалектической стадии своего определения, число как определение. Конечно, можно покамест на этом и не настаивать. Но в дальнейшем, когда придется переходить от аксиоматической области к дальнейшим конструкциям, это различение нам весьма пригодится.

Еще необходимо обратить внимание на обычное определение аксиомы как очевидного положения, принимаемого без доказательств. Если из этого определения исключить аффективный тон, его можно считать достаточно точным. Аффектация же обычно слышится то в желании все свести на аксиомы и принизить логический аппарат математики, то в эмоциях, положительных или отрицательных, по поводу недоказуемости аксиом, то в ажиотаже относительно мнимой произвольности аксиом и пр. Вся эта чувствительная лирика мало приносит пользы как математике, так и диалектике. Поэтому исключить ее только полезно. Но тогда указанное популярное «определение» аксиомы неожиданно оказывается весьма пригодным и более точным, чем многие другие определения.

А именно, будем брать это определение в буквальном смысле. Будем понимать аксиому как суждение, очевидность которого не нуждается в доказательствах, но возникает из самого же суждения. Мы ведь так и определяли аксиому. Аксиома есть число как суждение, т. е. она не есть ни число как понятие, ни число как умозаключение. Если бы она в своей очевидности нуждалась в умозаключении, то уже нельзя было бы сказать, что она «не требует доказательств». Однако аксиома есть именно числовое суждение. С другой стороны, для аксиомы мало и одной категориальной очевидности. Категория сама по себе ничего не утверждает; аксиома же есть прежде всего некоторое утверждение. Поэтому очевидность ее есть именно очевидность категориального утверждения. Это-то и подчеркивается тем, что мы находим на первых страницах учебников, где аксиома понимается как «истина, не требующая доказательства».

§ 34. Разделение всей общей теории числа и место аксиоматики в ней.

Все наши категории, которые мы вывели раньше в общей теории числа, есть категории конститутивные для этого числа, т. е. те самые, без которых оно не может логически существовать. Все эти категории необходимы для смысловой конструкции числа и достаточны для нее. Значит, и суждения, возникающие на их основе, будут также для числа конститутивны, т. е. они будут необходимы и их будет достаточно для того, чтобы описать и диалектически построить число как суждение. Но тогда становится ясным, что эти-то суждения и есть числовые основоположения, основные аксиомы, те первичные и принципиальнейшие суждения, с которых начинается (логически начинается) математика как наука. Следовательно, если мы выделим из общесмыслового перво-принципа перво-принцип числовой и сосредоточимся вообще только на одной числовой сфере, то возникнут такие три области общей теории числа, связанные между собою как обычная диалектическая триада, как тезис, антитезис и синтез:

I. Числовой перво-принцип.

II. Число как принцип (как категория, как понятие).

III. Основные аксиомы числа (число как суждение).

Нами обследованы две первые области. Теперь, найдя диалектическое место для третьей области и исследовавши сущность самой аксиоматики, мы можем перейти и к детальному рассмотрению всей этой математически-аксиоматической области.

§ 35. Общая основа всех аксиом.

Аксиоматика вытекает из единого принципа, и принцип этот есть функционирование числа как суждения. Каждая из диалектических категорий, из которых конструируется число, трактуется в этой плоскости как предикат общего числового субъекта. Отсюда и возникают эти основоположения о числе, которые обычно называют аксиомами. Относительно так получаемой аксиоматики необходимо заметить следующее.

Во-первых, доказательность и очевидность этих аксиом ничуть не больше, чем в тех положениях, которые вырастают на их основе. Вся математика, если ее строить так, как она строится в этом сочинении, т. е. чисто диалектически, одинаково состоит из суждений, возникших благодаря реализации соответствующих категорий. Иного ничего и не знает диалектика в этом своем состоянии, как только дедукцию категорий. Дедукция же потому и есть дедукция, что она дает положения, с логической необходимостью вытекающие из более общих положений. Поэтому какие бы математические суждения мы ни взяли, доказательность их с точки зрения диалектики совершенно одинаковая. Это все есть только реализация данной категории в суждении.

Во-вторых, разница между аксиомами и теоремами заключается только в том, что аксиомы суть первые логические построения, они предшествуют теоремам. Аксиомы есть реализация именно самых первых категорий, из которых вырастает число. И отсюда ясно, что граница между аксиомами и теоремами довольно зыбкая. Можно по-разному понимать, где кончаются первичные категории и начинаются вторичные. Мы – довольно-таки условно, хотя и не без обоснования, – остановились в предыдущем исследовании на категории энергии, считая то, что должно было бы быть выводимо дальше, уже вторичным и уже детализацией. Эта граница, конечно, могла бы быть отодвинута и дальше, и мы получили бы гораздо больше аксиом, чем в теперешнем случае.

В-третьих, не мешает знать, почему все-таки целесообразно ради конструирования числа как понятия остановиться именно на энергийно-выразительной стороне числа. Первые три диалектические момента числа, конечно, суть только весьма общая смысловая сфера. Тут сказано только то, что число есть некий раздельный в себе смысл, непрерывно становящийся. Этого мало и для всякой диалектики. Каждая вещь есть ведь не только смысл, хотя бы и становящийся, а первая диалектическая триада в нашем понимании есть нечто чисто смысловое. Каждая вещь есть еще именно вещь, факт, тело. Разумеется, число не может быть вещью в обычном смысле слова; оно строго отграничено от всего вещественно-качественного. Но это нисколько не мешает тому, чтобы эта категория вещи или факта осуществилась бы в недрах самого числа. При всей его чисто смысловой природе можно и необходимо различать в нем самом смысл и факт, идею и носитель этой идеи. Так вот, становящаяся едино-раздельная совокупность должна еще осуществиться как таковая, т. е. ее становление должно где-то иметь предел, оно должно остановиться и тем самым превратиться из неопределенно растекающегося смысла в устойчивый и данный в определенных границах факт. Поэтому ставшее в числе так же важно и конститутивно, как и становление. Без становления мы не имели бы в числе подвижной непрерывности, а без ставшего мы не имели бы в числе устойчивой прерывности. Можно ли мыслить число без моментов непрерывности и прерывности? Конечно, нет.

Следовательно, «ставшее», «факт», «вещь», или, как сказал бы Гегель, Dasein (наряду с Sein), является, несомненно, первичной категорией числа. Она первична в той же мере, в какой необходима категория факта для того, чтобы при обсуждении вещей мы не остались только с чисто смысловыми и отвлеченно-идеальными операциями.

Чего еще не хватает таким способом построенному числу? В нем есть смысл, идея, и в нем есть свой числовой факт, вещь. Сама собой напрашивается мысль, что всякая вещь не есть ведь просто нечто насквозь вещественное и совершенно никак не осмысленное. Если бы вещество было чистым веществом и не содержало бы в себе ровно никакой идеи и никакого смысла, такое вещество было бы совершенно немыслимо; это была бы абсолютно немыслимая, абсолютно неразличимая тьма иррациональности. Если бы мы высказали о нем хотя бы один только звук, то это уже было бы каким-то осмыслением вещества и это уже значило бы, что вещество не есть просто вещество, но что ему свойственно нечто идеальное. И так как реальные вещи именно таковы, что они суть нечто оформленное и осмысленное, а вовсе не сплошная иррациональность, то ясно, что реальная вещь есть соединение смысла, или идеи, и факта, или вещи. Если мы в числе увидим определенный числовой смысл и определенный числовой факт, то этим самым мы постулируем в числе и объединение того и другого, постулируем не просто смысл и не просто факт, но осмысленный факт, или осуществленный смысл. Вводя категорию энергии, мы как раз и имеем в виду всю эту область осмысленного факта числа, или осуществленного смысла числа. Едва ли есть возможность считать эту категорию не-первичной.

В сущности говоря, на этом мы и остановились в дедукции первичных категорий числа. Есть все основания думать, что это есть нечто действительно самое первичное и самое примитивное в числе и что тут самая естественная граница для определения основного и центрального от второстепенного и периферического.

В этой общей энергийно-выразительной области числа мы реально не останавливаемся на осуществлении какой-нибудь из трех основных категорий первой триады, но мыслим ее осуществленной целиком. Наша выразительная энергия числа энергийно выражает не только самый перво-принцип числа вообще, но и его раздельность и его становление. Числовое «ставшее» «выражает» всю смысловую триаду, включая и становление. А это больше всего и дает право называть всю эту выразительную область именно энергийной. Энергийно-выразительная сторона числа особенно важна включением этого момента становления. Становление (в данном случае пока чисто смысловое, без перехода в распадение) включает в себя неподвижную едино-раздельную структуру числа вместе с ее инобытием. Становление в диалектике ведь и есть синтез бытия и инобытия. Будучи перенесено в сферу выражения, оно в самом выражении дает синтез бытия и инобытия, т. е. выражение тем самым включает в себя свою соотнесенность со своим инобытием, не переходя, однако, фактически в это инобытие, а оставаясь все время чистым смыслом. Если бы тут был реальный переход в инобытие, это привело бы к распаду того, что тут выражено. Тут, однако, нет ни инобытия как факта, ни распадения смысла, а есть только смысловое же его распадение и различение, т. е. новый смысловой рисунок, новый – по сравнению с отвлеченно данной первой триадой.

Вот это-то обстоятельство и определяет собой то, что тут естественнее всего остановиться в последовательной дедукции диалектических категорий числа. Здесь число оказывается не только смыслом, не только фактом и не только осмысленным фактом, но этот осмысленный факт дан для иного, открыт для восприятия всем иным, в собственном смысле выражен. Осмысленный факт может ведь и быть дан просто, сам по себе, сам для себя. Это – начальная и наименее полная форма выражения. Когда же осмысленный факт оказывается данным и для иного, он в собственном смысле есть выражение. Он еще не распался на множество отдельных фактов, но покамест пребывает единым, цельным и нераздельным фактом. Однако это[т] факт расписан извне, разрисован и различен по своему смыслу, он – картина для всего иного. И вот поэтому-то естественно остановиться именно здесь, полагая в этом месте границу между основными, первичными категориями (аксиомами) и дальнейшими, вторичными категориями (теоремами).

§ 35. Общая основа всех аксиом.

В-четвертых, установивши эту наиболее естественную границу для аксиоматической области, мы можем установить и общую базу для дедукции всех основных аксиом. Эта общая база, сформулированная нами в предыдущем параграфе, должна быть сейчас дана в развитом виде. Заключается она в том, что аксиомы суть осуществленные категории, где каждая категория мыслится осуществленной на фоне общей сущности числа. Аксиома есть суждение, где данная категория, трактуемая как основная (границы основных категорий только что указаны нами), является предикатом для общего субъекта – числа. Поэтому шесть диалектических этапов числа, рассмотренных нами в § 21, должны превратиться в суждения (аксиомы) следующего типа:

I. Число есть чистый акт полагания.

II. Число есть едино-раздельный акт полагания.

III. Число есть становящийся акт полагания.

IV. Число есть ставший акт полагания.

V. Число есть выразительный акт полагания.

Сюда необходимо присоединить, что II суждение соответствует в § 21 II и III категориям, потому что установленные там утверждение (II) и отрицание (III) оба вместе определяют собой именно едино-раздельный акт (или акт как координированную раздельность). Соответственно III аксиома из указанных только что соответствует IV тамошней категории, IV аксиома – V категории, V аксиома – VI категории. Эта схема аксиом, с другой стороны, [есть] точное воспроизведение категориальной схемы в § 31, 1е.

Наконец, в-пятых, эта общая основа всех основных аксиом, получая таким способом более развитой вид, звучит все еще весьма отвлеченно, пока мы не примем во внимание чисто числовых свойств числа. Ведь «число», как оно фигурирует в установленных нами пяти основоположениях, взято все еще как отвлеченная, общедиалектическая категория. Число есть определенное понятие, а именно – понятие числа, и в этом виде мы его получили[16] в нашей общей системе диалектики. Чтобы его конкретизировать, мы не оставили все категории, предшествующие числу, в их чистом, изолированном и общедиалектическом виде. Мы их локализовали на фоне общего и единого изучаемого нами в данном случае субъекта – числа и получили упомянутые пять основоположений числа. После этого пора, однако, для дальнейшей конкретизации перейти от числа как одной из общедиалектических категорий к числу как числовой, как математической, в данном случае – как общематематической категории. Число в виде общедиалектической категории интересно до тех пор, пока мы ищем ориентировать[17] ее на фоне общей диалектики, т.е. когда пытаемся существенно отличить категорию числа от всякой иной категории. Но когда эта общедиалектическая категория числа найдена, изучена и формулирована, уже нет нужды останавливаться на ее общедиалектических свойствах; тут полезно перейти к числу в его уже чисто числовых, а не вообще в его категориальных свойствах. В этой плоскости

16 В рукописи: получим.
17 Так в рукописи.

определениями числа будет уже не та или иная диалектическая модификация актов полагания, но тот или иной числовой момент числа. Этот общедиалектический язык, где главное место принадлежит термину «акт полагания», должен быть заменен другим, уже чисто математическим языком; эта общая диалектика должна быть переведена на язык чисел. Мы должны поставить и решить вопрос: какие математические термины в точности соответствуют формулированным нами модификациям акта полагания и, следовательно, какие числовые конструкции возникают при воплощении указанных пяти основоположений, если всю нашу диалектику мы станем переводить с языка понятий на язык чисел?

Только теперь мы можем ставить и решать этот вопрос. Покамест мы не знали общедиалектического места числа и покамест мы не знали тайны общедиалектического сопряжения его категориально-конститутивных моментов, нечего было и думать философствовать в числовой области. В числовой области мы могли бы заниматься только чисто числовыми же операциями, т. е. строить не философию, а саму математику, поскольку числовая область, взятая сама по себе, есть чистая формальность и лишенность всякого понятийного содержания, и, оставаясь только в ней одной, мы ничего и не можем получить, кроме самих чисел, т.е. кроме самой математики. Теперь же, зная диалектический смысл числа вообще и диалектический смысл его конститутивных моментов, мы можем с твердой верой приступить к числовому содержанию числа и убежденно искать в нем соответствия тому, что мы получили относительно общей категории числа. Ведь общие законы логики везде одни и те же; и, твердо оперируя с ними в общелогической области, мы можем надеяться на твердое и уверенное оперирование с ними и в чисто числовой области. И это будет уже не просто построение самой числовой области, т. е. не сама математика, но именно логика числа, или философия математики, диалектические основы математики.

Так, из общей отвлеченной основы математической аксиоматики возникает сама математическая аксиоматика, и притом не просто в диалектической выведенное™ (чем необходимо было заниматься предварительно и что мы сейчас и выполняли), но и в своей чисто математической значимости.

В) СИСТЕМА

а) АКСИОМА ЧИСЛОВОГО ПЕРВО-ПРИНЦИПА

§ 36. Неразличимость

Не будем, однако, удивляться, что аксиоматика начнется у нас с того, что как раз имеет меньше всего математический смысл. Поскольку сейчас нам предстоит формулировать аксиому именно принципа, постольку эта аксиома должна иметь максимально обобщенный вид и постольку нам тут еще не придется употреблять терминов конкретной математики. Больше того. В этой аксиоме перво-принципа должно быть повторено – но уже в виде последнего резюме – то, что мы могли сказать о числе вообще наиболее существенного. Что это число относится к сфере актов чистого полагания, это есть самое последнее и самое общее резюме всего учения о числе. Это и должно быть в данном случае математическим перво-принципом. Из общесмыслового перво-принципа, который является перво-принципом и всякого содержания, мы выделяем чисто числовой, математический перво-принцип, гласящий о функционировании только актов полагания, а не самого полагаемого. И кроме того, этот перво-принцип, много раз формулированный нами выше, берется в своей тоже специфической функции. А именно, в математической аксиоматике мы рассматриваем его не как чистое действие, не как самый перво-принцип в его самостоятельной определяемости всех других числовых построений, но – перво-принцип как суждение, как первое и основное суждение в математике, лежащее в последней глубине всех прочих математических суждений. Поэтому мы здесь не просто фиксируем самый акт перво-полагания, но высказываем суждение: число есть чистый акт перво-полагания. Этим отличается аксиоматическое утверждение перво-принципа от того категориального, которое исследовалось выше.

Выставляемая нами аксиома числового перво-принципа обладает многими интересными свойствами, категориальный аналог которых мы встречали в предыдущем анализе. Остановимся вкратце на самом главном.

Число есть прежде всего некая совокупность. В совокупности для простоты пусть находится три или четыре полагания, хотя «единица» и «нуль» тоже есть некоторые специфические совокупности. Спрашивается, только ли эти три акта полагания различны или они еще и тождественны? То, что они различны и раздельны, это известно всем. Но мысль требует, чтобы они были и тождественны. Когда я ставлю на листе бумаги точку и потом рядом с нею другую точку, то они, конечно, различны, различны по местоположению, по жирности чернил и пр. Но возьмем две математические точки. Чем они отличаются друг от друга? Ничем. Они, конечно, мыслятся как бы в двух разных положениях, напр. на прямой при определенном отстоянии одна от другой. Но ясно, что это отстояние, или расстояние, не имеет ровно никакого отношения к самим точкам и каждая из них может обсуждаться независимо от своего абсолютного положения на линии, на плоскости и т.д. Итак, все точки суть некое абсолютное тождество, самотождество, и в последней своей смысловой глубине они абсолютно неразличимы. Это же самое касается и актов мысленного полагания, т. е. всякого числа вообще. Но если в числе «три» эти три отдельные акта неразличимы, то тогда и само «число», взятое как таковое, тоже внутри себя неразличимо, оно есть некое абсолютное тождество. Более того. Если мы возьмем все возможные числа, то поскольку каждое из них есть абсолютная неразличимость, то и все числа, взятые вместе, – все возможные, действительные и необходимые числа суть тоже некая общая и абсолютная неразличимость и самотождество. И вот это-то и есть числовой перво-принцип. Это и значит, что число есть чистый, т.е. в себе неразличимый, абсолютно простой, акт смыслового полагания.

Скажут: но ведь это же не есть число; число есть раздельность, а вы утверждаете полную неразличимость. На это надо сказать, что мы нисколько не утверждаем, что число есть эта абсолютная неразличимость. Абсолютная неразличимость и самотождество есть не самое число, но *перво-принцип* числа, и аксиома об абсолютном числовом *само*-тождестве не есть суждение о самих математических числах, но лишь то первое и исходное положение, на котором будут базироваться и конкретно-математические суждения. Естественно, что база чем-то специфически отличается от того, что на этой базе построено. Мало того. Мысль требует, чтобы эта неразличимость как раз и была принципом различимости, и это мы сейчас разъясним.

§ 37. Неразличимость как принцип различимости

Каждая вещь есть данная вещь именно потому, что она не есть что-нибудь иное. Это утверждение на первый взгляд кажется шуткой и тавтологией. Однако тут высказывается фундаментальное положение философии, без признания которого невозможно и прикоснуться ни к какой теории определения. Если вещь есть нечто отличное от иного и, следовательно, есть она сама, то это возможно только тогда, когда мы внутри нее не фиксируем ровно никаких различий. Вещь есть именно она сама: в этом простейшем и очевиднейшим утверждении с абсолютной необходимостью требуется, чтобы она мыслилась вне всяких своих частей. Это делается до полной осязательности ясным, если мы начнем рассуждать со стороны этих самых «частей».

Пусть данная вещь состоит из пяти частей. Если мы будем фиксировать каждую часть отдельно, целой вещи мы никак не получим. В этом дереве, которое я сейчас вижу в своем окне, отдельный лист не есть дерево, потому что тогда был бы деревом и всякий отдельный лист, который валяется на земле, и вместо видимого мною в окне одного, и единственного, дерева было бы столько же деревьев, сколько я вижу на нем листьев. Ствол дерева тоже не есть дерево, потому [что] тогда бревна, лежащие тут же на дворе, тоже были бы деревьями. Корень дерева тоже не есть дерево, ветки дерева тоже не есть дерево. И т.д. и т.д. Спрашивается: где же само-то дерево? Совершенно очевидно, что из отдельных частей дерева нельзя получить самого дерева. Но отдельные части дерева есть то, что в нем различимо. Значит, из различимой стороны дерева нельзя получить самого дерева. Само дерево есть неразличимость, абсолютно самотождество. Только это и дает возможность выделить дерево именно как дерево на фоне всего двора, которое я вижу в своем окне. Не будь этой неразличимости внутри дерева, я не мог бы фиксировать дерево как дерево, оно распалось бы на тысячи частей, которые сами не суть дерево, и я совсем не отличил бы дерева от всего прочего. Ясно, что неразличимость дерева оказалась необходимым принципом для его различения на фоне прочих предметов и, следовательно, необходимым принципом и для всяких различений внутри него самого. Внутренняя неразличимость вещи есть условие для ее внутренней различимости и раздельности.

Все это относится и к числу. Одна единица не есть число «одиннадцать»; другая единица тоже не есть число «одиннадцать»; третья единица – то же самое. Спрашивается: откуда же получилось само-то число «одиннадцать»? Конечно, всякому известно, что практически «одиннадцать» получилось из одиннадцати единиц. И если что смешно и тавтологично, если что действительно глупо, так это именно утверждение, что вещь состоит из своих частей, а число «одиннадцать» состоит из одиннадцати единиц. Эта беспомощная и бессильная тавтология ровно ничего нам не говорит. «Одиннадцать» есть совершенно отдельная, самостоятельная индивидуальность, не делящаяся на одиннадцать частей. Единицы, «входящие» в число «одиннадцать», даже не суть и части числа «одиннадцать». «Одиннадцать» ровно никаких частей в себе не содержит и ни на что не делимо, ни из чего не составляемо. Оно внутри неразличимо, нерасчленимо. Неразличимость есть принцип его различимости. Конечно, не забудем: «одиннадцать» не есть просто неразличимость, а нужно только сказать, что неразличимость есть его перво-принцип, не оно само в его реальной структуре и не его принцип, но именно его перво-принцип. И потому либо есть такой перво-принцип и внутренняя сверх-различимость, неразличимость числа «одиннадцать», супра-акт «одиннадцати», – тогда есть и «одиннадцать» как именно одиннадцатисложная структура; либо нет никакого перво-принципа, – тогда нет и числа «одиннадцать», а есть только отдельные единицы. Впрочем, и отдельных единиц тоже не получится, потому что каждая единица тоже должна быть некоторой самостоятельной неразличимостью; и если неразличимости нет в «одиннадцати», то ее не будет и в «единице»; «единица» тоже распадается еще на более мелкие части, как распалось «одиннадцать» на отдельные части, а эти части будут распадаться еще дальше. И так до бесконечности мы все будем гнаться за числом и нигде его не найдем, а получим вместо ясной и прозрачной едино-раздельной и разумной структуры числа полную иррациональную тьму и хаос, абсолютное безумие и пустоту, в которой уже действительно не найдешь ничего различного и в которой потонет все ясное, все стройное, все разумное и исчезнет все человеческое.

Так, по неизбежной диалектической необходимости абсолютная неразличимость есть принцип и основание различимости, а внутри-раздельное и различимое число требует абсолютной неразличимости как своего перво-принципа.

§ 38. Неразличимость как принцип конкретной числовой индивидуальности

Стоит всячески подчеркивать момент, который мы уже затронули бегло в предыдущем параграфе. Именно, аксиома перво-принципа обеспечивает нам понимание числа как своеобразной и ни на что другое не сводимой индивидуальности. Мы все время говорим, что неразличимость числа есть условие его различимости. Но сейчас эту мысль необходимо заострить в том направлении, что всякое различение есть ведь порождение одного в отличие от другого, что возможно только тогда, когда это «одно» имеет какое-то свое собственное свойство, которого нет ни в чем ином, ибо иначе одно и не отличалось бы ни от чего прочего. Следовательно, неразличимость есть принцип живой индивидуальности числа, принцип числа как существа, как живого организма, имеющего свой лик, свою физиономию, свою личность. Неразличимость есть диалектический принцип числа как самостоятельной личности. Число есть личность. И эта числовая личность, числовое существо и индивидуальность возможны только потому, что числу, этой абсолютной разделенности и расчлененности, всегда свойственно и абсолютное самотождество его составных моментов. Это, во-первых, касается всей числовой сферы вообще, ибо она в отличие от всего не-числового, от вещей, мыслей и пр., тоже имеет определенную живую индивидуальность. Это касается, во-вторых, и каждого числа в отдельности – в его отличии от прочих чисел, поскольку оно есть своя особенная личность, индивидуальность и как бы живое существо.

§ 39. Самосозидание

Аксиома перво-принципа рисует неразличимое лоно всякого числа и его действий. Тут, однако, не просто неразличимость. Мало того, что в глубине числа мы находим этот первоисток всей его смысловой значимости, первоисток в пассивном, так сказать, смысле. Уже наше обыденное и наивное сознание ставит этот наивный, но весьма назойливый вопрос: откуда число, кто его автор, кто его сделал, чье это создание? Вопрос этот затрудняется тем, что всякий субъективистический ответ исключен для нас раз навсегда. Да и объективизм, как мы его видели раньше, не может быть в этом случае применим без всяких оговорок. Вдумываясь в природу любого числа, мы прекрасно видим, что к его собственному смысловому содержанию совершенно не относится то, что какой-нибудь Иван или Петр мыслительно его создал или осязал или что оно количественно определяет собою всю эту кучу орехов. Мы уже знаем (§ [23]), что число в этом смысле является само своим собственным автором, оно само себя и полагает, и утверждает, и определяет, и осмысленно продвигает вперед. К сущности числа, к его смысловому содержанию относится то, что оно не нуждается ни в чьих других актах мысли и бытия, но определяет само себя. Оно есть определенное числовое самосозидание.

Стихия этого самосозидания, однако, не определена ни одним из частичных моментов, входящих в его смысловой состав. Даже и целое, чем является число, не есть подлинный субъект числового самосозидания, ибо целость есть нечто сконструированное, нечто сложенное и потому сложное, т. е. она никак не есть нечто в подлинном смысле первоначальное. Первоначальным и единственным подлинным субъектом числа в смысле его самосозидания является именно формулируемый нами неразличимый числовой первоисток, без которого всякое число распалось бы так же, как и без своей раздельной структуры. Сама раздельная, координированно-раздельная структура в числе никак не может мыслиться в качестве активно-смысловой. Всякая структура есть нечто уже полученное, изведенное, исшедшее, нечто в смысловом отношении пассивное. А число есть сила, акт, напряжение; оно властно и неумолимо врывается в небытие и определяет его, не терпя никакого сопротивления или исключения. Оно и внутри себя есть как бы самозамкнуто вращающаяся энергия, напряженная и бурлящая в своих собственных пределах. Число содержит в глубине своего организма некий тайный и внутренний пульс, извещающий нас при внимательном вслушивании о скрытом центре его смыслового кровообращения, удостоверяющий наличие в нем живого и вечного первоистока, манифестирующий таинственную числовую субъектность (и потому и субъективность) как вечно юное и без всякого изнурения и убыли радостно ликующее самосозидание. Структура числа и его счетное, количественное оформление были бы мертвы, если бы они не оживлялись этим неустанным потоком, льющимся из числовых первоглубин. Числовая структура есть скелет числа. Это то, на чем оно держится. Но скелет сам по себе мертв, сух, безобразен. В нем нет живого тела, живого пульса, нет животворной теплоты и дыхания, нет крови, нет сердца. В числе тоже есть свой скелет, эта вот счетная, всему свету известная количественная, раздельно-структурная форма, без которой нет числа, нет и счисления. Но это – внешнее число, мертвое число, вульгарное число. За ним и в его глубине бьется и трепещет неразличимая тайна числового перво-зачатия, теплое и нервное, беспокойное и вечно творящее лоно числа, самосозидающийся субъект числа, клокочущая и хаотическая туманность числовых солнечных систем, тайная и утробная всесильная мгла, рождающая бесконечные числовые оформления.

Этот перво-принцип и есть носитель всех числовых судеб. Он порождает из себя всякую числовую мысль, всякое числовое бытие. Только тот, кто обладает этим перво-принципом, у кого в душе и в уме бьется этот внутренне-числовой импульс и первоисток, – только тот и есть подлинный математик, только тот и творит математическую науку, только тот и знает математические страсти ума, эти тайны математических зачатий, когда из глубин темных и бурлящих интуиций рождается светлый и солнечный мир математических оформлений. Только так и творили Лейбниц и Ньютон, Эйлер и Гаусс, только это и привело к божественной числовой симфонии Лагранжа, Лежандра, Коши, Римана, Вейерштрасса и Минковского. Число же как простую структуру и чистую схему знают только ремесленники и вычислители. А настоящие математики, как известно, весьма плохие вычислители.

§ 40. Везде и нигде

Аксиома числового перво-принципа утверждает повсеместную значимость числа как числа во всех судьбах числа вообще, во всех мельчайших деталях математической науки. Что бы ни делалось с числом, какие бы формы оно ни принимало, оно всегда и везде есть прежде всего число. Число есть число – вот удивительная истина, без которой ни в каком виде невозможна математика как наука. Но если это так, то число необходимым образом самотождественно присутствует целиком во всех своих мельчайших проявлениях. Число как число – везде, и оно же – нигде. Везде оно потому, что всякая форма и тип числа есть всегда прежде всего число вообще; если нет числа вообще, то нет и никакого его специального типа или вида. Но оно и нигде, ибо никакая числовая форма, никакое математическое утверждение не было бы возможно, если бы все числовое слилось в абсолютно неразличимое самотождество. Число как перво-принцип поэтому в самом подлинном и в самом буквальном смысле слова находится и везде, и нигде в отдельных числах и числовых операциях; и оно целиком и присутствует, и отсутствует в каждом математическом суждении, в каждой числовой структуре.

Тут та же самая диалектика, что и в вопросе о различимости и неразличимости. Если отвергнуть абсолютно неразличимое самотождество актов и признать в числе только одну раздельность, мы, как доказано выше, приходим к абсолютной тьме, к алогической пыли измельчания и расслоения, рассыпания раздельной структуры тела. Но если бы мы стали утверждать только одну неразличимость числа, то уже малейшее прикосновение диалектики к этому вопросу привело бы нас с абсолютной очевидной необходимостью к признанию в числе именно раздельной структуры, так как всякая неразличимость есть нечто и внутренно неразличимое число есть нечто, т. е. оно отличается от всего прочего чем-нибудь, т. е. чем-то отграничено от прочего, т. е. имеет границу, очертание, т. е. оно есть некая величина, т. е. делимость, т. е. внутренняя различимость, – что и требовалось доказать. Нельзя поэтому пренебрегать в числе ни абсолютной неразличимостью, ни абсолютной различимостью. Одно совершенно предполагает другое, и даже больше того: одно и есть это другое, хотя в то же время не есть. Так же судим мы и о вездеприсутствии перво-числа. И это в одном и том же смысле и одновременно, сразу.

§ 41. Число и время

Рисуя эту основную аксиому числового перво-принципа, невозможно обойти молчанием большую проблему об отношении числа и времени. Что обе эти категории находятся в очень близкой связи между собою, это никто отрицать не станет. Описать же подлинное сходство их и расхождение – дело весьма большой трудности.

Число как перво-принцип есть вечно творящая сила расчленения и сочленения. Врываясь в бытие, эта сила разрывает его на раздельные, изолированные моменты и заново объединяет их в новую, уже не возможную только, но вполне действительную координированную раздельность. Первопринцип есть эта мощь числовых становлений. Можно ли то же самое сказать о времени? Тут ясно только одно: время есть некое становление, некое неразличимое и сплошное, хотя и подвижное, становление. Но это не то становление, не чисто числовое становление. Временное становление гораздо «реальнее» числового, гораздо тяжелее, гораздо ближе к физической материи, к органической жизни, гораздо в этом смысле «конкретнее». Это есть перенос числового становления в какую-то новую сферу, потенцированное становление – становление, возведенное в степень.

Далее, в самом числе перво-принцип не есть единственная форма становления. Собственно говоря, это совсем не есть становление. Становление, как мы помним из нашей диалектики, есть категория, возникающая уже после того, когда получено то именно, что становится.

Если нет ничего до становления, невозможно будет и само становление. Становление всегда есть становление становящегося, чего-то. А это «что-то» само позже перво-принципа. «Что-то», «нечто», «бытие» – все это выводится уже при наличии первополагаемого бытия, при наличии неразличимого сверх-бытия. Спрашивается: может быть, это становление и есть время? Не есть ли становление, как синтез бытия и небытия, время, реально текучее в физических телах и организмах, в природе и истории? И на этот вопрос надо ответить отрицательно. Это тоже слишком отвлеченное становление, и временное становление опять-таки есть некое возведение в степень этого отвлеченно данного становления. Позже мы увидим, что существует огромная научная область, изучающая как раз такое отвлеченное становление, и она нисколько не есть наука о времени. Это анализ бесконечно-малых. Тут тоже имеются в виду исключительно становящиеся величины, тут это чистое становление как раз и изучается. Однако дифференциальное и интегральное исчисление есть наука о совершенно отвлеченных величинах и функциях, о чисто мысленных величинах и функциях, и можно ни слова не говорить здесь о времени. Конечно, возможны всякие временные аналогии, возможно применение чисел и функций к временным процессам, приложение анализа к механике. Но это нисколько не значит, что бесконечно-малое есть временной процесс. Это не временной, а чисто числовой, т. е. вне-временной процесс, такой же вне-временной, как и неподвижная таблица умножения. В смысле времени анализу и арифметике присуща одна и та же степень подвижности, вернее, одна и та же неподвижность, как бы текучее бесконечно-малое ни отличалось от стабильного арифметического числа. Это различия внутри самого же числа. А число – вполне смысловая и умная структура, не требующая для себя времени и потому вне-временная. Инфинитезимальная текучесть, взятая сама по себе, вне своих приложений, есть вне-временная [текучесть].

Числовое, вне-временное становление должно еще раз перейти в свое инобытие, как уже однажды перво-принцип перешел в принцип, в бытие, в смысл и как принцип тоже перешел в свое инобытие, в становление. Но ведь за становлением, если его понимать как диалектический синтез бытия и небытия, следует ставшее, или наличное, бытие, факт. Нужно, следовательно, чтобы отвлеченное, чисто смысловое, идеальное становление перешло в сферу факта, стало фактическим, реальным, действительным становлением. И вот только тогда-то и может подняться вопрос о времени. Время не есть вещи, но время есть некий смысл вещей, а именно форма протекания вещей. Однако это уже не прежний идеальный смысл, это смысл, который сам овеществился. Поэтому время и неотделимо от вещей, как и вещи – от времени. Время есть, следовательно, по крайней мере трехплановая структура: оно есть инобытийное воплощение творящей силы перво-принципа (чистый смысл, арифметически неподвижное число); оно есть инобытийное воплощение чистого смысла, арифметически неподвижного и отвлеченного числа (инфинитезимальное становление); и оно есть инобытийное воплощение этого инфинитезимального становления в форму физически текучего и материально становящегося смысла вещей – и эти три плана есть только еще примитивный и весьма общий анализ категории времени, так как самостоятельному анализу времени тут, конечно, не может быть места.

Зато во всем прочем время – максимально близкий, максимально интимный аналог числа. Время так же «пусто», как и число, так же имеет свое собственное содержание, независимое от грубой качественности внешнего мира. Оно так же первично для фактического бытия, как число для смыслового бытия, будучи точно таким же «актом полагания», но только уже совсем в другой области, не в области чистого смысла, но в области физической материи. Оно так же рождает из себя вещи, несет на себе вещи, так же есть перво-принцип их жизни и движения, саморазличия и самообъединения, как число рождает все различия в смысловой сфере, несет на себе всякую идеальную координацию и определяет живую текучесть смысла. Число и время – оба суть животрепещущий пульс бытия; и обе стихии – раньше и первичнее самого бытия, ибо это и есть то, что порождает саму сферу бытия и творит ее индивидуацию. Число и время – мощь и напряженность бытия, лишенная всего внешнего и случайного; это обнаженное сердце бытия, откуда вечно льются животворные и одушевляющие потоки мировой жизни, откуда творится и сама судьба бытия и мира. Число есть смысл времени, а время есть жизнь чисел.

Время ведь тоже есть, в конце концов, счетность или, вернее, некая определенная модификация счетности. И то и другое, число и время, – это реальная, до последней и интимнейшей степени явленная судьба бытия, т. е. само бытие в своих живых и нервных сплетениях и сочленениях.

§ 42. Число и музыка

Вот почему существует глубочайшая, интимнейшая связь между математикой и музыкой. Музыка ведь есть в обычном понимании искусство времени. Подчеркнем, что музыка в своем специфически музыкальном виде есть искусство именно чистого времени, т. е. необязательны в музыке изобразительные моменты, достаточно только самого времени, только этой взрывной и бурлящей процессуальное. Музыка живописует именно жизнь чисел вне всякой внешней случайности вещей, повествуя судьбу и жизненное становление бытия и мира. Однако об отношении математики и музыки говорить надо слишком много, чтобы мы могли отвлекаться этим предметом в настоящем месте. Желающих углубиться в этот вопрос могу отослать к моей книге «Музыка как предмет логики».

§ 43. Формула перво-принципа

Наконец, возникает вопрос, как же формулировать в кратчайшей, но в то же время и полнейшей форме эту первую основную математическую аксиому, аксиому числового перво-принципа. Можно предложить несколько формулировок, из которых мы остановимся только на двух, хотя вторая из них, несомненно, заслуживает предпочтения.

А именно, 1) можно просто сказать, что содержание аксиомы перво-принципа сводится к утверждению «число есть число». Предыдущие рассуждения должны показать, что это не есть тавтология, но это есть определенного рода логический принцип, а именно перво-принцип. Когда мы утверждаем, что число есть число, мы этим фиксируем как раз повсеместную числовую значимость, фиксируем, что число всегда является самим собою, всегда самотождественно, неразличимо с самим собою, всегда есть цельный и оригинальный принцип.

Однако эта формулировка не столь специфична, насколько уполномочивает нас наш общий анализ понятия числа. Число ведь мы трактовали в отличие от всего прочего как то, что связано только с актами полагания смысла и никак не с содержанием полагаемого. Число у нас есть сфера актов полагания. Если отвлечься от всех частичных и специфических модификаций акта полагания, от всех отдельных числовых построений, а взять только их голый принцип, только действительно их голый перво-принцип, то ничего другого сказать не придется, как то, что число есть просто-напросто акт полагания. Тут только нужно кое-что подчеркнуть, чтобы аксиома вышла вполне определенной. Из предыдущего мы знаем прежде всего, что числовые акты в отличие ото всех прочих (напр., временных, пространственных, физических, психических и пр.) суть акты только смысловые. Кроме того, мы все время говорили о том, что в числовом перво-принципе акт полагания мыслится как недифференцированный, безраздельный, неразличимый акт, как супра-акт. Назовем этот акт чистым или абсолютным актом полагания. Тогда, кажется, будет достаточно выпукло представлено смысловое содержание этой исследуемой нами аксиомы перво-принципа и она совместит простоту и предметность своей формулировки с ясностью и достаточной полнотой.

Аксиома числового перво-принципа: число есть чистый акт смыслового полагания.

В заключение заметим только (хотя для внимательного читателя это замечание и вполне излишне): в этой формуле (как и во всех последующих) каждое слово есть строгий и специфический термин и его нельзя понимать «вообще», «как обычно». «Чистый» – это значит недифференцированный, неразличимый, данный как абсолютное самотождество не только сам в себе, но и как обнимающий всю бесконечную сферу чисел в одной неделимой и ни от чего не отличающейся точке. «Акт полагания» – это значит, что в числе имеется в виду не содержание полагаемого, не полагаемое, но положенностъ, самый акт полагания, процесс полагания вне всякой предметной или вещественной качественности. Наконец, указание на «смысловое» полагание самым резким образом отличает число от всякого реально существующего бытия, от всего объективного и субъективного и видит в нем только мысленно и осмысленно зримую и понимаемую значимость.

b) АКСИОМЫ ЕДИНО-РАЗДЕЛЬНОСТИ ЧИСЛА (ИЛИ ЕГО ИДЕАЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ)

§ 44. Необходимые предварительные установки

Покидая сферу перво-принципа и переходя к аксиоматике раздельных числовых структур, мы сталкиваемся с целым рядом обстоятельств, без выяснения которых сама аксиоматика осталась бы неясной и необоснованной.

1. Прежде всего, до сих пор в общей теории числа мы оперировали, в сущности говоря, исключительно только с одной общей категорией – с актом полагания. Переходя к математике как самостоятельной науке, мы должны специализировать этот общий термин, подыскавши, как уже говорилось выше, соответствующий математический эквивалент. Логика должна специализироваться, и мы обязаны теперь видеть, где и в чем происходит соответствие этих двух больших областей мысли, математики и логики. Однако у нас будут здесь очень большие затруднения, если мы с самого начала не станем на путь спецификации самого математического предмета. Дело в том, что к этому общему понятию, на почве которого строилось все наше здание, т. е. к понятию акта полагания, и ко всем его изученным нами модификациям можно найти в математике не одно, а целый ряд соответствий. С самого же начала возникает поэтому необходимость говорить не о математике вообще, но о конкретных формах математического предмета, т. е. прежде всего о числе интенсивном, экстенсивном, эйдетическом и историческом, первое понятие о

чем дано выше, в § 9. Аксиомы будут совершенно разные – в зависимости от того, о каком числе будет идти речь. Конечно, можно установить и совершенно общие аксиомы, но они едва ли будут чем-нибудь существенно отличаться от пяти основоположений числа, формулированных нами в § 35 при помощи только одного понятия акта полагания и его диалектических модификаций.

Прежде чем приступить к дедукции аксиом, необходимо, следовательно, произвести эту предварительную спецификацию, чтобы аксиомы наши были достаточно конкретны и обоснованны.

Необходимо, стало быть, иметь в виду наше общее разделение математического предмета в § 9. Вспомним его. Число вообще, число как перво-принцип, число как супра-акт и в себе неразличимый, неутвержденный принцип полагается, утверждается. Полагается и утверждается оно сначала в полной своей чистоте, в абсолютной своей различенности и отличенности от всего прочего, т. е. в своей абсолютной раздельности и несвязанности ни с чем прочим, в своей чистой понятийности и категориальное. Никакое инобытие в нем не участвует. Судьба такого акта полагания всецело зависит только от смыслового содержания его самого, и всякое инобытие может играть тут только пассивную роль, роль той арены, тех подмостков, на которых развертывается бесконечная числовая драма. Сюда мы отнесли арифметику, алгебру и анализ, что еще не может быть достаточно ясным из наших кратких предварительных замечаний и что должно стать ясной системой только в результате изложения соответствующих отделов философии числа. Это одна область и одна группа аксиом. Это аксиомы интенсивного числа.

Вторая область, отмеченная нами в § 9, есть инобытие, отрицание первой, т. е. отрицание едино-раздельных и изолированных актов полагания. Единораздельности может противостоять только нераздельность, неразличимость, слитость актов полагания. Но это не та неразличимость, которая есть перво-принцип. Там была неположенная неразличимость, неразличимость «как такая», «вообще». Здесь же мы находимся в сфере реальных актов полагания, и потому здесь неразличимость положенная, утвержденная, распростертая. Там она была перво-принцип, рождающий всякое число и всякую числовую операцию; здесь же это геометрический континуум и геометрическая величина вообще. Таково это экстенсивное число и экстенсивная аксиоматика.

Интенсивное и экстенсивное число мы синтезировали в § 9 в эйдетическое число, которым занимается т. н. теория множеств. В определении множеству совсем не повезло в математике. Его определяют настолько общо и тавтологично («совокупность, объединенная в целое», «многое, мыслимое как одно» и т. д.), что такое определение подошло бы решительно ко всякому предмету – реальному, нереальному, возможному, невозможному и т. д. Откладывая детальное развитие понятия множества до соответствующего отдела нашего сочинения, мы должны будем коснуться все же самого существенного, раз вопрос поднят о систематической аксиоматике. И это существенное укажет нам, что множество вбирает в себя континуум, который в геометрическом пространстве дан как овеществленная и самостоятельно гипостазированная инаковость едино-раздельного числа. Эта совмещенность арифметического числа с его инобытием сказывается в том, что отдельные единицы, «входящие» в число, не мыслятся здесь абсолютно самостоятельно, т. е. в зависимости только от своей категориальной значимости, что они мыслятся так или иначе расставленными. Вообще говоря, им свойственна здесь идея порядка. Разумеется, натуральный ряд чисел тоже есть упорядоченность. Но это та упорядоченность, которая зависит только от смыслового содержания самих «единиц», т. е. самих актов полагания, но не от той «плоскости», не от той арены, где происходит их расстановка. Во множестве же, если оно только вообще чем-нибудь отличается от обычного арифметического числа, мы находим взаимоотношение элементов, продиктованное также и формой их взаиморасположения, т. е. формой участия в числе того инобытия, в котором произведены акты полагания, характерные для данного числа. Это будет эйдетическая аксиоматика.

Наконец, существенно новую отрасль аксиоматики представляют собой аксиомы теории вероятностей. Эта теория символизирует собой переход от идеального числа в сферу биолого-социологической действительности, и тут должен фигурировать учет той «случайности» и самопроизвольности, которая так отличает жизнь и организм от всякой механической области.

Эти четыре ряда аксиом вполне специфичны. Вырастая на общем логическом скелете и внутренно определяясь общесмысловой логической последовательностью и системой, они тем не менее совершенно специфичны, ибо специфичны те области, для которых они призваны быть первыми основоположениями. Эту специфичность мы и должны сберечь во что бы то ни стало.

2. Стоит также предпослать конкретной аксиоматике раздельного числа и еще одну установку. Так как задачей аксиоматики является подыскание математического эквивалента для общедиалектических схем, то, разумеется, с первого же шага[18] мы должны будем расстаться с нашим постоянным термином «акт полагания» и вместо него употреблять то, что ближе к конкретной математике, хотя и соблюдая все еще необходимую для аксиоматики общность.

Что делалось у нас с актом полагания? Покинув сферу неразличимого перво-акта, он стал раздельным в себе и раздельным в сравнении со всем прочим. Пусть он со всей своей раздельностью перешел в «становление» и через «ставшее» стал некоторой «выразительной» формой. Всем этим диалектическим моментам должна соответствовать чисто математическая терминология. Если остановиться на самом общем, что тут происходит с актом полагания, то можно сказать, что акт полагания, разделяясь и дробясь в себе, отделяется и от других актов, хотя и вступает с ними в ту или другую связь. Иначе говоря, акт полагания начинает входить во взаимоотношение с самим собою и во взаимоотношение с другими актами. Но что значит быть во взаимоотношении с самим собою? Это значит быть целым и иметь части. И

18 В рукописи: числа.

такое представление во многих отношениях и достаточно. Нам же невозможно сейчас остановиться на этом, так как тут фиксируются только весьма частные факты и не соблюдается общность, необходимая для аксиоматики. Наиболее общими терминами, рисующими взаимоотношение едино-раздельного акта с самим собою, будут термины «совокупность», «элемент» и «отношение». Позже мы увидим, что «совокупность» и «целое», равно как и «элемент» и «часть», – пары терминов, самым резким образом отличающихся между собой; также полезно на нашей ступени общности оставить термин «отношения», вводя спецификацию уже при анализе только отдельных областей.

Итак, самое общее положение вещей, с которыми имеет дело математическая аксиоматика, – взаимоотношение совокупностей со своими элементами, к чему, само собой разумеется, прибавляется и взаимоотношение самих совокупностей. Отныне мы можем уже не употреблять общелогический термин «акт полагания», а можем заменить его рассуждением о взаимоотношении совокупностей с их элементами и о взаимоотношении самих совокупностей. Правда, там, где ясность изложения будет требовать, мы не станем брезговать и этой общедиалектической терминологией.

Необходимо всячески подчеркивать, что эти три термина – «совокупность», «элемент» и «отношение» – суть только самые общие термины аксиоматики. Мы сейчас же увидим, как они специфицируются и по отдельным числовым областям, и в порядке собственного диалектического развития понятия «совокупность».

1. САМОТОЖДЕСТВЕННОЕ РАЗЛИЧИЕ

§ 45. Аксиома самотождественного различия в арифметике

Перво-акт полагает себя и переходит из неразличимости в едино-раздельность, в бытие, если понимать этот термин в самом общем смысле. Кроме того, имея в виду, что дальше будет реализация этого едино-раздельного бытия в становление и ставшее, можно с достаточной выразительностью назвать его идеальным и соответствующие аксиомы – аксиомами идеальной структуры числа. Ибо перво-принцип уже не идеален; идея есть разумная раздельность, а он выше этого, т. е. выше, общее и самой идеи.

1. В этой области, однако, где утвержден акт в своей едино-раздельности, мы произвели в § 26 весьма важное членение, которое послужит нам путеводной нитью в установке аксиом. Именно, в § 26 мы видели, что «акт полагания» более конкретно может быть охарактеризован при помощи категорий различия, тождества, движения и покоя. Акт полагания не только есть или не есть он сам и свое иное («бытие» и «инобытие»); акт полагания, если он действительно есть едино-раздельность, или координированная раздельность, также различен с собою самим и со своим инобытием и тождествен с самим

собою и со своим инобытием; он, кроме того, покоится сам в себе и в ином и движется сам в себе и в своем ином. Это разъяснено в § 26. Удобнее всего, как мы приняли в § 27, эти чисто смысловые (в отличие от алогизма становления) категории распределять так: бытие с инобытием, или определенное бытие; самотождественное различие и подвижный покой. Это подразделение чисто смысловой (или идеальной) сферы акта полагания мы и применим к нашей аксиоматике.

2. Начнем с категории самотождественного различия. Мы уже знаем, что отныне число у нас есть не что иное, как определенно оформленная совокупность элементов. Что получится для интенсивного числа, если в этом общем понятии совокупности элементов выставить на первый план категорию самотождественного различия? Заметим, что проведение аксиоматики решительно по всем детальным областям сейчас было бы нецелесообразно, так как то, что можно было бы считать аксиомой, т. е. основоположением, во многих отделах математики излагается в виде настоящих теорем; часто нам пришлось бы в этой главе об аксиоматике предвосхищать значительную долю содержания самых этих отделов. Поэтому в интенсивном числе мы ограничимся пока аксиомами арифметики (минуя алгебру и анализ), в экстенсивном числе – обыкновенной геометрией (минуя разные другие виды геометрии) и в эйдетическом числе – теорией множеств (минуя развитую теорию теоретико-множественного континуума и топологию).

Самотождественное различие арифметической совокупности с самой собой и с другими совокупностями указывает на то, что в самой совокупности 1) все элементы различны между собою и с самой совокупностью и 2) в то же время, все вместе взятые, тождественны с нею. Тут важна специфическая особенность интенсивного числа – быть зависимым только от своего самостоятельного, чисто смыслового, т. е. в данном случае количественного, содержания и не зависеть от своего инобытия. Если бы тут была зависимость от инобытия и элементы не только бы значили каждый согласно своему смысловому содержанию (количеству), а еще зависели бы от взаимной расстановки, тогда и сама совокупность была бы не просто количественной совокупностью, но содержала бы в себе еще специфическую, т. е. чисто эйдетическую, цельность. И тогда отдельный элемент, даже взятый сам по себе, уже содержал бы в себе энергию целости, а вся совокупность была бы не арифметическим числом, но «множеством». В арифметическом, т. е. чисто интенсивном, числе совокупность равняется своим элементам только в том случае, если их взять все полностью. Взятые вместе, они и есть эта совокупность; и ничего в совокупности нет иного, кроме суммы этих элементов.

3. Строго говоря, целое никогда и нигде не равняется сумме частей, и в арифметике число тоже не есть сумма всех своих единиц. Но мы помним: интенсивная совокупность есть нулевая в смысле своей инобытийности, в смысле участия инобытия (поскольку тут играет роль только само понятие элементов, т. е. их количественная значимость). Примышлять нулевую инобытийность не значит продолжать рассматривать целое как простую сумму

его частей. Как только мы, взявши простую сумму всех частей, примыслим тут, что это взятие есть нулевое в смысле инобытийности, так мы тем самым уже перестали иметь дело с голой суммой всех частей. Мы уже тем самым отличили ее как таковую от всего прочего, т. е. превратили в целость. Целость эта, разумеется, инобы-тийно-нулевая, а не инобытийно-содержательная, которая во «множестве» является уже источником для специфического упорядочивания множеств.

4. Итак, самотождественное различие элементов в арифметической совокупности определяет собой абсолютную изолированность этих элементов друг от друга, так что арифметическое число есть сосгавленность из таких элементов, которые по смыслу своему совершенно чужды один другому. Этот же результат можно выразить и иначе. Именно, каждые два (или несколько) взаимно изолированных элемента могут быть объединены в самостоятельную совокупность, смысловое (т. е. чисто количественное) содержание которой ничем не будет отличаться от их простой суммы. Однако, строго говоря, мы еще не имеем права употреблять такую категорию, как «сумма»; анализ ее – дело нашего дальнейшего исследования. Потому покамест и не стоит вводить этот термин в нашу формулу. Тогда получаем такую формулу.

Аксиома самотождественного различия в арифметике: арифметическое число есть совокупность абсолютно изолированных элементов.

К этому необходимо прибавить, что, может быть, точнее и яснее было бы говорить здесь о самотождественной совокупности; элементы совокупности различны и взаимно изолированы, а в самой совокупности они отождествляются, так что, хотя она дана сама по себе как единый и нераздельный акт, она все же по смыслу своему равна всем тем элементам, из которых она состоит. Это и есть самотождественное различие. Однако мы не станем соблюдать здесь педантизм в абсолютной мере. Термин «совокупность» уже достаточно говорит о том, что элементы как-то тождественны на лоне чего-то общего и цельного; и, пожалуй, не стоит загромождать и без того тяжелую терминологию разными тонкостями там, где более или менее можно без них обойтись.

5. Если есть a и есть b, то по этой аксиоме должно быть и некое c, состоящее из этих a и b. Или, выражаясь конкретнее, но при помощи не вполне ясных пока терминов, будем иметь

$$a + b = c.$$

Тут мы говорим о «сложении». Но разумеется, раз есть сложение, то возможны и все другие действия. Поэтому лучше не прибегать к этой буквенной формуле, а считать ее только примером. На точность может рассчитывать только приведенная общая аксиома.

6. Аксиома не должна вскрывать полностью содержание науки. Она есть только, как мы знаем, предустановка этого содержания и его максимально обобщенная форма. В свете аксиомы науки должна рассматриваться и вся наука. Поэтому не все, что дается в самой науке, очевидно уже на степени аксиомы. Аксиома – только предустановка, а применение ее в конкретном содержании

науки может быть весьма сложным и даже неожиданным. Такая сложность заметна, напр., в применении анализируемой аксиомы к трем принципиальным категориям – к «нулю», «единице» и «бесконечности». Разумеется, полное понимание этого вопроса может быть только после существенного и достаточно обстоятельного анализа этих проблем, что и будет дано нами в своем месте. Сейчас же мы ограничимся только самыми общими установками, соответственно общности аксиоматики.

Именно, приложима ли данная аксиома к нулю или нет? Другими словами, можно ли рассматривать нуль как некое числовое самотождественное различие, как самотождественную совокупность абсолютно изолированных моментов? На первый взгляд это, конечно, невозможно. Однако нуль не есть уж такая абсолютная пустота, о которой и сказать ничего нельзя. «Пустота» – это понятие относительное. Если мыслится что-нибудь пустое, это значит, что возможно где-то и как-то не-пустое и даже прямо наполненное, но что оно в данном случае отсутствует. А так как нас интересует именно мыслимость, то ясно, что момент наполненности как-то должен примышляться и в нуле. Но что такое наполненность? Это ведь и есть совокупность. Нуль мыслится только тогда, когда мыслится и некая совокупность. А так как нуль есть величина, стоящая в ряду натуральных чисел, то отсюда необходимо делать вывод, что это именно арифметическая совокупность, т. е. тождество абсолютно изолированных элементов в условиях их чистой и самостоятельной, а не инобытийной значимости. Итак, идея нуля оформляется только при помощи понятия арифметической совокупности. Правда, понятие это участвует в нуле оригинально, и эта оригинальность определяется всецело своеобразием категории самого нуля. Тут дело не в арифметической совокупности, которая – как принцип – та же самая, что и вообще во всяком арифметическом числе, но дело в своеобразии той сферы, где этот принцип совокупности осуществлен. Заметим, что в теории множеств нуль вообще и нуль-множество тоже отличаются между собой. И это различие совершенно правильное, хотя и проведено в теории множеств (как и большинство [других ее] проблем) вполне слепо и наивно.

То же самое нужно сказать и о «единице». Было бы очень грубо понимать совокупность изолированных элементов только как совокупность многих элементов. Единство тоже предполагает множество. Мыслить что-нибудь единым – значит предполагать, что тут возможна и множественность. Единство и множество немыслимы друг без друга; они друг друга определяют. Конечно, определяют они друг друга мысленно, смысловым образом, так как по факту единый предмет не обязан быть в то же время и множественным. Но ведь мы тут занимаемся как раз смысловыми определениями. Потому и «единица» необходимым образом содержит в себе понятие множественности, т. е. совокупности.

Наконец, своеобразно применение принципа самотождественного различия в сфере понятия бесконечности. Тут тоже все дело не в отмене или ограничении аксиомы, но в своеобразии сферы, где она применяется. Что бесконечность есть совокупность изолированных элементов, это едва ли вызовет сомнения. Тут важно то, что бесконечность есть не только совокупность изолированных элементов. Бесконечность есть что-то и другое, так как невозможно получить бесконечность из конечного числа путем последовательного прибавления единицы. Бесконечность не аддитивна, и вот эта-то сторона и не схватывается вполне аксиомой самотождественного различия. Однако эта аксиома не единственная, и она не обязана выражать все решительно свойства арифметического числа. Достаточно того, что она выражает только одно несомненное свойство. А это свойство бесконечности – быть совокупностью изолированных элементов – вполне несомненно.

Переходим теперь к экстенсивному числу.

§ 46. Аксиома самотождественного различия в геометрии

1. Что даст категория самотождественного различия в экстенсивном числе, т. е. прежде всего в геометрии! Геометрия вырастает на отрицании чистого числа; она есть утвержденность отрицания чистого числа, его гипостазированная инаковость. То, что обычно называется геометрическим «пространством», есть ведь именно распростертость чего-то. Чего же? Конечно, не чего иного, как числа. Число здесь не есть та простая и внутренно раздельная структура, с которой мы имели дело в арифметике. Число тут вышло из себя, покинуло свою самособранность и как бы расплылось, размылось, распростерлось. Это и значит, что оно перешло в свое отрицание, и это отрицание тут утвердилось, оно положено как самостоятельная структура, в которой находятся те же самые общеарифметические категории – напр., самотождественное различие, – но находятся в совершенно новой форме, форме той инобытийной модификации, которую претерпевает здесь и все число. Итак, что же такое самотождественное различие в этой инобьггийно-числовой геометрической области?

2. В интенсивном числе совокупность элементов и элементы даны просто, сами по себе; в них нет никакого различия, кроме того, которое свойственно им самим. В этом смысле арифметическая совокупность не содержит в себе различия между своим количественным содержанием и актами своего полагания. Это различие тут не положено, его нет. В геометрической величине число перешло в свое инобытие, т. е. произошел разрыв между его количественной значимостью и его бытием, актами его полагания. Геометрическое пространство есть инобытие арифметического числа; это значит, что тут иное, противоположное взаимоотношение смысла (количества) и факта (актов полагания).

Арифметическое число есть такая совокупность элементов, в которой сколько актов полагания, столь же велика и сама совокупность. Вся совокупность дана сразу, самотождественно, но в ней [есть и] некое определенное количество разных изолированных актов полагания. И сколько оказалось таких актов полагания, такова и есть количественная значимость этого единого и общего акта полагания цельной совокупности. В геометрическом инобытии мы находим иное отношение. Здесь замолкает количественная значимость совокупности – так же, как это бывает и со всякой идеей, когда она переходит в инобытие. Перейти в инобытие – значит стать иным себе, забыть о себе, стать не тем, что было раньше. В геометрической совокупности забыта арифметическая значимость совокупности; она превращена тут в нечто неразличимое. В арифметической совокупности мы ясно различали отдельные элементы; и эта ясность была так велика, что элементы такой совокупности мы назвали выше изолированными. В геометрической совокупности погасла эта изолированность и все элементы слились в одно неразличимое тождество. Тем не менее акты полагания этих слившихся элементов тут совершенно различны, и их очень много, их бесконечное количество. В арифметической совокупности сколько было актов полагания (элементов), столь велика была и совокупность этих элементов. В геометрической же совокупности вовсе не столько различимых элементов, сколько актов полагания. Актов полагания тут бесконечное количество, а различимых моментов нет ни одного.

Вот это-то и значит, что тут мы имеем дело с пространством или, говоря вообще, с континуумом. Континуум как раз и есть бесконечно большое количество актов полагания, но в то же время – полная их взаимная неразличимость. Это-то и есть пространство, т. е. распростертость: актов полагания, или элементов, очень много, а в смысловом отношении они совершенно неразличимы; по своему факту такая совокупность бесконечно велика, а по своему смыслу она есть совершенный нуль, полная неразличимость и самотождество.

Такое положение дела, очевидно, есть диалектическая противоположность арифметическому числу. В последнем число элементов определенно и соответственно определяется их совокупностью; в геометрической же совокупности число элементов неопределенно велико, а на определенность самой совокупности это ровно никак не влияет, так что она остается по смыслу своему без всякого определения.

Отсюда становится ясной и функция рассматриваемой нами категории самотождественного различия в инобытийной геометрической совокупности. Эта категория, действуя здесь в инобытии, очевидно, различает и отождествляет элементы совокупности в их инобытийном положении, т. е. различает и отождествляет не их самих, но их инобытийные корреляты. Что тут значит «различает»? Это значит различает не их самих (сами они, как мы знаем, остаются в континууме неразличимыми), но только акты их полагания, поскольку самый акт полагания необходимо инобытиен в отношении того, что именно полагается. А что значит, что эта категория «отождествляет»? Это значит, что она отождествляет не самые элементы (самые элементы были бы всегда различны, и отождествление их в единстве их совокупности никогда не помешало бы этой совокупности с абсолютной точностью отражать на себе все различие элементов); и, отождествляя не самые элементы, категория самогождествен-ного различия отождествляет только их инобытийный коррелят, т. е. отождествляет их только так, как способно инобытие; происходит не столько отождествление, сколько объединение, так как инобытие но самому существу своему не способно на абсолютное тождество.

3. Сейчас на примере это станет вполне ясным. Акту полагания в арифметической совокупности соответствуют «единицы»; акту полагания в геометрической совокупности соответствует «точка». Если в настоящем месте нашего исследования не может еще стать сразу ясным, что такое самотождественное различие в «точке» (ибо еще не вскрыта вся диалектика точки), то на «линии», во всяком случае, это сразу должно стать ясным. Именно, пусть дана точка; и спросим, что будет с нею, если применить к ней категорию различия. Будет то, что мы должны будем помыслить еще другую точку. Другой эта точка может быть, очевидно, реально тогда, когда она дается в другом месте; иначе это будет та же самая точка, и наша категория не осуществится. Итак, уже на категории различия видно, что тут мы всецело в области инобытия. В арифметическом числе нет этого «другого места»; там есть только другой акт полагания, а никакого «места» не мыслится. Вернее, там тоже мыслится «место», но только в виде чисто смыслового же инобытия, т. е. внутри смыслового инобытия, ибо без такого инобытия не было бы и самой раздельности в числе, а был бы неразличимый перво-принцип. В геометрической совокупности мы имеем дело с вне-числовым инобытием. Тут не отдельный акт полагания дан отлично от другого и «находится» «вне» его, но все число, со всеми своими внутренними актами полагания, число как таковое, перешло в свое инобытие и хочет воплотиться и осуществиться вне себя самого. Отсюда и своеобразие различия, царящего в этой новой – инобытийной – совокупности. Это есть различие положенных актов целокупного числа, являющее себя как различие «мест» в пространстве.

Но ведь у нас не различие, а самотождественное различие. Как же действует в изучаемом инобытии эта категория тождества? Тождество должно быть здесь, очевидно, тождеством инобытийных моментов. Но инобытийные моменты, как мы только что видели, оказываются тут «местами пространства». Что же значит отождествить два таких «места»? Что значит отождествить различенные нами две точки? Не забудем: отождествление должно быть не чисто смысловым, но инобытийным, т. е. пространственным, отождествлением. Итак, что же значит пространственно отождествить две точки? Это значит их объединить, т. е. провести между ними прямую. Прямая есть, таким образом, точка, данная как самотождественное различие. Этим мы нисколько не определяем еще прямую. Как увидим в своем месте, это определение, если гнаться за его диалектической точностью, будет гораздо сложнее. Но мы сейчас и не хотим давать определения отдельным геометрическим совокупностям. Тут совсем не место. Но мы привели очень хороший пример того, как нужно понимать функционирование самотождественного различия в инобытии и каковы подлинные инобытийные свойства совокупности, когда она перестает быть арифметическим числом и переходит в геометрический континуум.

Чистый континуум, конечно, не дает фигуры, и потому различные отдельные точки его по своему смысловому содержанию просто совпадают; их инобытийное объединение тождественно простому их совпадению. В фигурах же инобытийное объединение переходит из нулевого состояния в реальное, и мы получаем линии, плоскости и тела.

4. Теперь мы можем формулировать и обследуемую нами аксиому.

Аксиома самотождественного различия в геометрии: геометрическая величина есть совокупность абсолютно изолированных элементов в их инобытии. Или подробнее: геометрическая величина есть совокупность элементов, абсолютно изолированных по актам своего полагания и тождественных, неразличимых по своему смысловому (чисто количественному) содержанию или различимых, но – вне своих чисто смысловых различий. Или еще: совокупность элементов, различающихся по актам своего внешнего полагания и отождествленных в результате такого внешнего полагания.

Аксиомы науки суть высшая и наибольшая общность всех суждений, из которых состоит данная наука. Поэтому можно и ограничиться предложенной формулировкой аксиомы. Однако, забегая вперед и приближаясь к обычному стилю геометрической аксиоматики, мы можем дать ряд основоположений, которые будут гораздо конкретнее. Правда, для этого придется употреблять понятия и термины, относящиеся по своему логическому месту к гораздо более позднему изложению. И тут их придется употреблять в том сыром виде, какой они имеют в нашем повседневном сознании. Так же и в предыдущей аксиоме, перейдя к более конкретному изложению, мы употребили термины «сложение» и «арифметическое действие», не вкладывая в них пока совершенно никакого диалектического смысла. Здесь же придется заговорить о «точках», «линиях», «плоскостях» и «телах» – категориях, диалектику которых мы дадим значительно позже. Правда, у всех решительно аксиоматиков дело обстоит не иначе. Можно сказать, что никто еще не посмел прикоснуться к раскрытию логической тайны этих понятий и все ограничиваются только ничего не говорящей ссылкой на их общезначимость и общепонятность.

Именно, как мы видели, самотождественное различие точки, вообще говоря, есть прямая. Точно так же можно сказать: самотождественное различие прямой есть плоскость; самотождественное различие плоскости есть тело. В соответствии с этим можно в таком более конкретном виде представить общую и отвлеченную аксиому самотождественного различия в геометрии.

1. Две различные точки вполне определяют собою прямую.

2. Три точки, не лежащие на одной прямой, вполне определяют собою плоскость.

3. Четыре точки, не лежащие в одной плоскости, вполне определяют собою пространственное тело.

Общая аксиома у нас гласит: геометрическая совокупность – такая совокупность, в которой абсолютно изолированные элементы даны в своем инобытии. В приведенной конкретизации: абсолютно изолированные элементы суть точки – две, три, четыре (их может быть сколько угодно); совокупность –

это отождествление данных точек; инобытие – это общепространственное отождествление точек, общепространственное их объединение.

5. На основании трех указанных конкретных аксиом самотождественного различия должны возникнуть и другие основоположения, которые, чем дальше, тем становятся все конкретнее и конкретнее и переходят в реальное содержание геометрии как науки. Многие аксиоматики, и в том числе Гильберт, помещают, однако, в число аксиом и такие основоположения, которые отнюдь не являются самыми первыми и легко выводимы из трех формулированных нами выше. Так, в этой группе аксиом, которая у Гильберта и у других называется «аксиомами сочетания» (очевидно, соответствует нашей группе аксиом самотождественного различия), Гильберт помещает кроме аксиомы об определении прямой двумя точками еще следующие аксиомы.

a) «Любые две различные точки прямой определяют эту прямую» (12)[19] . Эта аксиома, очевидно, есть повторение или в крайнем случае детализация первой, ибо когда говорится, что две точки определяют прямую, то имеются в виду не какие-нибудь особенные точки, а просто точки вообще, всякие точки, в том числе и лежащие на данной прямой, лишь бы они были различны, т. е. лишь бы они находились в разных местах. Таким образом, уже первая аксиома говорит о любых двух точках, и вторая аксиома только словесно отличается от первой. Раз мы уже постулировали, что две различные точки вполне определяют собою прямую, то, поскольку здесь не высказывается никаких ограничений, совершенно свободно можно иметь в виду как вообще любые две различные точки, так и любые две различные точки данной прямой. Поэтому степень общности первой и второй аксиомы у Гильберта во всяком случае неодинаковая: вторая аксиома вполне определенно есть частный случай первой.

b) «На прямой вообще существует по крайней мере две точки» (13). Эта аксиома с логической точки зрения также есть не больше как сырой материал – может быть, и полезный. Во-первых, если уже сказано, что две точки вполне определяют прямую, то ясно, что они-то уже во всяком случае должны иметь место на этой прямой. Как же это возможно, чтобы прямая определялась двумя точками, а самих этих двух точек на ней не было бы? Это нелепость. Во-вторых, данная аксиома могла бы получить определенный смысл в том случае, если бы прямая могла быть определена не только двумя различными точками. Тогда аксиома 11 говорила бы только о достаточности определения прямой двумя точками, а вовсе не о его необходимости. Мы тогда определяли бы прямую двумя точками между прочим, так как возможно, что этих двух точек на ней и не оказалось бы. И тогда постулат о двух точках на прямой действительно был бы новостью. Если это так, то как же еще можно определять прямую, – в аксиомах Гильберта ничего не сказано.

В-третьих, Гильберт как бы рассуждает так: я ничего не знаю о том, что такое точка, прямая, и плоскость, и пр.; для меня это просто какие-то «системы вещей», о смысле которых я впервые только еще условливаюсь; и если я постулирую, что некая вещь, называемая прямой, определяется двумя точками,

19 Здесь и ниже нумерация аксиом дана по кн. Д. Гильберта «Основания геометрии».

то это еще не значит, что две точки обязательно в ней содержатся, подобно тому как, определяя близорукость диоптриями, я этим еще ровно ничего не предрешаю в вопросе о том, что такое близорукость вообще и какими вообще средствами ее можно определить. По-видимому, в этом и скрывается весь секрет гильбертовских аксиом. Гильберт «не знает», что такое прямая; и, определивши ее двумя точками, он еще «не знает», имеются ли эти две точки на ней фактически или нет. Такая позиция, однако, для философа есть жалкие и наивные потуги на критицизм и на логику.

В самом деле, допустим, что Гильберт действительно не знает, что такое прямая. Вот он «условился»: будем называть прямой то, что определяется двумя различными точками. Если он действительно «не знал» прямую, а знал только точки (почему точка понятнее прямой – тоже неизвестно), то мы вправе его спросить: а что значит «определяется»? Нам известно только, что такое точка, и мы говорим: «Прямая определяется двумя точками». Но что же это такое «определяется»? Если одна точка не есть прямая и другая не есть прямая, то откуда же две точки «определили» прямую? Если имеется два голодных желудка, то на каком основании Гильберт утверждает, что два голодных желудка определяют один сытый желудок? Или это «определение» употреблено у Гильберта в совершенно неясном, непроанализированном смысле: тогда «определение» прямой через две точки ровно ничего не говорит, это пустые звуки, и тогда действительно надо еще отдельно постулировать наличие двух точек на прямой; или Гильберт свое «определение» понимает в обычном – правда, тоже совершенно наивном, но зато вполне ясном – смысле, когда мы приставляем к двум точкам линейку и реально проводим прямую; но тогда постулат о наличии двух точек на прямой уже содержится в определении прямой двумя точками.

Как образец наивности Гильберта в этом отношении можно привести слова из § 2 его «Оснований геометрии»: «Вместо термина «определяют» мы будем употреблять и другое, – напр., а «проходит» «через» A и «через» B, а «соединяет» A «и» B или а «соединяет» A «с» B. Если A есть точка, которая с другою точкою определяет прямую a, то мы употребляем также выражения: A «лежит на» a, «существует точка» A и т. д. Если A лежит на прямой a и сверх этого на другой прямой [b], то мы говорим: «прямые» a «и» [b] «имеют общую точку A» и т. д.». Эти слова наивны потому, что они беспомощно открывают тайный интуитивный корень всего гильбертовского формализма. Оказывается, «определение» это и есть не что иное, как обычное помещение двух точек на прямой. Но тогда уже в первой аксиоме содержатся все прочие «аксиомы сочетания» о точках и прямой.

c) Гильберт – формалист; он хочет изгнать всякую интуицию из математики и заменить ее логическими определениями. Пуанкаре[20] пишет: «Гильберт старался, так сказать, представить аксиомы в такой форме, чтобы они могли быть прилагаемы лицом, которое не понимало бы их смысла, потому что никогда не видело ни точки, ни прямой, ни плоскости. Рассуждения должны, по

20 [Д. Гильберт. Основания геометрии. Пг., 1923. С. 109.]

его мнению, приводиться к чисто механическим правилам; и для того чтобы строить геометрию, достаточно рабски прилагать эти правила к аксиомам, не зная, что они, собственно, выражают. Таким образом можно было бы построить всю геометрию, я не скажу, ничего в ней не понимая, потому что будет понятно логическое сцепление предложений, но по крайней мере ничего в ней не видя. Можно было бы вставить аксиомы в логическую машину, напр. в логическое пианино Стенли Джевонса, и из нее вышла бы вся геометрия». Таким образом, весь смысл предприятия Гильберта заключается в изгнании всего интуитивного и в замене его логикой, потому что только с такой точки зрения и можно оправдать те повторения и тавтологии в аксиомах, которые были отмечены выше и с которыми нам еще придется встретиться ниже. Но вот оказывается, что в самое начало, в самую душу геометрии введена самая обыкновенная интуиция: «проходит через», «лежит на», «соединяет» и пр. Она не уничтожается от того, что эти слова Гильберт ставит в кавычках. Но я повторяю: если «определение» прямой двумя точками есть интуиция, то все прочие аксиомы уже в ней содержатся.

d) Такая же тавтология и путаница у Гильберта и в плоскостных аксиомах. О том, что любые три точки плоскости, не лежащие на одной прямой, определяют эту плоскость (Г 5), говорится уже в основной аксиоме об определении плоскости (Г 4). Аксиома же 16: «Если две точки А и В прямой а лежат в плоскости a, то и всякая точка прямой а лежит в плоскости a» есть не что иное, как следствие аксиомы Г1, потому что если линия вполне определена двумя любыми точками, то ясно тавтологически, что, какие бы две точки на этой прямой ни были взяты, они будут относиться именно к этой прямой, а если вся линия – на плоскости, то и любая точка ее необходимо на той же плоскости. Аксиома Г 7 о том, что «две плоскости имеют по крайней мере две общие точки, если имеется одна общая точка», также есть только следствие из определения плоскости тремя точками, не лежащими на одной прямой.

Что же касается последней аксиомы Г 8: «Существует по меньшей мере четыре точки, не лежащие в одной плоскости», то, во-первых, почему-то не сформулировано здесь то, что именно определяется этими четырьмя точками, т. е. тело, в то время как в предыдущих аксиомах формулировалось именно определяемое (линия и плоскость). Во-вторых же, самый способ формулировки этой аксиомы производит несколько наивное впечатление своей сугубой осторожностью и трогательно-деловитым критицизмом. Если Гильберт считает, что признание четырех точек не в одной плоскости есть ничем не доказанная предпосылка геометрии, вводимая нами на веру и потому фиксируемая в виде аксиомы, то ведь тот же самый критицизм можно проявить и к возможности трех точек не на одной линии, и к возможности двух точек вообще. По-моему, также и признание возможности одной какой-нибудь точки ровно в той же мере достоверно и в той же мере сомнительно, что и признание четырех точек. И тогда надо было бы ввести еще три аксиомы: «Существует по крайней мере одна точка»; «Существуют по крайней мере две разные точки»; «Существуют по крайней мере три точки не на одной линии». Это, конечно, было бы наивно и пусто. Все геометрические фигуры, равно как и всякое арифметическое число или действие, совершенно одинаковы в смысле своей достоверности и очевидности; и нужно эту достоверность вынести сразу раз навсегда за скобки и ограничиться логической системой того, что остается внутри этих скобок. Рассуждать же о достоверности и реальности предметов знания вообще не дело математиков.

е) Но попробуем стать на точку зрения самого Гильберта, который не хотел подчеркивать достоверность трехмерного пространства (хотя даваемая им формулировка и вводит в заблуждение), а хотел возможно короче выразить «аксиомы сочетания» (потому что аксиома 18 уже предполагает существование трех точек не на одной прямой, существование двух точек, различных между собой, и, наконец, существование одной точки). Если подходить к аксиоме 18 именно так, то здесь получится некая невязка: предметную общность аксиом Гильберт заменяет внешнею общностью, которая если и имеет какой-нибудь смысл, то только чисто интуитивный. Если имеется трехмерное пространство, то всякий скажет, что тем самым имеется и двухмерное, и одномерное; и для краткости речи, конечно, можно сказать, что пространство по меньшей мере трехмерно. Но эта краткость речи не имеет ничего общего с аксиоматической общностью. Все равно смысл того, что Гильберт хочет сказать в аксиоме I 8, заключается именно в утверждении существования пространства одного, двух, трех и т. д. измерений. И если Гильберт скажет, что из I 8 логически вытекает существование двух и одного измерений (в этом, по-видимому, смысл такой краткости речи), то логически также и из одного измерения вытекает два измерения, а из двух – три (подобно тому как единица предполагает двойку, двойка – тройку и т. д.) и логически с таким же успехом можно было бы вместо аксиомы I 8 сказать: существует по меньшей мере одна точка.

Беда только в том, что если действительно стоять на точке зрения абсолютного формализма, то ни из единицы нельзя получить двойку, ни из одномерного пространства нельзя получить двухмерное, так как все эти переходы не просто логические. Из того, что существует точка, ровно не следует, что существует и прямая; и из наличия четырех точек не в одной плоскости ровно не следует (формальнологически не следует), что существуют и три точки не на одной прямой или две вообще различные точки. Если идет дождь, то это еще не значит, что посеянному хлебу от этого полезно, хотя, вообще говоря, хлебу дождь полезен. И из того, что точка полезна для определения прямой, вовсе не вытекает, что прямая обязательно должна существовать, если существует точка. Все дело в том-то и заключается, что тут не просто формальная связь абстрактных понятий, но интуитивная очевидность и тут даже вовсе не понятия, а математические факты. Только интуитивно одно измерение предполагает другое, так как если мы фиксируем прямую, то тем самым косвенно фиксируем и плоскость, на которой она находится. Но Гильберт изгоняет всякую интуицию.

Будем понимать под логическим отношением то, простое и ясное, что имеется каждым в виду, когда заходит речь о логике. Логически определять что-нибудь – это значит выводить его как частное из чего-нибудь общего или как общее из чего-нибудь частного. В этом смысле точка ни в каком смысле не есть ни что-нибудь общее для прямой, так как, сколько бы мы ни дробили точку, мы никогда не получили бы прямую в качестве логического вида понятия точки, ни прямая не есть что-нибудь общее для точки, так как, сколько бы мы ни дробили прямую, мы никогда не получили бы точку – ни как вид понятия прямой, ни даже просто как часть самой прямой. Точно так же никаким ни логическим, ни материальным переходом мы не можем получить из трехмерного пространства двухмерную плоскость, сколько бы мы ни дробили его как некое общее понятие на частные виды или как некую большую вещь на меньшие части и сколько бы мы ни дробили в этом же смысле самую плоскость. Переходя от измерения к измерению, мы совершаем не силлогистическое умозаключение, но чисто интуитивное. И если в аксиоме Гильберта I 8 прочие измерения содержатся геометрически, то это значит только то, что геометрия вовсе не есть логика и что различные измерения связаны между собой совсем не логически. Поэтому надо было бы с точки зрения гильбертовского формализма выставлять бесконечное количество аксиом о существовании измерений (ибо измерений– тоже бесконечное количество).

f) Не нужно перевирать всю эту критику гильбертов-ской аксиоматики. Из того, что критикуется формализм и защищаются права интуиции, совершенно не следует, что только одна интуиция и существует вообще в математике. Это самый бездарный способ возражения, когда защищаемое вами положение начинают трактовать как единственное вами допускаемое. Читателю небезызвестно, что настоящее сочинение излагает диалектические основы науки, а для диалектики и формализм, и интуитивизм есть только противоположности, которые в конкретной науке слиты в нерасторгаемое единство. Гильберт не дает никаких определений понятиям точки, прямой и пр., хотя с точки зрения своего формализма он и обязан был сделать это в первую голову. И вообще всякая наука должна основываться на некоторых первоначальных дефинициях, которые мы постулируем, несмотря ни на какие права интуитивных данных. Всякая интуиция должна иметь свой логический коррелят, – поэтому никто не может упрекнуть автора этой книги в абсолютизации данных интуиции. Но Гильберт не только не хочет давать этих первоначальных определений. Он и не может их дать, потому что всякое логическое определение есть коррелят определенной интуиции, а он последнюю начисто отрицает. И получается основная неясность, почему рассматриваемые им геометрические элементы образуют именно такие, а не иные «сочетания». Поэтому, отказавшись от определений вначале, он пытается проводить их в дальнейшем, протаскивая интуицию исподтишка.

Нечего и говорить о том, что никакая логика, даже самая правильная, никогда не угонится за непосредственным опытом. Постулируя, напр., что прямая имеет по крайней мере две точки, он должен постулировать наличие трех, четырех и т. д. точек, потому что, как хорошо знает с самого начала всякий интуитивно, любая прямая содержит бесконечное количество точек. Но

Гильберт этого «не знает». А тогда мало сказать, что прямая содержит по крайней мере две точки, так как отсюда еще вовсе не вытекает, что прямая содержит три точки. Если для Гильберта наличие двух точек на прямой еще не вытекает из самого факта прямой и приходится по этой причине выставлять особый постулат о двух точках, то из наличия двух точек формально тоже вовсе еще не вытекает наличие трех, а из наличия трех не вытекает наличие четырех точек на прямой. Другими словами, опять-таки, только написавши бесконечное количество аксиом, можно было бы охарактеризовать прямую как она есть. Да, впрочем, и самой бесконечности тут не хватило бы, потому что никакая бесконечность точек все равно не может составить одной прямой. Но эта нелепость всегда была там, где рассудок садится на место интуиции.

Наконец, совершенно неудовлетворительно у Гильберта и понимание всего этого раздела аксиом как аксиом сочетания (Verknupfung). Если прямая определяется двумя различными точками, плоскость – тремя точками не на одной прямой, то Гильберт напрасно думает, что тут имеются в виду просто сочетания элементов (если «сочетание» не есть просто условный заголовок этого разряда аксиом). Прямая, плоскость и пространство вовсе не есть сочетание точек. Как бы мы ни «сочетали» точки, мы никогда не получим даже прямой, не говоря о всех прочих измерениях. И если бы мы захотели всерьез назвать ту категорию, под которой существуют все эти аксиомы, мы сначала 1) столкнулись бы с тем фактом, что точка везде абсолютно тождественна самой себе, в каком бы виде мы ее ни брали. Затем 2) мы увидели бы, что точки все могут быть разными (или, обывательски говоря, могут «находиться в разных местах»); они – различны. Наконец, это самотождественное различие точки 3) не может тут браться во всей своей смысловой чистоте, ибо в таком случае мы понимали бы точки не как точки, но как отвлеченные арифметические единицы и вместо прямой из двух точек мы имели бы только отвлеченную арифметическую двойку. Надо это самотождественное различие погрузить в инобытие, т. е. надо, чтобы различие стало безразличием, а самотождество стало постоянным самопротивоположением. Тогда мы получаем самопротивополагающееся безразличие, т. е. алогическое становление, а это и делает впервые возможным перейти от арифметики к геометрии, от числа к пространству, т. е. впервые дает возможность сплошным образом соединить две различающиеся точки. Пусть у нас имеются две различные точки. Это еще не значит, что у нас есть прямая, так как тут пока только чисто арифметическое, отвлеченно-смысловое самотождественное различие точек. Но вот мы представили себе, что эти две точки переходят одна в другую в порядке самопротивополагающейся (или в каждый момент все новой и новой) неразличимости, т. е. в порядке инобы-тийной структуры самотождественного различия точек. Тогда это значит, что мы от одной точки к другой проведем прямую, т. е. впервые получим самую прямую, ибо между нашими двумя точками появилась целая бездна различных точек, но все они не отличны одна от другой.

И вот этот сложнейший диалектический процесс конструирования прямой из точек Гильберт хочет перепрыгнуть одним глупым словечком «сочетание».

Общую установку для диалектического получения основных геометрических элементов читатель найдет ниже, в § 55.3, 4.

§ 47. Аксиома самотождественного различия в теории множеств

1. Множество отличается от простого арифметического числа инобытийным гипостазированием входящих в него единиц или – в дальнейшей идее упорядоченности, что и модифицирует принцип самотождественного различия вполне своеобразно, совсем не арифметично и совсем не геометрично. В арифметическом числе все единицы и тождественны, и различны, и во множестве все элементы тождественны и различны. Но во множестве каждый элемент еще заново отличается от другого элемента; тут как бы различные единицы. И понимать это надо не в том смысле, что эти единицы только различны, а в том, что они, будучи и различными, и тождественными, одновременно положены в инобытии, так что самотождественное различие оказывается здесь положенным в инобытие (как в геометрии), хотя это инобытие (в отличие от геометрии) мыслится здесь только числовым образом. Каждая единица оказывается здесь как бы меченой, откуда подобное инобытийное гипостазирование и является зародышем идеи порядка, перво-принципом упорядочивания. Таким образом, в глубине самого понятия множества лежит нечто, указующее на то, что принципиально всякое множество может быть мыслимо как упорядоченное и даже как вполне упорядоченное.

Во множестве отдельные единицы различны; и при этом говорится, что не важно, чем они различны: значит, тут играет роль сама категория различия. Но единицы эти также и тождественны между собою: значит, имеется в виду самотождественное различие. Наконец, поскольку единицы самотождественно различны и во всяком арифметическом числе, приходится искать спецификум еще в другом. А это и есть инобытийное полагание самотождественного различия, но без геометрической пространственности этого инобытия.

2. Однако необходимо остановиться на самой идее порядка ввиду неясностей, царящих в самой теории множеств. Основной логической неувязкой в этом вопросе является то, что обычно множество определяют без помощи понятия инобытийного гипостазирования. Эти «определения» обычно сводятся к словесной тавтологии: множество – это множество. Мало того, существует термин «упорядоченное множество» и даже «вполне упорядоченное множество», хотя тут же существует утверждение, что всякое множество можно представить как вполне упорядоченное множество. Это обычная неясность у математиков, подавляющее большинство которых совершенно не имеет никакой логической школы ума. И она весьма затрудняет понимание математического материала, заставляя верить не формулировкам и не словесным (главным образом буквенным и вообще значковым) нагромождениям, но лишь

конкретному исследованию и шаг за шагом прослеживать способы манипуляции над данным числовым материалом.

а) В вопросе об упорядоченности множеств и получается такая неувязка: множество вполне определяется без момента инобытийной положенное числа, а тем не менее еще до введения этого момента уже пускаются в ход такие методы, которые имеют смысл в условиях упорядоченности. Именно, различаются понятия мощности и типа множества. Мощность множества – это то, что обще всем эквивалентным между собою множествам; тип есть то, что обще всем подобным между собою множествам. Что же такое эквивалентность и подобие? Одно множество эквивалентно другому, если элементы одного могут быть приведены во взаимно однозначное соответствие с элементами другого множества. Подобно же одно множество другому тогда, когда оба они «могут быть наложены друг на друга». Наложение же выставляется как возможное только в случае, когда взаимно однозначное соответствие между элементами обоих множеств связано с относительным порядком каждой пары элементов того и другого множества. Отсюда мы вправе сделать вывод, что эквивалентность, т. е. взаимно однозначное соответствие, мыслится здесь вне принципа взаимоналожения и подобия, т. е. вне принципа упорядочивания. Спрашивается, в чем же, собственно говоря, два множества могут быть эквивалентными? Идеи порядка элементов нет; следовательно, остаются элементы, абсолютно изолированные друг от друга. Но что же тогда значит взаимно однозначное соответствие? Это может значить только вот что: мы берем один элемент из первого множества; потом берем другой элемент из первого множества, забывая о первом его элементе (ибо отсутствие порядка есть отсутствие фиксируемой последовательности и, стало быть, полный ее разрыв), и сопоставляем[21] с каким-нибудь другим элементом из второго множества; так же поступаем с двумя третьими, четвертыми и т. д. элементами вплоть до полного их исчерпания. Когда все исчерпано и одно множество оказалось соответствующим другому, мы говорим: два множества эквивалентны. Другими словами, в эквивалентности (и, значит, в мощности), как эта категория устанавливается в теории множеств, нет ровно никакого иного соответствия, кроме чисто количественного, голого арифметического. Одно множество соответствует другому – это значит в таком понимании только то, что арифметическое количество элементов одного в точности равняется количеству элементов другого множества и мощность есть просто количество. Правда, нередко тут же говорят, что это в конечных множествах мощность ничем не отличается от количества, а в бесконечных множествах они представляют собою совсем разные вещи. Но такое утверждение логически может иметь только тот смысл, что всякое множество есть обязательно бесконечное множество, потому что конечное множество есть просто самое обыкновенное число, и нет никакой нужды вводить новые и неясные термины в область, известную хорошо уже всякому школьнику.

21 В рукописи: сопоставлением.

b) Итак, теоретики множества ошибаются, когда думают, что множество можно определить вне категории инобытийно-числового гипостазирования. Они ошибаются тут точно так же, как и тогда, когда думают, что возможно какое-то множество вообще и что не всякое множество может быть мыслимо вполне упорядоченно. С точки зрения беспристрастной логики, т. е. для чистой мысли, только и может существовать вполне упорядоченное множество, и никакое другое. Все прочее есть только абстрактные моменты, которые, конечно, необходимо изучать каждый в отдельности, памятуя, однако, что всякий абсолютный отрыв этих моментов от цельного понятия множества грозит провалом самого предмета, что и происходит, когда, отрывая множество от идеи порядка, просто покидают сферу теории множеств и переходят в обычную, я бы сказал, пошлую арифметику.

c) С другой стороны, мы тут же должны отметить, что, несомненно, есть полный смысл в том, чтобы вводить в теорию множеств понятие мощности и эквивалентности, отличая их как от чисто арифметических конструкций количества и равенства, так и от дальнейших построений в теории множеств относительно типов и подобия. Только вводить их надо не так, как это делается обычно. Систематическое изложение всех этих вопросов мы проводим в соответствующем отделе нашего исследования; здесь же скажем только несколько слов – для того чтобы оправдать понимание всякого множества как потенциально упорядоченного множества, да и то сделать это целесообразно только при разъяснении аксиомы подвижного покоя (§ 52).

Вопрос сводится, к разным диалектическим ступеням упорядочивания. Математики думают, что упорядочивание может быть разным только в смысле различия частей множеств, с каковой точки зрения «вполне упорядоченным» множеством называется такое, каждая часть которого имеет «первый элемент». Но понимать так упорядочивание – это значит то же самое, как если в геометрии вместо различия вида кривых проводили бы только различие в их длинах. С диалектической точки зрения существует несколько форм более глубокого упорядочивания, являющихся формами не самих упорядоченных множеств, но формами самой категории их упорядочивания (§ 52. 4). К числу этих форм принадлежит и то упорядочивание, которое при взаимном сравнении множеств порождает из себя картину эквивалентности и категорию мощности. В данном месте мы только запомним, что всякое множество так или иначе связано с инобытийно-числовым гипостазированием, т. е. потенциально с идеей порядка. Интересует же нас здесь совсем не самое упорядочивание (это всецело относится к области проявления категории подвижного покоя), но, высказывая что бы то ни было о множестве, нужно помнить, что множество (в особенности конечное) только и отличается от обыкновенного арифметического числа идеей инобытийно числового полагания.

3. Имея все это в виду, как ответить на вопрос о проявлении категории самотождественного различия в области множества?

Множество есть число, возвратившееся из инобытия к самому себе. Арифметическое число есть просто число. В нем не положено никакого различия между ним самим как бытием и каким-нибудь инобытием, которое было бы внешним в отношении него. Число по своему смыслу есть вследствие этого то же, что и число по своему бытию, т. е. по актам своего полагания. Сколько раз случился акт полагания, столько единиц мы фиксируем и в числе. Его смысловое, т. е. в данном случае количественное, содержание находится в полном соответствии с его бытийным содержанием; и даже нельзя сказать, что тут происходит «соответствие». Соответствовать одно другому может тогда, когда эти взаимно соответствующие предметы как-то отличны друг от друга. В арифметическом же числе не положено самого различия между его смыслом и его фактом. И это понятно, потому что различие между тем и другим предполагает переход чистого смысла в инобытие. А число арифметическое есть чистый смысл.

Что теперь происходит в экстенсивном числе и в геометрической совокупности? Здесь инобытие чистого числа. Это значит, что и тождество тут инобытийно, равно как и различие инобытийно. Инобытийное различие – это значит различие не чисто смысловых актов, но различие таких актов полагания, которые сами по себе еще ничего не говорят о различиях смысловых, о смысловых полаганиях. В арифметическом числе акт полагания равносилен акту смыслового различия. В геометрической же совокупности акт полагания еще ничего не значит как смысловое полагание. Это и есть признак того, что число перешло в свое инобытие. Оно расползается тут по актам своего полагания, но это совершенно не касается его смысловой разделенности, которая или прямо отсутствует (как в континууме), или обладает актами инобытийной связанности упомянутых актов (как во всякой геометрической фигуре).

Множество совмещает в себе все особенности и интенсивного числа, и экстенсивной фигурности[22]. Множество арифметично, ибо вся его математическая судьба разыгрывается в чисто числовой сфере, и тут нет и помина о каком-нибудь пространстве. С другой стороны, множество есть всегда инобытийное полагание, откуда образуется и упорядоченность, т. е. некая фигурность, а это уже заставляет вспомнить о геометрии. Откуда получается фигурность в экстенсивном числе? Она получается из того, что акты полагания различным образом расставлены. Но почему они различным образом расставлены? Потому что имеется в виду не просто самый акт полагания (и их количество), но и то поле, на котором совершается полагание, которое, будучи измеренным, и дает различное расстояние и промежутки. Это и значит, что тут существенную роль играет инобытие, ибо «поле», где совершаются акты полагания, в точном диалектическом смысле есть только иное, чем самые акты. Теперь спрашивается: а если будет разная «расставленность» актов в самом числе, то как возможна такая конструкция? Ясно, что чистое экстенсивное бытие будет здесь вобрано в сферу самого числа и произойдет синтез чистого

22 Клейн сообщает, что сам Кантор сказал ему однажды, что он, Кантор, хотел достигнуть в теории множеств «истинного слияния арифметики и геометрии» («Элем, матем. с т. зр. высшей». 1933. I 397).

числа и чистой его инобытийности. Когда такой синтез произведен, мы получаем понятие множества. Но тогда числу необходимо вернуться из инобытия к себе самому, пережить отрицание своего отрицания и от этого получить новое утверждение.

В общей диалектике доказывается, что отрицание отрицания никогда не приводит к простому повторению того, что уже было утверждено. В синтезе тезис не просто повторен, но дан в соответственно новом плане; он здесь не только просто он, но еще и свое иное, еще и все инобытие, от которого он, взятый сам по себе, так резко отличался. Во множестве мы имеем как раз прекрасный пример этого диалектического возвращения к самому себе: тут дана и вся числовая природа, и вся инобытийно-геометрическая, но это уже не есть ни арифметическая, ни геометрическая совокупность, а нечто третье, высшее и более общее.

4. В связи с этим аксиома самотождественного различия примет форму, аналогичную с геометрией, но с переходом к чисто числовой интерпретации. В геометрической совокупности даны абсолютно изолированные по акту своего полагания элементы. Но в геометрии они даны сами по себе, без влияния на числовое содержание совокупности. Здесь же смысловое содержание множества будет в точности соответствовать инобытийным актам полагания. Соответственно изменится и формулировка аксиомы.

Аксиома самотождественного различия в теории множеств: **множество есть совокупность абсолютно изолированных элементов, возвратившихся из инобытия к самим себе.** Или подробнее: **множество есть совокупность элементов, абсолютно изолированных по актам своего полагания, но отождествленных или различенных в точном соответствии с этими актами, однако же в их чисто числовом понимании.**

5. Эту формулу выражают в теоретико-множественной аксиоматике иначе. Даже, собственно говоря, нельзя и сказать, что иначе. Дело в том, что обычная аксиоматика, с которой приходится встречаться в изложении теории множеств, слишком слепая и связанная; и никогда не знаешь, почему авторы берут эти, а не другие аксиомы и почему дают им то, а не иное выражение. Поэтому можно говорить только о более или менее отдаленном соответствии наивно-эмпирических обобщений конкретной теоретико-множественной аксиоматики с нашими аксиомами, выведенными в строжайшей системе с сознательным применением самого глубокого и точного философского метода– диалектического.

Именно, нашей аксиоме самотождественного различия в теории множеств соответствует, по-видимому, та аксиома Цермело и других, которая известна под названием аксиомы объединения, хотя и т. н. аксиома спаривания, по-видимому, говорит в значительной мере о том же самом. Аксиома объединения (Vereinigung) гласит у Цермело-Френкеля так: «Если m есть множество, содержащее по крайней мере один элемент, то существует объединенное множество, которое содержит в качестве элементов все вместе элементы m и также – только эти». Аксиома спаривания (Paarung) гласит: «Если a и b – два различных множества, то существует множество <a, b>), которое содержит в себе множества a и b – и только их – и которое может считаться парой a и b». Взятые сами по себе, эти аксиомы весьма важны, потому что очень важно отметить различие отношения, в которое вступают между собою элементы разных множеств в зависимости от объединения самих множеств. Так, если город состоит из улиц, а улицы – из домов, то дома суть элементы вовсе не города, а только улицы; если дома в каком-то смысле могут считаться элементами города, то это надо фиксировать специально, что, по-видимому, и сделано в «аксиоме объединения». То же соответственно и в «аксиоме спаривания».

Однако такая формулировка весьма формалистична и недостаточна. Прежде всего, тут совершенно не подчеркнут спецификум множества; и аксиома сформулирована так, что она применима и к любой совокупности, и прежде всего к чисто арифметической. Эта аксиома говорит ведь только то, что если мы имеем сумму 5 и 7, то она будет содержать в себе все единицы пятерки и все единицы семерки, и только их. Такая безобидная вещь, конечно, тоже очень интересна, но место ее в арифметике, а не в теории множеств. Далее, совершенно не показано, зачем понадобилась такая аксиома и как она связана с самим понятием множества. Между тем в нашей – чисто диалектической – дедукции со всею ясностью показано, откуда получается такая аксиома и каково специфическое значение ее в теории множеств. Именно, показано, каким образом множества, инобытийные одно в отношении другого и, следовательно, являющиеся только частями какого-то другого, более общего множества, могут слиться в новое множество, в котором и не узнаешь никаких бывших самостоятельных «частей», но в котором все элементы всех объединенных множеств сольются в новую цельность и подчинятся новой смысловой структуре. Тут важно не то, что два множества можно объединить в одно целое (это обычно делается и в арифметике с любыми числами), а важно то, что из этого объединения получается совершенно новая смысловая структура, новая цельность, имеющая весьма мало общего с каждым из объединяемых множеств, но заново освещающая и переделывающая элементы этих первоначально данных множеств. Это и зафиксировано в нашей основной формулировке.

§ 48. Формулировка трех выведенных аксиом при помощи понятий элемента и части.

1. Эта аксиома самотождественного различия может быть выражена иначе, и в связи с этим есть смысл в соответствующем видоизменении этой аксиомы и для интенсивного и экстенсивного числа. А именно, поскольку в этих аксиомах идет речь об инобытии, полезно ввести различие «элемента» и «части». Говоря кратко и обще, элемент есть смысловой момент целого, а часть – инобытийный момент целого. Например, если условно согласиться, что точное определение прямой есть то, которое всегда дается в школах («прямая есть кратчайшее расстояние между двумя точками»), то на основании этого

можно сказать: элементом прямой является наличие двух точек и частью прямой является тот или иной ее отрезок. Это, однако, относится скорее к определению понятия прямой и к определению элементов понятия прямой, а не самой прямой, и потому можно привести более яркий пример. Если я разобью мелодию, разыгрываемую на скрипке, на отдельные ноты, то каждая такая нота будет частью мелодии; когда же я реально начинаю играть на скрипке и всю эту мелодию воспринимаю как целое, то каждая нота уже оценивается в сфере целого, и тогда она не часть целого, но элемент целого. Часть есть инобытие элемента точно так же, как и все части, т. е. все есть инобытие всех элементов, т. е. инобытие целого. Целое осуществлено во всем, и элемент осуществлен в соответствующей части. Целое объемлет части и одухотворяет их, без чего они остались бы самими собою и не имели никакой связи ни между собою, ни с целым. Никакая отдельная линия, взятая сама по себе, не есть квадрат, и мы можем взять тысячу прямых, и из них никакого квадрата не получится. Но достаточно взять только четыре прямых и привнести извне идею квадрата, как вдруг получается и самый квадрат. Идея же четырехугольника тоже не имеет ничего общего ни с самими прямыми линиями, ни с линиями вообще; иначе пришлось бы сказать, что сама идея четырехугольника четыреугольна или четырелинейна, что было бы нелепостью. Итак, целое и все, т. е. элемент и часть, взятые сами по себе, не имеют друг к другу никакого отношения; они взаимно инобытийны и диспаратны. И только вступая в объединение, они начинают осмыслять и оформлять друг друга. В различиях формы этого объединения и коренится расхождение трех аксиом самотождественного различия.

2. a) Во-первых, часть может быть подчиненной элементу, т. е. целое может в точности равняться сумме своих частей. Другими словами, здесь сначала даются различия смысловые, а потом механически примыкают к ним различия фактические, инобытийные. Вернее, сначала проводятся различия смысловые, потом оказывается, что это же и есть различия инобытийные. Таково арифметическое число. Здесь по смыслу дается столько-то элементов (или единиц); и тут же оказывается: столько имеется и частей, т. е. столько же имеется различий и по факту, по инобытию; иначе выражаясь, сумма частей и есть все целое, целое в точности равняется сумме своих частей. Это возможно только тогда, когда дан смысл без инобытия, т. е. абстрактный смысл. Тут целое в полном смысле слова делимо на свои части, но возможно это только в том случае, если первоначальные различия установлены как чисто смысловые, а инобытийные только следуют за этими, не привнося ничего нового.

b) Во-вторых, отношение между элементами и частью может быть обратное, а именно элемент может быть подчинен части и целое – сумме своих частей. Это возможно, очевидно, когда вся система переходит в инобытие. Тут мы забываем о смысловых различиях и сначала даем волю инобытийным различиям. Когда установилась та или другая система инобытийных различий, т. е. та или иная система частей, мы, не производя никаких специально смысловых различий, только фиксируем смысловым образом то, что получилось в результате инобытийных различий, и этим ограничиваемся. Такова система отношений в геометрической совокупности. Здесь, забывши о том, что такое чистая и абстрактная единица, чистая и абстрактная двойка, тройка и т. д., мы отдаемся во власть инобытийного раздробления, нагромождая путем бесконечного дробления одну часть на другую, а потом, выбравши то или иное взаимоотношение частей, которое получилось в результате инобытийного становления, фиксируем его как таковое, и – получается точка, линия, плоскость и пр. Здесь элементы (смысловые акты) следуют за своим инобытием, элементы следуют за частями. Может ли здесь целое равняться сумме своих частей? Очевидно, нет, но сумма частей образует здесь свое целое, независимое от того первоначального и абстрактного целого, из которого мы исходили. Целое есть везде – и в арифметике, и в геометрии. Но в арифметике оно равняется сумме своих частей, и сумма эта всецело им определена. В геометрии же целое перешло в инобытие, и потому оно уже не зависит от себя, но определено своим инобытием, т. е. суммой своих частей. В арифметике целое равно сумме своих частей, а в геометрии сумма частей равна своему (своему собственному) целому.

[с)] Наконец, в-третьих, между частью и элементом может быть полное равновесие, и целое может ровно в такой же мере быть подчиненным сумме своих[23] частей, как и обратно сумма частей – целому. Это происходит во множествах следующим образом. Здесь инобытие продолжает определять смысловую значимость элементов и сумма частей продолжает определять собою целое. Но это целое оказывается уже не чем-то противоположным первоначальному целому и инобытийным в отношении к числу, но оно оказывается ровно в той же мере чисто смысловой структурой, как и само арифметическое число, лишаясь того противостояния смысла и факта, которым инобытие как раз и отличалось от чистого смысла. В чистом смысле, мы знаем, нет положенное™ различия между бытием и инобытием; инобытие тут есть также бытие, оно определяет собою различие внутри бытия же, нисколько не мешая ему быть бытием, а только делая его внутренно раздельным. В инобытии же самая яркая особенность – это разрыв между смысловым бытием и алогическим инобытием и их несовпадение во всех существенных пунктах. Так вот, во множестве и оказывается снова снятой и уничтоженной эта противоположность бытия и инобытия, уничтожен это разрыв и снова восстановлена простота и неинобытийность чистого числа. Конечно, это с сохранением (теперь уже смысловым сохранением) той инобытийной регулировки, которая была достигнута на стадии примата частей над элементами, инобытия смысла над самим смыслом. Тут, стало быть, мы находим подчинение целого сумме частей, но сама сумма здесь такова, что она ничем не отличается от чисто смысловой структуры целого. Целое окунулось в инобытие, но не рассыпалось на бесчисленные части, что сулило ему это инобытие, а только вобрало их в себя смысловым образом, получило вместо

23 В рукописи: других.

абстрактной значимости фигурную разрисовку, но не перестало быть чистым смыслом.

3. Отсюда три формулированные выше аксиомы самотождественного различия могут быть выражены еще и таким образом.

Арифметическое число **есть такая совокупность элементов, в которой каждая часть подчинена соответствующему элементу и целое в точности равняется сумме своих частей.**

Геометрическая величина **есть такая совокупность элементов, в которой каждый элемент подчинен соответствующей части и сумма частей не равняется целому, но сумма эта сама определяет для себя самостоятельно свое целое.**

Множество **есть такая совокупность элементов, в которой каждый элемент и соответствующая часть находятся в полном равновесии, так что целое хотя и не равняется сумме частей, но эта последняя образует из себя как раз то самое целое, которое перешло в сумму частей.**

4. a) Относительно множества также может быть выставлен ряд положений, с полной очевидностью вытекающих из этой аксиомы и являющихся, собственно говоря, лишь иным ее выражением, хотя для математиков здесь лежат неимоверные трудности и парадоксы.

1. Множество как целое больше своей части и, следовательно, больше всех своих частей, потому что целое хотя и состоит из частей, но содержит в себе и то, чего нет ни в одной части.

2. Множество как целое меньше всех своих частей и, следовательно, меньше и каждой правильной своей части, потому что целое вмещается в сумме своих частей и часть содержит в себе целое (целое помещается в каждой части).

3. Множество как целое равно и каждой своей части, и сумме всех своих частей, потому что целое состоит только из своих частей, и больше не из чего, и данные части составляют именно это целое, и больше ничего.

Только диалектика может понять и совместить эти взаимно противоречащие утверждения.

b) Хотя внимательный читатель и вполне понимает, что указанные положения относительно множеств обладают чисто логическим характером, тем не менее во избежание недоразумений надо сказать, что в математике самый термин «множество всех частей» имеет совсем другой смысл, а именно тут имеются в виду все части независимо от их взаимного перекрытия, так что мощность множества всех частей множества всегда больше мощности этого последнего (напр., мощность множества всех частей счетного множества есть даже мощность континуума). Однако и без этого теория множеств не брезгует выражениями, указывающими, несомненно, на антиномию целого и части.

Множество ĩ называется частью множества ɷ;, если всякий элемент ĩ принадлежит к ɷ. При этом если ĩ часть ɷ, но ɷ не часть ĩ, то ĩ – правильная часть ɷ; если же ɷ часть тих часть ɷ, то ĩ – неправильная часть ɷ. Относительно правильной части вопроса не возникает. Но что такое «неправильная» часть? Ведь, в сущности говоря, когда ɷ и ĩ являются одно в отношении другого частями, то это возможно только в одном случае, а именно когда они эквивалентны, т. е. попросту когда ω и ĩ суть разные названия для одного и того же множества, так как все их элементы в этом случае совершенно одинаковы. Но тогда под «неправильной частью» множества можно понимать, очевидно, только совокупность всех неперекрывающих одна другую частей, из которых и состоит данное множество. Утверждая, что все элементы ĩ принадлежат ω, мы выделяем из ω некоторую определенную часть, соответствующую элементам ĩ, но когда мы к этому прибавляем, что также и все элементы ω принадлежат к ĩ, то мы из ĩ вырезаем определенную часть соответственно элементам ω, т. е. в результате мы начинаем эти вырезанные из ω и ĩ части считать всеми частями и ω, и ĩ, вполне соответственными входящим в это единое множество элементам.

Все это рассуждение тотчас же получает острейший диалектический смысл, как только мы его зафиксируем в таком тезисе, непосредственно вытекающем из самого рассуждения: всякое множество есть часть самого себя по одному тому только, что всякий его элемент есть именно его элемент. Тогда появляется необходимость утверждать и то, что всякое множество меньше себя самого, как, правда, и то, что всякое множество больше себя самого, ибо в этом суждении и «больше», и «меньше» и субъектом, и предикатом является одно и то же множество, и можно сколько угодно взаимно их переставлять и получать каждый раз утверждение, обратное предыдущему. Однако единственный здравый смысл этой антиномики заключается в выше развитой антиномике целого и всего, или целого и частей.

c) Но даже если брать термин «множество всех частей» в специфическом теоретико-множественном значении, то и тут дело не обойдется без антиномии, хотя формулировать ее можно иначе. А именно, «целое» и «часть» могут находиться в диалектическом противоречии только тогда, когда они рассматриваются в качестве чистых понятий (как это и сделано у нас выше), т. е. когда эти понятия сами являются самостоятельным субъектом со своей собственной судьбой, или самостоятельным организмом, а не обладают только лишь инструментальным характером, не оказываются только лишь средством, которое употребляет какой-то другой субъект («человек») для целей осмысления чуждого инобытия. Как чистое инобытие смысла есть его становление, т. е. его бесконечное распыление, так чистый смысл есть восстановление инобытия, т. е. его бесконечная собранность. Так «движение» есть инобытие «покоя». Но если движение совершается с бесконечной скоростью, то движущееся сразу находится во всех точках бесконечности; и так как дальше бесконечности уже нет никаких других точек (поскольку всех их она уже вместила в себе), то такое движение с бесконечной скоростью вполне тождественно с покоем. Поэтому диалектика отличается от прочих способов рассмотрения понятий тем, что она берет эти понятия как бесконечные сгустки бытия, как пределы. А в математике только там воочию видна диалектика, где идет речь о бесконечности, так как конечные величины хотя и подчинены диалектической антиномике, но последняя в них не выявлена непосредственно, а только с необходимостью предполагается при достаточно систематическом подходе.

Итак, «множество всех частей» множества должно с необходимостью и воочию выявить антиномику целого и частей в том случае, если будем оперировать с бесконечным множеством. И действительно. Пусть мы имеем множество ω всех вещей. Поскольку множество ĩ всех частей этого множества своею мощностью выше этого последнего, постольку множество ω эквивалентно только части множества т. Но из чего состоит ĩ? ĩ состоит все из тех же вещей, из каких и ω, т. е. всякий элемент ĩ; есть и элемент ω. А это значит, по указанному выше определению части, что ĩ эквивалентно некоторой части ω. Но если ω и ĩ эквивалентны частям друг друга, то, опять-таки по указанному выше, и сами ω и ĩ эквивалентны. Итак: ω и ĩ и эквивалентны, и неэквивалентны. ĩ, как множество всех частей ω, не эквивалентно ω; но так как ω есть множество всех вещей, то никакое ĩ не может его превзойти, и, будучи столь же бесконечным, оно совпадает с ω.

Поэтому, если среди аксиом учения о множествах попадается и аксиома о Potenzmenge, о множестве всех частей множества, то mutatis mutandis[24] и она не бесполезна для иллюстрации антиномики частей и целого. Эта аксиома формулирована у Френкеля так: «Если существует множество ш, то существует и множество U, которое содержит в качестве элементов все подмножества га, и только их».

§ 49. Аксиома самотождественного различия в теории вероятностей

1. Прежде чем формулировать аксиомы теории вероятностей, сделаем ряд замечаний, которые послужили бы к философскому уяснению своеобразия всей той совершенно специфической области в дополнение к общей установке, намеченной в § 9. С понятием вероятности мы вступаем в область того, что в логике называется модальными категориями, среди которых обычно насчитывают три – необходимость, возможность и действительность. Надо дать элементарное разъяснение этих категорий.

2. До сих пор мы не встречались с этими категориями. Почему? Это было потому, что мы имели дело исключительно только с самим смыслом (с «идеальным» бытием). Беря смысл сам по себе – число как число, – мы не можем сказать о нем ни того, что оно необходимо, ни того, что оно возможно, ни того, наконец, что оно действительно. Ибо эти три сферы нуждаются в числе и без него невозможны, само же число не нуждается в них и обсуждаемо само по себе. Число «пять» одинаково может быть и необходимым, и возможным, и действительным. Значит, самый смысл пятка нисколько не зависим от этих сфер. Что же получается при переходе в эти сферы? Получается то, что из сферы смысла мы должны перейти в сферу факта, к инобытию смысла, но не в том смысле, как мы находим инобытие внутри самого числа (и получали интенсивное, экстенсивное и эйдетическое число), а в том смысле, что мы

24 с соответствующими изменениями (лат.).

перешли к инобытию в отношении всей вообще сферы числа. Теперь мы оперируем не просто с моментами чистого смысла, но все время смотрим на сферу возможного их осуществления, как бы примеряем их к действительности, наблюдая степень их реальности, степень возможного осуществления. В этой общей области взаимоосвещения смысла и факта и зарождаются категории модальности. Их мы должны, однако, наметить подробнее и яснее, чем это обычно делается в логических исследованиях.

3. Возьмем тот или иной момент чистого смысла. Вообразим себе, что этот момент может предстать перед нами как осуществленная, овеществленная, фактическая действительность. Но мы пока не будем ничего предпринимать для осуществления этого смысла. Мы только запомним, что это осуществление должно потребовать каких-то новых актов, каких-то усилий с той или другой стороны, чтобы стать реальной жизнью. Каждый момент фиксируемого нами смысла должен превратиться в какую-то реальную силу или подвергнуться воздействию чьей-то силы; без этого невозможно никакое осуществление. Имея это в виду, обратим свои взоры на чистый смысл. Он, видим, есть полная этому противоположность. В нем все вытекает само собою из целого и из отдельных моментов. Тут нет никаких «вещей», которые надо было бы «двигать»; тут нет никаких сил, без наличия которых ничего не осуществилось бы. Тут все ясно само собою, независимо от того, осуществляет это кто-нибудь или нет. Даже наша собственная мысль тут неважна. Я, например, могу не уметь логарифмировать, но самый логарифм от этого нисколько не страдает. Даже если бы никто никогда не логарифмировал и человечество не имело бы об этом никакого представления, все равно логарифм был бы логарифмом и, в частности, природные процессы так же осуществляли бы в себе эту функцию, как они осуществляют ее и сейчас, при нашем знании логарифмов. Вот эта точка зрения, когда мы противопоставляем смысл его факту без фиксирования, однако, самого факта, и ведет к установке необходимости смысла. Смысл сам по себе не есть необходимость. Но когда смысл берется на фоне своего осуществления, хотя в то же время само это осуществление не фиксируется, а только присутствует отрицательно как принцип, то так модифицированный смысл есть необходимый смысл, необходимость.

Смысл факта в освещении факта, но без самого факта есть необходимость. Факт же смысла в освещении смысла, но без самого смысла есть случайность. Необходимость и случайность, следовательно, возникают в сфере взаимоосвещения смысла и факта, но в условии отсутствия того члена, в сфере которого мыслится данный член. Бытие-смысл, для того чтобы стать бытием-необходимостью, должен отличаться от своей противоположности, потому что мыслится как окруженное темным фоном того, что не есть бытие-смысл. Что это именно такое, можно и не знать. Знаем только, что кругом нечто такое, что не есть и чистый смысл, не есть и чистое бытие. При желании мы можем перевести глаза с этого зафиксированного чистого бытия-смысла на смешанное и мутное бытие-факт. Но тогда первое будет мыслиться как окружающий фон, вернее, как неприступные границы, и тогда чистое бытие-смысл станет неясным, присутствующим только отрицательно, как принцип возможных осуществлений. Получается бытие случайное. Когда мы хотим мыслить бытие, алогическим фоном для этого (или, как говорят, диалектическим отрицанием этого) обязательно является инобытие, когда мы мыслим смысл, обязательно в качестве возможного принципа примышляется внесмысловая данность. Но когда мы мыслим необходимость, требуется отрицательное примышление случайности. Но это бытие исключает из себя всякую замутняющую его стихию, всякую нелепость и недостоверность, т. е. попросту всякое его отрицание, хотя последнее и должно быть положено вне самого бытия, чтобы это бытие могло от него отличаться. Точно так же случайность есть бытие, но это бытие исключает из себя всякую достоверность и закономерность, т. е. всякое свое полагание, утверждение (ибо полагание ведет к различению, к тождеству, т. е. к фигуре и т. д., т. е. к закономерности), хотя это полагание и должно мыслиться вне бытия случайности, чтобы было от чего этой последней отличаться. Поэтому более или менее точно можно сказать так.

Необходимость есть бытие. Необходимость есть бытие, *которое полагает себя путем полагания вне себя своего отрицания, перенося свое самоотрицание из себя за пределы себя. Случайность же есть бытие, которое полагает себя путем отрицания себя внутри себя, т. е. путем самоотрицания, перенося свое самоотрицание извне на самого себя.*

4. Смысл и факт есть абсолютная противоположность, т. е. хотя они и предполагают одно другое, но на них самих не отпечатлена эта взаимопредполагаемость. Это есть противоположность *для иного*. Чтобы она стала противоположностью *для себя*, т. е. чтобы каждый из ее членов отобразил на себе свою противоположность иному, необходима перестройка того и другого члена. Уже необходимость и случайность есть такие категории, которые демонстрируют собою некое взаимное сближение обоих членов изучаемой противоположности. Именно, в то время как «смысл» предполагает свое явление, т. е. факт не сам по себе, но в чьем-то постороннем сознании, «необходимость» уже в самом своем логическом содержании предполагает соотнесенность со «случайностью». Правда, смысл отображает здесь фактическое бытие пока еще очень абстрактно; а именно он покамест только требует, чтобы оно просто присутствовало, чтобы оно было *вполне принципиально*. Тут А указывает на то, что где-то и как-то есть еще и В, что этого В не может не быть принципиально, в то время как раньше А существовало так, что по нему нельзя было узнать, есть ли где-нибудь В (хотя мы-то и знали, что оно где-то обязательно есть). Однако возможно, что по А мы узнаем не только о принципиальном наличии В, но еще и о содержании этого В, о его свойствах, о его смысле, так же как и по В узнаем о свойствах А. Это будет уже гораздо более интимное воссоединение смысла и явления, и тут будет недостаточно – с точки зрения модальности – одной пары категорий необходимости и случайности. Смысл в свете факта, но без самого факта есть необходимость. Необходимость же в свете случайности, но без самой

случайности есть вероятность. Точно так же: факт в свете смысла, но без самого смысла есть случайность; случайность же в свете необходимости, но без самой необходимости есть реальная возможность.

Необходимость есть тождество смысла и бытия в сфере самого смысла, равно как случайность есть тождество смысла и бытия в сфере самого бытия. Вероятность также есть тождество смысла и бытия в сфере самого смысла, равно как возможность есть тождество смысла и бытия в сфере самого бытия. Но необходимость привлекает для своего синтеза бытие в качестве внутрисмыслового бытия, поскольку самый синтез этот совершается в сфере смысла, оставляя прочее бытие вне себя как бесполезное марево, нужное только как логический принцип для ограничения (т. е. определения) смысла. Вероятность же, оставаясь по-прежнему смысловой конструкцией, вбирает в себя смысловое содержание этого случайного инобытия, пребывавшего во всей своей бесполезности и раздробленности. Смысл сам начинает тут перекрываться внешним себе инобытием, продолжая, однако, подчинять его себе. Но раньше он подчинял его себе так, что инобытие в нем растворялось без остатка (и чистый смысл только стал внутри обоснованным, т. е. стал необходимостью). Теперь же смысл не может просто растворить в себе инобытие, но инобытие накладывается на него вторым слоем, так как однажды оно уже поглотило его в себя и тем перекрылось определенным слоем внутреннего инобытия. Однако что же это значит – приятие второго слоя инобытия? Первый слой, появившийся в результате приятия в себя смыслом своего инобытия, ушел на внутреннее самообоснование самого смысла, на конструирование «необходимости». Теперь чистый смысл уже в себе обоснован. Дальнейшее привлечение инобытия уже не может выполнять функции внутреннего самообоснования чистого смысла. Внутренне самообоснованный смысл, приявший на себя новую энергию инобытия, может оставить его при себе только с его собственными, т. е. уже чисто внешними, функциями, которые ведь только и свойственны ему в первоначальной форме как именно инобытия. Однако мы сказали, что инобытие здесь понимается пока не в своей абсолютной, субстанциальной положенности. Покамест мы говорим о таком смысле, который принял на себя только смысловое содержание инобытия. Но ведь смысл у нас теперь есть самообоснованный смысл, необходимость; и что бы в нем ни находилось – пусть этот второй слой инобытия, – он все равно есть некое обоснование. Следовательно, получается внутренне обоснованный смысл, который как таковой обосновывает и внешнее инобытие, им на себя принятое, но, поскольку последнее берется только в своем смысловом содержании, он и обосновывает это внешнее инобытие только смысловым же образом. А это и есть вероятность. Вероятно ведь то, что имеет для себя основание; и так как всякое основание есть основание в сфере смысла, то вероятно то, что обосновано в сфере смысла. Но обоснование может быть как чисто смысловым, так и чисто фактическим. Фактически обосновать – значит, быть причиной. В смысловом же отношении обосновать – значит, сделать вероятным. Вероятность и есть такой самообоснованный смысл, который, кроме того, обосновывает еще и внешнее для себя инобытие, но обосновывает его только смысловым образом. Необходимость есть самообоснованный смысл, но для себя. Вероятность же есть самообоснованный смысл для иного, или необходимость смысла для иного. Вероятность утверждает, что для бытия есть смысл, но она как раз ничего не утверждает о том, есть ли само бытие.

С другой стороны, мы имеем возможность. Возможность мы отличаем от вероятности тем, что относим ее (как и случайность) в сферу факта, в то время как вероятность мы понимаем как нечто смысловое. Как необходимость, вбирая в себя смысловое содержание инобытия, становится вероятностью, так случайность, вбирая в себя смысловое содержание смысла, становится реальной возможностью. Одно дело, когда вещи могут быть или не быть по смыслу; и другое, когда они могут быть или не быть реально. Одно дело – логическая (лучше сказать – смысловая) возможность, другое дело – фактическая сила, потенция. Первую мы и называем вероятностью, вторую же – возможностью.

5. Вероятность и возможность суть еще более глубокий синтез смысла и факта, чем необходимость и случайность. Можно, однако, этот синтез продолжить еще дальше. Можно говорить не о смысловом отождествлении смысла (необходимости) и факта (случайности), но о фактическом их отождествлении. Сначала смысл ни на что не указывал, но пребывал в уединении. Потом он стал указывать на свое инобытие, не входя при этом в его содержание и тем более не преследуя целей фактического с ним объединения. Это была «необходимость». Далее смысл стал указывать на самое содержание своего инобытия, так что, рассматривая смысл, мы тем самым рассматриваем и смысловое содержание его инобытия. Это была «вероятность». Теперь смысл указывает нам на самый факт своего инобытия, так что уже все равно, иметь ли с ним дело как со смыслом, иметь ли дело с ним как с фактом. Это фактическое субстанциальное тождество смысла и инобытия, смысла и факта, или смысла и явления, есть действительность. В ней встречаются и сливаются вместе логическая вероятность и фактическая возможность, когда обе они начинают одна другую на себе отображать. Необходимость была у нас смыслом в свете факта, но без самого факта и без осмысленности этого факта. Вероятность – это смысл в свете факта без самого факта, но с его осмысленностью. Действительность есть смысл в свете факта, но так, что она есть и осмысленность этого факта, и самый этот факт в его последней субстанции. Соответственно и со стороны инобытия: инобытие в свете смысла, но без самого смысла и его самообоснованности есть случайность; инобытие в свете смысла без самообоснованности смысла, а только с его содержанием есть возможность; инобытие в свете смысла, когда оно само есть смысл и по его содержанию, и по его самообоснованности, оказывается действительностью.

В таком виде можно было бы представить себе диалектическую таблицу модальных категорий, причем мы на данной стадии нашего исследования не входим в анализ еще особого вида модальности – выраженной, или понимаемой, действительности, о чем должно быть особое и весьма углубленное рассуждение.

6. После всех этих разъяснений мы можем приступить и к математической интерпретации категорий модальности. Математика вполне обладает аппаратом числовых конструкций модальности, и это в дальнейшем явится очень интересным предметом нашего специального исследования. В настоящую минуту мы можем сказать только то, что вся интенсивно-экстенсивно-эйдетическая сфера является, очевидно, сферой необходимости, что бытие вероятное и возможное получается в т. н. теории вероятностей, действительность – в т. н. статистике и даже модальность выразительной действительности можно выследить в некоторых отделах этих наук (напр., в т. н. вариационной статистике). Однако мы не будем здесь разрабатывать аксиоматику для всех решительно модальных категорий, так как это в значительной мере предвосхитило бы специальные отделы нашего исследования, так же как и в области интенсивного числа мы ограничиваемся только аксиомами арифметики. Однако мы все же не можем миновать самого главного, это – аксиом теории вероятностей. Чтобы перейти к ним, произведем общую числовую модификацию категории вероятности.

7. Вероятность отличается от необходимости тем, что вмещает в себе внешнее для себя инобытие, и вмещает только смысловым образом, так что она тем самым конструирует смысл инобытия, не конструируя, однако, его фактов. Это значит, что вероятность всегда есть некое смысловое отношение бытия и небытия. Мы смотрим на бытие-смысл и видим, что оно указывает на смысл инобытия, не указывая его факта, т. е. указывает на его возможность. Если брать обычные примеры теории вероятностей, то можно сказать так. Пусть в урне находится N шаров, и пусть $\frac{M}{N}$ из этих шаров черные, а остальные белые. Обычно говорится, что вероятность вынимания черного шара равняется т. е. под вероятностью события A понимается в математике отношение благоприятных для него случаев ко всем равно возможным и несовместимым случаям вообще. Это и значит, что вероятность есть такой обоснованный в себе смысл, который обосновывает еще свое инобытие и обосновывает его смысловым образом. Если вероятность появления черного шара = $\frac{3}{10}$, то это значит, что бытие (представленное тут всеми 10 шарами) берется не само по себе, но с указанием на возможное здесь инобытие (представленное 3 черными шарами) и что эта величина $\frac{3}{10}$ есть обоснование инобытия не фактическое (так как неизвестно, когда и как наступят соответствующие факты получения черных шаров), но только смысловое.

Тогда понятным делается и то, какую форму примет вероятность, когда она станет действительностью. Действительностью бытие 10 шаров станет в том случае, если мы все эти 10 шаров реально вынем из урны, т. е. когда число возможных выниманий совпадет с числом наличных в урне шаров. В таком случае числитель и знаменатель изучаемого примера [25] будут равны и вероятность окажется равной единице. Следовательно, *действительность есть такая вероятность, которая равна единице*. Это понятно еще и потому, что единица есть полное полагание, а действительность это прежде всего есть полное полагание. С другой стороны, не трудно себе представить, что вероятность, равная нулю, окажется просто невозможностью. Это не требует пояснений. Стоит только указать на то, что вполне представима и вероятность, равная бесконечности. Если вдуматься в формулу

$$\frac{M}{N}=\infty,$$

то станет ясным, что, поскольку здесь М должно быть тоже равно бесконечности, мы всегда будем иметь случай, благоприятный событию |N], когда бы и как бы ни происходил этот случай. Другими словами, это необходимость. Это тоже понятно из более общих рассуждений. Все смысловое вообще отличается от фактического, инобытийного тем, что оно есть в бесконечной степени то, чем инобытийное является только в конечной степени. Если мы будем бесконечное число раз измерять углы эвклидовского треугольника и бесконечное число раз сумма их оказывается равной двум прямым, то это и значит, что данная теорема [о сумме углов треугольника] не есть ни действительность, ни возможность, но самая настоящая необходимость. Если бы оказалось, [что] два прямых угла получаются только для конечного числа треугольников, то теорема имела бы только вероятное значение. А если бы они получались для конечного числа треугольников, но больше никаких других треугольников не существовало бы, то это была бы действительность. Также если и были бы всякие другие треугольники с суммой углов в два прямых или еще с иными суммами, но мы свое суждение относили бы только [к] данному конечному числу фактически измеренных треугольников, то и в этом случае наша теорема была бы не необходимостью и не вероятностью, но действительностью. Итак, *вероятность, равная бесконечности, есть необходимость*.

Другими словами, математическая вероятность в собственном смысле, т. е. когда она не есть ни нуль, ни бесконечность, может помещаться только между нулем и единицей, т. е. может быть только правильной дробью.

8. Теперь, наконец, мы можем сказать специально и об аксиоме самотождественного различия в математической теории вероятностей. Нетрудно сообразить по аналогии с этой же аксиомой в арифметике (§ 45), что вероятность есть прежде всего некая совокупность изолированных моментов. Однако эта совокупность здесь вполне специфична. Она есть, как мы только что видели, отношение количества случаев, благоприятствующих событию А, к количеству всех равновозможпых, несовместимых и единственных случаев вообще. Вот это отношение здесь и рассматривается. В арифметике числа строятся так, что они сравнимы между собою и определяют друг друга, так что если есть а и есть b, то есть и с, которое есть их сумма. Также если есть с, то в

25 В рукописи: принципа.

нем всегда можно отличить одно от другого и найти такое a и такое b, что их сумма как раз будет равняться c. То же самое мы находим в теории вероятностей. Если мы знаем, например, вероятность рождения детей вообще (в данной стране за данный промежуток времени), то мы можем сказать, что вероятность рождения мальчиков меньше вероятности рождения детей вообще и что последняя получится, если к этой вероятности мы прибавим еще вероятность рождения девочек. Отсюда и аксиома.

Аксиома самотождественного различия в теории вероятностей: **математическая вероятность события есть отношение количества случаев, ему благоприятствующих, к числу всех единственно и равновозможных, несовместимых случаев, причем вероятность частного случая события меньше, чем вероятность события вообще, и предполагает соответствующее дополнение до нее.**

9. Очень важно отметить, что те, кто занимаются аксиоматикой теории вероятностей, также сталкиваются с подобными постулатами. Я укажу на С. Н. Бернштейна, который счел нужным[26] ввести здесь в качестве первейшей аксиомы т. н. аксиому сравнения вероятностей. Он формулирует ее так: «Если a есть вид (частный случай в узком смысле слова) события A, то вер. a<вер. A; обратно, если между вероятностями фактов a_1; и A существует неравенство вер. a_1 <вер. A, то оно означает, что вер. a_1 = a, где a есть некоторый вид события A». С. Н. Бернштейн называет это аксиомой сравнения. Ее можно было бы назвать самыми разнообразными словами (например, по Гильберту, это была бы «аксиома связи» или «аксиома сочетания»). Мы же можем сказать только то, что единственное обстоятельство, выдвигаемое здесь, есть необходимость различения внутри данной вероятности большего или меньшего и их складывания в одну данную вероятность. Но это есть только результат функционирования категории самотождественного различия.

Аксиома эта почти не требует никаких пояснений. Само собою, конечно, разумеется, что вероятность рождения мальчиков меньше вероятности рождения детей вообще. Это первая часть аксиомы. Вторая часть гласит о том, что если вероятность смерти в течение года больше, чем смерти в течение месяца, то мы можем вычислить вероятность смерти и для более специфического случая, например для смерти 70-летнего по сравнению со смертью 20-летнего. Оказывается, что вероятность старику умереть в течение (примерно) трех недель та же, что и вероятность молодому человеку умереть в течение года. Следовательно, чтобы из первой вероятности получить вторую, надо ее соответственно восполнить.

26 См. его «Опыт аксиоматического обоснования теории вероятностей» в «Сообщениях Харьковского математич. общества» за 1917 г. и в общем курсе «Теории вероятностей». М.; Л., 1934. II.

II. Подвижной покой

§ 50. Аксиома подвижного покоя в арифметике.

Переходим ко второй большой составной категории в области идеальной структуры числа, к подвижному покою. Применить эту категорию к изученным нами областям математического предмета будет теперь легче, поскольку мы более или менее освоились со смысловым своеобразием каждой из этих областей и на большом примере уже могли почувствовать их диалектическое место.

1. Самотождественное различие давало нам в применении к числу совокупность, которая складывалась из элементов. Совокупность и была самотождественным различием этих элементов. Теперь, применяя категорию подвижного покоя, мы получим, очевидно, тоже совокупность элементов, но не в их самотождественном различии, а в их подвижном покое. Если числовая совокупность действительно подчинена категории подвижного покоя, то это значит, что каждый элемент ее движется к другому элементу и ко всему целому и успокаивается на другом элементе и на всем целом. Раньше мы натолкнулись на совокупность как на систему различных моментов, натолкнулись на само различие моментов и на их тождество с целым. Но мы не знали, можно ли перейти от одного момента к другому, и брали многоразличность внутри совокупности как данную, как мертвую, как утвержденную неизвестно кем и как. Сейчас мы видим, что элементы не просто различны, но что при всем их различии можно перейти от одного к другому и что каждый элемент именно требует такого перехода.

Но что значит, что элемент требует перехода от себя к следующему? Это значит, что всем элементам свойственна некая упорядоченная система, свойственна идея порядка. Если я должен от A перейти к B и этого требует само A, это значит, что A и B определенным образом взаимно расположены, что существует некий порядок, заставляющий A идти именно к B, а не к C и не к D и т. п. Совокупность элементов, воплощающая на себе категорию подвижного покоя, есть, стало быть, уже не «самотождественная совокупность изолированных элементов», но *«совокупность определенно взаимно расположенных элементов»*. Взаимное расположение, определенным образом данное, и есть, с одной стороны, движение, по скольку каждый элемент, находящийся тут во взаимном расположении, уже сам по себе требует перехода к соответствующему новому элементу, а с другой стороны, это есть и *покой*, так как взаиморасположение элементов есть нечто вполне устойчивое и нисколько не текучее.

2. Укажем теперь результаты применения категории подвижного покоя в отдельных областях. Что тут получается для арифметического числа? После данной выше характеристики интенсивного числа вообще в отличие от экстенсивного мы теперь гораздо легче и с большей уверенностью можем высказать относящиеся сюда термины и конструкции.

§ 50. Аксиома подвижного покоя в арифметике.

Арифметическое число чисто от всякой числовой инобытийности. Оно, говорили мы, нулевым образом инобытийно, инобытийно-нулевое число. Это значит, что в нем действует его чистая и ровно ничем не замутненная, именно его собственная смысловая значимость. Единица есть единица, и двойка есть двойка – так это и остается в арифметическом числе, в то время как, например, в геометрии единица сама по себе совершенно ничего не дает в смысле геометрии, а надо, чтобы единица была еще раз положена, и положена на другом, не на числовом, а на инобытийно-числовом, пространственном фоне, т. е. чтобы эта единица превратилась в точку. Ничего подобного нет в арифметике. Там ни единица, ни другое число не переходят ни во что инобытийно-числовое, а остаются в своей чисто смысловой значимости. Когда мы говорим о порядке, то, очевидно, здесь тоже не должно быть иначе.

В арифметическом числе порядок единиц должен быть инобытийно-нулевым, т. е. он должен быть продиктован только самой же числовой значимостью чисел. Порядок и взаимное расположение чисел должны тут вытекать из значения самих чисел, а не от того «фона», на котором они даются, не от тех различных «расстояний» и «направлений», которые могут быть продиктованы этим «фоном». Тут только одно и есть «расстояние» между единицами – это просто перечисление единиц по их количественному значению: 1, 2, 3, 4… и т. д.; и тут одно только и есть «направление» – это то, которое определено значением самих чисел (в данном случае возрастание). Лучше же сказать, арифметические числа никаких совершенно не имеют междуединичных расстояний и этим единицам ровно никакое направление не присуще. Это нулевые расстояния и нулевые направления. Это чисто смысловая, т. е. чисто количественная, взаимораспределенность и чисто количественная направленность.

Отсюда и аксиома.

Аксиома подвижного покоя в арифметике: арифметическое число есть совокупность определенным образом взаимно расположенных элементов.

Так как эта аксиома не содержит никакого указания моментов числового инобытия, то, следовательно, понимать такую формулировку можно только неинобы-тийно, т. е. только в смысле чисто количественной значимости. Можно, конечно, и отметить эту нулевую инобытийность. Тогда пришлось бы добавить несколько слов вроде «при их чисто смысловом расположении», или «при их чисто смысловой значимости», или «когда это расположение определено только смыслом самих элементов» и т. п.

3. Из распространенных аксиом арифметики сюда подойдут, очевидно, «аксиомы порядка», из которых, однако, надо брать не все ввиду их неравномерной значимости, а только некоторые. Очевидно, сюда целиком подойдет аксиома: «Если a и b суть какие-либо два различных числа, то всегда одно из них больше другого, т. е. всегда $a>b$ и $b<a$». Отсюда вытекают (но отнюдь не равносильны первой аксиоме) и другие: «Если $a>b$ и $A > c$, то $a>c$»; «Если $a>b$, то всегда также $a+c>b+c$»; и наконец: «Если $a>b$ и $c> O$, то всегда

также ac>bc». Преследуя аксиоматическую общность изложения, можно и не касаться грех последних положений и ограничиться только первым об a>b и b<a.

§ 51. Аксиома подвижного покоя в геометрии.

1. Без труда формулируется та же аксиома для геометрии, поскольку здесь мы находимся в области инобытия числа, и категория подвижного покоя будет дана в своем инобытии. Это значит, что движение здесь мыслится не между отдельными единицами, из которых состоит чистое число, но между моментами инобытийными, т. е. пространственными, и покой будет мыслиться не в недрах самого числа, а среди инобытийно-числовых, пространственных моментов. Как в предыдущей категории различие дало различие не просто актов полагания и не единиц, но точек, а тождество оказалось не тождеством вообще, но пространственным тождеством точек, т. е. линией, плоскостью и телом, так и здесь мы должны оперировать с точками, этим бытием чисто числовых единиц, и должны от одной точки переходить к другой, наблюдая, что получается в результате этого движения и этого покоя.

Пусть мы двигаемся по линии от точки *A* к точке *B*. Чтобы показать, что мы именно движемся от *A* к *B* и что, придя в 5, мы именно остановились, для этого, очевидно, нужно, чтобы мы имели не просто голые и изолированные точки *A* и *B*, взятые сами по себе, но в каком-то их специфическом взаимоотношении. Нужно, чтобы *A* уже *сама по себе указывала бы на B, а B сама по себе указывала бы на A*. Другими словами, нужно, чтобы обеим точкам была свойственна *идея порядка*, чтобы от *A* мы шли бы действительно к *B* и чтобы в таком случае и от *B* шли бы к *A*. Легче, однако, это демонстрировать на трех точках, потому что при существовании только двух точек еще есть возможность двигаться в обратную сторону. Когда же мы имеем на одной прямой три точки *A*, *B*, *C* и движемся от *A* в направлении к *C*, то тут уже во всяком случае нам придется пройти через точку *B*. Почему? Потому что точки *A*, *B*, *C* расположены в определенном порядке, связаны определенной последовательностью; и если вообще двигаться в этом направлении, то нельзя не пройти точки *B*. Таков *порядок* этой системы. В момент прохождения через В мы как бы на мгновение останавливаемся, а это и значит, что тут действует категория подвижного покоя и что она определяет собою единство направления и порядка.

Можно поэтому в следующем виде выставить нашу аксиому.

Аксиома подвижного покоя в геометрии: г**еометрическая величина есть совокупность определенным образом взаиморасположенных элементов в их инобытии**. Или подробнее: **геометрическая величина есть совокупность определенным образом взаиморасположенных элементов, находящихся в состоянии движения по актам своего внешнего полагания и в состоянии покоя, достигаемого этим внешним движением.**

2. Из обычных формулировок аксиом сюда относятся т. н. аксиомы порядка. Их я взял бы почти в том виде, как они даны у Гильберта, хотя и в ином порядке – ради большей стройности и последовательности мысли. Именно, на первом месте я бы поставил то, что у Гильберта занимает третье место (II 3):

1. «Из трех точек прямой всегда одна, и только одна, лежит между двумя другими».

За этой аксиомой логически следует та, которая у Гильберта на первом месте (II 1), потому что сначала надо поместить одну точку между двумя другими, а потом уже говорить об отношении ее к этим другим, равно как только после этого следует говорить о продолжении движения за пределы этих двух точек (II 2). Таковы эти аксиомы:

2. «Если A, B и C –точки одной прямой и B лежит между A и C, то B лежит также между C и A».

3. «Если A и C – точки одной прямой, то существует по меньшей мере одна точка B, лежащая между A и C, и по меньшей мере одна точка D такая, что C лежит между A и D».

Это – аксиомы линейные. Необходимо также применение нашей категории и к плоскости. Здесь существует аксиома Паша[27], дающая представление о продолжении и порядке плоскости. Ее можно формулировать так:

4. «Если в плоскости даны три отрезка AB, BC и C A, то прямая на этой плоскости, имеющая общую точку с одним каким-нибудь из них, имеет также общую точку с одним из обоих других».

Тут не сразу понятно, что имеется в виду. Имеется же в виду то, что отрезок, соединяющий две точки, находящиеся по одну и ту же сторону от данной прямой, не имеет ни одной общей точки с этой последней, в то время как отрезок, соединяющий две не находящиеся по одну и ту же сторону от данной прямой [точки], имеет с нею одну общую точку.

Разумеется, должна быть «аксиома порядка» и в отношении пространства (каковой почему-то совсем нет у Гильберта). Ее легко получить по аналогии с аксиомой Паша на плоскости примерно так:

5. «Две плоскости, имеющие одну общую точку, имеют одну общую прямую».

Эта аксиома показывает, как пространство делится плоскостью и как за одной частью пространства следует другая, ибо представление о прямой, общей двум плоскостям, возможно только тогда, когда есть представление о двугранном угле, и притом по крайней мере о двух (если не о четырех) сложных двугранных углах, т. е. представление о разделении пространства и о переходе из одной его части в другую.

Стоит заметить, что предложенная чисто математическая формулировка аксиомы подвижного покоя в геометрии отнюдь не есть единственно

27 M. Pasch. Vorles. ub. neuere Geometrie. Lpz., 1882; 1926[2]

возможная. Энриквес наряду с предложениями Гильберта указывает и другие, которые вполне тождественны им. Это, пожалуй, стоит привести.

Одна формула:

«Каждая точка А прямой разлагает прямую на два класса точек (части), которые можно обозначить названиями «правая часть» и «левая часть», таким образом, что

a) каждая отличная от А точка принадлежит одной из обеих частей;

b) если А находится налево (или направо) от какой-нибудь точки В, то каждая точка налево (или направо) от А находится налево (или направо) от В

c) если А находится налево от В, то В находится направо от А».

Другая (относящаяся, как говорит Энриквес, к становящейся фигуре, но, собственно говоря, ни о каком становлении в настоящем диалектическом смысле тут нет и помину) [формула]:

«Точки прямой разбиты на два (естественных) порядка, из которых один противоположен другому таким образом, что при рассмотрении некоторого определенного порядка:

a) если даны две точки А, В прямой, то одна из них, например А, предшествует В и в таком случае В следует за А;

b) если даны три точки А, В, С и А предшествует В и В предшествует С, то А предшествует С;

c) между двумя точками А и В существуют промежуточные точки (предшествующие одной из них и следующие за другой);

d) не существует никакой первой (предшествующей всем) точки, и не существует также никакой последней точки».

Вышеприведенная плоскостная аксиома Паша может быть заменена другой (при условии Эвклидова постулата о параллельных линиях):

«Если две исходящие из одной точки О пары прямых пересекаются некоторой (не параллельной ни одной из четырех прямых) секущей в двух раздельных парах точек, то то же самое имеет место и для любой другой секущей, не проходящей через упомянутую точку О и не параллельной ни одной из четырех прямых».

Чтобы понять эту аксиому и ее своеобразную выразительность, необходимо иметь в виду вот что. Если мы имеем две пары линий, исходящих в упомянутом только что виде из одной точки, и если некая другая линия пересекает обе эти пары, то ясно, что обе эти пары линий находятся в одной и той же плоскости. Ведь, пересекая одну пару линий, наша секущая во всяком случае проходит через наши две точки той плоскости, в которой даны эти две линии, т. е. она всецело лежит на этой плоскости. То же самое и в отношении другой пары линий. Значит, обе пары линий в силу этого лежат на одной плоскости. Но тогда, очевидно, на этой же плоскости может быть проведена и всякая другая линия. И эта другая обязательно пересечет эти же две пары линий и тоже окажется в плоскости, общей обеим этим парам. Следовательно, если это возможно, то с проведением второй секущей мы остаемся в той же плоскости и единственное, что тут происходит, это движение по одной и той же плоскости.

Все различия геометрических формулировок анализируемой аксиомы указывают на то, что в философском отношении нельзя полагаться на чисто геометрические аксиомы. Их приходится заменять более общими формулами, выводимыми на общелогических основаниях.

Геометрические же положения должны быть только примером и приблизительным выражением. Аксиома дает перспективу в науке. И в свете этой перспективы должны появляться сначала более общие, а потом и более частные теоремы.

§ 52. Аксиома подвижного покоя в теории множеств

1. Во множествах подвижной покой будет, как и везде, отражать на себе своеобразие данной множественной сферы. Множество отличается от арифметического числа тем, что элементы, из которых оно состоит, находятся между собою в инобытийном, а не в чисто количественном взаиморасположении. Тут, говорили мы, также геометрическая система взаиморасположения, но только с одним отличием от нее: это не пространственная, но чисто числовая фигурность. Поэтому множество и есть синтез арифметического числа и геометрической величины. Подвижной покой есть, как мы уже знаем, идея порядка. Во множестве, стало быть, содержится свой собственный порядок, упорядоченность, – такая, что в ней участвуют не просто счетно-числовые моменты и не только пространственное расположение элементов, а и то и другое вместе, в их синтетической воссоединенности.

Имея это в виду, можно было бы просто сказать, что множеству свойственна упорядоченность, или, что то же, всякое множество есть упорядоченное множество. Но тут не будет подчеркнут момент специфически множественной упорядоченности. Ведь упорядочено все – и числа, и геометрические фигуры, и множества, и даже континуум.'Раз дается аксиома для множества, то должен быть отмечен и спецификум множества. Он и отмечается у нас во всех аксиомах о множествах. Однако в аксиоме подвижного покоя упорядоченность имеется в виду специально. Она, конечно, захватывается так или иначе решительно во всех аксиомах, поскольку упорядоченность (и притом специфически множественная) находится во всех множествах. Но в аксиоме подвижного покоя упорядоченность находит свое специальное выражение, поскольку упорядоченность и есть не что иное, как результат проявления именно подвижного покоя. Аксиому поэтому можно было бы так формулировать (аналогично предыдущим аксиомам множества).

Аксиома подвижного покоя в теории множеств: множество есть совокупность определенным образом взаиморасположенных элементов, возвратившихся из инобытия к самим себе. Или подробнее: множество есть совокупность элементов, взаиморасположенных так, что, будучи различными по актам своего внешнего полагания, они отождествляются в результате этих актов в чисто числовую совокупность.

2. Самое яркое, что имеется в математической литературе на темы этой аксиомы, это знаменитая теорема Цермело о том, что всякое множество может быть сделано вполне упорядоченным множеством[28], вернее, всякое множество может быть мыслимо как вполне упорядоченное множество. Об этом стоит сказать несколько слов.

Прежде всего эта теорема Цермело с философской точки зрения может считаться вполне излишней. С философской точки зрения вообще множества не существует без идеи упорядоченности. Только философская нечеткость мысли в соединении с разного рода математическими вкусами и предрассудками может требовать какого-то множества вне идеи упорядочения. В § 47. 1–2 мы уже указали на невозможность даже простого отличения множества от обычного конечного арифметического числа, если не будет принята во внимание идея порядка. Последняя, таким образом, входит в самое определение множества. Поэтому и у нас она формулируется уже в числе аксиом идеальной (т. е. самой первой и существенной) структуры числа. Можно и не доказывать теорему Цермело, и все-таки она должна содержаться решительно во всяких теоретико-множественных построениях. Ей поэтому лучше и называться не теоремой, но именно аксиомой.

Далее, входя в существо доказательства этой аксиомы у Цермело, мы убеждаемся, что основная идея этого доказательства вполне интуитивна и непосредственна и что, собственно говоря, можно было бы и не давать его в этом развитом виде и ограничиться указанием на основную совершенно непосредственную очевидность самой структуры всякого множества.

Именно, центральная идея доказательства сводится вот к чему. Предполагая вначале, что данное множество неупорядоченно, мы берем его в виде всех его частей (уже тут, конечно, содержится petitio principii[29], потому что раз множество расчленимо на несколько различных частей, то это значит, что оно вполне упорядочено, но – не будем настаивать на этом). В каждой такой части выбираем произвольно какой-нибудь элемент, который мы называем «отмеченным» элементом этой части (опять операция, возможная только при условии, что множество уже мыслится вполне упорядоченным, но – не будем настаивать и на этом). Далее следует самое интересное. Цермело называет «Υ-частью» всякую часть рассматриваемого общего множества, такую, которая вполне упорядочена при помощи этого отмеченного элемента (тут опять указанное выше petitio principii, но – простим и это прегрешение), а именно: если a есть любой элемент этой Υ-части, A – определенный им отрезок, M–A– дополнительная часть к A до данного общего множества, то для этой M–A отмеченным элементом оказывается как раз a. Вот это и есть основание всего доказательства. Грубо говоря, мы берем произвольно любой элемент из данного множества и на нем строим ориентацию в отношении всего множества. Ведь как можно вообще ориентироваться в том, что неразличимо? Нужно схватиться за какую-нибудь любую точку в этой неразличимости и в отношении этой точки

28 Mathem. Ann. 59 Bd.
29 предвосхищение основания (лат.).

ориентировать все прочие. Мы как бы чиркаем спичку в темной комнате и этим освещаем все, что в ней находится. Платон бы сказал: если есть что-нибудь одно, то это значит, что есть все. Ничего другого Цермело не высказывает в употреблении и в самом понятии своей «ϒ-части». Уже только одного «отмеченного» элемента достаточно, чтобы мы знали и весь отрезок (отрезком, который определен через элемент a, в теории множеств называется множество всех элементов, порядки которых ниже порядка a), и все, чего не хватает в данном отрезке по сравнению со всем первоначальным множеством, т. е. чтобы «ϒ-часть» была вполне упорядочена. Мы берем, следовательно, любой элемент из данного множества, становимся на нем как на некоей твердой точке и с него смотрим вперед и назад и во все стороны, озирая и сравнивая все, что во множестве вообще находится. Это и есть – и у Цермело, и по существу – единственный принцип упорядочения вообще; и конечно, во всяком множестве с необходимостью мыслится такая ориентация.

В дальнейшем Цермело берет две или несколько таких «ϒ-частей» (в этом случае одна из них, конечно, будет отрезком другой) и берет любые вообще элементы данного множества, входящие в «ϒ-части» (их порядок, очевидно, будет тот же, что и порядок соответствующих «ϒ-частей», а множество, обнимающее все «ϒ-части» и все входящие в них элементы, будет, конечно, вполне упорядоченным множеством). Остается только приравнять данное множество этому множеству всех «ϒ-частей», и – теорема доказана. Приравнивается же оно опять по тому же принципу. Пусть в M входят какие-нибудь части, которые не суть «ϒ-части». Тогда остается дополнительное множество до A/, в котором также будет найден «отмеченный» элемент, т. е. получится новая «ϒ-часть», которая охватит и полученное множество «ϒ-частей» с этим «отмеченным» элементом, и таким образом все данное множество окажется состоящим из «ϒ-частей», т. е. вполне упорядоченным множеством.

Всего этого можно бы и не упоминать. Тут важно то, что мы уже сказали: в неразличимом берется одна точка, с которой сравнивается вся остальная неразличимость и, следовательно, всякая другая точка этой неразличимости. Больше ничего и нет в доказательстве Цермело. Такой характер доказательства с полной очевидностью удостоверяет, что множество, если его мыслить как твердое и законченное понятие, вообще не может обойтись без идеи порядка и что это является одной из самых основных аксиом теории множеств.

Можно сказать еще и так. Множество немыслимо без своих элементов (нуль-множество не есть исключение, так как нуль-множество и нуль просто – это совершенно разные вещи); множество и есть не что иное, как множество именно элементов. Но если это так, то элементы должны находиться между собой в каком-нибудь отношении. Ведь «множество» – это только неудачный термин; тут надо было бы говорить именно о единстве, а не о множестве. Единство же есть единство чего-нибудь. В том, что математики называют множеством, с философской точки зрения содержится именно единство взаимоотношений элементов. Раз есть элементы, то в силу самого своего понятия они находятся в некоем определенном взаимоотношении, а это и значит, что они вполне упорядочены. Понятие полной упорядоченности уже содержится в понятии элемента (т. е., другими словами, в самом понятии множества), так же как понятие протяженности содержится в понятии пространства.

3. Хотя подробная диалектика упорядоченного множества будет нами изложена в специальном отделе о множествах, необходимо и сейчас ради уяснения уже занятых позиций наметить перспективу по вопросу об упорядоченности и показать, какие вообще возможны виды упорядочения с диалектической точки зрения.

Итак, мы различаем чистое арифметическое число (в котором инобытийно-нулевая упорядоченность) и голую идею порядка – категорию подвижного покоя, – которая, конечно, может рассматриваться и сама по себе, без всякого применения к числу или к чему бы то ни было. Разные виды (или, если угодно, ступени) упорядочения возникнут в зависимости от того, как мы будем трактовать взаимоотношение голого инобытийно-нулевого числа и голого порядка (точнее, голой идеи порядка). В зависимости от того, как близко и как глубоко число и порядок проникли друг в друга, от этого будут меняться и виды упорядоченности. Тут та же последовательность диалектических категорий, что и везде.

1) Прежде всего, порядок есть перво-принцип. Это значит, порядок есть некая неразличимость актов полагания вообще. Все акты полагания слиты в одно, но не просто в один акт (актов тут именно много, бесконечно много, и они все друг от друга отличны), а в одну общую смысловую неразличимость. Акты полагания порядка различны, но смысловой результат этих актов – полная неразличимость. Отсюда получается конструкция, в одно и то же время неразличимая – по смысловой взаимослитости всех актов полагания порядка и различная – по самим этим актам. Это есть упорядоченность континуума. Континуум есть, конечно, как и всякое множество, вполне упорядоченное множество. Тут идея порядка присутствует актом своего полагания, своей субстанцией, так сказать, и этих актов множество, они рассыпаны в полную необозримость, но не своим смысловым содержанием.

2) Далее, идея порядка начинает более глубоко и осмысленно внедряться в инобытийно-нулевое число. Именно, она внедряется в противоположность первому случаю вполне смысловым образом, избегая, однако, своего субстанциального воплощения. Там воплощалась субстанция порядка без его смысловой структуры; тут же воплощается смысловая структура без ее субстанции. Там мы имеем упорядоченность, в которой было дано очень много актов полагания, но ввиду отсутствия принципа структурности порядка все эти акты полагания в смысловом отношении оказались слитыми в одну общую неразличимость; здесь же воплощается сама структурность порядка, т. е. зависящая от него как от принципа фигурность, но ввиду отсутствия субстанциальности и как бы овеществленности порядка вся эта фигурность остается чисто идеальной, абстрактной, она не принимается в расчет как

таковая, а только продолжается такой же «субстанциальный» и континуальный учет этой фигурности, что и раньше. Тут мы – в области топологии.

Это уже не просто континуум, ничем не заполненный, но фигурность, рассматриваемая топологически. Топология занимается, как известно, изучением свойств фигур в отвлечении от конкретной формы с единственным условием– непрерывности деформации. Фигура не должна разрываться, во всем же остальном она может быть деформирована как угодно. Это значит, что в топологическом рассмотрении фигурность дана не целиком, но только абстрактно, как понятие, и воплощается она на континуальном фоне так, что важным оказывается не самая структура фигуры, а только те моменты, которые входят в определение отвлеченного понятия данной фигуры. Это так в геометрической топологии, в analysis situs[30]; это так и в теоретико-множественной топологии. Здесь множество тоже упорядочено так, что еще не дается порядка во всей его конкретной и законченной структурности. Вместе с чистой континуалогией топология рассматривает упорядоченность множества только с точки зрения внешних актов полагания порядка, вне структуры самого порядка – хотя в отличие от чистого континуума топологическое множество уже воплощает на себе идею порядка, пока в самом абстрактном и только понятийном его смысле.

3) Обе установки – упорядоченность субстанциально-актуальная и упорядоченность абстрактно-смысловая – должны объединиться вместе так, чтобы множество оказалось упорядоченным и в том и в другом отношении. Другими словами, должны существовать множества, которые сохраняют свою фигурность и в своих преобразованиях не нарушают ни субстанциальной, ни смысловой упорядоченности. Как и везде в диалектике, здесь отвлеченная идея, соединяясь со своим инобытием, с алогическим (в отношении себя самой) материалом, порождает уже конкретный образ, в котором нельзя отделить идею от инобытия и инобытие от идеи. Здесь появляется чистая фигурность, в которую воплотилась идея порядка, и мы впервые можем увидеть ее стройные контуры. Однако если прослеживать этот ход идей в геометрии, то с этой фигурностью еще не получится обыкновенная элементарная геометрия. Это будет так называемая проективная геометрия, отличающаяся от обыкновенной тем, что ей не свойственна идея измерения, не свойственны метрические установки, представляющие собою уже дальнейшее диалектическое воплощение идей порядка. Аналогично с этим мы должны требовать категорию проективного множества в отвлечении от всякой идеи размерности.

Одна и та же диалектическая конструкция этого тройного вида упорядоченности – континуальной, топологической и проективной–может быть выражена и зафиксирована разно. Во-первых, мы уже указали одну категориальную схему: континуум может трактоваться как перво-принцип, и тогда топологическая множественность будет определена через положенность чистого и абстрактного порядка, а проективное множество будет положенностью и воплощенностью порядка как структурно выработанного

30 Букв.: анализ положения (лат.).

порядка. Можно сказать, во-вторых, и иначе: континуум и топологическая структура есть воплощенность из идеи порядка его категории самотождественного различия (можно привести, например, Энриквеса, который прямо говорит, что учение о континууме и вообще топология вырастают на аксиомах сочетания (взаимопринадлежности), что соответствует, как мы видели, нашей категории самотождественного различия); проективное же множество есть воплощенность вместе и самотождественного различия, и подвижного покоя (по Энриквесу, это будет «сфера действия аксиом сочетания» и «аксиом порядка»). Можно диалектически понять то же самое еще и так: континуум – неоформленный и внутри не расчлененный тезис; топологическое множество – антитезис, ибо присоединение фигурности пока только абстрактно – как структурно безразличный акт полагания. Проективное множество – синтез, воплощенность в числовой сфере чистой и законченной, конкретной структуры (т. е. фигурности). Мы уже знаем, что диалектически возможны самые разнообразные конструкции одного и того же смыслового обстояния; и поэтому настаивать на какой-нибудь одной из предложенных конструкций нет никаких оснований. Тут важна только нарастающая смысловая сложность упорядочения: континуум, топос и проективное множество.

В данном месте нецелесообразно давать полную диалектику всех видов упорядочения, так как это является предметом целого специального отдела нашего исследования. Поэтому мы не касаемся пока таких построений, как аналитическое множество или измеримое множество, представляющих собою еще дальнейшие диалектические этапы упорядочения. Предыдущие замечания были только образцом исследования данного вопроса.

4. Стоит упомянуть еще и о том, что в математической литературе мы имеем попытки определить и самое понятие порядка. Это, конечно, редкость, потому что большая часть основных понятий в математике вообще не определяется никак. Кажется, никто еще не дал определения таких понятий, как «точка», «линия», «сумма», «множество» и т. п. К числу этих определяемых только вербально понятий принадлежит и изучаемая нами здесь категория порядка. У Френкеля[31] мы находим следующее определение этой категории: «Множество R обладает следующими характеристическими для него свойствами: 1. если m_1 и m_2–два различных элемента множества M, то или R_2 – соответствующие им остатки из M, то или R_2 есть подмножество для R_1 или R_1 есть подмножество для R_2 (именно смотря по тому, появляется ли m_1 раньше m_2 или m_2 раньше m_1); 2. если m_1 и m_2 – два различных элемента M, то в R входит по крайней мере один остаток R_0, содержащий один из обоих элементов m1 и m2 (а именно элемент, появляющийся в M на более позднем месте; если m1 стоит раньше m_2, то, например, соответствующий m_1 остаток R_0 хотя и содержит m_2 но он не содержит m_1)\ 3. объединенное множество каждого множества остатков от M (т. е. каждого подмножества для R) есть в свою очередь остаток от M – следовательно, элемент от R». Множество R с такими тремя свойствами и есть то множество, при наличии которого упорядочивается множество M.

31 A. Fraenkel Einl. in d. Mcngcnl.2, 213.

[a)] Это определение упорядочивающего множества способно сначала поставить философствующего только в тупик. Однако тщательное расследование этого определения вскрывает как всю беспомощность математической мысли поставить философскую проблему, так и ее весьма поучительную слепоту, но все же в своей слепоте бессознательно правильно нащупывающей логический аппарат, который тут пускается в ход человеческим сознанием.

b) Возьмем первое свойство множества R. Здесь указывается, что каждому элементу из M соответствует некий определенный остаток до всего M, который пока мыслится как неупорядоченный. Выставляется требование, чтобы эти неупорядоченные куски множества M тоже находились между собою в отношениях целого и части. Что такое требование вполне естественно, в этом сомневаться не приходится. Но тут с первого же шага совершается обычная в математических рассуждениях petitio principii; а именно, требуется определить, что такое порядок множества или что такое упорядочивающее множество. Но при этом уже предполагается, что M упорядочено (так как имеется в виду, что m_1 раньше m_2 или наоборот). Ведь только зная порядок элементов в M, и можно будет сказать, какой остаток и для какого [элемента] окажется частью или подмножеством. Что m_1 раньше m_2, это Френкель знает; и что значит этот порядок, его нисколько не смущает. Но для R он почему-то не знает, как понимать порядок, и вдается тут в сложное рассуждение.

Однако не будем на этом настаивать. Закроем глаза на то, что в определении порядка здесь уже фигурирует категория порядка и неизвестное определяется здесь через другое неизвестное. Что же дальше? Зачем понадобился этот переход к «остаткам» и какое это имеет отношение к идее порядка? Тут, однако, необходимо указать, что математик пошел на ощупь вполне правильно. Хотя в смысле принципиальной мыслимости и не существует никакого неупорядоченного множества, но мы можем условно занять такую позицию, что есть некое множество, но что в нем все спутано и неразличимо и является как бы бесформенной глиной или песком. Как при такой позиции прийти к идее упорядоченности? Очевидно, необходимо прежде всего отбирать из этой глины те или другие порции, для того чтобы потом их как-нибудь обделать, объединить и придать им ту или иную форму. Первое свойство множества о котором говорилось выше, и есть, очевидно, не что иное, как распределение алогической массы множества M на отдельные взаиморазличимые куски, о величине которых можно судить и которые являются один в отношении другого целым или частью. Но если это так, то философский смысл первого свойства заключается в том, что тут элементы множества M перестают мыслиться в своей отвлеченности, но что они переходят в свое инобытие и в нем воплощаются. Когда мы берем элемент m_1 и смотрим на то, что еще остается в M, то хотя этот остаток по условию еще и мыслится неупорядоченным, но уже гораздо в меньшей степени, мы как бы уже видим здесь, где он начинается и где кончается. Изрезавши все множество R на такие куски (путем противопоставления данного куска соответствующему элементу из М), мы, очевидно, получаем не что иное, как то же самое множество М, но уже как отраженное на R, и само-то R оказывается не чем иным, как множеством всевозможными способами полученных следов всех элементов М, множеством всевозможного воплощения всех отвлеченных элементов этого последнего на его алогическом материале. Действительно, так оно и должно быть: порядок предполагает, что есть отвлеченная идея и есть реальный, но алогический материал, который этой идее подчиняется. Так вот, кромсание этого материала на куски, которые потом превратятся в упорядоченные элементы, есть первый необходимый этап упорядочивания, и смысл этого первого свойства множества R, очевидно, сводится к переходу отвлеченного элемента в свое инобытие, причем переход тут совершается пока не целиком, а только по факту элемента: элемент получил для себя инобытийную субстанцию, но она еще остается без воплощения подлинного смысла элемента, остаётся грубым и необработанным куском.

c) Перейдем ко второму свойству множества R. Здесь утверждается, что если имеется в М два каких-нибудь элемента, из которых один позже другого (опять предполагается идея порядка!), то в R должен быть хотя бы один остаток, содержащий в себе один из этих элементов. При этом если идея порядка здесь подлинно функционирует, то этот остаток должен содержать в себе именно позднейший элемент из этих двух, так как остаток, соответствующий элементу m_1 может содержать в себе элементы только высшие, чем m_1 а таковым является только m_2 (раз соблюдается последовательность перехода от m_1 к m_2). Другими словами, это второе свойство множества R связывает его с множеством М в том смысле, что до сих пор отдельные «части» R мыслились только в своем взаимном различии, но не мыслились ни в каком взаимном порядке, теперь же они мыслятся как продолжение тех или иных элементов из М. Второе свойство множества R предполагает, что порядок в R может быть только в том случае, если, взявши что-нибудь из М, мы этого уже не встретим в R, а встретим только то, что выходит за его пределы. Здесь, очевидно, устанавливается ориентация отдельных моментов R в отношении элементов М. Каждый момент R отныне, оказывается, начинает нести на себе энергию целого М, т. е. отвлеченно взятый элемент М не только перешел в свое инобытие, в R, субстанциально, но он перешел по смыслу. Остается, стало быть, только подтвердить, что все эти «части» R, отныне получившие смысл элементов, сами суть нечто целое, т. е. образуют некое самостоятельное множество. Тогда и окажется, что упорядоченное множество действительно конструировано из вполне алогического материала.

Это фиксируется в третьем свойстве множества R.

d) Если теперь оглянуться на весь пройденный путь в определении множества R, то можно, очевидно, так понимать это определение. В § 48. 3 мы уже столкнулись с понятием т. н. Potenzmenge, т. е. множества всех подмножеств данного множества, причем его мы понимали как объединение всех частей (а не элементов) данного множества. Употребляя философскую терминологию, мы говорили, что Potenzmenge в отношении самого множества есть «все» в отношении «целого», причем это такое все, которое дано всевозможными способами комбинирования своих моментов, поскольку множество всех частей множества предполагает и взаимное перекрытие элементов последнего. Множество R, которое служит для упорядочения множества M, есть, очевидно, не что иное, как именно это Potenzmenge. И тут заложена весьма важная идея. В самом деле, что такое целое, из которого исключена идея порядка? Что такое целое, в котором нет никакой конфигурации отдельных моментов? Очевидно, что только очень отвлеченно понимаемое целое – скорее принцип целого, чем само целое. Но что же тогда будет порядком этого целого, что внесет в него определенную последовательность моментов и создаст в нем четкую конфигурацию? Тут требуется, очевидно, внесение в это целое каких-то внутренних различий. Чтобы нечто получило структуру, необходимо внутри него отличить одно от другого. Но это значит внести в него некое инобытие. Чтобы была структура бытия, необходимо внести в него инобытие, так что оно уже само для себя оказывается своим инобытием. Оно заново осуществляется на этом инобытии, но осуществляется целиком, так что инобытие перестает быть чем-то внешним для него, а становится им же самим, т. е. его структурой, его упорядоченностью. Это инобытие, однако, может быть рассматриваемо и само по себе–стоит только отвлечься от того целого, которое мы воплощали. Ведь можно же, например, иметь идею карандаша и на ее основе изготовить самый карандаш, а потом забыть о существовании самой идеи карандаша (т. е. о том, что изготовленная вещь есть именно карандаш) и рассматривать карандаш просто как некое физическое тело, указывая, что вот это–дерево, вот это – графит, вот это – краска, вот это – цилиндрическая форма и т. д. Что это будет такое? Оно будет, конечно, тоже некой цельностью и, следовательно, множеством, но, раз мы забыли об идее карандаша, оно уже не будет для нас самим карандашом, не будет целым карандаша, но зато будет всеми частями, всем, из чего состоит карандаш. Это есть Potenzmenge карандаша; и это-то, как ясно, и есть то, что вносит в отвлеченную идею карандаша определенную последовательность ее элементов. Это наше множество R с указанными тремя свойствами.

е) Таким образом, математическая мысль, установившая в этом виде самую идею порядка (или упорядоченного множества), действовала здесь хотя философски и слепо, но на ощупь шла правильно. Наша задача – внести в эту математическую мысль философско-логическую ясность, которая и будет достигнута, как это ясно из предыдущего, следующим образом.

1) Идея порядка как таковая не может быть «определена», поскольку она является исходной; и мы видели, что Френкель ее вовсе даже не определяет, а предполагает готовой и только рассуждает о сфере ее применения. Но можно часто увидеть в ней то последнее зерно, которое остается неизменным при всех возможных ее функционированиях. 2) Это зерно заключается (и это особенно видно на втором свойстве множества R не в чем ином, как в категории подвижного покоя. Второе свойство только ведь о том и говорит, что от одного

момента можно перейти к другому. 3) Эта категория подвижного покоя может, однако, по-разному применяться в зависимости от сферы своего функционирования. Мы можем ее понимать а) отвлеченно-арифметически. По-видимому, это именно понимание Френкель имеет в виду, когда он говорит о том, что m1 раньше m2 (или наоборот). В таком виде идея порядка в собственном смысле еще не нарушается. Это скорее принцип порядка, чем самый порядок («инобытийно-нулевая упорядоченность»). Совсем другое получится, если категория подвижного покоя b) перейдет в свое инобытие и начнет в нем воплощаться. Это создаст тот материал, без которого не может быть и самого порядка (поскольку порядок есть всегда порядок чего-нибудь). Однако в чисто инобытийном смысле категория подвижного покоя дала бы геометрическую, а не теоретико-множественную упорядоченность. Необходимо ей из инобытия вернуться к себе, т. е. все эти инобытийные, геометрические «части» положить в себе, в сфере чисто числовой, отождествить с чистым смыслом, поднять в свою сферу. Тогда эти «части» получают опять чисто числовой характер, но уже с той идеей расставленности и распределенности, которая была характерна для чистого инобытия. Это и есть теоретико-множественная упорядоченность. 4) Следовательно, в упомянутом математическом определении упорядочивающего множества мы имеем не определение порядка, но – на основе уже имеющейся определенной идеи порядка – конструирование именно теоретико-множественной упорядоченности, возникающей в отличие от абстрактной идеи порядка на основе инобытийно-алогических модификаций. Все это, с одной стороны, подтверждает правильность защищаемого в нашем исследовании места как самой идеи порядка, так и всей теории множеств, с другой же – показывает слепую и бессознательную целесообразность математической мысли, идущей своими путями без философских методов и логической выучки.

О Существует еще иное определение порядка – при помощи понятия упорядоченной пары и однозначной функции[32]. Но чтобы не затягивать изложения, мы не станем его анализировать.

§ 53. Аксиома подвижного покоя в теории вероятностей

1. Согласно аксиоме подвижного покоя, математическая вероятность должна быть такова, чтобы было видно, как она переходит в другую вероятность и как ее движение на этом останавливается. Чтобы выявить свое движение, вероятность, очевидно, должна в самой себе таить свое изменение. Как это возможно? Пусть мы имеем некое событие А, и пусть его вероятность равняется а. Чтобы вероятность оказалась в движении, надо событию А некоторым образом меняться. Если событие А мыслится некоторым образом в процессе изменения, то и вероятность его а, очевидно, тоже окажется изменяющейся. Но поскольку никаких иных причин и событий, кроме А, мы не знаем, остается, чтобы самое осуществление этого А повлекло за собою

32 Hausdorff. Grundz., 70.

появление новых факторов и новых событий, способных изменить содержание нашего А. Другими словами, если вероятность приходит в движение, то это значит, что она относится к событиям взаимно зависимым, т. е. к совмещению событий. Действительно, та вероятность, с которой мы имели дело при изучении аксиомы самотождественного различия (§ 49.8), касалась событий, независимых одно от другого, и это мы там подчеркивали. Поэтому одна вероятность там только отличалась от другой и отождествлялась с ней, но не было видно, как она переходит в другую. Теперь же по факту самой вероятности, по ее осуществлению мы начинаем видеть, как она становится другой вероятностью, подобно тому как в арифметике за а следует b, и если уже за а следует 6, то необходимо сказать, что Ъ возникает после а, что, следовательно, между этими двумя числами существует строго определенный порядок. Но в теории вероятностей мы оперируем не просто с числами, а с числами в зависимости от случайных фактов, с числами как структурами бытия случайного.

Поэтому тут мало будет выставить утверждение, что если а >6, то b<a. Это утверждение было бы арифметическим, а не теоретико-вероятностным. Значит, необходимо ввести идею порядка в зависимости от случайного бытия, т. е. в зависимости от самого события, от голого алогического факта, от осуществления факта. Само это осуществление вероятности должно повлечь за собою ее движение, ее определенную изменяемость. Это, однако, есть учение о вероятности не просто событий, но совмещения событий.

2. У С. Н. Бернштейна[33] имеется тезис, который у него назван аксиомой совмещения событий. Удивительным образом это и есть то, что мы называем аксиомой подвижного покоя в теории вероятностей. Тут приходится еще и еще раз удивляться, как математическая мысль, если она правильная, бессознательно формулирует как раз те самые тезисы, которые философ дедуцирует из общих диалектических оснований разума. Тут редкий случай, когда я могу переписать математическую аксиому к себе, в свое философское исследование, не внося в нее решительно никаких поправок.

Аксиома подвижного покоя в теории вероятностей: если а есть частный случай факта А, то вероятность а при данных условиях зависит только от вероятности факта А при тех же условиях и от вероятности, которую приобретает а в случае осуществления факта А.

Примером независимых фактов может служить одновременное кидание игральной кости, все шесть граней которой равновероятны, и вынимание шара из урны, в которой находится одинаковое количество белых и черных шаров. Так как эти события независимы, то вероятность каждого из 12 возможных их совмещений всегда будет одна и та же, а именно равна 1/12. Другое дело, когда имеется в виду опыт с зависимыми событиями. Если Иван покупает по одному билету в двух лотереях, а Петр покупает билет только в первой лотерее с тем, чтобы купить билет во второй лотерее только в случае выигрыша в первой, то, хотя вероятность выигрыша в первой лотерее у обоих одинакова, а во второй – у

33 Теория вероятностей 3, 23.

Ивана больше, чем у Петра (поскольку Петр во второй участвует необязательно), все же в результате вероятность выигрыша в обеих лотереях у Ивана и Петра одна и та же, потому что вероятность выигрыша для Петра во второй лотерее будет одинаковой с вероятностью этого выигрыша для Ивана. Здесь вероятность выигрыша в обеих лотереях для обоих одна и та же, поскольку она зависит от вероятности первого выигрыша (одинаковой для обоих) и вероятности второго после осуществления первого (тоже у обоих одинаковой).

Более просто «аксиома совмещения» демонстрируется на таком примере. Существуют такие вероятности: 1) умереть для здорового 10-летнего ребенка в течение года вообще; 2) заболеть ему же скарлатиной вообще; 3) ему же умереть в течение того же срока от скарлатины. Наперед должно быть ясно, что, поскольку в третьей вероятности смерть рассматривается в зависимости от скарлатины, эта вероятность будет зависеть как от вероятности скарлатины вообще, так и от вероятности смерти для заболевшего скарлатиной, причем она не зависит от вероятности смерти вообще для 10-летнего. Как, однако, вычислить эту вероятность совмещения, будет рассматриваться в своем месте (§).

III. ОПРЕДЕЛЕННОЕ БЫТИЕ

§ 54. Аксиома определенности (закона) бытия в арифметике

1. В § 26, 27 и 46.1 мы видели, что число как идеальная структура (в отличие от реального становления) характеризуется пятью категориями: бытие, различие, тождество, движение и покой. Вся эта область представляет собою бытие в широком смысле слова, т. е. бытие, включая и всю его внутреннюю структуру. Оно диалектически противостоит инобытию, или небытию, объединяясь с которым превращается уже в бытие, для которого положена также и внешняя граница, т. е. в ограниченное, в определенное бытие, дальнейшая эволюция которого приходит уже к становлению. В этом смысле инобытие может быть объединено с бытием так же тесно, как мы объединяли тождество и различие и как объединяли покой и движение. Если мы рассмотрим теперь значение этой составной категории определенности бытия, или закона построения бытия, то вместе с самотождественным различием и подвижным покоем это составит достаточно полное и систематическое рассмотрение всей чисто бытийной (онтической) и смысловой стороны числа, и мы сможем тогда перейти и к категориям, связанным с алогическим становлением.

2. Начинаем с арифметики. Определенность бытия арифметического числа есть закон тех операций, в результате которых оно получается. Когда мы заставляем действовать инобытие, мы прежде всего отличаем бытие от инобытия проведением границы, отграничением. Проводя эту границу, мы совершаем операцию, которая даст нам не просто число, но и закон его

появления из других чисел, закон объединения используемого нами бытийного материала для получения числа. Когда мы рассуждали о категории самотождественного различия, или подвижного покоя, мы не говорили о числе как полной и конкретной индивидуальности; мы именно говорили об элементах и частях числа, т. е. анализировали его внутреннее инобытие, отвлекаясь от узрения числа целиком, от фиксации самого закона появления числа из других чисел. Ведь бытие со своей внутренней структурой, определяемой категориями самотождественного различия и подвижного покоя, предстоит теперь как уже сформированное, как отличенное от всех других видов бытия. Число, в котором мы нашли различные и тождественные, подвижные и устойчивые элементы, теперь уже внутренне сформировано, отличено от всякого иного числа; и мы как бы оm1одим от него на некоторое расстояние, чтобы обозреть его целиком и, пользуясь его четко установленными со всем прочим границами, сравнить его со всеми другими числами. Это и значит, что мы заставляем вступать это число в различные комбинации с другими числами, т. е. производим над ним те или иные операции. Вот закон этих операций и есть аксиома определенности бытия числа.

В чем же этот закон заключается? Тут мы можем только повторить то, что раньше говорилось о своеобразии бытия арифметического. Это бытие, как мы знаем, инобытийно-нулевое, т. е. оно зависит в своей значимости и структуре только от своей чисто смысловой же значимости. Число вне себя действует ровно так, как действует оно и внутри себя, т. е. как действуют внутри его составляющие его единицы. Эти единицы абсолютно однородны и однозначны; между ними не мыслится никаких особых расстояний, кроме того чисто отвлеченного и чисто смыслового различия, которое всегда присуще им как таковым и которое и есть они сами. Если мы, разъясняя категорию подвижного покоя, говорили, что единицам, входящим в число, т. е. натуральному ряду чисел, не свойственно никакой иной упорядоченности, кроме как только определенной чисто числовым же значением этих единиц, то точно так же мы теперь рассуждаем и в отношении, царящем[34] и между разными числами. В операциях между отдельными числами существует тот же закон, что и в операциях между единицами внутри каждого числа. Закон сочетания этих чисел точно так же говорит о независимости результата этого сочетания от инобытия, т. е. от взаимного расположения элементов. Арифметические действия нисколько не зависят от порядка действия, т. е. от сочетания, перемещения и распределения элементов в этих действиях. Отсюда и аксиома.

Аксиома определенности (закона) бытия в арифметике: **арифметическое число есть совокупность элементов, появляющаяся в результате операций над теми или другими совокупностями вне зависимости от специфического порядка элементов, над которыми производится операция, т. е. независимо от их сочетания, перемещения и распределения**. Или: **арифметическое число есть совокупность элементов, появляющаяся в результате операций над теми или другими совокупностями при инобытийно-нулевой**

34 Так в рукописи.

значимости их взаимораспределения. Или еще короче: **арифметическое число есть результат счета**.

3. Чтобы формулировать эту аксиому чисто математически, необходимо принять во внимание одно обстоятельство. Дело в том, что категория определенности бытия относится, как мы знаем, только к чистому бытию, г. е. не к становящемуся и не к ставшему, а к чисто идеальному, смысловому бытию. Мы ведь дальше пока никогда не шли. Что же касается чистого и идеально-структурного бытия, то оно одно, взятое само по себе, отнюдь не может обеспечить полностью математического предмета, и в частности полноты арифметических операций. Поэтому, строго говоря, на данной диалектической ступени, когда речь идет о законоопределенности числового бытия, мы должны говорить только об арифметических действиях вообще и даже еще более обще– о счете, о законах счета. Закон определенности арифметического бытия есть закон счета. Если бы мы не давали нашей расчлененной диалектики математики, то уже тут можно было бы вскрыть содержание этих законов счета, к которым приходит исследовательская мысль. Именно, мы здесь могли бы зафиксировать как различные типы арифметических операций, так и законы счета в более узком смысле слова, т. е. как законы ассоциативный, коммутативный и дистрибутивный. Однако расчлененность изложения заставляет отнести эту детализацию «закона счета» на долю последующих категорий, здесь же – ограничиться одним голым утверждением, что мы не только мыслим числа как составленные из других чисел и как расположенные в определенном порядке, но что, когда отдельные числа уже сформированы, мы можем их комбинировать как угодно и от этой комбинации, от самого процесса комбинирования нисколько не страдают эти числа, продолжая входить в операцию ровно с тем же количественным содержанием, которое было свойственно им и самим по себе, до всякой операции.

Итак: арифметическое число подчинено закону счета, т. е. оперирование с ним не зависит ни от каких вне-количественных элементов, которые бы содержались в нем самом. Самотождественное различие говорит о статической составленности, взаимоприложенности отдельных элементов в некую цельную совокупность. Подвижной покой говорит о порядке следования этих элементов внутри полученной совокупности. Закон определенности числового бытия говорит уже о разных формах составления и упорядочения чисел, т. е. уже не об отдельном числе, но о разных числах. Оказывается, что когда мы берем и разные числа, то все равно операции с ними не зависят ни от какого вне-количественного их инобытия. Но это и значит, что мы считаем. Ибо арифметический счет как раз и основан на фиксации результатов вне-инобытийных, чисто количественных операций с разными числами.

§ 55. Аксиома определенности (закона) бытия в геометрии

1. В геометрии действует числовое инобытие. Однако, будучи оторвано от такого числа и являясь его диалектическим отрицанием, геометрическое инобытие слишком вещественно понимает бытийственную определенность. Все эти сочетания, перемещения и распределения происходят тут в отношении пространственных моментов. Закон определенности бытия в этой области есть закон оформления геометрических фигур, появляющихся как раз в результате определенных пространственных операций с применением идеи порядка. Это, конечно, всецело инобытийная упорядоченность, порядок самого инобытия, отрицающего числовую энергию и потому статического, как бы застывшего. В результате получается геометрическая фигурность, застывшая и пространственная, в которой основной закон – построенность из инобытийного материала на основании идеи порядка.

Аксиома определенности (закона) бытия в геометрии: **геометрическая величина есть совокупность элементов, появляющаяся в результате операций над теми или другими совокупностями в зависимости от специфически-инобытийного порядка элементов, над которыми производится операция**. Короче: **геометрическая величина есть результат построения.**

Если чисто числовые операции не зависят от числового инобытия и закон объединения чисел в результате этих операций есть закон их абсолютной количественности, то геометрические величины зависят от числового инобытия (пространства), и закон объединения инобытийных моментов есть тут закон их своей специфически инобытийной скомбинированности, или закон пространственного построения. В арифметике – счет и числовые операции, в геометрии же – построение и пространственные фигуры, или, вообще говоря, величины: вот закон определенности бытия там и здесь.

2. Как в отношении арифметики аксиома определенности числа дает перспективу на арифметические операции, так в отношении геометрии она дает перспективу на пространственные операции (в широком смысле), т. е. на диалектику образования геометрических величин. Отсылая к подробному освещению этой области в соответственном месте нашего исследования, мы позволим себе здесь только очень кратко наметить указанную перспективу. Последовательность образования геометрических фигур может быть, как и все на свете, только диалектической последовательностью, т. е. последовательностью категорий бытия, инобытия и становления, возглавленной при помощи соответствующего перво-принципа и сконструированной в этой взаимосвязи при помощи категорий различия, тождества, движения и покоя. Формулируем это сначала кратко.

а) Прежде всего, должен быть какой-то перво-принцип всякой геометрической фигурности, т. е. то совпадение всех геометрических противоположностей, которое образует сплошную неразличимость, действующую, однако, в качестве принципа различимости. Это, несомненно, есть точка.

Во всей математике, может быть, нет ни одного еще такого образа, который бы так адекватно изображал диалектическую установку всякого перво-принципа и всех математических перво-принципов вообще. Обычно все говорят, что «точка не имеет измерений», и в то же время когда хотят ориентироваться на линии, на плоскости и в пространстве, то никогда не прибегают ни к какому иному средству, как только к фиксации точек. Таким образом, уже элементарное использование этого понятия указывает на то, что точка есть и принцип неразличимости, и принцип отличимости одновременно. Это и делает ее геометрическим перво-принципом подобно единице в арифметике; а ее наглядность и общепонятность превращают ее в самый ясный и безупречный образ математического перво-принципа вообще.

b) Далее, точка, подобная всякому перво-принципу, переходит в отрицание себя, в свое инобытие; она противопоставляет себя себе же самой. Это значит, что она становится линией, так как две точки уже определяют прямую (простейший вид линии) целиком. Но и для линии нет никакого иного пути к саморазвитию, как только переход в свое отрицание, в свое инобытие. Линия, взятая как таковая, требует своего «оформления»; на нее надо посмотреть «извне». А это и выполняется здесь в буквальном смысле, как только мы выйдем за пределы самой линии и отметим хотя бы одну какую-нибудь точку вне данной линии. Ясно, что мы переходим к плоскости, которая, как известно, вполне определена уже только тремя точками, если они не лежат на одной прямой. Точно таким же путем мы выходим за пределы плоскости и получаем трехмерное пространство. Точно так же, наконец, мы можем переходить и ко всякому другому следующему измерению и можем даже получить пространство с бесконечным числом измерений.

Этот метод получения основных геометрических категорий настолько ясен и прост и, я бы сказал, настолько банален и избит, что тут можно только ради шутки возражать против диалектических переходов.

c) Один момент в этом избитом умозаключении все же необходимо отметить. Именно, возникает вопрос: нет ли какого-нибудь осязательного ограничения в этом нагромождении бесконечного числа измерений? Нельзя ли здесь привести какую-нибудь более выразительную диалектику? Несомненно, ограничения здесь должны быть и теоретически, да и фактически мы почему-то по преимуществу имеем дело с трехмерным пространством и почему-то с большой неохотой переходим к дальнейшим измерениям. Мы к этому вопросу вернемся немного позднее, а сейчас укажем только на то, что основания для примата трехмерности с замечательной ясностью и прямотой вытекают из диалектики; и, кажется, иным путем и невозможно его обосновать.

Теперь остановимся на более подробном рассмотрении полученных нами геометрических категорий – линии, плоскости и пространства.

3. a) Как точка, этот наш исходный перво-принцип, переходит в линию? Как мы хорошо знаем, дело может обстоять только так, что точка начинает как бы дробиться, начинает противополагаться самой себе, переходить в инобытие. Тогда получается уже не точка вообще как перво-принцип, но точка как начало

ряда, как то, что противопоставляется, – прежде всего, себе же самому (ибо пока ничего другого еще нет). Итак, точка оказывается инобытием себя самой. Это возможно только тогда, когда между точкой как первоначальной данностью и точкой как данностью противопоставленной разыгрывается диалог при помощи указанных внутренних категорий, потому что обе эти точки должны различаться, должны двигаться и т. д.

b) Точка отличается сама от себя. Это значит, что существует уже не одна, а две точки. Но так как у нас имелась только точка и больше ничего (потому-то она и была перво-принципом), то различие может наступить у нее с нею же самой, т е. различным должно оказаться то, что между собою тождественно. Следовательно, две полученные нами точки должны отождествляться. Но как же им отождествляться так, чтобы различие между ними все-таки осталось? Вернуться к исходной начальной точке – это значит уничтожить две точки и оставить только одну, т. е. уничтожить самую категорию различия. Единственный способ отождествить две точки, не теряя различия между ними, – это соединить их при помощи линии. Когда мы имеем отрезок прямой, то оба ее конца, несомненно, отличаются один от другого, так как иначе они вообще не были бы двумя точками и начало нашей линии слилось бы с концом, т. е. весь отрезок оказался бы не линией, а только точкой. Но, с другой стороны, оба конца нашего отрезка, несомненно, тождественны между собою, так как весь отрезок есть нечто сплошное и неразличимое в смысле отдельных своих точек; и если бы конечные точки его были бы различны, то это привело бы к их изоляции и одной от другой, и обеих от всего отрезка, т. е. отрезок, утерявший свое начало и конец, опять перестал бы быть отрезком. – Итак, линия есть самотождественное различие пространства (под пространством мы здесь понимаем общую категорию, независимо от числа измерений). Точка есть бытие (единичный акт полагания) числового инобытия (пространства), линия– его самотождественное различие. Но самотождественное различие дано тут в пространстве в своем чистом виде, без привлечения каких бы то ни было инобытийных моментов. В общем геометрическом инобытии оно дано чисто, неинобытийно. Поэтому мы получили не просто линию, но прямую линию. Поскольку различающиеся моменты являются здесь и абсолютно тождественными, постольку общая категория самотождественного различия должна обеспечить здесь единство направления, призванного синтезировать различное в самотождественное. Линия в условиях единства своего направления и есть прямая.

c) Далее, точка должна еще и двигаться. Точка, противопоставляя себя себе же самой, должна двигаться к себе самой и покоиться в себе самой. Что это значит? В отличие от резких переходов, как бы мгновенных смысловых ударов категории самотождественного различия, движение характеризуется моментом постепенности, сплошности.

В результате этой постепенности движение должно прийти в ту же точку, из которой оно и вышло. Мало будет, если мы станем двигаться по только что полученной нами прямой и придем от ее начальной точки к ее конечной, потому что здесь получится не сплошность, но именно прерывность движения: мы примем к конечной точке, и дальше идти будет некуда, а тем не менее покой не должен, по основному смыслу этой сложной категории, прекращать^ движения, он должен слиться с этим движением воедино. Так же ведь и в прямой тождество двух точек не просто уничтожает всякое их различие, а вполне его сохраняет, но–так, чтобы тождество растворилось в различии, а различие в тождестве. Только так и может осуществляться полный и постоянный диалектический синтез. В категории подвижного покоя, если применить к пространству, точно так же движение и покой абсолютно поглощают друг друга, так что между ними не оказывается ни одного мгновения, их разделяющего.

Поэтому прямой линии тут недостаточно, и движение по этой прямой недостаточно. Возвращаясь от конца отрезка к началу, мы все-таки на одно мгновенье прекращаем движение вперед, на одно мгновение останавливаемся и уже потом двигаемся назад. Настоящее воплощение категории подвижного покоя будет только в том случае, если мы, двигаясь вперед, в результате самого движения, т.е. в результате сплошного и непрерывного движения, вернемся к той же самой точке, от которой начинали двигаться, т.е. когда мы будем двигаться по кривой линии, которая к тому же должна быть замкнутой. А так как у нас берется чистая категория подвижного покоя, т. е. без всяких инобытийных привнесений, то должно быть соблюдено единство направления этой кривой (так же, как и в предыдущем случае с прямой); единство же направления замкнутой кривой есть единство ее кривизны. Другими словами, должна получиться окружность, которая, таким образом, есть, попросту, подвижной покой пространства. Сколько бы мы ни двигались по кругу, мы, в общем, всегда будем находиться на одном и том же месте; это и будет значить, что здесь воплощается составная категория подвижного покоя.

d) Но к числу эйдетических, или едино-раздельных, категорий относится кроме самотождественного различия и подвижного покоя еще и бытие (т.е. едино-раздельное бытие, «определенность», «закон» бытия). Ясно, что тут мы должны будем перейти к разным деформациям круга, т.е. к кривым второго порядка. Но эту область удобнее будет рассмотреть при другой планировке, к которой мы сейчас и приступим после еще одного замечания.

e) Итак, перво-принцип геометрической фигурности есть точка. Перво-принцип превращается в принцип, когда осуществляет себя в едино-раздельной форме; и – «точка вообще» становится реальной точкой, как началом ряда. Она, как и перво-принцип, переходит в свое инобытие, самопротивопоставляется, и в отношении нее начинают действовать основные смысловые категории. Пространство как некое бытие (как акт полагания) есть точка; как самотождественное различие оно – прямая (или кривая первого порядка), и как подвижной покой оно – окружность, как «определенность» оно – вообще кривые второго порядка. Таким образом, в результате этого диалектического процесса точка сначала превращается в кривую первого порядка, или в прямую, а потом становится кривой второго порядка. Все это в результате перехода точки в свое инобытие и распространение по необозримому нолю этого инобытия.

Заметим одну очень важную вещь. Бытие есть раздельность, ограниченность и конечность. Инобытие только потому и является инобытием, что оно безраздельно, неограниченно и бесконечно. Таково и все инобытие, такова и каждая его «часть». Это сплошная неразличимость, если брать его в чистом виде; и любой отрезок его, как бы мал он ни был, всегда бесконечен, ибо никогда в нем нельзя одну точку противопоставить другой (тогда была бы раздельность, т. е. какая-нибудь определенность и конечность). Но отсюда получается вывод огромной важности. Всякая новая категория, зарождающаяся на путях инобытия, будет в отношении своей инобытийной категории (которая и есть бытие для этого инобытия) всегда бесконечностью. Стоит только сравнить две соседние категории, образовавшиеся путем диалектического перехода по путям инобытия, как это становится вполне очевидным. Что такое линия в отношении точки? Это есть прежде всего бесконечное количество точек (так или иначе соединенных между собою). Что такое плоскость в отношении линии? Это есть прежде всего бесконечное количество линий, так или иначе расположенных. Точно так же и трехмерное пространство – в отношении плоскости. Аналогично – что такое окружность в отношении прямой? Прямая есть окружность бесконечно большого радиуса. В дальнейшем легко будет заметить, что плоскость есть не что иное, как шар бесконечно большого радиуса. Очевидность этого обстоятельства обнаруживается сама собой, если мы будем представлять себе, что в связи с увеличением радиуса и удлинением окружности последняя становится все менее и менее изогнутой, все более и более распрямленной. Значит, когда радиус станет бесконечно велик, окружность тоже станет бесконечно великой и превратится в прямую. Соответственно, и шар, все больше и больше разгибаясь, превратится в бесконечно протяженную плоскость. Этими бесконечными переходами, которые используются в целях получения новых категорий, особенно богата проективная геометрия.

f) Наконец, в отношении линии вообще, взамен отвлеченной схематики, можно провести и нашу общую пятистепенпую формулу. Если, оставляя точку в стороне, в качестве перво-принципа рассматриваемой геометрической области мы возьмем линию вообще, то ее принципом явится та простейшая и абстрактнейшая форма линии, которая называется прямой, подобно тому как и «бытие», хотя в отношении перво-принципа и является уже чем-то оформленным и, следовательно, сложным, все же из всех других категорий есть наиболее «простая», «чистая», «абстрактная» и «идеальная». Выше мы определили прямую как самотождественное различие пространства. Сейчас же мы получаем новое выражение этого определения (вполне тождественное со старым): прямая есть идеальное бытие пространства.

По сравнению с прямой кривая оказывается, несомненно, некоторым становлением (пространства). Ведь чтобы образовалась какая-нибудь кривая, необходимо – 1) фиксирование прямой и одновременно с этим – 2) испытывание еще какого-нибудь иного воздействия на прямолинейное движение, отличного от этого последнего. Кривая от прямой отличается именно тем, что каждая новая точка прямой, которая образовалась бы в условиях свободного саморазвития, постоянно сдвигается в сторону под тем или иным другим влиянием, она всегда – иная и иная. Это и делает кривую становлением прямой.

Но тогда ставшим бытием линии оказывается замкнутая кривая, так как ставшее кладет границу для распространения становления и возвращает его к себе же самому, превращая в фактически устойчивую подвижность.

Что же касается выразительной формы линий, то поскольку выражение (§ [21]) есть смысловое вобрание в себя субстанциально-инобытийного окружения, деформирующего (ибо оно – субстанциальное) самую субстанцию, т. е. существенное основание выражаемого, то здесь мы получим те или иные типы замкнутых кривых в зависимости от степени их деформации. Тут мы сталкиваемся с кривыми второго порядка, которые выпали из рассмотрения в прежнем подходе.

Прежде всего мы должны получить замкнутую кривую, которая никак не деформирована в смысле инобытия. Эта нулевая деформация, однако, не есть просто отсутствие всякой деформации, подобно тому как в теории множеств мы различаем нуль-множество и нуль просто. Но как мы должны выразить это геометрически точно? Ясно, что такой кривой является круг, но как математически оформить эту категорию? Здесь мы должны, к сожалению, затронуть некоторые вопросы аналитической геометрии, хотя последней у нас посвящается в дальнейшем специальный отдел. Именно, из разных методов характеристики кривых второго порядка мы изберем метод фокусов (ради примера, конечно, можно брать и любой другой метод определения кривых второго порядка) и скажем так.

Всякая плоская кривая второго порядка характеризуется двумя направлениями своей деформации, соответственно двум главным координатам. Каждое направление характеризуется парой фокусов. У геометров невозможно добиться настоящего интуитивного понимания фокуса, и понимание последнего почти всегда сводят на аналитические абстракции. Тем не менее фокус есть просто указание на деформацию. Это прямо выводится из толкования фокуса кривой второго порядка как такой точки, расстояние которой от точек этой линии выражается рационально через их координаты, точно так же – как и из толкования фокуса в виде точки пересечения четырех мнимых касательных к линии второго порядка, проходящих через циклические точки. Но мы не будем здесь излагать этого подробно (отсылая к специальному отделу; ср. также §[105]), а только ограничимся простым и наивным констатированием того, что с удалением фокуса от центра кривая определенным образом деформируется, а с его приближением к центру она деформируется в обратном смысле. Из учения о мнимых величинах (§[105]) мы увидим также, что если положительные и отрицательные величины откладывать направо и налево по x-ам, то мнимые пойдут вверх и вниз по y-кам. Кривая второго порядка определяется двумя вещественными и двумя мнимыми фокусами. Ясно, чтобы не было никакой инобытийной деформации кривой, необходимо, чтобы кривизна ее была везде одной и той же, а это значит, что все четыре фокуса должны совпадать в одной точке. Тут мы имеем круг, кривую второго порядка, у которой все четыре фокуса слились в одну точку (поскольку, конечно, можно говорить об определенном положении мнимых точек).

Если эта математически-диалектическая позиция усвоена, то нетрудно будет получить и прочие кривые второго порядка. Пусть перво-принципом замкнутой кривой будет выведенное раньше ее понятие. Тогда ее бытием будет круг. И тогда ее становлением будет, несомненно, парабола, у которой именно и происходит уход в бесконечное становление второго вещественного фокуса, а также бесконечное расхождение и мнимых фокусов, или, точнее сказать, один из вещественных фокусов параболы здесь бесконечно удален, а оба мнимых совпадают с циклическими точками. Чтобы такое становление остановить, надо снова ухватить его второй конец. Это случается в гиперболе, второй вещественный фокус которой, пройдя бесконечность, вновь появляется на конечном расстоянии, но уже с другой стороны (как это и должно быть, поскольку бесконечность есть отрицание конечного, вернее, отрицание самой категории конечного); и то же случается тут и с мнимыми фокусами, которые в гиперболе лежат на конечной мнимой оси.

Интереснее всего, однако, выразительная форма замкнутой кривой. Из теории мнимостей (§[105]) мы узнаем, что мнимая величина есть в диалектическом смысле выразительная величина и что вещественная величина, перейдя в мнимость, тем самым получает свое выражение, поскольку мнимость представляет собою наличие в данном измерении перехода в следующее измерение без нарушения, однако, прав первого измерения. В применении к кривым второго порядка это значит, что их вещественные фокусы (а они вместе с мнимыми [суть] показатели деформации) должны стать мнимыми, а мнимые вещественными. Это произойдет, если мы будем все больше и больше разгибать гиперболу, покамест не превратим ее в две параллельные прямые и потом в эллипс, большая ось которого окажется расположенной именно перпендикулярно к прежнему положению оси параболы и гиперболы, и в нем старые вещественные фокусы гиперболы превратятся в мнимые, расположенные на малой оси эллипса, а старые мнимые фокусы гиперболы превратятся в вещественные эллипса, расположенные на его большой оси. Этот эллипс и есть выразительная форма кривой второго порядка вообще.

Можно было бы получить эллипс и раньше, путем раздвижения двух вещественных фокусов круга, но без удаления второго из них в бесконечность. Это было бы моментом становления, которое в развитом виде представлено у нас параболой. Тут, однако, ничего удивительного нет, так как становление мы относим и к чистому эйдосу и к энергии; и там и здесь оно есть некое выражение, хотя и дано оно здесь на разных ступенях диалектической зрелости. В полном же смысле слова диалектическим выражением кривой второго порядка является упомянутый эллипс с упомянутым появлением его из гиперболы.

4. Этим мы заканчиваем наши краткие указания, ориентирующие нас в диалектике линии. Далее, мы должны были бы рассматривать диалектику плоскости и пространства, категории которых выведены у нас выше.

a) Нас не должно смущать то обстоятельство, что чего-то плоскостного мы уже коснулись в рассуждениях о кривых. Если угодно, мы там коснулись также и пространства, потому что цельное интуитивное представление взаимоперехода кривых второго порядка никак не обойдется без пространственных элементов. Тем не менее все это было только линиями, а не плоскостями; и мы должны различать окружность и круг, поскольку первая– линия, а второй – плоскость. Привлечение же второго и третьего измерения неизбежно потому, что мы захотели фиксировать выразительные формы линии. Выражение, как мы знаем (§[21]), вообще всегда есть привлечение субстанциально нового инобытия (т.е., напр., не просто различение на линии положительного и отрицательного направления, что было бы внутренним инобытием линии, но привлечение нового измерения, т. е. плоскости). Однако, поскольку речь идет о чистом выражении, это субстанциальное инобытие не заставляет реально и вещественно переходить в него (что привело бы просто к забвению самой линии), а заставляет только смысловым образом отображать его на себе. Всякая кривая вовсе не есть плоскость в реальном смысле слова, но она отражает на себе значимость плоскости, она – мнимая плоскость (это нам станет окончательно ясным после исследования мнимых величин, §[106]). И это потому, что кривая так или иначе несет с собою выразительную энергию линии вообще. Если угодно найти интуитивный образ для диалектической категории выражения, которое есть переход от данного смысла в инобытие, но не реальный переход, а только идеальный, смысловой, то кривые второго порядка – круг, эллипс, параболу и гиперболу – можно считать одним из самых лучших способов представлять себе «выражение».

b) Итак, нам предстояло бы говорить о диалектике плоскости и пространства. Не стоит делать этого подробно, так как этому у нас посвящен целый отдел. Но некоторые вехи все же наметим.

Плоскость, чтобы получить диалектическое оформление, должна быть чем-нибудь заполнена, или по крайней мере внутри ее должны быть осуществлены определенные условия ориентации. Чем может быть определена плоскость, если брать сначала ее внутреннее содержание, а не ориентировать саму плоскость как таковую среди всяких других геометрических построений? До плоскости мы имеем линию. Следовательно, с линии должен начаться процесс ориентации на плоскость. Как же будет происходить эта ориентация? Диалектика знает только один способ расширения смыслового содержания – это переход в инобытие. Линия должна перейти в инобытие, т. е. ей должно быть противопоставлено нечто такое, что не есть она сама. Но что же есть такое, противостоящее линии? Очевидно, опять-таки точка, но не точка на самой прямой (потому что тогда она не была бы отлична от самой прямой, но, наоборот, абсолютно слилась бы с ней), а точка вне самой прямой (тогда – очевидное противостояние точки и прямой).

Но тут необходимо иметь в виду, что мы знаем не только прямую, но и еще ее последующее диалектическое развитие. Там уже была как-то привлечена плоскость, хотя она и не была диалектически положена. Чтобы ее диалектически развернуть, надо ее заполнить при помощи прямой и ее диалектических продуктов. Тогда и эта последняя станет определением уже плоскости. Начнем с прямой.

c) Итак, мы имеем прямую и точку вне этой прямой. Это – уже различие. Где же тождество данной прямой и точки? Мы уже знаем, как получается тождество в инобытийно-геометрической области. Оно получается через пространственное объединение различествующих моментов. Другими словами, нужно соединить нашу прямую и точку, т. е. из этой точки провести линию, которая бы пересекла нашу прямую. Но так как здесь мы пока имеем чистые категории, в которых нет ничего, кроме них самих, то и различие и тождество должны быть только тем, что они сами собою говорят, т. е. по величине своей только необходимо великими, не больше того. Другими словами, тождество получится тогда, когда из данной точки будет опущен на прямую перпендикуляр, т. е. когда образуется угол, и притом пока только еще прямой, или, иначе, [образуются] плоскостные координаты, и притом пока только еще декартовы (т. е. прямоугольные). Это и значит, что мы получили возможность ориентации на плоскости, т. е. тем самым определили внутреннее содержание всякой замкнутой плоскости. Стало быть, прямой угол есть такое самотождественное различие (прямая), которое, перейдя в свое инобытие, вновь обнаружило себя как именно самотождественное различие. В диалектическом анализе проективной геометрии мы убедимся, что это есть не что иное, как определение двумя перпендикулярными прямыми на бесконечно удаленной прямой двух соответственных точек инволюции.

Должен быть дальше и подвижной покой. Это уже не будет, конечно, тот чистый подвижной покой, который дал нам категорию круга. Это будет такой подвижной покой, который осуществится на почве уже осуществившейся категории самотождественного различия. Мы ведь уже имеем угол, и спрашивается: что же получится дальше, если к этой категории применить категорию подвижного покоя? Очевидно, той чистой сплоченности и непрерывности, которая характерна для подвижного покоя как такового, тут уже не может получиться. Туг может остаться только замкнутость, потому что подвижной покой требует возвращения к начальной точке, а траектория движения в основном уже предписана как самотождественно-различная, т. е. как перпендикуляр к данной прямой (откуда и прямой угол). Следовательно, остается только замкнуть полученный нами прямой угол; и так как подвижной покой опять-таки берется нами в чистом виде и осуществляется на почве этой самотождественной различности угла без всяких инобытийных привнесений, то движение наше необходимым образом должно быть ровно настолько же движением, насколько и покоем, и покой ровно настолько же покоем, насколько и движением, т. е. должно быть соблюдено условие: насколько мы удалились от прямой до нашей точки, настолько же должна участвовать в этом движении и вся покоящаяся прямая. А это значит, что получающийся в результате замыкания прямого угла треугольник должен быть не только прямоугольным, но и равнобедренным. Прямоугольный равнобедренный треугольник, стало быть, есть такое самотождественное различие в пространстве, которое, переходя в свое инобытие, не только вновь обнаружило себя как самотождественное различие, но еще и – на основе всего этого – как подвижной покой.

d) Пятиступенная формула, пожалуй, и здесь даст более прозрачные результаты. Если под перво-принципом считать тут определенность плоскости вообще, то принципом, бытием ее явится первое выхождение за пределы линии, т. е. точка вне самой линии, т. е. угол, т. е. координаты. Становлением плоскостного определения необходимо считать переход одной формы угла в другую и одних координат в другие и саму возможность этого перехода. Ставшим, очевидно, окажется замкнутый угол, или треугольник, а выражением – разнообразные виды треугольников и прочих плоскостных фигур, образованных из тех или других треугольников.

Не будем много говорить о плоскостном определении на основе кривой. Если прямая дала угол и прямолинейные фигуры на плоскости, то кривая даст дугу и криволинейные фигуры на плоскости.

В связи с общей диалектикой плоскости можно понять способ представления идеальной геометрической определенности, который попадается в старой философско-математической литературе. Именно, полная форма идеальной определенности пространства (в данном случае пока еще только плоскости), т. е. полная внешняя (в смысле границ) и внутренняя (в смысле принципа ориентации во внутреннем содержании) определенность бытия плоскостного, будет круг с двумя взаимно перпендикулярными диаметрами, у которых соединены конечные точки, т. е. круг с двумя взаимно перпендикулярными диаметрами, вписанным квадратом и составляющими четырьмя прямоугольными и равнобедренными треугольниками.

e) Все эти категории определяют плоскость по ее содержанию, но не определяют ее в ее субстанции. Если стать на последнюю точку зрения и применить пятиступенную диалектику, то мы получим – плоскость, поверхность, замкнутую поверхность и разные виды поверхностей.

Наконец, нетрудно представить себе в виде диалектических категорий и фигуры, пространственные в узком смысле слова, т. е. геометрические тела. Ясно, что, поскольку всякое дальнейшее определение происходит при помощи инобытия, необходимо найти инобытие для плоскости, как в ее прямолинейном, так и в криволинейном определении. Таким инобытием будет точка, не находящаяся на плоскости. Она и приведет нас к пространственным фигурам, или телам. Прямолинейное определение плоскости приведет нас сначала к телесному углу и его модификациям, а потом к его замкнутости, откуда – на выразительной стадии – правильные многогранники. Криволинейное определение плоскости приведет нас к шару и прочим круглым телам.

Таким образом, шар, круглые тела и правильные многогранники есть телесная выразительность геометрии. Здесь точка максимально развила себя и дала наиболее зрелый плод. Интереснейшие диалектические тонкости этой телесности мы должны оставить до специального места.

5. Дедукцией геометрических фигур мы показали, что такое закон определенности бытия в геометрии. Мы видим – вся суть заключается здесь в том, что бытие, переходя в инобытие, не расплывается безмерно вширь и вглубь (ибо тогда было бы уже не бытие, а становление бытия), но пользуемся этим инобытием только лишь для своего оформления. Получается определенное бытие. Однако эта определенность конструируется при помощи все тех же основных смысловых категорий, заполняющих, так сказать, промежуток между бытием и небытием и строящих тут определенное структурное взаимоотношение.

6. Относительно этой дедукции очень многое требует пояснения, что, однако, мы относим к специальной части. Сейчас же необходимо сделать только два добавления. Первое – о степени законченности этого геометрического построения и в связи с тем о количестве возможных измерений в пространстве. Второе – о формах пространства, выходящего за пределы произведенной дедукции.

a) Что касается первого вопроса, то смысл и количество измерений всецело определяется основной диалектической конструкцией. А именно, если чистая и абсолютная точка уже была нами интерпретирована как геометрический перво-принцип, то ясно, что едино-раздельный принцип должен тут дать линию. Если точка есть диалектическое сверх-сущее, то само сущее, т. е. сам смысл, но пока еще чистый смысл, идеальный смысл, без всякого перехода в становление, это все есть линия. Но идеальному смыслу противостоит реальное становление, которое в диалектическом смысле есть только отрицание идеальности, т. е. его самопереход в свое инобытие. Следовательно, второе измерение и категория становления есть одно и то же, точнее, второе измерение есть осуществленность категории становления в общей пространственной области. Но если так, то отсюда получается сам собою тот вывод, что следующей общедиалектической категории, т. е. категории наличного бытия, или факта, ставшего, соответствует уже третье измерение, само трехмерное тело, поскольку ставшее есть ставшее чего-нибудь, т. е. оно всегда несет на себе все предыдущие категории, являясь их осуществлением.

b) Не говоря пока о выражении, скажем, что отсюда выясняется вся принципиальная значимость трехмерного пространства. Поскольку ставшее есть всегда фактическая осуществленность, трехмерное пространство, как единственно осуществившийся факт, всегда и везде будет главной и основной идеально-смысловой характеристикой пространства. Сколько бы измерений мы ни примышляли, в основе все равно остается трехмерное тело. Тут же выясняется и значимость именно третьего измерения. Оно [есть] телесное становление: вот его диалектическая сущность.

Впрочем, для полной ясности нужно сказать, что и всякое «измерение» в диалектическом отношении есть только становление. И так как само чистое становление вполне алогично, то свою смысловую значимость оно получает в зависимости от той уже смысловой категории, становлением которой оно является. Становление точки есть первое измерение, – тут получается линия; становление линии есть второе измерение, – получается двухмерное образование, плоскость. И становление плоскости есть тело. На этом замечательном примере прекрасно видна сущность диалектического перехода в инобытие, или в отрицание, т. е. сущность становления. Становление алогично в отношении к тому, что намерено становиться, т. е. в нем нет ровно ничего, ни одной точки (и в переносном более общем, и в конкретно-геомегрическом смысле), которая принадлежала бы становящемуся. Поэтому, чтобы получить линию, мы должны выйти за пределы точки; чтобы получить плоскость, мы должны выйти за пределы линии; чтобы получить тело, мы должны выйти за пределы плоскости. Каждый раз от данного оформления мы удаляемся в неизвестную мглу инобытия, где до сих пор ничего не было и куда не простиралось ни одно измерение из прежних.

с) Но если понятна диалектическая сущность пространственных измерений, то понятно и то, почему их в основном три. Это непреложно так же, как тверда диалектическая триада: внемерная точка превращается через свое одномерное инобытие (или отрицание) в двухмерную «идеальную» законченность (первая триада), которая, чтобы стать «реальной», должна вновь отрицать себя, т. е. противополагаться «факту» и, как всегда в диалектике, отождествляться с ним, что и означает переход идеальной двухмерной плоскости в полное трехмерное тело.

Заметим, что из математиков, кажется, только Пуанкаре понял сущность того, почему «пространство имеет три измерения». Именно, он решает этот вопрос при помощи понятий «непрерывности» и «сечения». Можно ли, спрашивает он, деформировать плоскость в прямую, пока эта деформация непрерывна? Очевидно, нет. Нужна тут прерывность. Значит, уже по одному этому проблема пространственных измерений глубочайше связана с категорией прерывности и непрерывности. Когда на прямой некая точка признана таковой, что ее нельзя переходить, то, очевидно, линия в этой точке прерывна. На плоскости одна запретная точка уже не создаст прерывности, потому что ее всегда можно будет обойти. Тут принципом прерывности будет, очевидно, не точка, а линия. Когда же мы имеем тело, то и запретная линия нисколько не помешает непрерывности и только плоскость, если она признана непроходимой, способна сделать шар прерывным и, таким образом, рассечь его. Ясно, стало быть, что «сечение» – это такая категория, которая необходима для понимания пространственного «измерения». Непрерывность n измерений есть поэтому непрерывность, сводящаяся на n – 1 измерений путем установления в ней сечения[35].

Это простейшее рассуждение Пуанкаре имеет только тот недостаток, что оно слишком эмпирично и лишено всякой диалектики. Кроме того, у него понятно, что такое измерение вообще, но непонятно, в сущности, почему измерений обязательно три. Тем не менее Пуанкаре правильно почувствовал направление, в котором этот вопрос может быть разрешен. С диалектической точки зрения антитеза непрерывности и сечения есть не больше, как только противоположность алогического, т. е. в конце концов отрицания, и – утверждения, или небытия (инобытия) и бытия. Диалектика, однако, дает гораздо больше: она учит еще, как нужно понимать эту противоположность в той ее форме, когда она становится синтезом. Концепция Пуанкаре выигрывает в своей интуитивной конкретности, но проигрывает в логической конструктивности и системе.

7. a) Возникает и еще один давно уже назревший у нас вопрос в связи с диалектикой пространства: что такое пространство больше, чем в три измерения, и как оно возможно? Равным образом, из предыдущего выясняется, что если диалектика измерений есть не что иное, как повторение основных диалектических категорий, то должно быть пространство, соответствующее и последней из тех категорий, которые мы приняли как первоначальные основные, а именно выражению. Категории до «ставшего» включительно конструируют в геометрии трехмерное тело. Что же конструирует тут энергийное выражение? Эти два вопроса – о том, как возможны «-мерные пространства, и о пространственном корреляте (в смысле «измерений») общедиалектической категории выражения, – эти два вопроса и есть один и единственный вопрос, потому что измерения выше трех могут быть конструированы только при помощи учения о выражении.

b) Выражение не дает ничего нового в смысле «факта», в смысле «наличного бытия», или ставшего; это один и тот же факт – выраженный и невыраженный. Поэтому, сколько бы измерений мы ни имели, в основе все равно всегда и неизменно остается тело трех измерений, если стоять на чисто онтологической точке зрения. Меняется только выраженный смысл бытия, а не его последняя субстанция. Выражение вносит инобытийную деформацию в тот смысл, которым уже обладает трехмерное пространство. А именно, ставится вопрос о кривизне пространства. Подробное проведение этого принципа выраженности привело бы к диалектической дедукции разных геометрий, могущей дать, как всегда, сначала триадическое деление, а потом и более детальное. Относя эту дедукцию в геометрический отдел нашего исследования, мы, однако, должны будем сказать самое существенное об этом уже в дедукции аксиом выразительности. Сейчас же мы укажем на то, что основная выразительная триада, которую можно было бы прежде всего формулировать, – это разделение всех геометрий на:

35 А. Пуанкаре. Последние мысли. Пер. под ред. А. П. Афонасьева. Птгр., 1923 (статья «Почему пространство имеет три измерения?»).

1) эллиптическую, где мера кривизны положительна (геометрия Римана),

2) гиперболическую, где мера кривизны отрицательна (геометрия Лобачевского) и

3) параболическую, где мера кривизны – нуль (геометрия Эвклида).

Диалектическое взаимоотношение этих трех типов геометрии есть взаимоотношение утверждения, отрицания и нуля. Этим вполне определяется выразительная сущность пространства. Детали же – в своем месте.

§ 56. Аксиома определенности (закона) бытия в теории множеств

1. Закон бытия, или метод определенности, дает схему, по которой объединяются отдельные моменты в цельную совокупность. Арифметический закон такой объединенности есть вне-инобытийная, или, как мы говорим, инобытийно-нулевая схема. Тут числа объединяются вне своего специфического порядка и размещения. В геометрии – обратно. Геометрия изучает пространственные построения. Как таковые, они не могут не содержать в себе идеи упорядоченности. Когда мы говорим, например, о треугольнике, то никакое понятие трех, взятое в своей арифметической чистоте, никогда не даст представления о треугольнике. Тут входит принцип инобытийного взаиморасположения трех отвлеченных единиц. В теории множеств мы возвращаемся опять к арифметической вне-инобытийности, но эта вне-инобытийность не абсолютна в своей абстрактной изоляции, а содержит в своем смысловом составе разнородную упорядоченность, заимствованную из геометрической инобытийности. Можно противопоставлять, например, некую отвлеченную идею и реальную вещь, и они будут противоположностью чистого смысла (или чистого бытия) и отрицания смысла (инобытия). Однако можно сконструировать образ, который появится как полный синтез и неразличимость того и другого. Этот образ будет, с одной стороны, чистым смыслом, и никакой вещественности в нем не будет. С другой стороны, он будет разрисован и скомбинирован так, что окажется полной копией вещи, буквальным повторением всей той упорядоченности и взаиморазмещенности, которую дала вещественно-пространственная форма. Одно дело – отвлеченная идея постройки, другое – конкретно-построенный дом, а третье – это технический план и проект дома, где нет ни абстрактного смысла, ни полной вещественности, но есть овеществленный смысл и осмысленная вещественность.

Эта примитивная диалектическая установка, без которой нигде в диалектике нельзя обойтись, является в нашем случае основой и принципом рассуждения. Определенность бытия во множестве есть именно совмещенность арифметической нулевой инобытийности и геометрического пространственного упорядочения. Получается особого рода упорядоченность, которую нужно назвать теоретико-множественной и которая в одинаковой мере и совпадает с арифметической и геометрической, и отличается от них.

Аксиома определенности (закона) в теории множеств: множество есть совокупность элементов, появляющаяся в результате операций над теми или другими совокупностями при инобытийно-нулевой значимости их взаимораспределения, – после их возвращения, однако, из инобытия к самим себе. Или: множество всегда содержит в себе свой тип.

2. Последний термин «тип» математики ввели в теорию множеств недаром. Правда, обычное употребление этого слова исключительно формально-логично. Когда говорят «два типа карандашей», «три типа построек» и проч., то «тип» равносилен термину «вид» или «род». В теории множеств, однако, этот термин приобретает совсем другое содержание, возвращающее нас к античности, и, в частности, к греческому языку. «Тип» – от греческого глагола «бью», «выбиваю»; «тип» – то, что выбито, высечено, – например барельеф. В теории множеств тип есть наглядно данная фигурность числа, специфически выраженная целостность числа. Хотя сами математики большею частью и не отдают себе в этом отчета, но уже с самого начала ясно, что именно такого рода интуиции были здесь направляющим принципом.

Достаточно указать на то, как определяется «тип» в теории множеств. Тин, говорят, есть то, что обще множествам, подобным между собою. Это определение очень характерно. Поскольку подобие вытекает из возможности взаимоналожения, а взаимоналожение предполагает одинаковость распределения, одинаковую упорядоченность элементов данных множеств, то, разумеется, общее между двумя одинаково внутренне распределенными множествами может быть только сама же эта, в общих случаях тождественная, распределенность. Я в этих случаях говорю проще: тип есть просто какая-нибудь определенная числовая фигурность. Элементы расположены так, что они, вместе взятые, образуют некую фигурность, хотя она и не геометрическая, но чисто числовая же, и это-то и есть тип множества. Ведь не обязательно гипостазировать идею порядка чисто пространственно. Абстрактно-числовые акты полагания тоже могут быть различным образом взаимораспределенными. Эту чисто числовую взаиморасиределенносгь элементов и изучает теория множеств под видом учения о типах.

Итак, всякое множество принципиально содержит в себе свой тип. Всякое множество принципиально всегда есть результат некоего специфического упорядочения. Если аксиома подвижного покоя требовала, чтобы всякое множество мыслилось как вполне упорядоченное множество, то аксиома определенности бытия требует, чтобы результатом этого упорядочения была определенная фигурность множества, которая и есть настоящий закон определенности множества, т. е. правило его конструирования из элементов.

§ 57. Аксиома определенности (бытия) в теории вероятностей

Что касается теории вероятностей, то трудно себе представить здесь аналогию к предыдущим аксиомам определенности, или бытия. Ясно и без дальнейшего, что здесь должна идти речь об определенных операциях и о результате этих операций. Математическая вероятность есть именно результат этих операций. После вышесказанного в этом не может быть сомнения. Весь вопрос, следовательно, только в том, какие именно операции надо иметь здесь в виду. И при этом вопрос не о разных видах этих операций (которые должны быть формулированы, как это мы указываем в § 62.Id, только при помощи привлечения еще дальнейшей аксиомы становления), но вопрос касается специфического тина этих операций, зависящего от природы теории вероятностей.

В отличие от предыдущих наук эта наука существенно связана с понятием факта, события, или случая. В то время как там определенность бытия достигается чисто смысловыми операциями, здесь она принимает в себя стихию вне-смысловой, случайной действительности. Раньше мы видели в аксиоме определенности, что определенность достигается здесь путем установления структуры из числовых элементов. Здесь мы находим, что хотя устанавливается и числовая структура, но относится она уже к вне-числовым моментам, к бытию случайному.

Аксиома определенности (бытия) в теории вероятностей: **математическая вероятность есть результат операций над теми или другими вне-смысловыми совокупностями, или – числовая структура бытия случайного.**

Позже в аксиомах о непрерывности мы встретимся и с реальными видами теоретико-вероятностных операций. Сейчас выведена только их общая категория.

§ 58. Общий результат аксиом идеальной едино-раздельности числа

1. В § 35 были сформулированы аксиомы числа в наиболее общей форме, так, как они вытекают из общей теории числа, без всякой математической спецификации.

Теперь, принявши во внимание уже чисто математический материал, мы поняли, в какую математическую форму воплощаются эти наиобщие аксиомы. Следовательно, можно сравнить наиобщую аксиому едино-раздельного бытия с полученными математическими результатами.

Наиобщая аксиома гласила: число есть едино-раздельный акт полагания. Что же мы получили теперь? Полученный результат тоже можно фиксировать в его наиобщей форме. Примем во внимание, что категория самотождественного различия в общем приводит к понятию совокупности и элемента. Также категория подвижного покоя определяет собою понятие порядка, упорядоченности. И наконец, категория бытия требует конструирования в числе его определенности, или фигурности. Объединяя все эти моменты вместе, мы можем сказать, что число есть фигурно упорядоченная совокупность изолированных элементов. Этот результат модифицируется по разным отделам математики. Его можно взять как отвлеченный принцип; тогда получится арифметическое учение. Фигурную упорядоченность, несомненно, мы находим в самом обыкновенном арифметическом числе, ибо уже натуральный ряд невозможен ни без идеи порядка, ни тем самым без идеи фигуры, хотя тут, конечно, специфическая фигурность и упорядоченность (как это и должно быть теоретически). Фигурная упорядоченность, далее, может быть взята в своей инобытийности, равно как и в синтезе своего бытия со своим инобытием; тогда получатся учения геометрические и теоретико-множественные. Однако это уже развитие нашего результата, самый же результат в его наиобщей форме гласит только то, что число есть фигурно упорядоченная совокупность изолированных элементов.

Сравнивая этот результат с наиобщей аксиомой § 35, мы можем сказать, что в нем для нас нет ровно ничего неожиданного, что он есть ближайшее и самое естественное следствие наиобщей аксиомы. Как возможен акт полагания, если его брать вне его простой и неразвитой сущности, но в его едино-раздельной множественности? То, что этот акт делается множественным и в то же время остается самим собою, не рассыпается в дискретную множественность, это обстоятельство возможно только как переход в упорядоченную фигурность, т. е. в фигурность вообще. Если акт раздробился и потерял свое единство, речь должна идти уже о разных актах, о дискретных и взаимно не связанных полаганиях. Но если акт превратился во множественность полагания и в то же время сохранился как такой, это значит, что он объединяет образовавшуюся множественность, т. е. превращает ее в фигурность. Диалектика фигуры строится на взаимодействии, точнее же сказать, на взаимопроникновении категорий единства и множества. Фигурность именно там, где единство превратилось во множество, не потерявши собственного бытия, и где множество целиком поддалось единству, не переставши быть множеством. Фигурность есть, таким образом, простейший диалектический синтез единства и множества.

Таким образом, получение числа как фигурно упорядоченной совокупности имманентно кроется уже в самом общем утверждении, что число есть раздельный акт полагания, и здесь требуется только самый элементарный диалектический шаг.

2. Может быть, важнее другая сторона полученного нами результата. Яснее всего она на арифметике и геометрии. Спросим себя: чего еще не хватает нам для того, чтобы иметь настоящую, действительную арифметику и геометрию? Можем ли мы просто что-нибудь вычислять или решать те задачи, которые обыкновенно именуются «арифметическими»? Собственно говоря, единственное, что мы получили до сих пор, можно назвать числом самим по себе. Мы просто определили число как совокупность. Можно ли, например, на этом основании производить арифметические действия? Строго говоря, мы не имеем на это никакого права. Мы еще не знаем, всегда ли, при всех ли обстоятельствах это число будет себя вести так, как мы его определили. Правда, мы уже коснулись понятия арифметического действия, но оно получено нами (в учении об определенности числа) в очень общей форме, и мы еще не знаем, какие возможны арифметические действия и как они возможны. Точно так же,

получивши геометрическую фигурность, мы на основании только одних аксиом едино-раздельности еще не можем знать, что же нам, собственно говоря, надо делать с этими фигурами; и даже мы еще не знаем самих фигур, а только получили их абстрактное понятие. То же самое относится и к учению о множествах.

Ясно, что полученный результат, гласящий, что число есть фигурно-упорядоченная совокупность элементов, отличается чрезвычайно общим характером, все еще очень далеким от конкретной математической действительности. Надо посмотреть, как осуществляется такая едино-раздельная структура числа. Надо определить формы функционирования этого другого числа, уже отвлекаясь от его чисто внутренней структуры и переходя в область его внешних судеб и проявлений.

Но это значит, что число, изученное нами до сих пор, есть число идеальное, смысловое, что ему еще предстоит стать реальным и что для этой реализации требуется новое инобытие, в котором оно заново бы перевоплотилось.

Что рассмотренное до сих пор число есть идеальная значимость и не больше того, – с полной ясностью вытекает из его принципа фигурности. Фигурность, как и вообще структура, обладает всегда чисто идеальным характером, если ее брать как таковую. Как бы ни был вещественен этот дом, это дерево, этот двор, всегда фигура и структура этого дома, дерева и двора есть нечто идеальное. Ведь домов таких, как этот мой, очень много, а структура всех этих домов – одна и та же. Явно, что структура вещи не есть сама вещь, а только ее идея, хотя бы пусть и неотделимая от нее. Значит, поскольку сама действительность не есть только идея, мы должны для ее охвата оставить чистое идеальное число и перейти к его инобытию, где бы это идеальное число получило тело и плоть и стало реальным.

3. Но какое же теперь возможно для нас инобытие? С инобытием мы, вообще говоря, уже имели дело. Инобытие только и сделало для нас возможным противопоставление супра-акта ему самому. Едино-раздельность акта полагания только потому и была возможна, что в сфере самого полагания, внутри его самого, оказалось некое самопротивоположение, т. е. некое инобытие. Однако это инобытие заключалось именно внутри самого числа. Оно было, другими словами, самим числом. Число противопоставлялось себе же самому, т. е. оно было инобытием для себя же самого. Оно было и своим бытием, и своим инобытием. Теперь у нас на очереди совсем другое инобытие. Это инобытие уже вне едино-раздельной структуры числа, т. е. вне самого числа. Число со всей своей фигурностью, со всей своей едино-раздельной структурой (которая остается отныне неизменной), переходит целиком в новое инобытие. Новое инобытие будет вносить в число уже не сущностные дифференции, но такие, которые не затрагивают самой сущности, а лишь говорят о внешних судьбах этой сущности.

Другими словами, нам предстоит формулировать аксиомы становления числа. Число со всей своей структурой перешло в новое инобытие, которое и втянуло его в стихию становления. Тут-то и должна начаться уже не идеальная, а реальная жизнь числа. Что же это за аксиомы становления?

с) АКСИОМЫ СТАНОВЛЕНИЯ ЧИСЛА (ИЛИ ЕГО НЕПРЕРЫВНОСТИ)

§ 59. Принцип становления как принцип непрерывности.

Наиобщая аксиома § 35 гласит: «Число есть становящийся акт полагания». Спрашивается: как нужно понимать эту аксиому в ее математической интерпретации?

1. Чтобы ответить на этот вопрос, необходимо принять во внимание, что с переходом в становление число погружается в чуждую себе стихию и облекается в эту стихию, перекрывается ею. Число застилается новым слоем и таким образом делается двухсоставным. В нем меркнут прежние различия и застилаются новой уже неразличимой мглой. Если до сих пор число оказывалось едино-раздельной фигурной упорядоченностью, то теперь оно является безразличным, безраздельным, бесфигурным хаосом неизвестно каких элементов. Вступивши в инобытие, оно уже лишается своих смысловых различий и в этом отношении превращается в чистую неразличимость. В смысловом отношении здесь число неразличимо, оно везде тождественно. Но оно погружено в инобытие, в становление, и существуют тут только различия в этом становлении. Однако становление тем и отличается от едино-раздельной числовой структуры, что оно безразлично, внутренне неразличимо; и если мы теперь утверждаем, что оно различается, то это различие является уже положенным различием неразличимого.

2. Однако тут нельзя не вспомнить о той основной неразличимости, которую мы уже имели в виде супра-акта. Чем отличается эта новая неразличимость от той, первоначальной? Первоначальная неразличимость дана до бытия, до раздельного акта полагания. Потому там была абсолютная неразличимость. Здесь же мы имеем неразличимость после раздельного акта полагания. Потому неразличимость здесь берется не сама по себе, но уже в определенной сфере, а именно – в сфере раздельных актов полагания. Следовательно, здесь мы отвлекаемся не просто от всякого бытия, какого бы то ни было, но сначала полагаем бытие, и полагаем его раздельно, а затем уже погружаем эту раздельность в новое безразличие, заливаем раздельную структуру числа безразличной мглой становления. Тогда уже получится некая положенность различного с аннулированием различествующих в нем пунктов. Другими словами, получится непрерывность. Эта непрерывность тем только и отличается от перво-акта, что последний дан до всякого полагания и, следовательно, различия; непрерывность же дана в сфере полагания, в сфере раздельного. Поэтому в непрерывности мыслится как бы нечто протяженное,

хотя сама по себе она еще не есть только протяженность, но последняя есть только один из ее видов.

3. В непрерывности погасло противоположение раздельно-смысловых моментов. Вся едино-раздельная фигурная упорядоченность числа потухает в тот момент, когда число становится непрерывным. Но это касается только смысловых, т. е. идеальных, моментов. Идеальность здесь потухла. Однако непрерывность возможна только потому, что смысловое безразличие дано здесь в реальном различии, неразличимость структуры делается различимой инобытийно, субстанциально, фактически, реально. Смысловые различия в числе потухли, но зато возросли различия его по факту, по актам полагания. Акты полагания здесь уже не подчинены смыслу. Это в идеально-смысловой сфере числа было так, что всякому смысловому различию сопутствовало и различение по факту; или, лучше сказать, в идеально-смысловой сфере нет самого различия смысла и факта, бытия и инобытия; что раздельно по смыслу, то раздельно здесь и по факту; и самое инобытие есть не что иное, как противоположение смысла ему же самому, т. е. самопротивоположение смысла. Совсем другая картина в становлении. Здесь идеальный смысл перешел в свое инобытие, весь идеальный смысл перешел в свое инобытие. Потому новое инобытие уже не есть внутреннее инобытие самого смысла, но оно – внешне ко всей смысловой сфере. Потому оно есть абсолютная алогичность, т. е. его различения уже не идут вслед за сущностными различиями, но остаются именно инобытийными в отношении их. Существенные различия здесь прямо уничтожаются, а в алогическом становлении образуются новые, свои собственные различия, уже не соответствующие сущностным различиям и несоизмеримые с ними.

4. Вот почему непрерывность есть совокупность таких моментов (или точек), которые абсолютно неотличимы друг от друга, т. е. неотличимы как такие, – другими словами, неотличимы по своему собственному смыслу, по своей идеальной сущности. Но эти моменты здесь вполне различимы и различны по актам своего полагания, по реальной своей воплощенности, по субстанциальной положенное™. Поэтому в непрерывности и существует некая как бы протяженность, хотя и неизвестно, чего именно это есть протяженность.

Следовательно, мы будем правы, если нашу общую аксиому из § 35 мы в настоящем случае интерпретируем математически следующим образом: число есть величина, так или иначе определенная с точки зрения непрерывности.

§ 60. Аксиоматическая диалектика непрерывности.

1. Однако это не конец, а только еще начало математической интерпретации. Нам предстоит формулировать модификации этого принципа непрерывности в арифметике, геометрии, теории множеств и теории вероятностей. Но еще раньше этого мы должны всмотреться в самое понятие непрерывности, так как оно в математике формулировано очень разносторонне,

хотя, как всегда, сами математики поступают тут вполне слепо и не знают, как свести воедино данные ими же самими несходные формулировки.

2. Дело в том, что понятие непрерывности математически (и философски) можно формулировать с разной степенью общности и конкретности. Но если мы хотим осуществить всю гамму конкретизации, что согласно с нашим общим диалектическим учением, то у нас нет никакого иного пути, как только применить ту самую пятисоставную схему, которая действует у нас везде. Другими словами, непрерывность должна рассматриваться как супра-акт, как едино-раздельный акт полагания, как становление, ставшее и выразительно-эманативная энергия полагания. Не трудно формулировать супра-акт непрерывности, поскольку в основе последней лежит не что иное, как алогическое становление числа. Тут мы могли бы или повторить соответствующую аксиому §35, или сказать: всякое число есть непрерывная величина. Этим самым и формулируется то, что мы в диалектике называем супра-акгом.

3. Труднее подыскать математическое выражение для последующего диалектического развития понятия непрерывности. Прежде всего, что такое непрерывность как бытие, т. е. как положенность, как едино-раздельная структура? Если в супра-акте непрерывность бралась в своем последнем принципе и не рассматривалась в своем конкретном строении, то сейчас, с переходом в едино-раздельную структуру, мы должны понять ее как нечто различенное, как то, что выявляет свою едино-раздельную структуру, поскольку она выражена в этой идеально-смысловой неразличимости. Такой различенной структурой безразличного может явиться здесь только протяжение, наполнение, или, если угодно, непроницаемость непрерывности. Ведь перечисленные моменты абсолютно проницаемы один для другого, поскольку мы там говорили о смысловом самотождестве. В пятерке все единицы абсолютно тождественны и проницают одна другую. В непрерывности же мы находим глухую стену между отдельными ее моментами; и если они тут слиты по смыслу, то часто по своему факту они абсолютно взаимонепроницаемы, ибо в том только и заключается сущность протяженности, разрывающей бытийные полагания сущего в их абсолютную внеположность. Следовательно, если говорить о едино-раздельности в сфере самой непрерывности, то это будет не что иное, как некая наполненность, протяженность или непроницаемость.

4. Математически это есть в точности то, что известно под именем аксиомы Архимеда. Ее можно формулировать чисто арифметически. И тогда она примет такой вид:

если a>0 и b>0, то всегда a-f a + a + … + a>b.

Можно ее формулировать и геометрически: если один и тот же отрезок откладывать на прямой достаточное число раз, то общая сумма всех отрезков всегда выйдет за пределы любой точки на этой же прямой.

Эту аксиому математики справедливо называют аксиомой непрерывности. Однако очень мало сказать, что это есть аксиома непрерывности. Ведь существует много других выражений для непрерывности; и если гнаться за логической точностью, то необходимо указать ту категорию, под которой развита эта аксиома Архимеда. Размышление показывает, что тут имеется в виду не столько непрерывность вообще, сколько один определенный ее гип, а именно, непрерывность в аспекте ее полноты и непроницаемости. Что, собственно, хочет сказать аксиома Архимеда? Она хочет сказать, что когда мы откладываем отрезок во второй раз, то его начало должно совпасть с концом уже отложенного отрезка, а когда мы откладываем его в третий раз, то начало третьего должно совпасть с концом второго и т. д. Другими словами, мы хотим этим сказать, что если на прямой отложен данный отрезок, то во второй раз мы уже не можем помещать его на то же самое место, но необходимо выйти за пределы первого отрезка, и так же – во второй раз, и т. д. Следовательно, в аксиоме Архимеда имеется в виду только тот аспект непрерывности, который мы выше обозначили как непроницаемость, протяженность, или полноту.

5. За бытием следует инобытие, и за смыслом следует становление. Что такое непрерывность как становление? Она уже сама по себе с самого начала есть становление. Но теперь мы в сфере самого этого становления различаем бытие, становление, ставшее и выразительную форму. Что же такое теперь становление самого становления в этой общей сфере непрерывности?

Становление есть процесс, и процесс неразличимого, алогический процесс. Непрерывность, следовательно, должна теперь мыслиться как алогический процесс, как наплывание и размыв неразличимости. Чем, однако, определяется здесь наплывающая неразличимость? Тем, что она не имеет в себе ни одной твердой, устойчивой точки, в частности не имеет никакого определенного конца. Если даны какие-нибудь две точки, то, имея дело с непрерывной величиной, мы сможем между ними вставить еще одну точку, как бы ни было мало это расстояние. Такое представление непрерывности уже содержит в себе идею процесса, и притом явно процесса бесконечного и непрерывного. Поэтому аксиома непрерывности на этой диалектической стадии развития непрерывности может быть формулирована так: в непрерывной величине различие каждых двух ее моментов может быть как угодно мало. Или: в непрерывной величине расстояние между любыми ее двумя точками может быть сделано меньше любой заданной величины. Этим выразится уже не полнота и не непроницаемость, но именно наплывание, становление непрерывности.

6. За становлением следует ставшее. Непрерывность должна быть также и ставшим. Ее процессуальность где-то должна остановиться, и ее становление должно натолкнуться на некую твердую границу, которая уже не может быть чисто идеальной границей, как раньше, т. е. границей фигуры, но должна быть границей неразличимой протяженности. Неразличимое протекание и расплывание где-то должно остановиться. Однако, будучи подлинным становлением, оно ведь не может реально остановиться. Ее границей, как и границей вообще, может быть только идеально-смысловое. С другой стороны, это идеально-смысловое не должно быть здесь границей такого же идеально-смыслового, так как в этом случае мы совсем покинули бы сферу алогического, вне-смыслового

становления. Следовательно, непрерывная величина должна быть текуче-неразличимым, вне-смысловым становлением, т. е. оно никогда не должно кончаться, но это становление должно иметь идеально-смысловую границу, чтобы перейти вообще из становления в сферу ставшего. Это значит, что непрерывная величина имеет предел. Предел ведь не есть сама непрерывная величина, которая потому и непрерывна, что не имеет никаких ни начал, ни концов (ибо иначе она была бы прерывна). И тем не менее предел как-то присутствует в этом непрерывном потоке, и не только присутствует, но даже направляет его, управляет им, осмысливает его. Это и значит, что он присутствует здесь идеально-осмысленно, поскольку функции всего идеально-осмысленного в реальном-внесмысленном заключаются в осмысливании, в направлении алогического потока, в оформлении. Сам же этот непрерывный алогический поток продолжает быть реально-алогичным, неразличимым, наплывающим, уходящим в безраздельную мглу бесконечности.

Вейерштрасс формулировал коренящуюся здесь аксиому геометрически, но ее легко понять и чисто арифметически: если на отрезке имеется неограниченный ряд следующих друг за другом точек, то существует такая (предельная) точка, что на любом расстоянии от нее имеется точка ряда. Это то, что мы могли бы назвать аксиомой непрерывности на той стадии диалектического развития этой непрерывности, когда она превращается в «наличное бытие», в ставшее.

7. а) Наконец, понятию непрерывности необходимо придать еще более богатое и значительное содержание, когда оно выходит уже за пределы и категории ставшего. Именно, после ставшего мы констатировали· новый переход в смысловую сферу, но такую, где даны не просто внутренние различия смысла самого по себе, но куда вобраны и все различия по факту, которые были привнесены становлением и ставшим. Это как бы расцветший смысл, почему мы и именовали эту область как эманативную, энергийную и выразительную. Наша непрерывность должна не просто быть внешним фактом, несущим на себе идеальный смысл, т. е. не просто неразличимым, бесконечным процессом, содержащим в себе идею предела, но наша непрерывность должна теперь растворить одно в другом, т. е. в ней должна быть теперь уже преодолена самая антитеза реального факта и идеального смысла, или, другими словами, законченность и различимость предела должна раствориться в хаотической и неразличимой бездне фактического становления. И это возможно только в том случае, если непрерывность перестанет быть и голой протяженностью, исполненностью, и голой, неохватной процессуальностью и перестанет содержать в себе идеальный смысл только как невыполнимое задание (предел). Но что же такое протяженность, содержащая в себе и свое ставшее, и самый смысл этого ставшего становления? Это, несомненно, есть некий образ, некая выразительная форма, где всякое различение снова (как в чисто идеальной области) влечет за собой и различение по факту, но тут различение происходит не до факта, а после факта, после инобытийного осуществления, так что различение обладает здесь не просто идеальной бесплотностью чистого ума, но

еще и активно полагающей определенно сконструированную сферу инобьггийной действительностью. Прежний «предел», к которому мы пришли в связи с категорией ставшего, должен перестать быть только идеальным заданием и должен быть конструирован как реальная выразительность каждой точки алогического становления. Предел должен быть как бы окутан этим становлением со всех сторон; и мы должны как нащупывать его в самом становлении, так и нащупывать, полагать становление при полагании самого предела.

Такое понимание непрерывности лежит в основе постулатов Дедекинда и Кантора.

b) Дедекинд формулирует аксиому непрерывности так:

«Если все точки прямой распадаются на два класса такого рода, что каждая точка первого класса лежит влево от каждой точки второго класса, то существует одна, и только одна точка, которая производит это разделение прямой на два класса, это рассечение прямой на два куска».

С первого взгляда совершенно не видно, почему постулат непрерывности Дедекинда обладает указанными выше свойствами. Чтобы это уразуметь, начнем с житейских образов. Когда я смотрю сейчас на георгины, то их пышные темно-красные цветы хотя и составляют нечто целое со всем садом, но это целое дано тут в прерывных образах. Когда же я с георгин перевожу глаза на небосклон, то я вижу, что густая синева в зените постепенно, непрерывно переходит в голубизну ближе к горизонту и на самом горизонте почти уже теряет всякий голубой оттенок и становится белесоватой и почти белой. Наконец, когда я смотрю просто в зенит, то никакого перехода из одного цвета в другой я вообще не замечаю, и переход происходит только по вполне однородному густо-синему полю.

Аксиома непрерывности, основанная на чистом становлении, предполагает переход по одному пустому и равномерному пространству. Тут просто происходит бесконечное количество актов полагания, слившихся в одно общее протяженное полагание, т. е. тут полагание есть полагание только бытия, чистого бытия, вне всякой качественности. Тут имеются в виду только самые акты полагания и совершенно игнорируется смысл того, что именно полагается. С другой стороны, аксиома Архимеда, основанная на четком различении одного заполненного пространства от другого, вовсе не говорит о чистом становлении в непрерывном потоке, но только говорит о тех различиях, которые вносятся в этот поток едино-раздельной структурой числа. Аксиома Архимеда относится к непрерывности в аспекте едино-раздельной структуры того, что вовлечено в поток непрерывности. Это есть непрерывность георгин, левкоев, роз, резеды и пр. цветов на общем фоне сада. Ведь сад тоже есть нечто целое, и эта целость непрерывно разлита по всем отдельным цветкам и деревьям, входящим в состав сада. Вот о такой-то непрерывности и говорит аксиома Архимеда. Это непрерывность прерывных предметов.

Наконец, можно переходить и от одного предмета к другому, от одного качества к другому и все же соблюдать непрерывность не как непрерывность прерывного, но именно как становящуюся непрерывность, как непрерывность чистого становления. Для этого нужен только постепенный переход от одного качества к другому, непрерывное изменение, скажем, синего в голубой. Тут, следовательно, будут происходить не просто акты полагания неизвестно чего, но вместе с этими актами будет полагаться и определенная качественность. С «бытием» будет вместе полагаться и «наличное бытие», но то и другое сольется в одну новую, уже энергийно-выразительную безразличность, так что и бытие будет становиться, и сама качественность будет в той же мере непрерывно становиться.

Вот это-то качественное, образное, или, как мы выражаемся, эту энергийно-выразительную непрерывность, и имеет в виду Дедекинд. А именно, для чего ему понадобилось делить прямую на два класса точек? Предыдущие аксиомы непрерывности вполне обходятся без этого. Понадобилось ему это потому, что он при всем бытийственном переходе одних точек в другие, при всей взаимной неразличимости все же хочет их как-то различить, сохранить их качественное своеобразие. Точно так же, как и мы, хотя и видим постепенный переход от синего к голубому, все же совершенно определенно различаем синий цвет от голубого, точно так же и Дедекинд для демонстрации явления непрерывности прежде всего указывает на полную прерывность, на полную различимость и даже раздельность двух классов точек. Что бы тут ни происходило, но требуется, чтобы было два различимых класса точек, так как только этим путем и можно сохранить их качественное своеобразие. Но что же оказывается дальше? А дальше оказывается, что эти два класса разделены только одной и единственной точкой, что конец правой стороны линии, точка разделения и начало левой стороны линии оказываются одной и той же одной и единственной точкой. Это и значит, что синее переходит в голубое постепенно, непрерывно[36].

Таким образом, если под аксиомой Архимеда лежит интуиция раздельных тел, под аксиомой непрерывности в аспекте бесконечного процесса лежит интуиция пустого и темного пространства, то под аксиомой Дедекинда лежит интуиция поля, качественного пространства, расцветающего в непрерывном разнообразии своих красок.

Интересным является также и постулат Кантора о непрерывности, вызванный сходными же интуициями. Кантор[37] [38] говорит: если на прямолинейном отрезке OM имеется два неограниченных ряда отрезков OA, OB, OC, OA', OB', OC… из которых первые растут, а вторые уменьшаются таким образом, что отрезки AA', B B', CC… постоянно уменьшаются и в конце концов становятся меньше всякого данного отрезка, то на отрезке OM существует такая точка X, что OX больше, чем все отрезки первого ряда, и меньше, чем все отрезки второго ряда.

36 Определение непрерывности у Р. Дедекинда. Непрерывность и иррацион. числа. Пер. С. Шатуновского. Од., 1909.

37 <...> 1871. V 128.

38 В рукописи сноска к этому месту не сохранилась. Возможно, имеется в виду: Mathemathische Annalen. Berlin, 1872. Bd. 5. S. 128.

В этом постулате Кантора лежит тот же принцин, что и у Дедекинда, но в то время как последний подчеркивает в одном энергийном образе момент устойчивости, стабильности процесса нарастания, у Кантора, наоборот, подчеркивается момент подвижности этого нарастания. У Дедекинда каждая точка процесса квалифицируется сразу тройным образом – как конец предыдущего периода, начало последующего и как точка, отделяющая одно от другого. У Кантора, наоборот, каждая точка процесса мыслится как только достигаемая в этом тройном смысле; она как бы еще только собирается быть концом одного, началом другого и разделением. Обе картины – и Дедекинда, и Кантора – рисуются на фоне синтетически-качественной, энергийной выразительности. Постулат Дедекинда, другими словами, есть диалектический синтез постулата Архимеда и постулата становящейся непрерывности (синтеза) при посредстве постулата Вейерштрасса.

§ 61. Аксиома непрерывности в отдельных математических науках.

1. Формулировка аксиом непрерывности, развитая в предыдущем параграфе, легко приобретает и чисто арифметическое, и чисто геометрическое значение, стоит только «числа» заменить «отрезками» (или другими геометрическими понятиями). Поэтому нет нужды загромождать изложение отдельной формулировкой принципа непрерывности в арифметике и в геометрии.

Стоит, может быть, только остановиться на этой аксиоме в применении к теории множеств и к теории вероятностей, так как здесь существует в математике более своеобразная терминология.

2. Что касается теории множеств, то здесь учение о непрерывности можно формулировать при помощи понятий полного и сцепленного множества, которые определяются следующим образом. Сцепленное множество есть то, в котором между каждыми двумя элементами можно иметь еще один элемент. Ясно, что понятие сцепления возникает на основе категории непрерывности в аспекте его становления (аналогично § 59.5). Полным называется такое сцепленное множество, в котором присоединение каждого нового элемента делает этот последний или наибольшим, или наименьшим. Нетрудно заметить и здесь некоторую аналогию с учением о непрерывности в аспекте ее полноты или непроницаемости (§ 59.4). В теории множеств непрерывным множеством и называют такое упорядоченное множество, которое является и сцепленным, и полным. Следовательно, аналогия с моментом ставшего (§ 59.6) должна привести к понятию предела. Самым общим положением здесь явится теорема Больцано – Вейерштрасса: «Всякое бесконечное ограниченное множество имеет хоть одну предельную точку».

a) Наконец, теория множеств выработала также большое учение, основанное на эманативно-выразительном понимании непрерывности. Конечно, можно было бы, в сущности, ограничиться и вышеприведенными постулатами

Кантора и Дедекинда. Однако здесь они звучат достаточно отвлеченно, и теория множеств обладает в этом отношении более развитыми тезисами.

Именно, здесь прежде всего интересно определение континуума, данное Кантором. По Кантору, континуум есть совершенно-связное точечное множество. Чтобы понять диалектику этого понятия, вспомним некоторые основные определения из теории множеств.

b) Точка множества, не являющаяся для него предельной точкой, называется изолированной, и состоящее только из таких точек множество есть изолированное. Зато когда оно не содержит ни одной такой изолированной точки, оно называется плотным в себе. Однако множество может содержать свои предельные точки вне себя. В случае, когда оно содержит в себе все свои предельные точки, оно называется замкнутым. Замкнутое множество, когда оно не может быть представлено в виде суммы двух замкнутых множеств без общих точек, называется связным множеством. Другими словами, связность относится к предельным точкам множества так же, как сцепленность просто – ко всем точкам множества. И наконец, множество, которое является плотным в себе и замкнутым сразу, является совершенным множеством. Следовательно, совершенно-связное множество есть такое, которое состоит только из одних предельных точек, причем эти последние таковы, что между каждыми двумя из них можно указать еще одну такую же предельную точку.

Отсюда выясняется и все диалектическое строение континуума. Именно, для того чтобы существовал континуум, необходимо прежде всего сцепленное и полное множество. Сцепленность и полнота, вместе взятые, уже создают собою некоторую непрерывность. Однако что это за непрерывность в смысле диалектической судьбы самой непрерывности? Несомненно, сцепленность и полнота создают непрерывность только как бытие, как едино-раздельную структуру, т. е. как нечто только смысловое, только идеальное. Ведь континуум есть вид упорядоченности. Сцепленность и полнота тоже суть виды упорядочения. Но раз есть упорядочение, тем самым уже есть едино-раздельная структура, последняя же, взятая как такая, всегда есть нечто идеальное для того, в отношении чего она является структурой. Следовательно, непрерывность в смысле сцепленности и полноты множества есть идеальный момент континуума, бытие континуума, его едино-раздельная идеальная структура.

Далее, бытие, знаем мы, переходит в становление и непрерывность превращается в становящуюся. Содержится ли этот момент в континууме, как последний определен у Кантора? Несомненно, содержится. Уже понятие сцепления содержит в себе не только момент объединения (что необходимо для едино-раздельной структуры), но и момент специфического объединения, а именно такого, когда единораздельность мыслится как бесконечный процесс (поскольку сцепленность множества требует нового элемента между каждыми двумя, как они близкими ни были [бы] друг в отношении друга). Стало быть, континуум в смысле Кантора есть не только идеальное бытие, но он содержит в себе и переход в инобытие, в становление, т. е. непрерывность, лежащая в его основе, перестает быть плоской, изолированной, она покрывается новым слоем, углубляется, получает рельеф и тем самым стремится быть выразительным.

Однако, прежде чем перейти в сферу выразительности, еще необходимо перейти от становления к ставшему, к выражению внутреннего через отвлеченное задание, т. е. перейти к пределу. Последнее дано в определении континуума у Кантора при помощи моментов плотности в себе и замкнутости, входящих в понятие совершенного множества. Поскольку в этих моментах речь не просто о непрерывности, но и о пределах, момент ставшего уже оказывается включенным.

Однако и этого мало. В континууме Кантора даны не только предельные точки, они сами тоже вовлечены в новый поток становления, поскольку в нем мыслится еще и <…> связность. Но когда мы говорили об энергийно-выразительном, или эманативном моменте числа, мы как раз и мыслили становление, но не то становление, когда смысл впервые только еще вступает в свое инобытие и в нем погасает, но такое становление, когда смысл снова нашел себя в инобытии, растворился в нем, расцвел в нем и на нем, когда становление стало снова (…) включивши в себя, однако, и смысловой результат всех своих субстанциональных положений. Момент связности в Канторовом континууме, заставляющий сливаться в непрерывность уже не просто отдельные точки множества, но именно все его предельные точки, и демонстрирует для нас эту энергийную выразительность, которой не было в непрерывности на ступени ее идеально-бытийственной структуры.

c) Таким образом, в Канторовом континууме мы находим по крайней мере три различных диалектических слоя, совпадающих с обычной триадой: идеальный слой едино-раздельной структуры (полнота и сцепленность), реальное становление ее, или переход в инобытие (сцепленность), и – через ставшее как момент предела (плотность в себе и замкнутость) – синтез того и другого (связность), когда идеальная непрерывность снова находит себя в бесконечно-предельном процессе инобытия (связное совершенное множество).

d) Сравнивая это учение с постулатом Дедекинда, мы не можем не заметить явного превосходства учения Кантора над Дедекиндом. В то время как у Дедекинда (и Кантора) в постулате непрерывности имеется в виду ее обрисованность, ее зрительно-мотивированный переход от одного качества к другому, в учении Кантора о континууме подчеркнут момент понимания выразительного слоя непрерывности. Ведь здесь эта непрерывность вся перекрыта предельными точками. Это значит, что вся она состоит из точек, притягивающих к себе, из точек-идеалов, из точек-целей, из тех эманаций, которые своим исхождением из сущности привлекают к ней, вовлекают в свою стихию и своим привлечением к сущности всего чужого заставляют исходить ее вовне <…> бесконечными энергиями исхождения. Если под аксиомой непрерывности Дедекинда лежит интуиция разноцветных, но непрерывно взаимопереливающихся полей, то Кантор, строя свое учение о континууме, несомненно, исходил (может быть, тайно от себя самого) из образа таких же полей, но скомбинированных в ту или иную фигурную предметность, т. е. из той непрерывности, которая свойственна реальной комбинации реальных же вещей.

Когда мы рассматриваем, напр., цветок, то уже по одному тому, что он есть нечто целое, он есть и нечто в себе непрерывное. Тем не менее мы видим на нем несколько разных красок, напр. желтое на пурпурном и все вместе – на зеленом стебле, и мы видим тут много разных оттенков одного и того же цвета. Если бы мы просто фиксировали все это разнообразие, как собрание взаимно-изолированных вещей или красок, для нас достаточно было бы в смысле конструирования непрерывности[39] уже аксиомы Архимеда (§ 59.4). Если бы мы отвлеклись от всякой раздельной предметности и рассматривали бы цветок, не обращая внимания на стебель, листья, чашечку и пр., а исключительно только бы с точки зрения непрерывного перехода одного цвета в другой, нам достаточно было бы аксиомы Дедекинда и Кантора о непрерывности. Но когда каждый момент рассматриваемого цветка фиксируется не просто сам по себе, но как притягивающий к себе, заставляющий фиксировать именно его, когда он целесообразно группирует вокруг себя все прочее и является целью для всех других моментов, другими словами, когда вся эта непрерывность есть непрерывность пределов, тогда возникает континуум Кантора; и тогда перед нами начинает расстилаться непрерывность фигуры цветности, а не просто самой цветности; тогда перед нами та непрерывность в цветке, в букете, в человеческом лице, в разноцветном небе раннего солнечного восхода или позднего заката, – словом, везде, где разнообразие цветностей вызвано тем или другим прерывно-смысловым, а не чисто же цветностным принципом. Есть ведь какая-то непрерывность, разлитая по всему букету, несмотря на всю его раздельность и многоразличие входящих в него цветов. И ее не может не быть, так как, прервись она хотя бы на одно мгновение, букет уже распался бы на две или больше различных вещей. И вот эта-то – уже фигурная – непрерывность и есть континуум Кантора. Это и в диалектически-терминологическом, и в житейски-буквальном смысле выразительная, энергийная, эманативная, понимаемая непрерывность[40].

3. Что касается теории вероятностей, то категория непрерывности тут имеет гоже богатое применение, хотя, кажется, здесь и не дано столь ярких формулировок, как в теории множеств. Самым отвлеченным и самым примитивным теоретико-вероятностным пониманием непрерывности является то, что здесь называют геометрической вероятностью.

Основной интуицией для этой последней является линия или плоскость и составленность того или другого из точек. Если наша вероятность такова, что число возможных случаев равно числу возможных положений точки на прямой или на плоскости (или числу положений прямой в пространстве и т. п.), то такая вероятность будет непрерывной. Если бы мы стали спрашивать, какова вероятность вообще положения точки М на прямой Л В, то эта задача ввиду

39 Так в рукописи.

40 Учение о континууме Г. Кантор формулировал в «Основах общего учения о многообразиях». Рус. пер. в «Нов. идеях в математике». СПб., 1914. № 6. § 10.

непрерывности данной прямой была бы вполне неопределенна. Но мы можем на данной прямой взять какой-нибудь отрезок <CD> и сравнивать вероятность положения точки М на <CD> с длиной <l_{CD}> и <l_{AB}> Тогда задача получает определенность и мы сможем выставить такой принцип: вероятность того, чтобы точка М оказалась на определенном отрезке <CD> прямой A B, пропорциональна длине этого отрезка. Отсюда следствие: если М во что бы то ни стало находится на A B, т.е. вероятность этого ее нахождения равна единице, то вероятность ее нахождения на (CD) равна <l_{CD}/l_{AB}>

Этот принцип непрерывной вероятности дает возможность решать массу задач, например, хотя бы знаменитую задачу о попадании иглы в ту или иную параллель [линий], начерченных на горизонтальной плоскости (задача эта была решена еще Бюффоном). Большинство задач подобного рода требует, однако, применения методов интегрального исчисления.

§ 62. Взаимодействие аксиом едино-раздельности и становления.

1. Достигнутая нами ступень числового становления имеет значение не только сама по себе, но она получает новое глубокое значение и в смысле взаимоотношения с предыдущей группой аксиом. Дело в том, что отвлеченно-диалектическое становление, математически специфицируемое в категорию непрерывности, будучи приложено к аксиомам предыдущей группы, впервые делает возможной разнообразную их модификацию – соответственно своей принципиальной алогичности, а предыдущие аксиомы едино-раздельности, будучи приложены к чистому алогизму непрерывности, впервые делают возможным получение различных новых оформлений уже из этого алогического материала непрерывности.

Остановимся сначала на воздействии, получаемом от аксиом непрерывности аксиомами едино-раздельности в арифметике.

2. а) Что касается арифметических аксиом едино-раздельности, то их видоизменение в зависимости от категории становления выясняется тотчас же, как мы вникнем в сущность становления, инобытийного, как мы знаем, в отношении идеального. Становление потому и есть становление, что оно есть выход смысла наружу, самоотчуждение смысла. Его мы поэтому называем еще алогическим. Алогичность в том и заключается, что она вносит вне-логический принцип. Так, например, идеальная структура логически предполагает категории различия, тождества, движения и пр. вида <…> привносит алогический принцип, то он может на любом моменте приостановить логическое следование категорий и, следовательно, взять их в какой угодно комбинации, в какой угодно несвязанности. С другой стороны, только если целиком проводить принцип становления, или непрерывности, можно поручиться, что все логически выведенные категории действительно имеют реальный смысл. Ибо может оказаться, что логически-то мы вывели их правильно, а реально они осуществляются частично и враздробь. Итак, категория непрерывности, примененная к категориям едино-раздельности,

впервые ставит вопрос об их реальном и совокупном действии, впервые исследует формы осуществления всех категорий, из которых диалектически выросло число.

b) Имея это в виду, можно исследовать полученные нами до сих пор аксиомы. Скажем вообще, что результатом этого исследования должно явиться учение об арифметических операциях, действиях. Больше всего это понятно на аксиоме самотождественного различия (§ 25). Если эта аксиома гласит, что из всяких a и b составляется некое вполне определенное c, то в этом смысле она еще не была учением об арифметической операции сложения. Эта аксиома, если ее брать в строгом и собственном смысле слова, гласит только, что всякое число есть некая составленность из каких-нибудь единиц-элементов. Тут ставилось ударение на самой этой составленности, на ее результате, на c, а не на a + b. Чтобы сосредоточиться не на результате составленности, а на самом процессе этого составления, нужно мыслить себе некий алогический фон, на котором и развертывалась бы эта картина процесса составления, т. е. необходимо выдвижение на первый план момента становления. Поставивши акцент именно на становлении c, на самый процесс складывания a + b, мы и получаем категорию арифметического сложения (и, стало быть, вычитания).

Также можно было бы показать, что раздельное применение категории подвижного покоя дает операции умножения и деления, а применение на[41] категории определенности – операции возвышения в степень, извлечения корня и логарифмирования. Однако мы не будем тут производить этих дедукций, так как им посвящается в дальнейшем специальный отдел диалектики арифметики; и это было бы уже превращением аксиоматики в диалектику уже реального состава науки, чего следует избегать. Аксиоматика только дает, как мы говорили, перспективу на науку, а не самое содержание науки.

c) Однако уже тут мы видим, что приложение принципа непрерывности к аксиомам едино-раздельности дает нам в руки очень важное орудие. Прежде всего мы получаем возможность рассматривать полученные категории в их процессуальном становлении. Мы получаем возможность осуществлять каждую полученную категорию в ее изолированном виде, отвлекаясь от ее логической связи с другими категориями (потому-то становление и есть алогический принцип). Мы, наконец, впервые получаем возможность взять все их и вместе, в то время как раньше они только логически предполагали одна другую. В частности, не что иное, как именно принцип непрерывности и становления, дает возможность распространить законы ассоциативности, коммутативности и дистрибутивности на всю сферу арифметических чисел. Раньше речь могла идти только о самих законах как таковых, теперь речь идет об их всеобщей приложимости, вытекающей из того только, что тут мы имеем дело вообще с арифметическим числом.

d) Впрочем, если гнаться за логической точностью и последовательностью, то, в сущности говоря, на рассматриваемой диалектической ступени мы еще не имеем права говорить о законах счета в

41 Так в рукописи.

полном объеме, хотя они уже выведены, и притом еще на предыдущей – едино-раздельной ступени. Дело в том, что вся едино-раздельная ступень есть ступень только идеального смысла, если под реальным понимать непрерывное или прерывное ее осуществление. Этим мы действительно вывели как арифметическое действие, так и законы счета (т.е. законы ассоциативный, коммутативный и дистрибутивный). Однако, согласно общему идеальному характеру сферы едино-раздельности, нужно считать, что там выведена только категория арифметического действия и категория законов счета. Теперь, когда мы стоим на базе непрерывности, мы можем превратить эту отвлеченную категорию действия и закона счета в реальные действие и счет. Реальное действие предстает перед нами в виде многочисленных арифметических операций. Однако представить себе тут же в развитой форме и законы счета как всеобще-значимые мы еще не можем, так как здесь мало одного принципа непрерывности. Ведь последний гласит только о непрерывном следовании и равномерном развертывании идеальной, едино-раздельной структуры, но еще ничего не говорит о комбинирующих функциях этой непрерывности. Для того чтобы складывать, умножать и пр., нужно только знать, что счет как идеальная значимость, т.е. попросту счет как перебегание по натуральному ряду чисел, зависит только от своих количественных заданий и что самая эта операция ровно ничего от себя не привносит в эти последние. Это только и содержится в арифметической аксиоме едино-раздельности, и это с привнесением принципа непрерывности разветвляется на отдельные типы арифметических операций. Когда же ставится вопрос о законах счета (в смысле ассоциативности, коммутативности и дистрибутивности), то тут надо кроме этого еще быть уверенным, что не только самая операция не привнесет ничего нового в сравнении со своими количественными заданиями, но ничего нового не привнесет и тот самый натуральный ряд чисел, путем пробегания по которому вперед и назад мы осуществляем данную операцию. Позже (§ 65) мы увидим, что эта уверенность возникает только на основе аксиомы конгруэнтности> которая только впервые и обеспечивает полное и безразличное осуществление и использование в арифметике законов счета, которые, однако, в виде идеальной и отвлеченной структуры выведены уже на ступени едино-раздельности.

3. Далее, в геометрии мы получаем, очевидно, разные фигуры, образец выведения которых дан выше, в § 55. Если там была дана и общая дедукция фигуры, то здесь ввиду наличия реального континуума необходимо говорить уже об их осуществлении, в то время как прочие категории (конгруэнтности, метрики и пр.) в дальнейшем еще более специализируют у нас наше геометрическое построение.

4. В теории множеств соответственно мы находим учение об искомых операциях, которые, как это и должно быть, вполне специфичны, как специфичны и способы построения геометрических фигур, хотя, в сущности, это есть только разная комбинация на основе непрерывности все так же основных категорий идеальной едино-раздельности.

a) Так что понимается в теории множеств под сложением! Это такая операция, в результате которой 1) каждый элемент из нового множества (= из суммы) принадлежит какому-нибудь из слагаемых множеств и 2) всякий элемент любого слагаемого множества принадлежит новому множеству. Сумма тут есть единственное вполне определенное множество. Надо строго различать множество самих слагаемых и множество их элементов. Элемент слагаемого есть элемент и суммы, но само слагаемое не есть элемент суммы, а только его часть (потому что одно множество есть часть другого, если все его элементы принадлежат к этому последнему). В связи с этим надо точнейшим образом себе уяснить, что множество ни в коем случае не есть сумма своих элементов. Представление о множестве как сумме возникает только при условии наличия слагаемых как множеств, так что сумма есть всегда сумма множеств, а не сумма элементов, или, иначе, множество есть сумма всех любых множеств из его элементов (особое множество–то, которое состоит только из одного элемента). При «нулевой ино-бытийности» арифметического числа эти свойства сложения не были так ярко выражены в арифметике. В теории же множеств, которая вся строится на идее специфического порядка, различие между элементом и частью обладает принципиальным значением даже в такой простейшей операции, как сложение. Категория самотождественного различия дана тут более выпукло потому, что она осуществлена на материале континуума, хотя континуум тут и вобран в само число и внутренно отождествлен с ним (что и породило собою, как мы знаем, самую категорию множества).

b) Еще яснее можно видеть осуществление категории подвижного покоя, именно – в т.н. умножении. В теории множеств произведением системы множеств называется множество таких элементов, из которых каждый принадлежит одному какому-нибудь множеству данной системы, а в каждом множестве данной системы есть один, и только один, элемент, входящий в это первое множество. Таким образом, здесь мы имеем в виду, собственно говоря, взятие общей части, потому что здесь берется множество тех элементов, которые являются общими для всех данных (перемножаемых) множеств. В то время как для сложения и вычитания достаточно было только растянуть все элементы слагаемых в одну, так сказать, линию (забывши, что такое множество каждого из таких слагаемых) и рассматривать полученные элементы как нечто целое и тем самым модифицировать категорию самотождественного различия с точки зрения непрерывности, здесь, в умножении, мы должны сначала сравнивать перемножаемые[42] множества, перебегая от одного к другому, с целью достигнуть успокоения, которое только тогда и может быть получено, если мы в результате этого сравнения получим нечто общее, одинаковое. И тогда, сколько бы мы ни бегали, мы будем бегать только, так сказать, в одном и том же круге, т. е. будем, в сущности, стоять на месте. Это-то и есть теоретико-множественное понимание «умножения».

5. Теория вероятностей также обладает рядом операций, которые в смысле отвлеченного принципа ничем не отличаются от категорий идеальной

42 В рукописи: переключаемые.

едино-раздельности, но которые по своему видоизменению в связи с принципом непрерывности приобретают ряд оригинальных черт, усиленных, конечно, кроме того, еще и своеобразием самой теории вероятностей. Тут мы имеем теорему сложения вероятностей: если событие [A] состоит в поступлении одного из двух несовместимых фактов a и b, причем вероятность $a=p_1$ и вероятность $b=p_2$, то вероятность $A=p_1+p_2$. Тут мы имеем теорему умножения вероятностей, касающуюся уже совместимых событий: вероятность совмещения событий A и B равна произведению вероятности события A на вероятность, которую приобретает событие B, когда становится известным осуществление факта A. Некоторым осложнением тех же категорий является, например, понятие математического ожидания, равного алгебраической сумме произведений каждого возможного значения данной величины на его вероятность, причем для математических ожиданий существует также своя теорема сложения. Имеет полную реальность и возведение вероятности в степень (когда исчисляется вероятность осуществления определенного числа из рассматриваемых событий при указанном числе опытов). И т.д.

§ 63. Продолжение.

Предыдущий параграф трактовал о воздействии аксиом непрерывности на аксиомы едино-раздельности. Теперь сделаем краткие замечания относительно воздействия последних аксиом на первые.

1. Общим отличием этой области аксиоматики является то, что мы ставим здесь ударение на самой непрерывности и что, следовательно, оно только отражает на себе те или иные категории едино-раздельности. Уже это одно устанавливает одну общую тему для всех возможных здесь суждений, а именно тему длительности, расставленности, некоей процессуальное, которая устанавливается здесь взамен отвлеченно-числовой сферы едино-раздельности.

a) В арифметике мы здесь уже не можем оперировать только с отдельными числами, так как мы их получили уже на предыдущей диалектической системе. Поскольку в сфере непрерывности речь идет об инобытии в отношении всего числа как такового, мы можем здесь говорить только о некоей сплошной, неразделимой процессуальное. Но поскольку эта неразличимость берется на данной стадии нашего исследования не сама по себе, а лишь в свете различимых установок аксиом едино-раздельности, то она теряет свою сплошность и заменяет ее разрывными моментами, в результате чего от непрерывности остается только последовательность. Непрерывность в свете едино-раздельности есть последовательность. Типы ее и должна установить аксиоматика, – конечно, только в отвлеченно-принципиальном виде как мерило и исходную точку зрения для ищущих конкретных анализов.

b) В арифметике мы имеем здесь дело, очевидно, с т. н. рядами, т. е. последовательностями, чисел, имеющими определенную структуру. Примитивным образцом этих рядов является арифметическая и геометрическая прогрессия, известная еще из элементарной алгебры. К этим рядам применима структура в зависимости от тех операций, которые мы установили выше. Если мы говорим, что в данном месте непрерывность нами рассматривается в свете едино-раздельности, то очевидно, что структура и должна определяться этой едино-раздельностью. А последняя свою наиболее зрелую форму получила у нас как раз в виде элементарно-математических операций. Так мы получаем ряд важнейших понятий высшей арифметики, которые мы рассмотрим в своем месте и для которых сейчас производим только общеаксиоматическую принципиальную установку, а именно: они все суть результат обработки аксиомы непрерывности с точки зрения аксиом едино-раздельности. Речь идет о группах целых чисел, определяемых теми или другими операциями. Если имеются в виду операции сложения и вычитания, говорят о модуле; если – умножение и деление, говорят о луче; если – сложение, вычитание и умножение, говорят о кольце (по примеру Гильберта Кронекер говорил «область целости» <…>); если, наконец, применяются все четыре основные операции, употребляют термины «тело», «корпус», «поле» (англичане), «область», «область радикальности» «…) – Кронекер).

Можно себе представить также и числа на основе отсутствия принципа непрерывности. Их можно было бы назвать неархимедовыми числами по аналогии с геометрией, в которой отсутствует Архимедов принцип непрерывности и о которой мы упомянем ниже, в § 2е.

2. Немного подробнее, но все же не входя в специальный анализ, а лишь намечая аксиоматическую перспективу этого анализа, мы скажем и о геометрической области рассматриваемой модификации. Тут тоже принцип становления дает нам впервые возможность как осуществлять каждую категорию едино-раздельности изолированно от прочих, хотя между ними и непосредственная логическая связь, так и осуществлять их во всей их совокупности и цельности, принимая во внимание ориентацию сферы становления. Историческая геометрия выработала здесь следующие формы.

а) Прежде всего мы можем оставить неприкосновенной только группу аксиом подвижного покоя и игнорировать все прочие аксиомы. Что это будет значить в смысле оформления изучаемой сферы становления? Это будет значить, что в наших геометрических фигурах мы будем соблюдать только последовательность элементов, и притом – так как теперь речь идет о применении к непрерывности принципа этой изолированной категории – мы теперь (будем) соблюдать в геометрических фигурах только непрерывную последовательность их элементов. Поскольку аксиомы самотождественного различия тут не соблюдаются, мы уже не сможем здесь отличать, например, прямую от кривой. А поскольку здесь не соблюдаются и аксиомы определенности, постольку в такой геометрии мы и вообще будем отвлекаться от точного вида фигур. Кто знает о дисциплинах геометрии, тот не может не догадаться, что тут мы сталкиваемся с так называемой топологией, или [analysis situs].

Примером топологического учения является известная теорема Эйлера о многогранниках. Оказывается, независимо от вида сомкнутого многогранника сумма его граней и вершин на два больше числа его ребер. Из этой теоремы получается много очень важных выводов, например что во всяком многограннике должны находиться или треугольные грани, или трехгранные углы, что не может существовать многогранник, всеми гранями которого служат многоугольники[43] с числом сторон больше пяти; например <…>. Эта теорема, таким образом, относится к любому виду многогранника, лишь бы это был именно многогранник. Известны еще задача Кёнигсбергских мостов, игра с додекаэдром Гамильтона и пр. построения, которые являются <…>.

b) Далее можно присоединить к аксиомам подвижного покоя еще и аксиомы самотождественного различия. Мы, следовательно, оставляем инвариантной не только непрерывную последовательность фигуры, но и непрерывность, ненарушаемость ее вида, хотя все еще жертвуем аксиомами определенности, т. е. наша геометрическая фигура как бы вся целиком претерпевает разнообразные изменения. Так, когда мы видим предмет в перспективе, то сам по себе он нисколько не меняется ни по виду, ни в смысле порядка своих элементов, и тем не менее мы видим его в той или другой форме, несходной с видом, присущим ему как таковому. Этими свойствами фигур занимается проективная геометрия. Принцип вариации геометрических фигур понимается тут именно в моменте определенности бытия фигуры, но не в моменте вида или порядка элементов, из которых она состоит. Эти свойства фигур называют дескриптивными или проективными, противополагая их математическим свойствам фигуры, как это установили В. Фидлер и Ф. Блейн. Их можно назвать, если угодно, и «оптическими» свойствами фигур в отличие от топологических, которые удобно аналогизировать с мускульными ощущениями.

c) Наконец, мы можем строить геометрию, исходя из всех трех групп аксиом едино-раздельности, т. е. мы можем не только соблюдать порядок элементов, ограничиваясь свойствами, инвариантными к любым непрерывным преобразованиям, или соблюдать дескриптивный вид фигуры, ограничиваясь свойствами, инвариантными к группе коллинеаций, но мы можем потребовать, чтобы соблюдалась и категория определенности бытия, т. е. чтобы фигура бралась в неизменности всех своих свойств, чтобы на фигуру была бы уже раз навсегда установлена одна перспективная точка зрения, а именно та, которая не зависит от точки проекции и вполне адекватно фиксирует царящие в ней отношения. Такая «адеквация», однако, все же есть условность. Она предполагает ту или иную метрическую операцию, которая принимается за данную. Мы тем или другим способом измеряем линию или отрезок и в соответствии с этим строим свои фигуры. Непрерывность, рассмотренная с точки зрения принципа определенности, есть не что иное, как принцип измеримости. Однако мы еще не знаем, что такое непрерывность, и потому покамест тут мы еще не строим цельной геометрии, а только обсуждаем общую базу для будущих принципов метрики. Общая метрическая геометрия поэтому

43 В рукописи: многогранники.

есть то, что возникает на основе всех трех аксиом едино-раздельности, рассмотренных совокупно с принципом непрерывности.

Однако в своем настоящем виде она может быть развита только на основе принципов конгруэнтности и параллельности, которые мы еще не вывели[44], и потому невозможно назвать метрикой получающуюся здесь геометрию в собственном смысле. Геометрия, возникающая на основе всех трех групп аксиом едино-раздельности, есть то, что называется синтетической геометрией. Это та геометрия, в которой равномерно и адекватно представлена логически целостная фигурность и которой недостает только метрического уточнения, чтобы стать обыкновенной элементарной геометрией.

Таким образом, под синтетической геометрией здесь у нас понимается не то, что назвал этим именем Шаль, выпустивший под таким названием свой знаменитый труд по проективной геометрии. Во времена Шаля эта геометрия полемически противополагалась аналитической геометрии, слишком увлекавшейся отвлечением от всякой наглядности. Аналитической геометрии противопоставляли геометрию, основанную на чисто дескриптивном методе и не зависимую ни от какого вычисления. Однако если рассуждать строго логически, то проективная геометрия вовсе не есть полная противоположность аналитической, так как последняя предполагает не только то абстрактное понимание фигуры, какое свойственно проективной геометрии, и основывается на допущении коллинеаций, но предполагает именно полную и конкретную фигурность, хотя и выражает ее уравнениями и функциями. Аналитическая геометрия есть противоположность синтетической, если последнюю понимать не как проективную, а именно в нашем смысле. Таким образом, если не геометрически, то логически наше понимание этого термина более основательно, хотя свое реальное значение эта синтетическая геометрия получает только с присоединением принципов конгруэнтности и параллельности. До этого присоединения она отличается от проективной только исключительно всей перспективой[45] точки зрения на фигуру и сосредоточением на последней как на таковой.

d) Необходимо заметить, что, в сущности, все три группы аксиом едино-раздельности действуют всегда и везде и речь может идти только о примате[46] той или другой группы. Ведь логическая связь, раз она однажды установлена, уже не может исчезнуть в абсолютном смысле. Она может только отступать, она может быть перекрыта и, стало быть, скрыта какими-нибудь внелогическими связями. Но так или иначе, латентно, она всегда как-то присутствует. И вот, можно сказать, что топология выдвигает на первый план аксиомы подвижного покоя, проективная геометрия–аксиомы самотождественного различия и синтетическая геометрия–аксиомы определенности – на общем фоне.

3. Прежде чем, однако, дать диалектические формулы вышевыведенным типам геометрического построения, мы внесем, во-первых, одно уточнение и,

44 В рукописи: видели.
45 В рукописи: перспективной.
46 В рукописи: примере.

во-вторых, попробуем осознать относящийся сюда математический материал.

a) Яснее всего и проще всего положение топологии. Тут невозможно сказать, что исключается коллинеация, т. е. исключаются аксиомы самотождественного различия. Присоединяем теперь к категории подвижного покоя категорию самотождественного различия и оставляем неприсоединенной категорию определенности. Что в этих целях мы получим последовательность точек вместе с сохранением коллинеации, это тоже ясно. Но нельзя ли конкретнее описать значение отсутствия категории определенности? Это сделать можно и нужно, и тут-то и начинается подлинная работа диалектики математической науки.

А именно, в чем, собственно говоря, заключается абстрактность проективной геометрии в сравнении с обычной метрической? Проективная геометрия основана на перспективной точке зрения. Перспектива искажает фигуры; и вот – проективная геометрия синтезирует эти искажения. Она сохраняет коллинеацию как принцип, но она всячески требует коллинеарные связи, занимаясь в то же время только инвариантами в отношении всех этих деформаций. Что нужно для того, чтобы покончить[47] эти деформации и чтобы если они есть, то учитывать их как таковые, не отвлекаясь от их специфических свойств? Математика учит, что для этого надо принять во внимание существование бесконечно удаленной точки (или прямой) в качестве центра проекции. При таком центре все лучи зрения окажутся параллельными, и тем самым будет исключена всякая перспективная деформация фигуры. Следовательно, введение бесконечно удаленной точки внесет с собою определенность фигуры. Мы тут начинаем смотреть на фигуру с бесконечности, или, другими словами, начинаем смотреть на нее вне зависимости от расстояния. Проективная геометрия зависит от этого расстояния, хотя и отвлекается от вносимых им деформаций. Та же геометрия, которая построяется при помощи бесконечно удаленной точки, не зависит от этого, и потому изучаемые ею фигуры гораздо строже и конкретнее. Другими словами, категория определенности несет с собою исключение проективности и включение бесконечно удаленной точки. Пока не было определенности, пространственные расстояния вносили в фигуру свои деформации, а, чтобы отвлечься от них, проективной геометрии приходилось принимать во внимание только слишком абстрактные моменты фигуры. Теперь зависимость от пространственных расстояний исключается, и при этом точным диалектическим аналогом внесения бесконечно удаленной точки является внесение категории определенности (т. е. структурной определенности, фигурности) бытия.

b) Но, как известно, включение бесконечно удаленной точки превращает проективную геометрию не в метрическую, а только в аффинную. Аффинные преобразования отличаются от проективных соблюдением параллельности, т. е. соблюдением углов, в то время как проективные преобразования соблюдают только коллинеацию. Аффинная геометрия поэтому гораздо конкретнее, но все

47 Так в рукописи.

же инвариантом аффинитета является только уточнение параллельных отрезков. Аффинное преобразование есть, следовательно, равномерное растяжение или сжатие пространства по трем взаимно перпендикулярным направлениям. Поэтому геометрия, названная у нас выше метрической, или синтетической, вовсе не есть объединение трех основных категорий – подвижного покоя, самотождественного различия и определенности бытия. Таковым является пока только аффинная геометрия. Что же такое настоящая метрическая геометрия или, лучше сказать, настоящая синтетическая геометрия, т. е. та, в которой будут исключены даже те параллельные <…>, на которых стоит аффинная геометрия?

c) Вопрос этот крайне важен, и должна быть [в нем] абсолютная диалектическая точность и ясность. Если мы обратимся к математике, то нас поразит ответ, даваемый ею на вопрос о переходе аффинной геометрии в метрическую. Этот ответ полон глубочайшей тайны; и, по-моему, из математиков еще никто не проанализировал его философски и логически, хотя Штаудт, Клейн и др. достигли полной ясности представления относительно математического значения этого ответа.

Ответ этот таков. Известно, что всякий круг пересекается с бесконечно удаленной прямой в одних и тех же двух постоянных мнимых точках (т. н. циклических точках) и, – соответственно, шар пересекается с бесконечно удаленной плоскостью по одному и тому же мнимому коническому сечению, кругу. Необходимость двух мнимых точек для всякой кривой второго порядка явствует аналитически из того, что пересечение двух кривых второго порядка дает четыре корня двух квадратных уравнений, в то время как вещественно эти кривые пересекаются только в двух точках. И вот оказывается: если присоединить к геометрической системе не только бесконечно удаленную точку (или плоскость), но и упомянутый мнимый круг, то из проективной геометрии вместо аффинной мы получаем метрическую. Этот ответ потрясает; и невозможно успокоиться, покамест не дашь ему достаточной философской интерпретации. Ведь речь ни больше ни меньше как о том, различать ли нам квадрат и прямоугольник или не различать. Ведь аффинная геометрия не различает этого. И вот оказывается: для того, чтобы иметь возможность различать квадрат и прямоугольник, надо ввести существование мнимого круга, по которому всякий вещественный шар пересекается с бесконечно удаленной плоскостью. Это учение производит настоящее мистическое впечатление, как бы ясно мы ни представляли себе, что квадратное уравнение имеет два корня, а два квадратных уравнения имеют четыре корня, что из них два корня мнимые, и т. д. и т. д. Попробуем разобраться здесь философски и диалектически, и это будет первая диалектика перехода от аффинности к метрике, первая – за все время существования и геометрии, и диалектики.

d) Нам надо, чтобы квадрат отличался от прямоугольника и круг от эллипса. Как связаны между собой квадрат и прямоугольник? Прямоугольник есть параллельная проекция квадрата. Следовательно, наш вопрос стоит так: как возможна проекция? Отвлекаясь от проек-тических (.··)> мы должны сказать, что проекция есть отображение первообраза на его инобытие. Что для этого нужно? Для этого 1) нужно, чтобы кроме первообраза было и его инобытие. Для этого 2) нужно, чтобы инобытие приняло на себя первообраз. Для этого 3) нужно, чтобы принятие на себя первообраза инобытием было не чисто образным (ибо тогда мы остались бы в сфере (…) первообраза) и не чисто инобытийным (ибо тогда мы остались бы в сфере только инобытия), но чтобы оно было именно отобразительным понятием, отображением. Что же это значит – принять на себя образ, но принять не вещественно, а образно же? Первообраз и его инобытие встречаются, но эта встреча – не вещественная, а чисто образная, смысловая. Выбирая выражения, более близкие к математике, надо сказать, что первообраз и его инобытие пересекаются, но пересекаются не вещественно, а мнимо. Позже (§ [105–107]) мы разовьем специальное учение о мнимых величинах как величинах именно выразительной (в частности, и отобразительной) структуры.

Итак, отличать квадрат от прямоугольника – значит отличать проектирующее от проектируемого, а это значит признавать существование проекции. Признавать существование проекции – значит признавать существование пересечения двух вещественных фигур в мнимых точках. Все поверхности второго порядка пересекают друг друга в мнимых точках, образующих особый мнимый круг. Поэтому если есть такой мнимый круг, то проекция квадрата в виде прямоугольника возможна и, значит, квадрат отличен от прямоугольника. Если же этого мнимого круга нет, то никакая проекция вообще невозможна и поэтому, берем ли мы квадрат, берем ли прямоугольник, пред нами в обоих случаях нечто совершенно тождественное.

Вот, следовательно, в чем удивительный секрет этого мнимого сферического круга, дающего устойчивость аффинному построению и превращающего его в построение метрическое. Это есть секрет выразительных функций числового бытия. Но тут необходимо еще одно разъяснение.

e) Для отражения первообраза должно быть инобытие. Если роль первообраза в нашей системе играет само число, (…) числа, конструированный при помощи принципов едино-раздельности, то инобытием этого первообраза является, очевидно, становление, сфера принципа непрерывности. Следовательно, для конструкции метрической геометрии мы выше использовали не только категории самотождественного различия, подвижного покоя и определенности бытия, но и категорию становления. Так оно и должно быть, потому что становление гораздо ближе подходит к метрической операции, чем дескриптивные и чисто смысловые категории едино-раздельности. Безусловно, становление входило и в нашу конструкцию топологии, проективной и аффинной геометрии, так как на данной ступени нашей диалектической системы мы обозреваем судьбы становления в связи с отражающимися на нем категориями едино-раздельности. Но во всех этих геометриях становление явно играет второстепенную роль. Оно здесь только обусловливает собою протекание тех преобразований, которыми как таковыми как раз данные типы геометрии и не занимаются и в отношении которых являются[48] только их инвариантами. Теперь же мы выдвигаем становление на первый план, рассматривая его вполне наравне с категориями едино-раздельности, т. е. все идеальные категории едино-раздельности действительно оказываются здесь целиком воплощенными в стихии становления, и последнее действительно рассматривается с точки зрения этих категорий полностью и целиком. Что же новое дает нам эта позиция?

Стихия становления может образовать с числовым первообразом абсолютное тождество. Это бывает тогда, когда оно как таковое, в самой своей субстанции, перестает существовать. В нашем случае мы не имеем такого тождества. Становление (инобытие) остается существовать само по себе, и его единственная функция здесь – отображать первообраз. Синтез числового первообраза и его инобытия происходит здесь поэтому не в субстанциональном отношении, а только в смысловом отношении. Здесь первообраз только указывает на свое отображение в инобытии, а инобытие своим отображением указывает на первообраз. Геометрический смысл возможности этого взаимоотображения (или взаимопроектирования) и есть наличие измерения фигур, т. е. их метрическая структура. И значит, только здесь мы можем говорить о синтетической геометрии в указанном смысле, а то, что мы называли выше этим именем, есть, стало быть, только база для настоящей синтетической геометрии.

f) Мы можем сказать еще и по-иному, и это[49] может стать резюме нашего исследования.

Покамест была у нас только проективная точка зрения, мы – согласно той категории, которая управляет этой последней, – могли только различать и отождествлять геометрические фигуры и их элементы, т. е. точку понимать как точку, прямую как прямую, плоскость как плоскость <…>, погружая все прочее в хаос становления. Когда мы захотели внести сюда еще и критерий определенного бытия, то, поскольку определенность в геометрии была для нас фигурностью (§ [55]), мы должны были заговорить о взаимных отношениях фигур (и их элементов), а не просто только различать и отождествлять их как таковые. Фиксировать же взаимное отношение фигур–значит оперировать с ними как с конечными величинами. Чисто проективная точка зрения выше разделения на конечное и бесконечное. Аффинная же геометрия требует это разделение; отсюда и введение[50] бесконечно удаленных элементов. Следовательно, если нам нужно рассмотреть становление в свете едино-раздельности, то мы погружаем всю отвлеченную фигурность, выведенную раньше в качестве чистых категорий, в стихию категорий и – таким способом получаем разные виды становления в свете едино-раздельности. При этом каждый раз берутся именно абстрактные категории едино-раздельности, а не их наглядная воплощенность, как того и требует сама едино-раздельность, которая есть, как мы знаем, начало отвлеченное, идеальное. Сохраняя подвижной покой

48 В рукописи: научаются.
49 В рукописи: что.
50 В рукописи: видение.

как отвлеченную категорию, имеем топологию, где все деформируется, кроме последовательности элементов, а сама она понимается – в наглядном смысле – как угодно. Берем самотождественное различие как отвлеченную категорию, оставляя все прочее в становлении, т. е. в сплошной деформации, – получаем проективную геометрию, где сохраняется различие элементов, но–лишь как отвлеченных понятий (прямая везде остается как прямая, т. е. как прямая вообще[51]; и не важно, какая именно это будет прямая). Наконец, если мы вводим наличное бытие как категорию и смотрим, что получается при рассмотрении становления в его свете, то мы замечаем, что тут образуется определенность, оформленность, конечность, но пока тоже как принцип, потому что для аффинной геометрии важна не [52] цельная и конкретная фигура, но лишь ее конечная определенность вообще. В этом и состоит тайна параллелизма, той, в принципе, конечной определенности фигуры, когда она рассматривается не в виде отвлеченной категории просто, но в виде непрерывного становления, – рассмотренного с точки зрения отвлеченной категории конечной определенности.

Таким же отвлеченным принципом, в свете которого рассматривается непрерывное становление, может явиться, наконец, и само становление. Но последнее тут определяет собою уже не просто конечную фигурность, но и отличие одной конечной фигурности от другой (как на стадии проективной геометрии было мало фигуры вообще, а нужно было отличие одной фигуры от другой), потому что, увлекая конечную фигуру в свою стихию, оно тем самым меняет ее на ряд других конечных фигур. Но как возможен этот бесконечный ряд конечных фигур? Он возможен только как нечто единое. Этим единым является, конечно, уже само становление. Однако такое единое есть только порожденное единое, а не самая структура единого. Структура же как единое, т. е. та структура, которая характеризует и каждую отдельную конечную фигурность и есть нечто общее, может быть только мыслимой, а не вещественной. «Чтойность» вещи, взятая как принцип, может быть только мнимой. Та общая индивидуальность, которая определяет собою во всех индивидуумах самое конкретное в них и в то же время есть для них общее, эта индивидуальность есть мнимое. Отсюда – необходимость введения мнимого сферического круга, о котором шла речь выше.

Этот круг образуется путем пересечения любого конечного шара с бесконечно удаленной плоскостью. Но является заблуждением думать, что он, равно как и циклические точки, находится гоже на бесконечном расстоянии. Тогда именно потонуло бы все различие конечных кругов одного от другого. Так как этих конечных кругов бесконечное количество, то они в самом разнообразном смысле пересекаются в бесконечно удаленной плоскости. Поэтому циклические точки и мнимый сферический круг, чтобы обеспечить индивидуальную конкретность каждой конкретной фигуры, должны быть не на

51 В рукописи: вовне.
52 В рукописи: не важна.

бесконечном расстоянии, а только на неопределенном. В самом деле, находя уравнение круга в однородных координатах

$$<(\xi - \alpha\tilde{\iota})^2 + (\eta - b\tilde{\iota})^2 - r^2\tilde{\iota}^2 = 0)>$$

и находя, что пересечение этого круга с бесконечно удаленной прямой $<\tilde{\iota} = 0>$ определяется уравнением

$$<\xi^2 + \eta^2 = 0,>$$

мы определяем расстояние циклических точек так:

$$\frac{\sqrt{\xi^2+\eta^2}}{\tau} = \frac{0}{0}$$

что и есть неопределенность. Так же неопределенно и расстояние циклических точек и от всякой другой конечной точки. На это тонко обратил внимание Ф. Клейн.

g) Наконец, дадим кратчайшее резюме всем рассмотренным типам геометрического построения. Именно, обратим внимание на то, что в топологии имеется в виду не сама фигура, а лишь ее непрерывное становление, и притом становление, которое не позже становящегося, а еще раньше его (поскольку никакая определенная фигура тут еще не фиксируется). Но становление принципа, взятое до самого принципа, есть перво-принцип.

Поэтому мы и можем сказать так. Топология есть наука о пространственном становлении, в котором не становится (инвариантна группе преобразований) только фигура как перво-принцип. Проективная геометрия есть наука о пространственном становлении, в котором не становится только фигура как отвлеченный принцип (как общее понятие). Аффинная геометрия – то же, когда не становится только фигура как определенный принцип, т. е. как конечная фигурность. Общеметрическая геометрия – то же, когда не становится фигура как индивидуально-конечная фигурность. Все это есть, таким образом, разная степень диалектической зрелости становления, зависящая от того, какие и в каких размерах категории воплощаются в этом становлении.

4. a) В качестве добавления скажем еще, что, поскольку принцип становления вносит возможность разнообразных комбинаций логически выведенных аксиом независимо от их чисто логической взаимосвязи (включая и саму непрерывность), вполне мыслимо конструирование геометрии и без всякого принципа непрерывности. Гильберт построил т. н. неархимедову геометрию, содержащую в себе все аксиомы, как раз за исключением аксиомы непрерывности[53]. И тем же самым занимался раньше его еще Веронезе[54], объединявший неархимедову арифметику и геометрию с теорией трансфинитных чисел Кантора. Хотя подобное построение по существу своему еще более оригинально и неожиданно, чем открытие Лобачевского (так как у последнего изменена только метрика, а в неархимедовой же геометрии нарушен самый континуум), все же формально и философски тут все совершенно

53 Д. Гильберт. Основ, геометр. 12.
54 [G. Veronese. Grundzuge der Geometric. Leipzig, 1894 2.]

обычно, и неархимедова геометрия – только одна из многочисленных диалектических теорий[55] вообще.

b) Все предыдущие установки являются только принципом для реального построения диалектики геометрии, которое мы даем в дальнейшем. Там все эти аксиоматические принципы должны вырасти в зрелую систему. Здесь же от этого, конечно, необходимо воздерживаться, и может идти речь только о самых принципах. Это положение дела и можно зафиксировать следующим образом.

I. Становление конструируется:

a) по типу подвижного покоя (т. е. порядка следования элементов), остающегося неизменным в условиях бесконечного становления прочих категорий (топология: любые свойства геометрических фигур инвариантны в отношении с любым непрерывным преобразованием);

b) по типу подвижного покоя (порядка следования) и самотождественного различия (взаимопринадлежности, сопряжения элементов), остающихся неизменными в условиях неопределенного становления категории определенности {проективная геометрия: любые свойства фигуры инвариантны в отношении к группе коллинеаций);

c) по типу подвижного покоя, самотождественного различия и определенности бытия, остающихся неизменными в условиях неопределенного функционирования самого становления, т. е. в условиях, когда категория становления еще не положена как самостоятельная {аффинная геометрия: любые свойства фигуры инвариантны к параллельному проектированию).

II. Становление конструируется по типу трех указанных основных категорий едино-раздельности с сохранением собственного принципа как инобытийного и потому с превращением его в то, чем измеряется фигура {метрическая геометрия: любое свойство фигуры инвариантно к абсолютно-измерительным операциям). Следовательно, фиксируется наиобщая и наиабстрактная метрика – та, которая гипостазирует идеальную фигурность во всей ее целостности, минуя те ее искажения, которые возникают от неполного числа категорий едино-раздельности. Эта метрика, однако, может быть и иной (она возникает уже в связи с принципами конгруэнтности и параллельности).

III. Становление конструируется по типу трех указанных основных категорий едино-раздельности, но без сохранения своего собственного принципа и как самостоятельного, и как подчиненного; это становление, нарушающее самый принцип непрерывности, становление непрерывности (неархимедова геометрия).

В таком виде можно было бы представить аксиоматическую диалектику основных типов геометрических построений, основанную на едино-раздельности и непрерывности.

5. Систематический обзор геометрии с точки зрения диалектики покажет нам, вообще, весьма большое разнообразие в комбинировании, а также и в формах развития основных аксиом. Мы, например, ничего не сказали о геометрии без всякой категории подвижного покоя. Однако вполне возможна

55 В рукописи: категорий.

геометрия, в которой отсутствуют аксиомы подвижного покоя. Таковой является геометрия Римана, являющаяся не чем иным, как сферической геометрией, а на сфере о трех диаметрах в одной диаметральной плоскости совершенно нельзя сказать, какой из них находится между двумя другими. Идея порядка здесь не имеет смысла, как неприменима она еще и к мнимым точкам (последние вообще не мыслятся размещенными в пространстве).

Так же, развивая начала проективной геометрии, мы столкнулись бы, например, с теоремой Дезарга. Если прямые, соединяющие попарно вершины двух треугольников, расположенных в двух плоскостях и не имеющих общей вершины, сходятся в одной точке, то соответственные стороны этих треугольников пересекаются в грех точках, расположенных на одной прямой, а именно на прямой пересечения плоскостей треугольников. Иначе можно было бы сказать,, что если два треугольника, принадлежащие различным плоскостям, перспективны, то они также и соответственны. Эту теорему можно доказать, исходя из аксиомы самотождественного различия плоскости и из аксиомы конгруэнтности на плоскости (категорию конгруэнтности мы пока еще не вывели, см. ниже, §66.4). Однако ее можно доказать и на основании других аксиом самотождественного различия, но только применяя их не к плоскости, а к пространству. Гильберт же доказал теорему Дезарга при помощи только одних проективных аксиом плоскости, т. е. при помощи наших аксиом самотождественного различия, притом только плоскостных. Для этого, конечно, необходимо соответствующим образом расширить понятия точки, прямой и плоскости.[56] Но тогда возможна недезаргова геометрия, наглядным примером которой Пуанкаре приводит луч, идущий по прямой через эллипс, но изгибающийся внутри его в дугу и выходящий из него тоже по прямой.

Так или иначе, но Штаудт доказал теорему Дезарга исключительно лишь при помощи «аксиом сочетания», примененных к пространству. А этот факт и значит, что проективная геометрия вырастает прежде всего на категории самотождественного различия.

Точный анализ подобных конструкций уже далеко выходит за пределы простой аксиоматики.

6. Что касается теории множеств, то предыдущая геометрическая дедукция типов становления с точки зрения категорий едино-раздельности, очевидно, должна дать руководящий принцип и для соответствующей дедукции моментов теоретико-множественной области.

а) Весьма наглядным делается, прежде всего, место теоретико-множественной топологии в системе аксиоматических установок вообще. Именно, под топологией понимается наука, изучающая те свойства множеств, которые сохраняются в условиях взаимно-непрерывного соответствия. Что в центре внимания здесь стадия непрерывности, это ясно; и что в условиях этой непрерывности мы соблюдаем только последовательность элементов (= категорий подвижного покоя), отвлекаясь от всякой фигурности, это тоже ясно. Что же касается аффинных и проективных [множеств] (в смысле аналогии с

56 В рукописи сноска к этому месту не сохранилась.

проективной геометрией), то здесь также, по-видимому, принципиально возможны соответствующие построения.

Особо поговорим о метрических множествах, т. е. о понятии меры в применении к теории множеств.

b) Мы уже знаем (§ [ ]), что понятие меры возникает только в связи с категорией становления, и ниже, в § 66.2, мы этот вопрос развернем диалектически по поводу аксиом конгруэнтности. Сейчас нам важен тут только один принцип: становление структуры, если оно действует как самостоятельный принцип, застилает самую структуру новым слоем, который, будучи сравниваем с самой структурой, является ее измерением, или мерой. Математики поступают в определении меры весьма просто и наивно, за что, впрочем, в данном случае можно только похвалить. Можно было бы говорить и еще проще, не прибегая к нагромождению ненужных обозначений (к тому же обязательно греческими буквами) и пр.

Математики рассуждают так[57]. Мера множеств, лежащих на данном сегменте, есть не что иное, как более общее понятие длины отрезков этого сегмента. Пусть какое-нибудь множество F входит в S. Так как обычно берется интервал [0,1], то мера множества μ(F) равняется 1–мера (S – F), т. е. мера F + мера (S – F) = мере S=1. Мера μ(F) есть нижняя грань множества всех мер μ(G), т. е. всех мер любой «области» G, которая содержит F. Мера этой области μ(G) есть, наоборот, верхняя грань всех мер любого замкнутого множества F, лежащего в этой области. Если взять произвольное множество E, то нижнюю грань множества всех неотрицательных чисел, изображающих меру области $G \subset E$ можно назвать внешней мерой множества μ*(E) а верхнюю грань всех неотрицательных чисел, дающих меру для $F \supset E$, можно назвать его внутренней мерой μ*(E). Когда внутренняя мера множества равняется его внешней мере, то множество измеримо, и данное число его внутренней или внешней меры есть его мера вообще. Попросту говоря, если я буду измерять данный объем изнутри и его же извне и оба размера измерения совпадут, то это значит, что данный объем действительно измерим и существует некая определенная количественная величина, которая его изображает (или измеряет). Ясно видно, что измеримость множества связывается именно с возможностью его перекрытия, т. е. покрытия новым слоем, т. е. с введением момента становления.

Отбросим всякое становление и возьмем только голую структурность множества, т. е. едино-раздельность актов числового полагания (признавая только такое становление, которое абсолютно имманентно самой отвлеченной структуре множества и еще не выделено в особую категориальную положенность). Тогда мы получим в качестве идеального образца просто натуральный ряд чисел и то, что называется счетным множеством (т. е. множество, эквивалентное множеству всех натуральных чисел). Какова будет

57 Ниже излагаются элементы теории лебеговской меры плоских множеств. Вся формульная часть этого п. 6 реконструирована по изд.: Александров Π. С., Колмогоров А. Н. Введение в теорию функций действительного переменного. М.; Л., 1933.

мера всякого счетного множества? Его мера = 0; и это ясно само собой, хотя математики делают вид, что они это «доказывают». Это ясно так же, как и то, что мера множества из одной точки равняется нулю. Возьмем отрезок [0; 1] и на нем множество всех отрицательных чисел. Какова мера этого множества? Ясно, что мера эта равна единице. Вообще говоря, всякое замкнутое множество (т. е. содержащее в себе все свои предельные точки) и всякое совершенное множество (т. е. содержащее в себе все свои предельные точки и никаких других), если мера его будет больше нуля, всегда будет несчетно.

Употребляя совсем обывательскую терминологию (а она всегда прекрасна, если правильно отражает интуитивную картину жизни), можно сказать так. Когда есть просто идеальная структура, она несжимаема и нерасширяема и плотность ее дана раз навсегда. Когда дается ее инобытийно становящийся аналог, то этот аналог можно деформировать как угодно. На то он и есть инобытие, становление. И вот, я могу эти точки, из которых состоит множество и о взаимном расстоянии которых раньше не было речи (или шла речь в переносном смысле слова), располагать на том или ином расстоянии одна от другой, располагать их гуще или реже. Вот эта плотность распределения и есть мера. Ясно, что различия «плотности» предполагают введение принципа инобытия в абсолютную «плотность» (или, если угодно, абсолютную разреженность[58]) абстрактного, идеального множества. Но инобытие в сравнении с абсолютной различенностью структуры есть некая неразличимость; неразличимость же есть сплоченность, сплоченность есть континуум, г. е. несчетное множество. Следовательно, наличие <…> меры, превышающей нуль, уже предполагает несчетное множество.

b) Измеримость множества есть, таким образом, результат его непрерывности. К этому сводятся основные положения теории измеримых множеств, которые, по Н. Лузину[59], звучат так.

Во всяком измеримом множестве M меры μ, μ>0 содержится такое совершенное множество P, что

$$\text{mes}\, P > \mu - \varepsilon,$$

где ε>0, малое как угодно.

Всякое измеримое множество M меры, большей нуля, есть сумма конечного, или счетного, числа совершенных множеств Pi, Pi, … не имеющих попарно общих точек, и нуль-множеств [a]N.

Измеримое множество обладает точками плотности и точками сгущения. Точка a есть точка плотности множества, если отношение

$$\mu \frac{(\delta)}{mes\,\delta}$$

где δ – интервал, содержащий a внутри, стремится к 1, когда δ стремится к нулю. Та же самая точка есть точка разрежения, если это отношение стремится к нулю вместе с δ.

58 В рукописи: разрешимость. Везде далее вместо «точка разрежения» в ру-кописи значится «точка разрешения».

59 Лузин. Интеграл и тригонометрия, ряд. Математич. сборн. 1916. Т. XXX, 12слл.

Если mes M= 1, всякая точка области [0, 1] есть точка плотности, и, если mes M = 0, всякая точка есть точка разрежения.

Обращаясь к геометрической аналогии, мы находим, что никакое измеримое множество М меры 1 не может быть равномерно расположенным на области [0, 1]. Тут всегда будет, по крайней мере, одна точка плотности и одна точка разрежения, т. е. на этой области имеются два интервала равной длины и неперекрывающиеся, из которых один насыщен точками М, а другой пустует или беден ими[60]. Таким образом, всякое измеримое множество меры не 0 и не 1 не будет равномерно покрывать область [0, 1], но «будет лежать на ней как бы сгустками, будучи слишком уплотненным в одних частях этой области и слишком разреженным в других».

Соответственно надо говорить и о последовательности измеримых функций (такова теорема Д. Ф. Егорова о наличии совершенного множества с равномерной сходимостью последовательности функций) и вообще об измеримых функциях. Для того, чтобы функция /(x), конечная почти всюду на [0, 1], была измеримой функцией, необходимо и достаточно, чтобы, как бы мало ни было положительное число ε, существовало на [0, 1] совершенное множество Р, обладающее свойствами:

1. f(x) непрерывна на Р,

2. mes P> 1 – ε.

Совершенно ясно, что во всех этих представлениях меры мы все время имеем дело с непрерывностью, т. е. со становлением, но только это не просто становление (иначе у нас получился бы теоретико-множественный континуум), но становление, рассмотренное с точки зрения едино-раздельности, т. е. измеряемое становление.

с) Необходимо также заметить, что здесь мы, как и соответственно выше, в § 2с, в отношении геометрии пришли только к самому общему понятию меры. Собственно говоря, если строго придерживаться рамок нашей общей категории становления, которую мы сейчас изучаем, мы можем утверждать сейчас только то, что существует измеримость множества вообще и больше ничего. Представление множества с точки зрения едино-раздельности, когда мы имеем в качестве самой сложной категории только категорию типа, было совершенно лишено всякого элемента измеримости, или, иначе, мера чистого и основного множества (счетного множества) – нуль. Теперь же мы приходим к тому выводу, что измеримость может быть и не только нулевой, – только об этом и говорит нам категория становления. Если же мы захотели бы исследовать разные типы измеримости, то это было бы равносильно исследованию разных типов становления, т. е. тут нужен был бы выход за пределы самой категории становления. Но это в полной мере совершится только после перехода нашего становления в ставшее и далее, наконец, в выразительную форму.

7. Наконец, бросим взгляд на теорию вероятностей в смысле того, как наличная в ней сфера становления испытывает на себе воздействие аксиом едино-раздельности.

60 В рукописи фраза искажена, исправлено по цитируемой кн. Η. Н. Лузина.

§ 63. Продолжение.

Становление, взятое само по себе, есть процесс, последовательность. Когда мы оформляли его при помощи арифметических действий, мы получали ту или иную последовательность чисел. Когда это оформление совершалось у нас при помощи геометрических построений или теоретико-множественных операций, мы получали последовательность тех или иных вариаций пространства или множеств. В теории вероятностей мы тоже должны получить такую последовательность, которая бы свидетельствовала о размеренности ее с точки зрения тех или иных теоретико-вероятностных операций. Процессуальность вероятностей должна свидетельствовать здесь о некоем постоянном законе, неизменном в данной процессуальное. В арифметической последовательности неизменно то или иное арифметическое действие (напр., умножение на какое-нибудь число в неизменной[61] прогрессии); в геометрической последовательности преобразований он имел также тот или иной инвариант. где же этот неизменный закон тех или иных операций в последовательности вероятностной?

Здесь мы могли бы говорить по-разному. Дело в том, что всю эту сферу «взаимодействия аксиом едино-раздельности и аксиом непрерывности» можно понимать настолько широко, что ею покроется и вся категория наличного бытия, к которой мы еще не перешли. Этого расширения, однако, мы намеренно не производим, так как в указанной сфере «взаимодействия» есть свой вполне самостоятельный диалектический момент. С этой точки зрения момент индивидуальности мы еще не будем выделять в самостоятельный пункт, как это случится в категории наличного бытия, а будем брать его в его максимальной слитности с самой процессуальностью. Таким <…> теории вероятностей является, прежде всего, т. н. закон больших чисел. Его основная идея заключается в том, что с увеличением числа случайных событий, с которым связан данный факт, устанавливается и вероятность факта, сколь угодно близкая к достоверности. Более того, этот закон формулируется с помощью понятия математического ожидания. Но мы не будем входить в этот вопрос, равно как и в анализ знаменитого неравенства Чебышева и его следствий.

Непосредственно видно, что принцип закона больших чисел иначе конструируется, чем выдвинутые выше математические факты в аналитической сфере «взаимодействия». Но остается самое общее сходство – категория становления в ее сформированное™ при помощи категорий едино-раздельности. Едино-раздельная последовательность массы случайных фактов ведет к установлению специфического процесса, а именно становящегося перехода вероятности в достоверность. В типах геометрии, рассмотренных выше в п[унктах] 2–4, инвариантность дана в процессуальном ряду сразу, здесь же она – в виде достоверности – только еще устанавливается. Тем не менее и здесь поток самого становления вероятности обусловлен определенной едино-раздельной системой (ростом количества «случаев»); и общее место закона больших чисел, несмотря на отдаленность с учением о преобразованиях в

61 В рукописи: неизмеримой.

арифметике и геометрии, в основе все же сохраняет с ним единство: это становление, рассмотренное с точки зрения нестановящегося.

Понятно также и то, что с законом больших чисел впервые появляется возможность реального измерения вероятностной области вообще, в связи со статистическими вероятностями, средними величинами, дисперсией и пр.

8. а) Остается сделать одно общее замечание о всей рассматриваемой в последних двух пунктах сфере «взаимодействия», и – мы совсем покинем категорию становления. А именно, если едино-раздельносгь в свете становления еще рисует пока только саму же едино-раздельность или само становление, то относительно становления в свете едино-раздельности может возникнуть вопрос: не есть ли это попросту ставшее? Ведь едино-раздельность вносит в становление некоторую запруду и лишает его характера абсолютной текучести. Не есть ли это само ставшее и не перешли ли мы здесь уже за пределы аксиом становления?

Нет, мы еще не перешли к ставшему в собственном смысле, хотя при более суммарном изложении эти тонкости и не имело бы смысла проводить. Ставшее есть остановившееся ставшее, а у нас становление еще не остановилось. Это значит, что мы еще не можем сравнивать результаты процессов становления между собою, но должны находиться внутри становления. Устойчивые моменты, включаемые в становление едино-раздельной сферой, не касаются самого становления вообще, самого принципа становления, но только содержания этого становления. Поэтому в арифметике мы получили возможность модифицировать и комбинировать действия, превращая их в ге или иные преобразования, но мы еще [на] этой стадии не смогли сравнить результаты действий с точки зрения действий как таковых, с точки зрения принципа действий. Мы, напр., еще не знаем коммутативность сложения или умножения. Нет сомнения, что применение операции с невыясненным законом коммутативности есть нечто весьма недостаточное и незрелое. Но это значит только то, что одна категория становления не может обеспечить полноты идеи арифметической операции и что необходимо привлечение дальнейшего. Также и полученные нами типы геометрии предполагают бесконечное вариирование одних элементов и инвариантность других, но ясно, что ограничение этого вариирования и превращение его из становления в ставшее должно привести еще к новым построениям, которые мы и получаем в связи с категорией конгруэнтности. Конгруэнтность превратит и полученные нами отвлеченные инвариантные элементы в структурные принципы, так что не этот инвариант будет рассматриваться на фоне становления (напр., как аффинность рассматривается на фоне параллельных преобразований), но он будет рассматриваться сам по себе в сравнении с другими такими же геометрическими фактами, в результате чего мы сможем накладывать их один на другой и судить об их конгруэнтности, подобии и пр. Все это возможно только потому, что геометрическая фигура превратится тут у нас в ставшее, в бытие наличное.

К этому мы сейчас и обратимся.

§ 63. Продолжение.

b) Для целостности диалектической картины, однако, мы приведем в заключение ту нашу универсальную схематику в рассматриваемой области, которую мы должны были бы привести с самого начала, но которую не приводим ради избежания различных нагромождений, заменивши ее сферой «взаимодействия» двух рядов <…>. Именно, в отношении всей сферы становления необходимо различать наши пять основных диалектических ступеней. То, что мы выше (§ [59]) изобразили как непрерывность вообще, это будет перво-принципом аксиоматики становления. То, что выше мы формулировали как аксиому едино-раздельности, рассмотренную в свете аксиом становления, есть принцип аксиоматики становления. Само становление в свете едино-раздельности необходимо оказывается становлением этой аксиоматики становления. В качестве ставшего, если брать арифметику, очевидно, мы должны выдвинуть разные преобразования, равно как и под выразительной формой[62]. Ведь арифметическое становление вообще есть только арифметическая операция, она есть именно принцип становления, и, если перво-принцип арифметического становления есть непрерывность, все остальное, – т. е. и становление принципа, и его ставшее, и его выразительная форма – есть та или иная последовательность операций, или преобразований. Соответственно, в геометрии[63] после непрерывности как перво-принципа и после геометрического построения как принципа мы имеем только разные типы геометрических структур. Становление, ставшее и выразительная форма этих структурных построений дает нам в этой развитой установке для становления – топологию, проективную и аффинную геометрию, для ставшего – геометрию подобных преобразований и только для выразительной формы – полную метрическую геометрию (хотя все еще без деталей, которые придут позже). Все эти виды геометрий в переводе на язык арифметики и есть не что иное, как та или иная последовательность преобразований. Наконец, ту же последовательность операций мы должны были бы проводить и в теоретико-множественной, и в теоретико-вероятностной области. Но мы избежали этих слишком (…) для аксиоматики деталей, введя просто сферу взаимодействия аксиом едино-раздельности и становления и приведя для теоретико-множественной последовательности указание на измеримость, а для теоретико-вероятностной – указание на закон больших чисел.

62 Так в рукописи.
63 В рукописи: в геометрии мы получаем.

d) АКСИОМА СТАВШЕГО ЧИСЛА (ИЛИ КОНГРУЭНТНОСТИ)

§ 64. Принцип ставшего числового бытия как принцип конгруэнтности.

Если мы вспомним, что выше говорилось о категории ставшего, или, что то же, о категории «наличного бытия» (§ 21), то применение ее в области аксиоматики влечет за собою очень важное построение, которое гоже еще пе нашло в математике и в математической философии настоящего расчленения.

1. Что становление требует ставшего, что эти категории одна другую предполагают, об этом не будем долго разговаривать. Все сомнения, которые возможны в этом вопросе, рушатся уже от простейшей установки: если есть становление, то есть и ставшее. Ибо становиться может только нечто. Но это нечто не то, которое было до становления, и потому если мы становление противопоставим чисто идеальной структуре, бывшей еще до становления, то тем самым мы вернемся назад, и ни на шаг диалектический процесс от этого вперед не продвинется, хотя идеальное и противостоит становлению как бытию вне-идеальному, алогическому. Следовательно, дальнейшее движение мысли получится только тогда, когда мы становлению противопоставим такое нечто, которое хотя и не будет самим становлением, но как-то его в себя вместит как подчиненный момент. Должно возникнуть такое нестановящееся, которое вместило в себя всю стихию становления и которое уже не просто идеально неподвижно, но неподвижно в смысле реальном, неподвижно в смысле становления, в смысле результата становления. А это и есть ставшее.

Ставшее – то, что стало, т. е. остановилось; следовательно, оно – неподвижно. Однако эта неподвижность в отличие от идеально-смысловой неподвижности есть неподвижность как результат становления. Поэтому ставшее есть синтез идеальной неподвижности и вне-идеального становления. Другими словами, в ставшем мы различаем то, что стало после становления, и то, что было до становления, но оказалось втянутым в его алогический процесс. Эти два момента тут и отождествляются. Сначала мы имеем просто идеальную структуру, взятую как такая. Потом она вовлекается в стихию становления. Мы не теряем ее из глаз; и, через какие бы этапы становления она ни проходила, мы видим все ту же самую идеальную структуру, узнаем ее, несмотря на ее самоотчуждение в инобытийной алогичности. Разумеется, с ней не может не происходить тех или иных изменений, потому что иначе становление было бы пустой и незначащей категорией и не для чего было бы и вводить ее в диалектику. Значит, идеальная структура, вовлеченная в процесс становления и остающаяся самой собою (ибо мы ее везде узнаем), в то же время сплошь меняется, перекрывается новым слоем. И вот, допустим, она остановилась, ее становление закончилось. И что же? Оказывается, и в этом покойном состоянии мы все еще видим не что иное, как именно ее же, узнаем ее, фиксируем ее так же, как и до становления; но тут же мы видим и то новое, что наросло на ней, фиксируем результат пребывания в становлении, рассматриваем то инобытие, которым она перекрылась и с которым она теперь отождествилась.

И она обязательно отождествилась сама с собой, со своим наросшим инобытием. Если бы идеальное не отождествлялось с реальным в процессе становления, то в реальном становлении мы не узнали бы становящегося идеального. И получилось бы, что идеальное вовсе не становится, а пребывает в своей идеальной сфере как абсолютно изолированная неподвижность; о реальном же становящемся вовсе нельзя было бы сказать, что оно есть нечто (так как «нечто» само по себе есть как раз нестановящийся идеальный предмет), т. е. о реальном становящемся совсем ничего нельзя было бы сказать. Все, сказанное о реальном становлении, уже есть нечто, и нечто – не становится, оно есть просто смысл и больше ничего. Итак, идеальное в процессе своего становления отождествляется с реальным. Когда же процесс окончился и становление превратилось в ставшее, то и в ставшем мы находим 1) прежнее абсолютно то же самое идеальное, 2) результат становящегося процесса в виде некоего инобытийного перекрытия первоначального идеального и 3) отождествление того и другого в некую цельную и неделимую предметность.

2. Однако и эта картина отождествления еще не полна. Когда строилась диалектика идеального, то идеальное и было самим бытием. Идеальное, рассматриваемое само по себе, не нуждалось ни в каком носительстве, ни в какой иноприродной к себе субстанции. Идеальное и есть само для себя субстанция. Но когда зашла речь о становлении, идеальное уже потеряло свою собственную субстанцию. Оно ведь стало осуществляться и воплощаться заново, и его субстанцией оказалось не оно же само, но уже становящееся инобытие, сама стихия становления. Идеальное теперь оказывается несомым при помощи реального; реальное оказывается его новой субстанцией и телом; ведущим оказалось реальное, становящееся инобытие, а идеальное – только пассивно плывущим по этим неугомонным волнам становления.

Следовательно, в ставшем мыслится два плана. Один – это то реальное, алогическое, инобытийное, что и есть самая субстанция становления. Мы не ошибемся, если назовем этот план протяжением, не вкладывая в этот термин только одно геометрическое содержание. Ведь протяженность и есть алогически (т. е. нерасчлененно) ставшее, результат алогического становления. Еще неизвестно, что именно стало, т. е. еще нет никакой идеальной структуры, которая именно становилась, а есть только самая стихия становления, достигшая ступени ставшего, т. е. остановившаяся. Другой план ставшего – это то идеальное, смысловое, расчлененное, что было вовлечено в процесс становления и что, несмотря ни на какие инобытийно-становящиеся судьбы, мы все же узнали в окончательном результате становления. Это идеальное оказалось тем же самым, которое было и до становления. Новая субстанция ничего в нем не повредила. Оно осталось тем же. Становление, правда, много раз переносило его с места на место, но оно везде и постоянно, несмотря на инобытийную вовлеченность, оказывается самим собою, без всяких изменений.

3. Эта отождествленность идеального самого по себе с идеальным в разные моменты его инобытийного и реального становления, или отождествление идеального с самим собою в разные моменты его реального протяжения, и есть его конгруэнтность. Когда в геометрии утверждается, что при равенстве двух соответствующих сторон треугольников и угла между этими сторонами самые треугольники конгруэнтны, то это значит только то, что треугольник везде остается самим собою, что его структура совершенно не зависит от того «места», где мы ее мыслили осуществленной. Пусть мы имеем какие-нибудь две пересекающиеся прямые и, следовательно, углы между ними. Покамест не поднимался вопрос о ставшем, т. е. реальном протяжении, мы могли оперировать с этим углом как угодно. Неудивительно, что в чистой мысли он, удаленный от всего реального и пребывающий в смысловой изоляции, ровно никак не меняется и был просто самим собою и больше ничего. Совсем другое дело, однако, если мы захотим мыслить его реально протяженным. Пусть мы берем для этого какую-нибудь произвольную прямую и пусть строим на ней наш первоначальный, никуда не двигавшийся, идеальный угол. Вот мы начертили из какой-нибудь точки этой прямой произвольную дугу и на ней откладываем расстояние, равное величине первоначального угла. Получит ли линия, соединяющая отметку этого расстояния с центром нашей дуги, однозначное значение и образуется ли таким образом угол, равный нашему первоначальному углу? Если пространство везде одинаково и не деформирует проводимых на нем линий и вообще фигур и если самые фигуры таковы, что ничего не теряют от своего пространственного передвижения, то мы можем поручиться, что новый угол будет абсолютно равен первоначальному, т. е., говоря вообще, что обе фигуры, первоначальная (как первообраз) и вновь построенная на новом участке пространства (как отображение), будут конгруэнтны.

Отсюда перво-принцип ставшего числового бытия мы можем формулировать так: всякое число так или иначе определено с точки зрения конгруэнтности. Оно, конечно, может и совсем исключать момент конгруэнтности. Однако это возможно только тогда, когда известно, что такое конгруэнтность. Если мы, например, строим геометрию без аксиомы конгруэнтности, то это не значит, что конгруэнтности нет, но это значит, что конгруэнтность есть и она осуществима и что только в данном случае мы от нее воздерживаемся.

§ 65. Аксиома ставшего числового бытия в арифметике.

Теперь перейдем к обзору явлений конгруэнтности с математической точки зрения.

1. Явление числовой конгруэнции легче всего демонстрируется на т. н. коммутативном законе $a + b = b + a$. Когда мы складываем два числа, то оказывается, что сумма совершенно не зависит от порядка слагаемых. Что это значит и почему это возможно? Это значит, что для слагаемого совершенно не

важно то место, где оно находится. Место это ничего нового в количественную характеристику слагаемого не привносит. Однако это не значит, что место само по себе есть полное ничто и никакой роли в сложении не играет. Наоборот, самый процесс сложения возможен только в силу наличности вообще разных «мест» для слагаемого. «Место» есть тот инобы-тийный фон, на котором разыгрывается вся картина данного арифметического действия. Без него не было бы и самого сложения. Однако единственная функция этого инобытийного фона заключается только в гипостазирова-нии слагаемых, и тут совершенно отсутствуют всякие функции какого бы то ни было количественного воздействия на гипостазированные числа. Кроме тог-о, инобытие здесь вполне нейтрально к порядку этих слагаемых и форме их взаиморасположения. Это значит, что идеально-числовая структура совершенно не зависит от своего инобытийного становления. Мы ее можем полагать при любой форме этого последнего, и она в идеальном смысле, т. е. в смысле своего отвлеченного количества, совершенно никак не меняется. Она всегда тождественна сама с собою, т. е. она всегда сама с собою конгруэнтна.

2. Однако здесь мы указали только на коммутативный закон в сложении. Этот «закон счета», как известно, далеко не единственный. Существуют еще ассоциативный и дистрибутивный законы; и кроме того, все эти законы применимы как к операциям сложения, так и к операциям умножения.

а) Вот обычная их арифметическая формулировка.

I. КОММУТАТИВНЫЙ (ПЕРЕМЕСТИТЕЛЬНЫЙ) ЗАКОН:

a) в сложении –

$a + b = b + a$,

b) в умножении –

$a \cdot b – b\ a$

II. АССОЦИАТИВНЫЙ (СОЧЕТАТЕЛЬНЫЙ) ЗАКОН:

a) в сложении –

$a + (b + c) = (a + b) + c = (a + c) + b$,

b) в умножении –

$a\ (b\text{-}c) =(a\text{-}b) \cdot c = (a \cdot c) – b$

III. ДИСТРИБУТИВНЫЙ (РАСПРЕДЕЛИТЕЛЬНЫЙ) ЗАКОН В УМНОЖЕНИИ:

a) $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$,

b) $(a + b) – c = a\text{-}c + b\text{-}c$

Это обычный вид формулировки, как он дается в арифметике. Не преследуя философских целей, он, конечно, и не может давать нам полной логической ясности и обоснованности, и нас при этом заметно беспокоят вопросы: почему тут эти, а не другие законы, почему тут только сложение и умножение и пр.? Это заставляет, с логической точки зрения, взглянуть на них несколько иначе при всей их непосредственной арифметической очевидности. Арифметически-то они очевидны, но логически они совсем не очевидны.

b) Начнем с конца. Дистрибутивный закон, очевидно, есть частный случай законов сложения – умножения вообще. Если мы имеем произведение $a \cdot [d]$ и если [d] есть не что иное, как некая сумма b + c, то само собой очевидно, что a · (b + c) = a · b + a · c. Отсюда, хотя в нашем случае дистрибутивность умножения используется совсем для других логических целей (не просто для иллюстрации законов самого сложения и вычитания), все же, взятая сама по себе, она вполне доказуема на основании категории только простого сложения и умножения.

Дистрибутивный закон показывает, что совокупность можно распределить между частями другой совокупности так, что это никак не повлияет на общий результат операции с такими совокупностями.

С другой стороны, ассоциативный закон, как легко заметить, есть частный случай коммутативного закона. Если мы знаем, что a + b = b + a, то стоит только представить, что b равняется какой-нибудь сумме c + a, как делается очевидным и ассоциативный закон. В самом деле, если a + b = b + a, то, значит, в смысле объединения с a одинаковым образом ведут себя и отдельные части этого b. Ведь, когда говорится b, не имеется в виду, какое оно, большое или малое, часть чего-нибудь или само дано как целое. Если ему свойственна такая общность, то под этим b можно понимать и c, т. е. одно из слагаемых нашего общего b. А это и значит, что a и c могут свободно обменяться местами без влияния на общую сумму, т. е. обнаруживается действие коммутативного закона. Равным образом и закон a(b-c) = (ab) – c есть тоже лишь логическое следствие того же самого коммутативного закона, стоит только в коммутативном законе один из сомножителей представить как произведение новых сомножителей. Точнее будет сказать, что если в коммутативном законе одна совокупность может быть поставлена на место другой, то по ассоциативному закону одна совокупность может быть поставлена на место элемента другой совокупности.

Но тогда нетрудно уловить и общую схему этих трех законов счета: *коммутативный закон требует независимости арифметической операции от перемены порядка различных совокупностей; ассоциативный закон требует независимости от перемены одной совокупности на любой элемент другой;* и, *наконец, дистрибутивный закон требует равноправия в общей операции двух раздельных совокупностей с равномерным распределением одной из них по всем элементам другой.* Все же эти три арифметических закона порождены одной общеарифметической аксиомой: **закон конгруэнтности числа есть закон получения его из элементов, различающихся между собою исключительно только своей чисто количественной значимостью и абсолютно тождественных в смысле какого бы то ни было инобытия**, какого бы то ни было своего инобытийного положения. Итак, можно дать следующую формулу этой аксиоме.

3. a) Чтобы дать общую и строгую логическую формулу аксиомы ставшего наличного бытия в арифметике, будем рассуждать так. Ставшее есть то, что остановилось. Покамест оно не остановилось, оно было только становлением. Становление, по самому существу своему, неопределенно. Оно идет неизвестно откуда и неизвестно куда. То есть чистый алогизм бытия, в котором, как в таковом, невозможны никакие расчленения. Невозможно применить к нему, например, категорию тождества; и нельзя даже сказать,

тождественно ли оно себе самому, ибо оно в каждый момент все разное и разное и его невозможно поймать ни в какой точке; в нем все плывет сплошно. Но вот оно остановилось, т. е. мы перешли к ставшему. Это значит прежде всего, что становление оказалось чем-то, и прежде всего самим собою, оно стало тождественным с самим собою. Ставшее есть тождество становления с самим собою. Но что надо для того, чтобы установить тождество становления с самим собою? Для этого надо вернуться с конечной точки становления к первоначальной; и если оба направления становления окажутся тождественными по своему процессу и по своему результату, то искомое тождество и будет установлено. Итак, ставшее есть не что иное, как тождество направлений становления в смысле их общего результата.

К этому сводятся и указанные выше законы счета. Единственное, что утверждает коммутативный закон, – это тождество направления производства арифметической операции. О разных вариациях этого направления и об их тождестве в смысле результата говорят и другие два закона. Следовательно, мы могли бы сказать так.

Аксиома ставшего наличного бытия в арифметике: **арифметический счет имеет своим основанием тождество направлений своего становления**. Другими словами, арифметический счет зависит только от количественной характеристики чисел при любом инобытийном воспроизведении. Или: арифметический счет характеризуется законами коммутативным, ассоциативным и дистрибутивным в операциях сложения и умножения.

b) Впрочем, можно дать в кратчайшей и тем не менее превосходной формуле арифметическую интерпретацию конгруэнтности, не прибегая даже к самим законам счета, а только имея их в виду вообще. А именно, что мы, собственно говоря, делаем, когда пишем формулы этих трех законов в п. 2a? Пусть, например, мы высказали a + b = b + a. Что это значит? Это значит, что была некая величина c, которая составлялась из a и b. Мы сложили a и получилось c. Чтобы формулировать на этом основании коммутативный закон, мы должны были (a + b) приравнять к (b + a) на основании равенства того и другого с третьей величиной c. Пусть мы имеем: a+ (b + c) = (a+b) + c. Чтобы вывести этот ассоциативный закон, мы должны были сначала вычислить левую часть этого равенства, определивши искомую сумму, например, как [d]; затем мы должны были вычислить правую часть и найти сумму для правой части. Только когда в обоих случаях у нас получилось то же самое [d], мы можем сказать, что ассоциативный закон в сложении верен. Так же точно мы поступаем и во всех законах счета, как сложения, так и умножения. Нетрудно заметить, что в глубине этих трех законов лежит одна огромной важности идея и она-то и есть настоящая идея арифметической конгруэнтности, если ее понимать в максимальной общности и отвлеченности, минуя все конкретные формы, в которых она может являться. Эта идея следующая:

две или несколько величин, равные порознь третьей величине, равны между собою.

Тут [все три] дедуцированных нами закона арифметического счета суть только проявления этой общеарифметической идеи конгруэнции; и они вырастают из нее как из своего глубокого и последнего основания. Эта идея есть и наилучшая арифметическая интерпретация той общедиалектической аксиомы ставшего числового бытия, которая дедуцирована выше.

Когда говорится, что две величины, равные порознь третьей величине, равны между собою, то, очевидно, предполагается, что эти две величины по крайней мере по внешнему своему виду различные, так как, будь они равны с самого начала, не было бы смысла и выставлять эту аксиому. Следовательно, обе эти величины имеют полное право быть внешне различными. Однако что же это значит? Могут ли они быть количественно различными? Конечно, нет. Могут ли они стоять на любом месте? Да, они могут стоять на любом месте, но этот принцип нельзя понимать в абсолютном смысле. Если бы тут был абсолютный принцип безразличия порядка действий, тогда можно было бы в математическом выражении числитель писать вместо знаменателя и обратно, показатель степени – вместо основания и обратно, и т. д. Конечно, не эту нелепость утверждает аксиома конгруэнтности. Но тогда что же остается? Сказано совершенно точно: тождество направлений становления. Становление есть тут, как известно, действие, арифметическая операция, но не в смысле количественной значимости вовлеченных в эту операцию чисел и не в смысле порядка отдельных моментов операции. Поскольку становление есть инобытийно-алогическое, т. е. сплошно-непрерывное, развертывание, под[64] становлением в смысле арифметической операции можно понимать только вариирование операции в условиях полной сохранности ее смысловой структуры. Это и заставляет геометров связывать конгруэнцию с понятием движения и перемещения и утверждать, что конгруэнтность есть неизменность фигуры при перенесении ее в любое место. Тут как раз и имеется в виду алогическое становление фигуры (ее перемещение) при условии сохранности ее структуры. Точно то же имеем мы и в арифметике. Две величины, равные порознь третьей, могут обладать именно разными направлениями своего становления (например, a + b и b + a) в этом и заключается то, что мы выше назвали разницей внешнего вида величин. Таким образом рассматриваемое арифметическое положение действительно с огромной точностью воспроизводит в арифметических терминах общедиалектическую аксиому конгруэнтности.

4. Необходимо отдавать себе полный логический отчет в диалектической последовательности и назревании числовой мысли в арифметике. Когда мы строили аксиомы едино-раздельности, арифметика созрела у нас до степени категории счета. Что надо для счета? Для этого нужно, чтобы каждое число было сформировано внутри себя самого и чтобы ясно было отношение сформированных чисел между собою. Первое было определено категориями самотождественного различия и подвижного покоя. Второе было дано через закон определенности числового бытия. Но, получивши идею арифметического

64 В рукописи: над.

счета, мы, в сущности, получили не что иное, как возможность бесконечно двигаться вперед и назад по натуральному ряду чисел. Надо было внести какие-нибудь диф-ференции в это безразличное движение по натуральному ряду, т. е. надо было получить возможность не просто выхватывать те или иные числа из этого ряда, но надо было уметь пользоваться и разными комбинациями этих чисел. Для этого надо было внести моменты становления в самую категорию счета. Получились разнообразные арифметические действия. Последние и есть ведь не что иное, как самый обыкновенный счет, но только с различными дифференциациями внутри себя, т. е. в условиях различного комбинирования чисел. Но ведь числа твердо держатся каждое на своем месте в общем натуральном ряду чисел. Если мы допускаем любое их комбинирование, то возникает вопрос: не прикованы ли они к своему месту настолько крепко, что каждый отрыв их от данного места и приковывание к новому месту влекут за собою их собственную деформацию? Чтобы этот «отрыв» и это новое полагание не мешали их чисто количественным отношениям, требуется нейтральность инобытия, несущего на себе эти комбинации чисел и заново осуществляющего их на любом участке числового протяжения. Но это значит, что требуется не только непрерывность чисел и действий над ними, но еще и конгруэнтность как чисел, так и действий. А для этого надо воспользоваться категорией ставшего.

5. Только теперь, с присоединением аксиомы конгруэнтности, наш счет, который мы вывели в сфере едино-раздельности только отвлеченно, наполнился живым содержанием и превратился в реальные законы арифметического счета вообще. Но это не значит, что невозможна арифметика без аксиомы конгруэнтности. Наш общий перво-принцип конгруэнтности, формулированный в § 64.3, гласит вовсе не то, что решительно всякое арифметическое число конгруэнтно. Он гласит только то, что всякое арифметическое число «так или иначе определено с точки зрения конгруэнтности». А вполне возможна арифметика, где этот принцип будет действовать отрицательно, и мы получим здесь числа, лишенные принципа конгруэнтности. Ниже (§ 66.5) мы укажем теорему Паскаля как наиболее яркую для характеристики геометрической конгруэнции. Если возможна непаскалева геометрия, то так же возможны и непаскалевы числа. Это числа, к которым применимы все упомянутые выше законы счета, кроме закона коммутативности умножения. Если бы мы стали входить в подробности, то, между прочим, мы нашли бы, что для неконгруэнтности в этом смысле необходимо нарушение принципа непрерывности, так что не все неархимедовы числа суть непаскалевы, но все непаскалевы обязательно суть в то же время и неархимедовы. Это должно быть понятно <…>, потому что в диалектической системе становление предшествует ставшему и, отвлеченно говоря, становление возможно без ставшего, но ставшее невозможно без становления. Нагляднее это дело будет обстоять в геометрической области.

§ 66. Аксиома ставшего числового бытия в геометрии.

1. a) О конгруэнтности в геометрии говорили больше всего, и это только потому, что там она видна грубее и показательнее, а вовсе не потому, что роль ее тут больше по существу. Даже самое понятие конгруэнтности почти не выяснилось геометрами, <…> и общепонятном смысле. Гильберт без дальнейших разъяснений говорит «конгруэнтный или равный», так что остается неизвестным, чем же конгруэнтность отличается от равенства. Невозможно понять, чем конгруэнтность отличается от подобия. Большинство геометров объединяет конгруэнтность с понятием движения. Так, Пеано брал понятия «точки», «отрезка» и «плоской поверхности», присоединял к ним «движение» и отсюда конструировал аксиому конгруэнтности. Другие (Виери) брали «точку» и «движение» и т. д.

Это «движение» в данном контексте или непонятно, или, когда становится понятным, оказывается весьма наивным. В самом деле, зачем геометры привлекают эту категорию? По-видимому, тут имеется в виду очень простая вещь: чтобы судить о конгруэнтности, надо две фигуры сопоставить между собою или заставить одну и ту же фигуру передвинуться на другое место с тем, чтобы потом посмотреть, не изменилась ли она в своих очертаниях. Если это представление правильно, то можно только удивляться его наивности.

b) Во-первых, вполне абсурдно применять к геометрическим фигурам понятие движения в физическом смысле. Когда мы говорили о покое и движении, то понимали под этим чисто смысловые категории (образец: от единицы мы «движемся» к двойке, от двойки – к тройке, и т. д.). Но говорить о том, что треугольник «движется» по пространству– это значит высказывать нелепость или выбирать слишком грубую манеру выражаться. В этом же смысле можно говорить о движениях по топологическому или проективному пространству. В этом [же] смысле «движение» играет первостепенную роль и в аксиоме параллельности (к которой мы в дальнейшем перейдем), так как, чтобы судить о том, встречаются ли где-нибудь параллельные или нет, надо прежде всего «двигаться» по этим параллельным. Движение в этом смысле играет первостепенную роль везде в числе, начиная с его первых категориальных моментов.

Во-вторых, под «движением» геометры имеют в виду здесь вовсе не движение, а, наоборот, если угодно, «покой», так как понятие конгруэнтности есть во всяком случае понятие какого– то взаимосоответствия, взаимосоотнесенности, какого-то совпадения, а это все суть виды покоя или, лучше, подвижного покоя. В-третьих, однако, дело тут, конечно, и не в покое. И движение, и покой суть слишком общие категории, применяемые в математике решительно ко всему[65], и не ими можно вскрыть сложную категорию геометрической конгруэнтности. Чтобы ее усвоить, надо присмотреться к ряду простейших геометрических операций. Пусть мы впервые пришли от точки А до точки В. Мы получили некую линию – пусть, например, прямую. Профану

65 В рукописи: принимаемые в математике решительно по всему.

покажется, что если речь идет о получении прямой, то одной этой операции «движения» от А до В и достаточно, чтобы получить прямую. На самом же деле это вовсе не так просто.

с) Мало линию провести. Надо, после ее проведения, еще раз пробежать по ней глазами, сравнивая ее с окружающим фоном. Если этого становления не произведено, мы не можем поручиться, что наша прямая есть действительно прямая. Чтобы она была, надо, чтобы она отличалась от всего иного. Когда же мы ее проводили, мы действовали пока еще как бы слепо; и зрячими стали мы в отношении прямой только тогда, когда, пробегая по ней еще раз, мы будем исследовать, действительно ли она во всех своих точках в одинаковом смысле отличается от всего иного (от своего фона), т. е. действительно ли она есть замысленная прямая. Но и того еще мало. Надо еще третий раз пробежать глазами по полученной прямой и опять – совершенно с новым смысловым содержанием. Мы отличили нашу прямую от ее фона, но мы должны еще и отождествить ее с самой собою. Мы сравнили ее с иным, но мы также должны сравнить ее с нею же самою. Когда мы ее провели в первый раз, мы еще не знали, что она такая, потому что весь смысл такой прямой был только смыслом первого ее утверждения, гипо-стазирования, первого ее бытийственного положения. Когда мы провели ее во второй раз, мы уже получили возможность сказать, что наша линия а не есть ни b, ни с, ни вообще что-нибудь иное. Когда же мы проходили по нашей линии в третий раз, мы получили впервые возможность сказать, что наша прямая а есть именно прямая а.

Для этого надо было, пробежавши от А до В, пробежать еще от В к А и – отождествить оба прохождения.

Первый процесс проведения прямой был полаганием ее едино-раздельности, второй–ее становления (непрерывности), третий процесс есть полагание ее конгруэнтности. Тут мы пока утверждаем самое начало конгруэнтности,, а именно, когда отрезок конгруэнтен самому себе, но зато всякая иная конгруэнтность вырастает отсюда уже сама собой.

d) Таким образом, сущность конгруэнции заключается не в движении (движение есть и в едино-раздельности, и в непрерывности, и в параллельности), но в самоотождествлении геометрической фигуры в процессе становления, т. е. в ее ставшем. Конечно, становление как-то предполагается уже в самой едино-раздельной структуре. Но оно тут только предполагается (предполагается тут, как и везде, вообще очень многое), а не вбирается в самую эту структуру (так же, как черный костюм предполагает, что есть или возможен белый костюм, но это еще не значит, что данный белый костюм есть в то же время и черный) и тем более не происходит тут самоотождествления в результате становления. Чтобы вобрать становление в саму себя, едино-раздельная структура должна быть внутри перекрыта слоем непрерывности. Это мы как раз и получили, пробежавши по нашей прямой во второй раз с целью соотнесения ее с ее инобытием. Но та ли эта прямая после включения в себя становления, что и прямая до этого включения? Для этого нужно было пробежать по ней в третий раз. И если после такого пробегания мы определили, что это та же самая линия, то значит, мы включили в едино-раздельную структуру прямой не просто становление, не вообще безразличное становление без начала и конца, но как раз то самое становление, которое необходимо, чтобы наша структура стала, не больше и не меньше. А это значит, что наша прямая отождествилась с самой собой в процессе становления, что она – ставшее, что она конгруэнтна с самой собой.

2. Не вносит большой ясности в дело и обычное у многих геометров именование теорем, основанных обычно на категории конгруэнтности, как метрических. Это последнее обозначение настолько часто встречается в геометрической терминологии, что, кажется, тут и выяснять совершенно нечего. Мы, однако, уже много раз сталкивались с тем, что понятное математикам оказывается совсем не понятным с философско-логической точки зрения. Так же требует разъяснения и понятие геометрической метрики.

a) С понятием измерения мы уже встретились в § 54, где пробовали конструировать трехмерное и вообще n-мерное пространство, и в § 63.2, где заговорили об «общей метрической геометрии». Уже в этих двух случаях термин «измерение» обладает совершенно различным содержанием. Когда же говорят о метрике в смысле разных пространств, это будет еще третий смысл термина. Необходимо отдавать себе в этой путанице полный отчет.

b) У меня нет иного пути к расшифрованию разных значений этого термина и к их взаимному расположению, кроме диалектики. Диалектический же ход мысли предуказан заранее. Но прежде чем произвести здесь диалектическое исследование, необходимо утвердить самое главное: представление об измерении возникает впервые только с проблемой становления. Измерять можно только тогда, когда есть что измерять и чем измерять. Чтобы было что измерять, необходима какая-нибудь структура; а чтобы было чем измерять, необходимо уметь как-нибудь заполнять эту структуру. Структура впервые создается сферой едино-раздельности. Таким образом, теоремы (а тем более аксиомы) едино-раздельности сами по себе, собственно говоря, не нуждаются ни в каком понятии меры, или измерения. Но ведь сфера идеальной едино-раздельности есть сфера идеальная, сфера Эйдоса. Для нас она является также сферой чистого понятия, чистой категориальности. В категориях же может быть представлено вообще все существующее и несуществующее, возможное и невозможное. В категориях же мы говорили и о геометрических фигурах. В сфере Эйдоса мы имеем дело не столько с самими геометрическими фигурами, сколько с их понятиями. В этом смысле мы и нашли возможным дедуцировать геометрические фигуры еще на стадии едино-раздельности, хотя подлинное их место, конечно, только там, где уже имеет [ся] принцип непрерывности (или прерывности). С вхождением в сферу непрерывности мы впервые получаем геометрические фигуры как таковые (а не только их категориальную структуру и не только их эйдос).

Об измерении мы заговорили после перехода к сфере становления, т. е. к сфере непрерывности. Но это было уже другое измерение. Если раньше оно только впервые эйдетически конструировало самую фигуру – и было потому измерением впервые появляющихся пространств, – то здесь мы уже не конструируем фигуру из понятий, но впервые созерцаем ее как готовую. Раньше становление у нас было внутри самой фигуры, будучи ее нераскрытым самотождеством, так что «измерять» фигуру и впервые ее конструировать было одно и то же. Теперь же, поскольку фигура уже сконструирована, дальнейший переход ее в становление влечет за собой разделение функций «конструирования» и «измерения», и измерение оказывается операцией внешней в отношении конструирования. Но если так, то в чем же заключается отношение этих двух операций?

Если мы от эйдоса фигуры перешли к самой фигуре, то это значит, что теперь у нас не просто эйдос фигуры, но сама фигура и в ней – ее эйдос. Мы смотрим на фигуру и уже в ней видим ее эйдос, отличный от нее самой. Но это значит, что мы при созерцании такой фигуры сравниваем саму фигуру с ее эйдосом, с ее сущностью. Сравнение[66] же – это и есть более общая категория для всех видов измерения. Другими словами, здесь мы эйдос фигуры измеряем самой фигурой (или, если угодно, саму фигуру – ее эйдосом, хотя это последнее утверждение, однако, менее удобно, так как под измерением обычно понимается применение к измеряемому операции сравнения его с дальнейшими, низшими сферами, например размеры конкретной земли измеряются отвлеченными километрами).

с) Совсем новое понимание метрической операции [конгруэнтности. Здесь еще новый переход в инобытие, новый даже по сравнению с тем, когда мы переходили от эйдоса фигуры к самой фигуре. Естественно, что застилание фигуры становлением отодвигает теперь измерение еще дальше от конструирования. Если здесь переход в становление был только не чем иным, как гипостазиро-ванием эйдоса фигуры, то теперь, очевидно, введение нового инобытия должно не просто отличать саму фигуру от ее эйдоса, но оно должно установить инобытийные различия уже в самой гипостазированной фигуре. Раньше фигуру мы сравнивали с ее эйдосом, теперь же фигура получила для нас вполне самостоятельное значение; и если мы будем ее с чем-нибудь сравнивать, т. е. чем-нибудь измерять, то уже не с чем-нибудь высшим и более первоначальным, но с чем-нибудь последующим, вторичным или по крайней мере с самой собой.

Конгруэнтность и возникает на почве сравнения геометрической фигуры с самой же собой, на почве измерения фигуры ею же самой. Если мы уже полученную фигуру наложили на нее саму и нашли, что она сама с собой совпадает, то это, во-первых, значит, что мы измерили фигуру при помощи нее же самой; и это значит, во-вторых, что данная фигура подчинена принципу конгруэнции. Таким образом, конгруэнтность фигуры гарантирует нам, что идеальная, едино-раздельная ее сущность (эйдос, категория, понятие), гипостазированная в своей полноте (и тем превращенная в конкретно созерцаемый геометрический образ), не может быть как таковая растянута или сужена, что геометрическая фигурность не только есть, существует, но что она

66 В рукописи: сравнивать.

всегда и везде адекватна самой себе, что она неизменна в своих очертаниях и ее нельзя никакой силой деформировать или менять. Это и значит, что геометрическая фигура есть тут нечто ставшее, остановившееся, но это значение мы получили только потому, что мы произвели акт сравнения фигуры с нею же самою, что мы измерили ее при помощи ее же самой.

d) Есть, наконец, и еще один тип метрической операции. Логически сам собою возникает из всего предыдущего рассуждения принцип сравнения геометрической фигуры с дальнейшим инобытием, принцип сравнения не с нею же самой, а с тем, что ее отрицает, с инобытийным фоном. Если в процессе измерения фигуры ею же самой мы могли убедиться, что она или совпадает, или не совпадает сама с собой, то теперь мы накладываем на нее меры, взятые из того материала, который ей самой как таковой совершенно чужд. Но что же окружает геометрическую фигуру? Окружает пространство. Что же значит внести в фигуру инобытийно-пространственные моменты? Это значит убедиться, можно ли из алогически-инобытийного материала пространства построить данную фигуру или нет. Но это значит смотреть уже на самое пространство относительно. Это значит судить о том, каково данное пространство, на основании деформации самой геометрической фигурности. Ясно, что это измерение есть совсем другое, не бывшее раньше, и эта метрика здесь понимается вполне оригинально. Ниже мы увидим, что она связана с разным пониманием аксиомы параллельности.

e) Итак, вот максимально философски отчетливое расчленение и в то же время диалектическая конструкция возможных типов метрической операции в геометрии: 1) метрика в смысле модификации аксиомы параллельности (т. е. в смысле пространства Эвклида, Лобачевского и Римана) есть результат измерения геометрической фигуры при помощи ее внешнего инобытия; 2) метрика в смысле аксиом конгруэнтности есть результат измерения геометрической фигуры, когда она сама для себя является внешним инобытием, т. е. измерение фигуры при помощи ее же самой; 3) метрика в смысле аксиом непрерывности есть результат такого измерения геометрической фигуры, когда она сама квалифицируется как нечто внешнее к чему-то более внутреннему (а именно к ее эйдосу), т. е. это оказывается измерением эйдоса фигуры при помощи самой фигуры; и, наконец, метрика в смысле аксиом едино-раздельности есть не что иное, как результат отождествления измерения эйдоса с его первоначальным конструированием.

Сначала мы просто конструируем общее понятие фигуры и еще неизвестно, будет ли оно реальным предметом математических созерцаний, построений и обследований, потом мы накладываем на нее внешние меры, и – начинаем видеть, что она существует не только в мысли, но и «реально» (т. е. непрерывно). Потом мы меряем эту реальную фигуру: оказывается, она совпадает сама с собой или не совпадает, т. е. раньше непрерывность касалась ее первого гипостазирования, теперь же касается самой ее структуры. Непрерывность фигуры в смысле ее структуры и есть конгруэнтность. Далее, мы измеряем уже таким образом сформированную структуру тоже внешними мерами[67], т. е. непрерывность теперь начинает касаться не самой структуры, но возможного ее гипостазирования во внешности уже как таковой, не в смысле только эйдоса (что было бы только превращением эйдоса фигуры в самую фигуру, т. е. первым получением самой реальной фигуры), но в смысле гипостазирования самой реальной фигуры, так что здесь непрерывность превращается в «однородность» пространства (и, значит, в «неединородность»). Можно сказать еще и так. Геометрическая метрика основана или на идеально-смысловой внутренно-эйдетической непрерывности (непрерывность эйдоса фигуры), или на реальной внешне-эйдетической (непрерывность самой фигуры, ее факта и непрерывность ее структуры), или на выразительно-инобытийной эманативной непрерывности ([непрерывность] чисто алогического пространства). Метрических операций столько же, сколько основных диалектических моментов фигуры вообще. И после всего этого расчленения предмета вопрос о том, что именно называть геометрической метрикой, является уже второстепенным, и тут возможны разные вкусы.

3. Теперь выясняется отношение конгруэнтности к равенству и к подобию. Если проводить четкую постановку вопроса и здесь, то необходимо произвести расчленение соответственно основному диалектическому ряду. Прежде всего, мы имели (в супра-акте) 1) абсолютную единичность, или тождество, которое в смысловой сфере превратилось в 2) относительное тождество. Когда отождествляемые моменты не суть чисто смысловые, но становящиеся, г. е. когда они стремятся перейти в факт, мы получаем вместо тождества–равенство. Равенство есть тождество осуществляемого, или смысловое тождество в условиях фактически-субстанционального противостояния, в то время как в чистом тождестве это последнее еще не намечено. Если становление останавливается и мы получаем возможность обсуждать уже полученную структуру, то наше общее тождество трех структур, структурное тождество, есть конгруэнция. И наконец, когда структура сама переходит в новое становление, то мы получаем при условии тождества тождество структуры при наличии новых инобытийных ее свойств. Так получаются треугольники, тождественные но структуре, но – различные в смысле абсолютных размеров. Это есть подобие, которое оказывается, таким образом, выразительно-эманативной формой тождества. Итак, существует: 1) абсолютное тождество (единичность), 2) относительное тождество (в эйдосе), 3) становящееся тождество (равенство), 4) ставшее тождество (конгруэнция), 5) выразительное, энергийное, эманативное тождество (подобие).

Так выясняется с предельной четкостью сущность и диалектическое место конгруэнции.

4. Теперь мы можем сформулировать и соответствующие геометрические аксиомы.

а) Аксиома конгруэнтности, следовательно, должна указывать на постоянное самотождество ставшего. В арифметике, где становление было арифметической операцией, а ставшее было результатом этой операции,

67 В рукописи: мирами.

аксиома конгруэнтности свелась на учение о самотождестве результата операции в условиях вариирования самого становления, т. е. в условиях перемены формальной структуры самих операций. Это и дало «законы счета». В геометрии мы имеем дело не со счетом, но с построением. Требуется, следовательно, утвердить самотождество результата построения, т. е. самотождество фигуры (точнее, ее структуры, поскольку речь идет о ставшем в условиях изменения формальной структуры самих построений). Имеется фигура, например прямая. Мы ее построили определенным образом, например соединили две разные точки. Переменим структуру этого построения. Сделать это в отношении столь простого геометрического образования, как прямая, можно только путем обратного процесса, соединения не точки А с точкой В, но В с А. Если при этом прямая не изменится, значит, действует аксиома конгруэнтности. Везде тут фигура как ставшее будет тождественна сама себе, как бы мы ни вели себя в сфере становления, в результате которого появилось наше ставшее.

Аксиома ставшего числового бытия в геометрии: геометрическое построение имеет своим основанием тождество направлений [своего] становления. Другими словами, геометрическое построение зависит только от своей чисто пространственной структуры при любом инобытийном воспроизведении ее элементов.

b) В свете этой общей аксиомы, полученной чисто диалектическим путем, будет понятным и многое из того, что рассказывается в математической литературе об аксиомах конгруэнтности. Нужно сказать, что математика и здесь не выдерживает ясного принципа, то объединяя конгруэнцию с предыдущими аксиомами, то ее им противопоставляя. Гильберт, например, формулирует аксиому линейной и плоскостной конгруэнтности и не формулирует конгруэнтности для пространства, выводя ее из сочетания линейно-плоскостной конгруэнтности с аксиомами сочетания и порядка, что, конечно, абсолютно] невозможно, так как аксиомы сочетания и порядка играют в пространственной конгруэнтности ровно ту же роль, что в линейной и в плоскостной. Это можно было бы утверждать, если бы пространственная фигура вообще ничего оригинального в себе не содержала бы по сравнению с линией и плоскостью. Если применение конгруэнтности к одним из элементов, построенных на основании аксиом едино-раздельности, требует аксиоматического закрепления, то это закрепление необходимо и ко всем другим из них. Поэтому для начала лучше вообще не говорить об отдельных фигурах, а нужно говорить о фигуре вообще.

Самой общей и отвлеченной аксиомой ставшего бытия, выраженной в геометрических терминах, может служить такая.

1. Каждая геометрическая фигура конгруэнтна самой себе.

Обыкновенно говорят об отрезке, который равен самому себе, где бы мы его ни откладывали. Но, снижая это суждение до наибольшей внутренней краткости, можно сказать, что каждая геометрическая фигура просто конгруэнтна сама себе, так как для установления конгруэнтности достаточно эту линию (как выяснялось выше, в п. 2с[68]) отложить на ней же самой (для большей ясности это можно сделать с ее другого конца).

Этот общий геометрический принцип можно детализировать, как детализировали мы в § 65 аксиомы счета. Тогда его можно заменить рядом аксиоматических утверждений, из которых наиболее важны такие два.

2. Две или несколько геометрических фигур конгруэнтны между собою, если соответственно конгруэнтны их элементы.

Эта аксиома, во-первых, может являться аналогией для коммутативного и ассоциативного закона в арифметике. Если имеется линия и на ней точка, делящая эту линию в том или другом отношении, то безразлично, какую из этих обеих частей сначала откладывать на новой прямой; сумма их все равно будет конгруэнтна данной линии (коммутативный закон). Также, имея линию, разделенную на несколько частей, можно в любом порядке откладывать эти части; сумма от него не изменится (ассоциативный закон). Не требует пояснений и геометрический аналог дистрибутивного закона. Эта же аксиома охватывает и аксиому Гильберта III 2: «Пусть А В и ВС–два отрезка на прямой а без общих точек; далее, пусть А'В' и В'С' – два отрезка на той же или на другой прямой а' тоже без общих точек. Если при этом А В конгруэнтна А' В' и ВС, то всегда также АС конгруэнтна А'С'».

3. Две фигуры, конгруэнтные третьей, конгруэнтны между собою.

Нет нужды пояснять полнейшую аналогию этой аксиомы с общей идеей арифметической конгруэнтности, формулированной выше, в § 65.2a. Ее считает нужным ввести в число своих аксиом конгруэнтности и Гильберт.

с) Наконец, эти общие аксиомы геометрической конгруэнтности могут быть распространены и на отдельные фигуры, если иметь в виду соответствующие аксиомы едино-раздельности. Таковы аксиомы:

1. Каждый отрезок может быть однозначно определенным образом отложен по любую сторону на любой прямой от любой точки.

2. Каждый угол может быть однозначно определенным образом отложен в любой плоскости по любую сторону при любом луче.

3. Каждое тело может быть однозначно определенным образом построено в любом пространстве при соответствующих координатных данных.

5. В заключение остается еще сказать несколько слов относительно связи аксиом конгруэнтности с предыдущими аксиомами. Если мы обозначим аксиомы едино-раз-дельности через А, аксиомы непрерывности через В, аксиомы конгруэнтности через С, то, минуя полную систематику всех возможных здесь геометрических комбинаций (что мы делаем во втором томе), можно покамест отметить такие четыре комбинации:

1) А, В, С,

2) А, не-В, С,

3) А, <В>, не-С,

4) А, не-В, не-С.

68 В рукописи: п. 2b.

Что касается первой комбинации, то ясно, что она (со включением аксиомы параллельности, которую мы еще не рассматривали) есть наша обыкновенная элементарная эвклидовская геометрия.

Но что такое вторая комбинация? Может ли существовать пространство, которое подчинено аксиомам еди-но-раздельности и конгруэнтности, но не подчинено аксиомам непрерывности? Очевидно, такое построение невозможно. Допустим, что наши линии прерывны, что наше пространство не гарантирует нам возможности его заполнить и что, скажем, откладывая наш отрезок на какой-нибудь прямой, мы вдруг убеждаемся, что он разломился и внутренняя последовательность его точек прервалась. Можно ли после этого ожидать, что весь отрезок целиком уложится на прямой, где ему будет отведено такое же место, какое он занимает сам по себе? Ясно, что эти два отрезка при взаимном наложении не будут совпадать. Следовательно, геометрия, в которой нет идеи непрерывности, не может иметь и идеи конгруэнтности.

Что такое третья комбинация? Возможна ли едино-раздельная непрерывность без конгруэнтности? Если бы она была невозможна, то конгруэнтность была бы пустым [понятием] без всякого смысла и она ничем не отличалась бы от самой непрерывности. Тут-то как раз и выясняется все своеобразие этой категории. Когда фигура непрерывна, [она] в то же время [может быть] лишена идеи конгруэнтности. Тут выясняется именно структурный характер конгруэнтности, в отличие от которой непрерывность касается только факта, становящегося факта построения, а не структуры этого построения.

Такую геометрию, вообще говоря, можно было бы назвать непаскалевой, поскольку в ней отсутствует известная теорема Паскаля о пересечении сторон угла параллельными линиями (или, что то же, о шестиугольнике, вписанном в коническое сечение, имеющее форму двух прямых) и поскольку эта теорема связана с законом коммутативности умножения. Однако для точности надо сказать, что в непаскалевой геометрии соблюдаются как оба ассоциативных и оба дистрибутивных закона, так и коммутативный в сложности.

Если к этому присоединить аксиому непрерывности, то нетрудно дедуцировать отсюда коммутативность умножения, т. е. тем самым теорему Паскаля. Следовательно, хотя упомянутая комбинация A> B, не-C внешне и выражена, если брать эти категории в чистом виде, но те из <.··>> которые наблюдаются в геометрии архимедовой и паскалевой (а также еще и дезарговой, ср. выше теорему Дезарга о проектности треугольника в § 63.5), делают невозможным объединение дезарговой, архимедовой и непаскалевой геометрий.

Что касается, наконец, четвертой комбинации, в которой отсутствует и непрерывность, и конгруэнтность, ĩό если вообще мыслимо отсутствие одной из этих категорий, то вполне представимо и отсутствие их обеих. Можно даже сказать, что эта геометрия и не может не быть непаскалевой, раз она неархимедова (как это видно из предыдущего).

Вообще говоря, в суждении о всех этих типах геометрических построений можно руководствоваться следующей схемой[69].

§ 67. Аксиома ставшего числового бытия в теории множеств.

1. Нам не нужно будет подвергать категорию конгруэнтности вновь принципиальному рассмотрению после того, как мы выше предприняли ряд разграничений и установок для арифметической и геометрической областей. Перенесем целиком в теорию множеств основной принцип конгруэнтности в тождестве направлений счетного, или построительного, становления и будем только наблюдать, какой эффект вызовет этот принцип в сфере самих множеств.

а) Прежде всего, что здесь является аналогом арифметического счета и геометрического построения? Выше (§ 56.1) мы видели, что таковым является упорядочение, или, другими словами, типизирование (установление и функционирование типа) множества. Следовательно, вопрос касается тождества направлений упорядочивания. Если аксиома конгруэнтности верна в отношении множеств, то, какие бы направления в смысле упорядочивания элемента мы ни брали, все они должны давать абсолютно тождественный результат, а именно прежнее и основное множество с его собственным типом.

Будем при этом помнить: речь идет вовсе не о произвольности комбинирования элементов как таковых. Такового произвола не было у нас даже в арифметике и в геометрии, и тем более его не может быть в отношении теории множеств, где такую первостепенную роль играет идея порядка. Речь идет о произвольности выбора направлений становления чисел, а не о тождестве самих чисел. Становление же, будучи само по себе алогическим, не способно ничего менять в логическом, т. е. в данном случае, в чисто числовом (как в смысле количества, так и в смысле порядка), и оно способно вносить различия только в условиях сохранения прежней количественной и качественной структуры. Следовательно, аксиома конгруэнтности требует сохранения общей структуры данного множества (т. е. его типа) при любом комбинировании его элементов, но это комбинирование должно быть не абсолютным, а, так сказать, экземплификационным. Мы не сдвигаем этих элементов с места и не меняем их порядка, а только мысленно объединяем их в разные подмножества. И оказывается, при каждом таком комбинировании образуется новое множество, хотя в него входят элементы только из тех, которые входили в данное основное множество.

Можно ясно сказать еще и так. Элемент множества, как мы знаем, несет на себе смысл целого, т. е. смысл всего множества. Теперь мы объединим его с элементом другого множества. Это другое множество, поскольку оно другое, есть совсем другая целость, и несет оно в себе совсем другой смысл. Стало быть, и элементы его несут на себе совсем другой смысл, чем элементы первого множества. И вот, оказывается, объединение этих двух элементов из разных множеств создает еще новое множество, которое ничего общего не имеет с

69 В рукописи схема не сохранилась.

первыми двумя. Элементы первых двух множеств вошли в состав третьего множества решительно с тем же самым смысловым содержанием, которое они имели и в границах своих множеств. Элемент третьего множества конгруэнтен элементу первого или второго множества (смотря по тому, откуда он взят). Другими словами, к какому бы новому множеству мы ни присоединяли данный элемент данного множества, он все равно остается самим собою, и в пределах этого нового множества он точно так же ориентирован на целое, как и в пределах первого множества. Правда, поскольку сюда входят элементы с другой ориентации, общая совокупность всех элементов множества наложит на наш перенесенный элемент печать и его нового местонахождения. Тем не менее стоит только отвлечься от целого, как мы вновь узнаем наш элемент первого множества, как он был до перенесения.

Наглядным и обывательским примером теоретико-множественного действия этой аксиомы конгруэнтности может служить такая вещь детского мира. Всем известны т. н. загадочные картинки. Дается, например, картинка леса или постройки, и спрашивается: а где же дровосек или где же плотник? Вы долго рассматриваете этот простейший рисунок и никак не можете найти человека. Потом вдруг вы обращаете внимание на несколько штрихов и объединяете их в специальную фигуру, отличную от всего прочего фона. Оказывается, дровосек тут все время был, но мы просто не выделяли штрихов, рисующих его фигуру, в отдельное множество. Спрашивается: изменилось ли что-нибудь во всем рисунке оттого, что мы увидели здесь человека? Ровно ничего не изменилось. Элементы картины, из которых создан дровосек, вполне конгруэнтны тем же самым элементам в том случае, когда они не дают нам никакого представления о дровосеке, а просто входят в общий рисунок наряду с прочими его частями. А мы можем выбрать любые комбинации на фоне нашего рисунка, от этого ровно ничего не изменится ни в самом рисунке, ни в отдельных его частях. Это и значит, что, какое бы направление в становлении упорядочивания мы ни взяли, все эти направления вполне тождественны в смысле общего результата упорядочивания элементов, захваченных данным становлением.

b) Таким образом, конгруэнтность здесь (как и раньше) мы понимаем двояко.

Во-первых, мыслится конгруэнтность множества с самим собою. Здесь мы видим: тип множества есть нечто до такой степени твердое и определенное, что он не меняется от того, с какой стороны мы к нему подходим. В теории множеств прямо существует предположение, что конечное множество при всяком изменении способа упорядочивания сохраняет свой тип. Из этого типа мы могли вырезывать другие типы, которые не будут с ним конгруэнтны, и наличие этих совершенно новых типов нисколько не мешает существованию общего липа. Последний остается сам собою при любых направлениях его рассматривания. Это и есть тождество направлений становления множества.

Во-вторых же, мыслится конгруэнтность множества при любом его «перенесении» и любой, так сказать, «среде», как и треугольник мыслится конгруэнтным другому треугольнику, если для последнего выполнены те же условия построения, что и для первого. Некоторый материал для этого второго способа представления дает указываемая дальше «аксиома произвольного выбора», хотя она формально и не имеет никакого отношения к понятию конгруэнтности.

Аксиома ставшего числового бытия в теории множеств: упорядочивание множества основано на тождестве направлений его становления.

2. a) Просматривая литературу по теории множеств с целью определения того, сумели ли математики уловить и зафиксировать идею конгруэнтности в сфере множеств, мы с огромным удовлетворением и полной неожиданностью наталкиваемся на одну очень популярную аксиому, которая так и носит название «аксиомы Цермело» и определяется как «аксиома произвольного выбора». Формулировка ее, однако, сильно отличается от нашей, и сходство в основном не должно затемнять перед нами всех расхождений. Остановимся на этой популярной и многоспорной аксиоме.

Сначала прочитаем ее. Формулируют ее обычно так: если M есть множество, все элементы попарно содержат каждый тоже по крайней мере по одному элементу, и потому, попарно взятые, они совершенно различны по своим элементам, то существует по крайней мере одно множество, – а именно подмножество в качестве некоего объединенного множества, – которое имеет как раз один-единственный элемент, общий с каждым элементом из M, и не имеет никакого другого элемента.

b) Что сказать об этой «аксиоме выбора», создавшей целую литературу бесполезных словоизлияний? – Прежде всего, если ее брать в таком виде, как она формулируется обычно, она вполне излишня в системе теоретико-множественных аксиом вообще, и в особенности у тех, кто не сопротивляется аксиоме полного упорядочения. Строго говоря, «аксиома выбора» отличается от «аксиомы полного упорядочения» только словесно. Ведь что мы называем полным упорядочением? Если упорядоченным множеством мы называем такое, в котором о каждой паре его элементов a и b мы утверждаем, что или a>b, или b>a (т. е. или a является первым элементом, или b), го вполне упорядоченное множество есть такое, в котором каждая часть имеет первый элемент. У нас имеется множество множеств. Каждое входящее сюда множество есть, стало быть, четкая последовательность элементов.

Мы берем из каждого такого множества по одному элементу так, чтобы это были разные элементы. Ясно, что в полученном из этих элементов новом множестве будет соблюдена тоже четкая последовательность, раз сами элементы с самого начала составляли такую же четкую последовательность. Что же нового нам дало это «произвольно выбранное» множество по сравнению с полной упорядоченностью первого множества множеств? Ровно ничего. Поэтому кто признает полное упорядочение, тот может не тратить времени и слова на аксиому выбора.

c) Особенно математики убиваются над тем, что часто, несмотря на эту аксиому, невозможно действительно построить реальное множество, отвечающее требованиям аксиомы. Многие с серьезнейшим видом делают замечательное открытие, что одно дело – постулировать возможность множеств и другое–дать само множество как реальный математический индивидуум, утешая себя и других, что-де хоть и невозможно конструировать здесь реальное множество, но зато оно принципиально возможно. По этому поводу обычно высказывается ряд глубоко-мысленнейших суждений, являющихся действительно невообразимой новостью для тех, кто никогда не занимался философией. Вся эта словесность, однако, появляется только потому, что в самой аксиоме напирают обычно на то, что для нее совсем не характерно и что является только повторением аксиомы полной упорядоченности[70].

d) Что же является тут самым главным, самым оригинальным и интересным? Таковым является здесь и самая возможность нового множества, и[71] то обстоятельство, что, если оно возможно, оно составляется из тех же самых элементов, из которых состоят и множества данного множества. Центр тяжести здесь не в отдельном индивидуальном множестве, о возможности которого спорят математики, но в том, что тип данного множества совершенно не [зависит] от того, в какие группы мы объединяем элементы, входящие в эти множества. Тип данного множества множеств всегда можно заменить типом некоторой системы подмножеств данного множества, и это будет совершенно тот же самый тип. Поэтому дело тут вовсе не в произвольности выбора таких подмножеств, которые окажутся упорядоченными ровно так, как основное, исходное множество. Значит, «аксиому выбора» мы бы так преобразовали в целях привлечения ее для иллюстрации нашей аксиомы ставшего бытия в теории множеств: если дано какое-нибудь множество множеств, то из элементов этих последних всегда можно составить такую систему подмножеств, что ее тип будет конгруэнтен типу основного множества множеств.

e) Этой аксиомой определяется то, что в пределах каждого множества мы можем как угодно менять направления в становлении упорядочивания его элементов, т. е. выявлять в нем любые части, из которых каждая будет, очевидно, упорядочена специфическим образом, и тем не менее общий результат всех этих направлений (если мы исчерпали все множество) будет вполне равносилен его первоначальной упорядоченности. Здесь намечаются контуры того самого универсально-математического принципа, который для арифметики постулировал равенство двух величин при условии равенства каждой из них третьей величине, если под этой величиной понимать множество, упорядоченное первоначально, и под второй– множество, упорядоченное путем упорядочения произвольно взятых частей этого множества. Такие два множества будут различаться между собою только направлениями становления своего упорядочивания, и они поэтому будут конгруэнтны: всякое множество конгруэнтно самому себе.

70 Относительно того, какие именно теоремы основаны на аксиоме Цермело и насколько она необходима в разных отделах теории множеств, деловую сводку можно найти у В. К. Серпинского.–Аксиома Zermelo и ее роль в теории множеств и в анализе//Математический сборник. 1922. Т. 31. Вып. 1.

71 В рукописи: но.

Отсюда и переход к законам теоретико-множествен-ных операций, которые, конечно, специфичны в сравнении с соответствующими законами арифметики (так, например, дистрибутивный закон умножения слева вовсе не возможен, в то время как тот же закон справа имеет место). Легче всего видеть связь этих законов с анализируемой аксиомой в ассоциативном законе сложения. Пусть имеется множество трех множеств – A, B, C, где A>B и B>C. Тогда возможны[72] такие вполне упорядоченные системы частей:

1) AUBUC.

2) (AUB)UC.

3) AU(BUC).

Совершенно ясно, что, какую бы из этих трех систем частей данного множества мы ни брали, общая сумма трех множеств будет вполне одинаковая. Это и будет значить, что мы тут вариируем направление становления упорядочения. Однако конгруэнтность суммы во всех трех случаях выбора направления упорядочивания требует аксиоматической фиксации.

§ 68. Аксиома ставшего числового бытия в теории вероятностей.

1. Место арифметического счета, геометрического построения и теоретико-множественного полагания занимает в теории вероятностей исчисление вероятности. Ставшее бытие есть то, которое становилось и потом стало, остановилось. Это значит, что оно есть последовательность, но стационарная. Стационарная последовательность, чтобы быть именно стационарной, требует единства своей структуры, – точнее, самотождества этой структуры при различии тех или иных ее инобытийных особенностей. «Движение», «перенесение» и здесь является хотя и «грубой», но, кажется, наиболее ясной иллюстрацией наличия инобытийного становления структуры при ее смысловом и принципиальном самотождестве. Следовательно, если мы имеем определенную последовательность вероятностей в одном «месте», мы гарантированы, что та же последовательность вероятностей будет и в этом другом месте.

Аксиома ставшего числового бытия в теории вероятностей: исчисление вероятностей основано на тождестве направлений их становления.

2. С. Н. Бернштейн и здесь проявил некоторую проницательность, выставивши «аксиому о несовместимых событиях», не отдавая, впрочем, себе отчета в том, что под этой аксиомой кроется идея конгруэнции. С. Н. Бернштейн напирает в этой аксиоме на несовместимости событий. Для нас, однако, во-первых, эта несовместимость важна только как указание на последовательность (без которой нет структуры ставшего), а во-вторых, тут важна не столько и сама последовательность, сколько независимость ее от «направления ее становления», данного здесь в виде «перенесения» ее с одних событий на другие (вне этой независимости не может быть самотождества фигуры последовательности). Если иметь это в виду, то «аксиому о

72 В рукописи: величины.

несовместимых[73] событиях» можно повторить без изменения: «Если известно, что события А и Аt несовместимы между собой и, с другой стороны, события В и также между собою несовместимы, причем вер. А=вер. В и вер. А1 = вер. В1 то вероятность факта С, заключающегося в наступлении события А или события Аl равна вероятности факта С1 заключающегося в наступлении В или Β1 т. е. вер. (А или А1) = вер. (В или Β1)».

Пусть для какой-нибудь категории лиц, вступающих в брак, вероятность овдоветь в течение трех лет равна вероятности получения из данной урны белого шара, а вероятность овдоветь после трех лет равна вероятности появления черного шара. Тогда вероятность овдоветь вообще равняется вероятности появления белого или черного шара. Разумеется, несовместимость события может быть какая угодно и отношения между отдельными вероятностями могут быть какие угодно. Всегда одна последовательность вероятностей будет конгруэнтна другой последовательности при условии тождества соответственных отдельных вероятностей.

е) АКСИОМА ВЫРАЖЕНИЯ ИЛИ ПОНИМАНИЯ (ИЛИ АКСИОМА ВЫРАЗИТЕЛЬНОЙ ИЗМЕРИМОСТИ)

§ 69. Общий принцип выразительной измеримости.

1. В § 35 была формулирована общая установка для математической аксиоматики в области выражения: число есть выразительный акт полагания. Там же выяснялась и сущность выражения или понимания. Сейчас мы кратко это повторим.

Бытие есть нечто. Это значит: оно имеет смысл. Ведь смысл и значит быть чем-то. Смысл бытия отличен от самого бытия, ибо бытие имеет смысл, но еще не есть самый смысл. Выражение же бытия не только не есть само бытие, но не есть смысл бытия. Смысл выражается, но не есть само выражение. Смысл может и не выражаться, и это не мешает ему существовать. Выражение предполагает, что есть нечто выражаемое, а «нечто» есть смысл. Следовательно, выражение в диалектическом смысле позже смысла, как и смысл диалектически позже, чем «бытие». В смысле, как таковом, [нет] ничего внутреннего или внешнего. Смысл просто есть. В сравнении с бытием он есть позднейшее, но, когда он появился, он стал внутренним для бытия. В выражении же всегда есть нечто внешнее. Но это внешнее выражает смысл, а это значит, что оно делает его из внутреннего внешним. Выражение – синтез внутреннего и внешнего, тождество внутренней осмысленности и внешней явленности. Смысл обращен к своему осмысленному бытию, выражение же обращено к инобытию, к внешнему, оно выносит тайный смысл бытия наружу и делает его ясным и видным всюду.

73 В рукописи: независимых.

§ 69. Общий принцип выразительной измеримости.

Смысл бытия уже предполагает инобытие. Но оно еще не целиком вошло в него. Смысл бытия еще не вобрал в себя всего выраженного своего инобытия. А это необходимо, так как смысл бытия, раз уж он появился, должен охватить все возможные судьбы этого бытия. Формулируя выше разные диалектические этапы «измерения» (§ 66.2, ср. также рассуждение о диалектике перехода от аффинной геометрии к метрической, § 63.3е), мы уже столкнулись с проблемой выражения. Именно: эйдос сам по себе есть только вообразительно данный смысл, но еще не есть выражение; выражение же начинает диалектически жить только с момента появления абсолютно внеэйдетического бытия, абсолютно внесмыслового, ино-бытийно становящегося. Как же нарастает эта выразительность по мере дальнейшего диалектического продвижения и усложнения эйдоса?

Первые два этапа этой выразительности, зародышевых этапа, мы уже имели; это конгруэнция непрерывности и конгруэнция конгруэнтности. Первая из этих позиций (давшая нам первоначальную теорию групп, наиобщую метрическую геометрию и первое наиобщеизмеримое множество) только еще начинает некое общение с абсолютным инобытием. Идеальное число, числовой первообраз (конструированный при помощи принципов еди-но-раздельности) впервые здесь предполагает инобытие как некую самостоятельную сферу. Тут еще далеко до полного синтезирования числа с его абсолютным инобытием. Но важно, что здесь число постулирует бытие этого инобытия, в то время как чистый эйдос даже его и не постулировал. Постулирование чего-то как отличного от себя есть первый этап объединения с ним.

Вторая из упомянутых позиций (как мы разъясняем в § 66.2), позиция конгруэнтности (давшая нам правила счета, Паскалеву и непаскалеву геометрию, и «аксиому выбора», и «аксиому о несовместимых событиях»), синтезирует идеальное число, или числовой эйдос, с его инобытием гораздо ближе, глубже и интимнее. Если на стадии непрерывности внешнее инобытие входило в идеальное число только по своему смыслу, то сейчас оно входит уже и по своей субстанции, так что эйдос уже перестал быть бесплотным смыслом, но получил, так сказать, свое тело, стал фактом. Раньше он не был фактом. Он был только эйдосом, или смыслом, и всякое инобытие он мог вмещать в себя только смысловым же образом. Теперь он субстанциально отождествляется с инобытием, и так как инобытие смысла есть именно материал, тело, то смысл теперь и получает от инобытия тело, которое отныне становится его собственным телом, и тем самым превращается] в самостоятельный факт. Итак, тело как ставшее, число как факт есть субстанциальное тождество становящегося смысла и его инобытия. Но и тут мы сталкиваемся только с примитивными зародышами выразительности.

Дело в том, что на стадии наличного бытия, или ставшего, числовой эйдос хотя и вместил в себя инобытие по его субстанции, но он все же остался замкнутым в себе. По существу, чистый смысл как раньше был дан сам по себе, без всякой связи с внешним, так остался он и теперь, с тем единственным различием, что он получил тело и стал фактом. Разумеется, уже одно это немного приблизило его к внешности, но это приближение– фактическое, а не оформленно-выявленное. Если смысл стал фактом, то это и значит, что он стал ближе к действительности фактически. Но ведь смысл и есть всегда смысл; и если он стал фактом, то не для того, чтобы перестать быть смыслом (и, следовательно, обессмыслиться), но чтобы стать смыслом своего факта. Раньше он был смысл просто, смысл идеального бытия. Теперь он стал фактом, т. е. стал смыслом своей фактической судьбы. Но для этого мало одного факта, одной наличности бытия. Для этого нужно, чтобы ставшее, факт, уже будучи таковым, т. е. уже вместивши в себя инобытие субстанциально, начало вмещать в себя еще новое инобытие.

Но что значит для факта вмещать инобытие? Когда смысл вбирает в себя свое инобытие, он внутренно разделяется, различается, становится раздельным, превращается в координированную раздельность. Когда же факт вбирает в себя свое инобытие, он внутренно раскалывается, дробится, множится, растягивается и сжимается, делается компактным или пористым и т. д., т. е. претерпевает некую свою жизненную судьбу. Если чистый смысл превратился в смысл своего факта, или существования, то он являет собою все эти судьбы своего фактического деформирования. Это-го и значит, что он стал выразительным смыслом. Это же значит также и то, что он стал не просто мыслимым смыслом (как раньше), но и понимаемым.

2. Как же подойти теперь к этой новой категории с точки зрения математической аксиоматики?

Инобытие потому и есть инобытие смысла, что оно, как таковое, никакого смысла в себе не содержит и вполне алогично. Входя в тождество со смыслом, оно распределяется, разливается, распластывается по структуре смысла, сплошно заполняет ее. Это значит, что оно переводится, так сказать, на язык смысла. Но если выразиться математически, т. е. рассуждать об алогизме инобытия в отношении к числу, то упомянутое отождествление окажется не чем иным, как измериванием числа. Число измеряется мерой, инобытийной к себе. Измерение и предполагает, с одной стороны, инобытийный материал, из которого сделана мера, а с другой – совпадение (полное или приближенное) этого размеренного материала с измеряемым предметом. Некоторым измерением числа, минуя внутренно-эйдетическое инобытие, было уже превращение его из чистого числа в становящееся, что и заставило нас заговорить в § 66.2 о метрической геометрии. Но там измерение свелось просто к гипоста-зированию идеального числа без привлечения всякого другого инобытия. «Меряли» мы и на стадии конгруэнтности, ограничившись измерением, адекватным измеряемой структуре. Теперь мы столкнулись лицом к лицу с новым абсолютным инобытием, которое может и быть, может и не быть адекватной мерой для числа, так как теперь речь идет о самом факте числа, о дроблении не содержания числа (когда оно, например, из целого становится дробным), но о дроблении самого факта числа, т. е. о напряженности самой категории числа. Следовательно, новое измерение числа и пространства покажет нам, насколько сохраняется самое понятие числа, величины фигуры и т. д. В отношении, например, геометрии мы будем говорить не о различиях в пространстве (отличие прямой от кривой, точки от линии, подобия от перспективы и пр.), но о различиях самого пространства, о различиях в структуре самого пространства, так что речь зайдет о кривизне не в пространстве, но о кривизне самого пространства. Это и значит, что мы перешли к выразительной измеримости.

§ 70. Аксиома выражения в арифметике.

В предыдущем выразительная измеримость уже назревала: мы получили категорию арифметического действия (§ 62.2), последовательности арифметических действий (§ 63.1) и внутреннего строения этих действий (§ 65.2). Внутреннее становление числа, т. е. его внутренняя измеримость, т. е. арифметическое действие, отныне должно выявиться вовне, чтобы стать выражением. Но проявиться вовне оно может только тогда, когда оно перестанет быть изолированным и единичным арифметическим фактом и превратится в осмысливающее начало для некоего внешнего становления. Ведь выражение и есть смысловым образом наполненное становление. Другими словами, последовательность действий, которая на стадии простого и чистого становления была лишь системой преобразований, теперь [приобретает] самодовлеющее значение – в виде определенного ряда или рядов чисел, структура которых и будет определяться теми или иными действиями. Мы получим арифметические ряды или вообще арифметические комбинации чисел, законом построения каковых рядов и комбинаций будет то или иное действие или совокупность действий. Отсюда и аксиома.

Аксиома выражения в арифметике: арифметический |ряд] основан на тождестве внутренно-внешних направлений самого становления. Или: существует то усложнение арифметического действия, которое основано на том, что ряды чисел подчиняются в своей структуре тому или иному арифметическому действию или их системе.

2. а) В отделе арифметики мы увидим, что сюда относятся т. н. модули, или ряды чисел, подчиненные действиям сложения или вычитания, кольца – с действиями сложения, вычитания и умножения и поля, или тела, – с четырьмя основными арифметическими действиями. Особую область составляют т. н. группы с более широким законом объединения элементов, чем те или иные арифметические действия. Все это – выразительные формы в арифметике.

Но так как выражение, как сказано, ставит под вопрос саму субстанцию выраженного, так что выразительное пространство, например, есть не только модификация элементов в пространстве, но и модификация самого пространства, т. е. та или иная его кривизна, то аналогично этому мы можем получить и специально выразительные формы в арифметических совокупностях. Самым простым и самым ярким является здесь впервые примененный Клейном и Ли метод выражения тех или иных пространств при помощи теории групп. Пространство оказалось выраженным при помощи арифметической совокупности и превратилось, таким образом, в ту или иную группу. Подробно излагать этого мы здесь не будем.

b) Наконец, необходима и еще одна диалектическая позиция, долженствующая к тому же завершить всю сферу числового выражения. А именно, мы должны взять всю числовую сферу целиком и, забывая все, что мы различили внутри нее самой, подвергнуть ее рассмотрению с точки зрения вне-числовой. Ведь выражение предмета и есть его значимость для иного, когда он является иному. До сих пор наше число являлось самому себе. Выразительная форма получалась у нас, вообще говоря, как та или иная комбинация самих же чисел (таковы модуль, группа и т. д.). Но постоянное и уже последнее по своей конкретности числовое выражение получится тогда, когда мы всю сферу числа противопоставим вне-числовой сфере.

Однако эту позицию удобно будет провести вместе с теорией множеств, что мы и делаем ниже, в § 72.

§ 71. Аксиома выражения в геометрии.

Выражение геометрического пространства составляет один из самых глубоких и увлекательных отделов философии числа. Попробуем наметить некоторые вехи в этой замечательной области, поскольку это требуется интересами аксиоматики.

1. Пространство, диалектически созревшее до степени выражения, есть пространство, поставленное в соотношение со своим абсолютным инобытием. В общем случае оно – неэвклидовское, «неоднородное» пространство, в котором эвклидовское – только один из частных случаев.

Это неоднородное пространство никак нельзя осилить предыдущими аксиомами. Что нам давали аксиомы едино-раздельности («порядка», «сочетания» и пр.)? Они нам только впервые давали геометрическую фигуру, да и то не столько ее саму, сколько ее отвлеченную категорию. Результат аксиом едино-раздельности, как это формулировано в § 5-8.1, гласил нам только о фигурно-упорядоченной совокупности элементов, и больше ничего. Конечно, и в эвклидовой и во всякой неэвклидовой геометрии построение приводит к тем или иным фигурно-упорядоченным совокупностям. Однако по этой линии невозможно провести различие между эвклидовой и неэвклидовыми геометриями. Точно так же тут ничем не поможет и становление, т. е. принцип непрерывности. Все эти пространства одинаково непрерывны и прерывны, и совершенно не в этом их подлинное различие. Конгруэнтность стоит уже значительно ближе к характеристике разных пространств, но та конгруэнтность, которая выше формулирована у нас в § 64 как результат категории числового ставшего, все равно сюда не годится. Там имелась в виду конгруэнтность внутрифигурная, когда сравнивались две фигуры в пространстве и независимо от свойств того пространства обсуждались с точки зрения конгруэнтности. Здесь же, поскольку ставится вопрос о субстанции самого пространства, нам важна конгруэнтность фигур именно в зависимости от пространства.

§ 71. Аксиома выражения в геометрии.

Самое большое, что мы получили до сих пор от наших аксиом, это фигура как таковая, с той ее чисто фигурной же измеримостью, которая зависела или от ее внутреннего инобытия, или от ее внешнего, но от такого внешнего, которое положено пока только в виде голого принципа, без всякой реальной развернутости. Ясно, что выведенная нами геометрическая фигура все еще слишком «идеальна», хотя она уже значительно «реальнее» фигуры, о конгруэнтных свойствах которой ничего неизвестно, подобно тому как эта последняя «реальнее» голой категории фигуры. В настоящем же смысле и уже в окончательном смысле «реальной» фигура будет только тогда, когда она вместит в себя и все свое абсолютно-внешнее инобытие. Включивши в себя возможное инобытие, она уже не сможет больше ни в каком смысле изменяться.

Как же включить в геометрическую фигуру ее абсолютно-внешнее инобытие, чтобы она стала выразительней?

2. a) Чтобы решить этот вопрос, мы должны взять какую-нибудь фигуру и рассмотреть ее отношение к ее абсолютно-внешнему инобытию. Возьмем фигуру простейшую– прямую линию, потому что еще более простая «фигура», точка, по своему смыслу абсолютно само-тождественна решительно во всех фигурах и пространствах. Конечно, прямая и без всяких дальнейших добавлений уже содержит в себе свою соотнесенность со своим инобытием. Поскольку в прямой мы находили (§[55]) единство направления, мы тем самым уже, несомненно, ориентировали ее на фоне ее абсолютно-внешнего инобытия. Однако сейчас нам этого мало. Мы хотим как раз эту-то соотнесенность и рассматривать специально, полагая и утверждая ее в виде отдельной диалектической категории. Но для этого мало будет одной прямой. Кроме того, и в указанной соотнесенности нас интересует, собственно говоря, не сама она как таковая, а то, с чем прямая соотнесена, т.е. само пространство. По этой соотнесенности мы должны судить о пространстве.

Чтобы этого достигнуть, мы, очевидно, должны взять по крайней мере две таких прямых. Когда мы берем одну прямую, то ее соотнесенность с прочим пространством если как-нибудь и меняется, то этого заметить невозможно. Другое дело, когда мы имеем две фигуры, конгруэнтные одна другой. Тогда если в этом мы найдем какое-нибудь различие, то оно будет зависеть уже не от внутренних особенностей самой фигуры, но от окружающего ее пространства, а это как раз нам и важно.

[b)] Но что значит две взаимно конгруэнтные прямые? Конгруэнтность есть одинаковая ориентированность фигуры относительно ее внутренно-внешнего инобытия. Две прямые, если мы к ним решаемся применить это понятие, есть не что иное, как две параллельные прямые. Когда две линии параллельны, это значит, что они одинаково ориентированы относительно своего абсолютно-внешнего инобытия, что они взаимно «конгруэнтны» и по своему внутреннему, и по своему внешнему инобытию.

И вот если мы имеем две такие параллельные прямые, а они оказываются при своем продолжении непараллельными, то это значит только то, что данная деформация есть деформация не прямых как прямых, но именно того пространства, в котором они существуют. Если при одинаковой, в принципе, ориентированности прямых они при своем продолжении в пространстве вдруг меняют свою ориентацию, то это значит, что само пространство как-то их деформирует; и по их новому виду мы, следовательно, получаем возможность вполне точно судить о самом пространстве. И особенности этого последнего, выводимые из нового вида фигур, уже не зависят от самих фигур, уж [е] деформируют в определенном смысле вообще всякие фигуры.

Но если так, то тут мы тоже получаем один из великолепных примеров того, что диалектика называет выражением. Ибо выражение «чего-нибудь» – это как раз и есть смысловая вмещенность этим «чем-нибудь» его внешнего инобытия без реального перехода в это инобытие. Мы видим фигуру, деформированную по сравнению с отвлеченной геометрической фигурой, и по характеру этой деформации судим о том чистом, нефигурном пространстве, которое и обусловило собою эти деформации.

c) Что же оказывается? Оказывается, существует пространство, в котором не только возможна одна параллельная к данной прямой через данную точку, но и такое, в котором этих параллельных может быть сколько угодно, и такое, в котором их не может быть ни одной. В чем же дело?

Какой философский смысл возможности только одной параллельной к данной прямой в данной точке? Из предыдущего вытекает само собой, что если возможна реально только одна параллельная к данной, то это равносильно возможности только одинаковой ориентации прямой относительно прочего пространства. А так как прямая у нас с самого начала берется в чистом виде и без всяких примесей, то, значит, эта одинаковость есть всецело результат самого же прочего пространства, т.е. это пространство как таковое везде одинаково, или, как говорят еще, кривизна его равна нулю. Если к данной прямой через данную точку возможна только одна параллельная, то пространство, в котором все это происходит, есть голое и ровное становление, абсолютно однородное, каким и полагается быть становлению, если оно берется в чистом виде. Рассматривая пространство как выражение, а в выражении основное – это внутренно-внешнее становление, то сначала мы имеем просто становление как таковое, не внося в него решительно никаких диффе-ренций. Это и значит, что к данной прямой через данную точку можно провести только одну параллельную. Это – эвклидовское, параболическое пространство.

Но единице противостоит бесконечность. Что значит, что к данной прямой через данную точку можно провести бесчисленное количество не встречающихся с ней прямых? Это возможно только тогда, когда условия самого пространства обеспечивают проводимой линии ее непересекаемость с данной. Само пространство по своему качеству должно быть таково, чтобы при бесконечном продолжении линии оно толкало ее в сторону от данной прямой и постоянно мешало их встрече. Пространство здесь устроено так, что оно все время как бы расходится в разные стороны. Оно так же бесконечно, как и предыдущее, эвклидовское пространство, но оно в сущности еще более бесконечно, если можно так выразиться, поскольку оно обеспечивает не только уход проводимой линии в бесконечность, но обеспечивает и возвращение ее опять в конечную область. Ведь поэтому-то мы и узнаем о невстрече проводимой линии с данной, что по обе стороны данной точки они не встречаются с нею, как бы мы их ни продолжали.

Следовательно, в этом пространстве мы уже оперируем не с чистым и пустым становлением, но [с] таким, которое вернулось из бесконечности[74] и в котором мы знаем начало и знаем конец, хотя его «середина» и в бесконечности. Это т. н. гиперболическое пространство, или пространство Лобачевского, пространство отрицательной кривизны. Наконец, пространство, в котором невозможна ни одна параллельная к данной прямой через данную точку, устроено так, что оно заставляет все решительно прямые пересекаться уже на конечном расстоянии. Оно насильно гонит каждый две «параллельные» к соприкосновению, так что тут и не может быть никаких параллельных. Тут все линии замкнуты, и пространство обязательно конечно. Это пространство – положительной кривизны, т. н. эллиптическое, сформулированное Риманом.

3. a) Так вот в чем смысл этой старинной проблемы параллельности и всей судьбы знаменитого V постулата Эвклида. Это есть смысл выражения пространства в отличие от чистой фигурности как таковой, которая никак не выражена, а только отвлеченно мыслится. Аксиома параллельности с ее модификациями есть аксиома выражения в геометрии. Закрепим ее в формуле.

Аксиома выражения в геометрии: геометрическое построение основано на тождестве внутренно-внешних направлений своего становления.

Эта формула непонятна только тем, кто не читал или не продумывал предыдущего изложения. Если фигура обсуждается не сама в себе, но в связи с тем пространством, где она осуществлена (в условии положенности его как самостоятельной категории), то это и значит, что построение одинаково принимает здесь во внимание и особенности фигуры как чистой фигуры вне всякого пространства, и особенности пространства как чистого пространства вне всякой фигурности. Это есть тождество внутренно-внешних направлений становления фигуры. Пусть данный угол деформируется в связи с продолжением сторон, из которых он состоит. Это значит, что по данной деформации мы сразу узнаем и о том, что за фигура имеется в виду и что за пространство ее воплощает.

b) Но выше были указаны и модификации этой общей геометрической выразительности. Они определяются тем, в каком виде входит в выражение необходимое для него внешнее становление. Если фигура как таковая бесповоротно утверждена предыдущими аксиомами, то ее выражение есть перекрытие ее новым слоем самостоятельно существующего пространства, и вот оно-то и может входить в разных видах. В геометрии Эвклида, как мы видели, пространство есть чистое и беспримесное становление, лишенное всякой кривизны. Тут кривизна всегда есть кривизна самих фигур, но не чистого бесформенного пространства. В пространстве Лобачевского оно есть не просто становление, но оно само перешло в становление. Это становление

74 В рукописи: в бесконечность.

становления, давшее нам возможность обозреть становление (в то время как в пространстве Эвклида мы находим только неопределенную длительность). Однако это становление все же остается становлением самого же становления, что и дает возможность, обозревать нам его начала и концы, но не дает возможности обозревать его целиком. Для этого последнего надо, чтобы круговорот становления возвратился к себе так, чтобы мы видели его перед собою полностью. Надо, чтобы становление не только вернулось назад из неопределенной бесконечности, но чтобы отныне весь этот круговорот становления уже не уходил больше в бесконечность и оставался на наших глазах. Таково именно пространство Римана.

Отсюда и специальные аксиомы геометрической выразительности.

Аксиома геометрии Эвклида. Геометрическое построение основано на тождестве внутренно-внешних направлений самого становления, когда это внешнее становление дано в чистом и беспримесном виде.

Аксиома геометрии Лобачевского. То же – когда это внешнее становление перешло в свое собственное становление.

Аксиома геометрии Римана. То же – когда это внешнее становление, возвращаясь к себе, совершает свой круговорот в конечной области.

Можно эти аксиомы формулировать несколько иначе и в ином порядке, имея в виду определения кривых 2-го порядка, данные нами в § [ ]. Но этого мы не станем делать, чтоб не загромождать изложения.

4. Сказанного вполне достаточно, чтобы дать аксиоматическую установку для выразительной области геометрии. Но поскольку подобная теория проводится впервые, краткость всегда приведет к сухости, абстрактности и слишком большой общности. Поэтому попробуем войти глубже в диалектику эвклидова и обоих неэвклидовых пространств, привлекая на помощь также индуктивные данные.

а) Мы изучаем выразительное пространство. Выражение, являя внутреннее вовне, есть тождество внутреннего и внешнего. Внутренним является идеальная геометрическая фигура, т. е. тот ее чисто мысленный и отвлеченный образ, который мы еще никак и ничем не измеряем и о котором не знаем, какую форму он примет в реальном пространстве. Это реальное пространство и есть то внешнее, с чем внутреннее, т. е. идеальная фигура, отождествляется. Как же происходит это отождествление?

Будем покамест говорить о простейшем геометрическом образе – точке. Та точка, с которой мы до сих пор имели дело, вполне «идеальная». Она идеальная до того, что не имеет даже тех измерений, которые свойственны вообще разным фигурам. Может ли эта исключительная идеальность, доходящая до какой-то фантастической абстрактности, оставаться такой до конца? Этого не может быть уже потому, что реальные точки нашего опыта всегда имеют то или иное измерение. Это или чернильное пятнышко, или острие иголки и пр. А ведь геометрия должна осилить весь чувственный опыт, если она хочет быть жизненной. Следовательно, эту фантастическую бесплотность точки надо превратить в живую плоть. И этим занимается выразительная геометрия.

b) Именно, точка, будучи «внутренним», «идеальным», «чистым» и т.д. образом, погружается во «внешнее», «реальное» становление с тем, чтобы отождествиться с ним. Но диалектическое отождествление предполагает отождествляемое неизменным. Поэтому, чтобы идеальная точка воплотилась в реальном становлении, необходимо, чтобы и становление стало идеальным, и идеальное стало становящимся. Чтобы становление стало идеальным, надо ему перестать быть растянутым, грузным, тяжелым инобытием. Оно должно стать легким и невесомым, как сама точка. Это значит, что такая выразительная точка сразу должна находиться во всех моментах своего становления. Становление не должно тут быть процессом, но оно должно быть таким же мгновенным, как и сама точка. С другой стороны, оно не может просто уничтожиться; диалектика требует, чтобы оно в этом новом синтезе и тождестве, в этом новом пространственно-выразительном символе оставалось самим собой. Это значит, что оно здесь абсолютно безразлично в себе и не занято никакой едино-раздельностью, как и полагается чистому меону. А это значит, что точке безразлично, в каком направлении двигаться, когда она переходит в становление; она всегда и при всяком случае остается самой собой, т. е. всегда сама тождественно находит себя в становлении, но уход в становление, т. е. от себя, тождествен возвращению из становления, т. е. к себе. Это значит, наконец, что она движется по замкнутой линии.

Итак, идеальность инобытия заставляет точку сразу быть во всех моментах своего пути одновременно, а инобытийность идеального заставляет точку иметь этот путь в виде замкнутой линии (скажем, окружности). Выразительная точка, следовательно, есть окружность, во всех моментах которой точка пребывает одновременно и неизменно.

Этот совершенно понятный язык можно пояснить еще и так. Идеальное – вневременно и внепроцессуально. Но оно может отождествляться с реальным. В таком случае оно охватывает все реальное, двигаясь по нему с бесконечной скоростью. Когда точка движется по своему пути с бесконечной скоростью, она сразу и одновременно находится во всех без исключения точках своего пути. Это и значит, что она сохранила в реальном свою идеальность. Выразительная точка поэтому тождественна с бесконечно большой окружностью, которая, однако, пройдена вся сразу в одно бесконечно малое мгновение.

c) Но и этого мало. Наша идеальная точка двигалась в определенном направлении, чтобы воплотиться в становление. Скажем для простоты, что это было горизонтальное направление. Но выбор этого направления,•конечно, вполне условен. Становление точки совершается не только в горизонтальном направлении, но и, например, в вертикальном, и притом вполне одновременно с горизонтальным. Так как идеальное внепространственно, то оно не зависит и от направлений в пространстве, т.е. оно одновременно и совершенно в одинаковом смысле воплощается и становится сразу во всех направлениях пространства. Следовательно, наша точка сразу и одновременно описывает в одно мгновение бесконечно большую окружность и вправо, и влево, и вверх, и вниз, и во всех промежуточных направлениях, различие которых исчезающе мало. Наша точка есть некий фонтан бытия, бегущий сразу во все направления пространства, которые только можно себе представить. Она сразу пробегает всю бесконечность во всех направлениях и мгновенно возвращается к себе. Ей все равно, куда двигаться. Когда она движется налево, это все равно, что ей двигаться направо. Удаляясь от себя налево, она этим самым приближается к себе справа, и, двигаясь от себя вверх, она тем самым спешит к себе снизу. Такова эта сокровенная мысль круга. Удаляться от себя – значит приближаться к себе, и стремиться к себе – значит уходить от себя. Куда бы мы ни двигались, мы все равно приходим к себе, или, что то же, к иному. Но и самый момент начала движения абсолютно совпадает с моментом конца движения, так что не только безразлично, куда двигаться, но и безразлично, двигаться ли вообще.

В этом образе выразительной точки лучше всего можно проверить неизбежность всех основных диалектических категорий идеального: бытия, инобытия, различия, тождества, движения и покоя. Таково идеальное вообще, выраженное здесь геометрически.

d) Теперь не удивляйтесь, если я скажу, что этот бегло намеченный нами образ выраженной точки и есть не что иное, как пространство Римана.

Когда стараешься вникнуть в эти многочисленные изложения геометрии Римана, поражает одна яркая антитеза – неумолимая строгость всего вывода и чудовищность, с обычной точки зрения, всех получаемых результатов. Чтобы понять философскую сущность пространства Римана, приходится разыскивать его зерно, его душу, его перво-принцип, а это-то и трудно уловить за бесконечными и чудовищными нагромождениями. Сами математики мало этому помогают. Тончайший и глубочайший вопрос о смысловом содержании пространства Римана они почти всегда подменяют вульгарным и матерым вопросом о его «реальности». Еще неизвестно как следует, в чем дело и что это за тайна – эллиптическо-сферическое пространство Римана, а уже решается вопрос, реально ли это пространство. И тут, как всегда, целый букет разнообразных вкусов и капризов. Одним хочется, чтобы оно было; другим хочется, чтобы его не было; третьи – и нашим, и вашим; и т. д. Мы отбрасываем весь этот «кабинет любомудрия» и попробуем вникнуть в самое смысловое содержание пространства Римана и неэвклидовых пространств вообще.

5. a) Для нашего исследования очень малую роль играют аналитические рассуждения. Как ни просто, ясно и прекрасно мероопределение Кэли – Клейна, оно нам почти ничего не дает для философского истолкования неэвклидовых пространств. Этот множитель K в определении расстояния, принимающий разное значение для пространств Эвклида, Лобачевского и Римана и связанный с т. н. кривизной пространства, уже предполагает некую интуицию, которую приходится заимствовать из каких-то других источников. Больше дает нам выяснение отношения указанных трех пространств к пространству проективному. Уже в § [63] мы видели, как разные типы геометрии получаются при помощи усложнения проективной геометрии. Виды геометрии,

рассматриваемые у нас сейчас, также без особого труда выводимы из проективной геометрии. Но и этот метод все еще недостаточно интуитивен и все еще слишком сложен для того непосредственного ощущения, которое должно лежать в основе всякого философского заключения.

Остается один способ – это попробовать использовать обе основные неэвклидовы геометрии эвклидовскими методами. Нельзя ли в «нашем», «обычном» пространстве найти такие формы, которые бы в той или иной форме символизировали собою эти чудовищные (на первый взгляд) нагромождения неэвклидовых пространств? Такие попытки были предприняты крупнейшими математиками, Пуанкаре и Клейном, а в простейшей и наглядной форме это изложено у И. Вельштейна в его «Основаниях геометрии». И в этом – якорь нашего философского спасения. Не будь этой эвклидовской интерпретации неэвклидовых пространств, философская сущность последних была бы недостижима и теперь, через сто лет после открытия неэвклидовой геометрии, как она была неясна и тогда[75].

Для уловления этого изначального символа эллиптического пространства рассмотрим сначала понятие т. н. связки.

b) Формулируем сначала ряд несложных геометрических понятий.

Степенью точки относительно данной окружности называется произведение всей секущей, проходящей (рис. 1)[76] через эту точку, на ее внешний отрезок. Это величина постоянная для данной окружности и точки и равняется квадрату касательной к данной окружности из этой точки. В случае, когда эта точка находится внутри окружности, степень равняется квадрату полухорды, перпендикулярной к прямой, соединяющей ее с центром окружности. В первом случае оба отрезка секущей всегда расположены по одну сторону точки (будем называть ее О), во втором случае – по разные стороны. Отсюда в первом случае степень считают положительной, во втором же– отрицательной. Если точка О лежит на окружности, то ясно, что степень ее равна нулю. Точки, обладающие одной и той же степенью относительно нескольких окружностей, расположенных в одной плоскости, лежат на одной прямой, перпендикулярной к их линии центров и называемой радикальной осью данных окружностей. В различных точках этой оси степень точки относительно данных окружностей, конечно, разная. Точка пересечения этих осей называется радикальным центром.

75 H. Poincare. Theorie des groupes fuchsiens.– Acta mathem. 1882. I; Он же. Memoire sur les groupes kleineens.– Там же. 1893. Ill; F. Klein. Nicht-Eukleidische Geometrie; H. Weber и У. Wellstein. Энциклопедия элементарной математики, т. II, кн. 1-я /Пер. под ред. В. Кагана. Одесса, 1909 (ценные примечания редактора перевода); В. Каган. Основания геометрии. Т. II // Исторический очерк развития учения об основаниях геометрии. Одесса, 1907.

76 На полях рукописи карандашом: Wsb.– Wfellst. стр. 65.

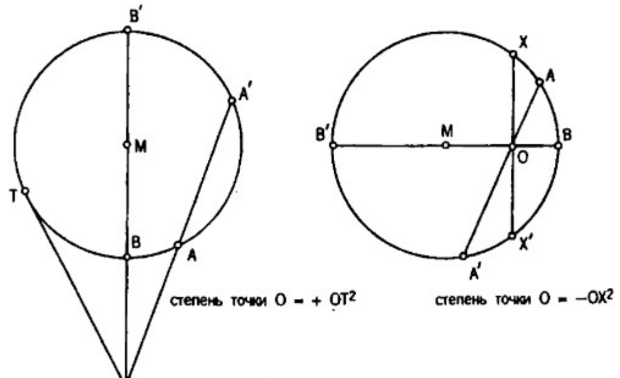

Рис. 1

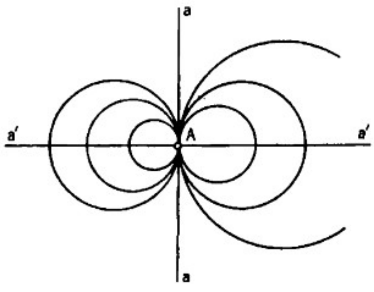

Рис. 2

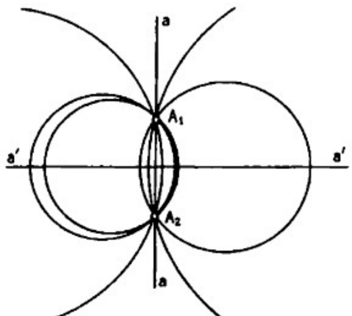

Рис. 3

Окружности, расположенные в одной плоскости и имеющие общую радикальную ось, образуют пучок окружностей. Эти окружности по числу общих точек образуют три группы[77] пучков: 1) параболический пучок, в котором окружности имеют только одну общую точку (рис. 2), 2) эллиптический, когда (рис. 3) их две и 3) гиперболический, когда их ни одной (рис. 4). В первом случае радикальная ось {а) проходит/ через общую точку, т. е. точку касания всех окружностей, во втором – она внутри окружностей (A_1A_2) и в третьем – она вне их (а'). Легко доказывается из рис. 4, что линия центров эллиптического пучка есть радикальная ось гиперболического пучка, а радикальная ось эллиптического есть линия центров гиперболического и окружности обоих пучков пересекаются ортогонально.

Совокупность окружностей на плоскости, относительно которых какая-нибудь точка О имеет одну и ту же» степень, называется связкой окружностей. Связки тоже бывают трех типов с теми же названиями, что и у пучков, в зависимости от того, имеет ли общий радикальный центр положительную или отрицательную степень относительно окружностей связки или окружности, проходя через одну и ту же точку плоскости, определяют для нее и одну и ту же нулевую степень. Связку можно определить и иначе. Имея в виду, например, что в гиперболической связке значение степени есть (+р2) и что окружность с центром О и радиусом *p* ортогонально пересекает все окружности связки, можно сказать и так: связка окружностей есть такая совокупность окружностей, которые пересекают данную окружность ортогонально. Поскольку в

77 В рукописи: точки.

эллиптической связке общий радикальный центр имеет степень (– p2) относительно всех окружностей связки, диаметральная окружность эллиптической связки относится к самой связке, в то время как в гиперболической она – вне ее. Точки пересечения всех окружностей связки могут быть расположены и на самой диаметральной окружности, как это видно на рис. 5[78].

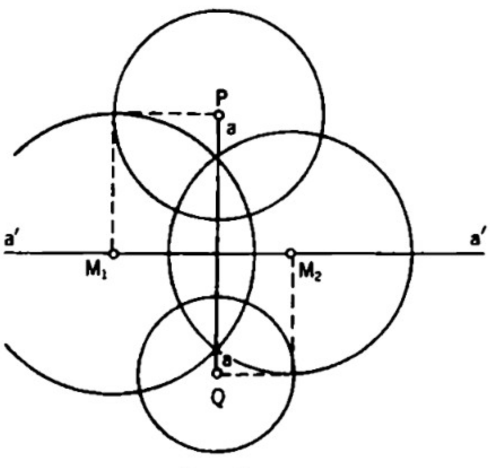

Рис. 4

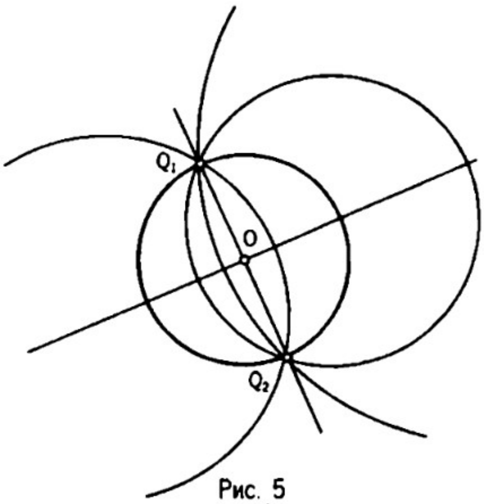

Рис. 5

Наконец, необходимо иметь в виду и пространственные отношения. Пучок окружностей, вращаясь вокруг линии центров, образует пучок сфер, т. е. совокупность сфер, имеющих общую радикальную плоскость. Если же окружности связки вращаются каждая вокруг своего центра, то получается связка сфер, совокупность сфер, имеющих общую радикальную ось. Совокупность же сфер, относительно которых некая точка О имеет одну и ту же степень, называется сетью сфер.

В случае связки окружностей каждая прямая, проходящая через точку О, пересекает каждую окружность связки в двух точках, в т. н. паре точек связки. Соответственно и в сферической сети – пара точек сети. Эти точки – взаимообразные, потому что они получаются одна из другой путем аналогичного преобразования.

с) Все эти установки дают нам в руки весьма тонкий инструмент для уловления философской сущности неэвклидовой геометрии. Попробуем представить себе, что в эллиптической связке пара точек в инверсии сети является одной точкой. Другими словами, представим себе, что точки Qx и Q2 (рис. 4) пересечения всех окружностей (и сфер) связки есть одна и та же точка. Представить это, может быть, и не так легко. Но вспомним, что мы говорили выше. Точка на данной ступени диалектического развития геометрии должна мыслиться не абстрактно, но выразительно: она вмещает в себя и свою антитезу, т. е. свой уход в бесконечное инобытие, свою «бесконечно удаленную» точку. Итак, точку мы берем вместе с ее диалектической антитезой.

78 На полях рукописи карандашом: W;b.– Wfellst. 65 стр. рис. 29.

Но что же тогда мы назовем прямой? Прямая предполагает по крайней мере две точки. Но, взглянувши на рис. 4 и помня сказанное выше о выразительности точки, мы сразу замечаем, что какая-то прямая должна образоваться, уже когда абстрактная точка удалилась в свое бесконечное инобытие, и что если она в этом последнем нашла не что иное, как саму же себя, то это возможно только благодаря замкнутости пути, проходимого ею для этого. Следовательно, прямая в нашей новой геометрии есть не что иное, как окружность. Уйти в инобытие, отрицая себя, и найти в инобытии себя же, отрицая свое отрицание и тем заново утверждая себя, – это значит двигаться по окружности. Да мы и раньше, еще в конструкции отвлеченных фигур (§ [55]), нашли, что выразительная линия есть определенным образом замкнутая линия. Итак, будем считать окружности нашей связки за прямые.

Теперь не потребует объяснения, что плоскостью в нашей новой геометрии нужно считать сферу.

Итак, вот у нас новое пространство. В нем точка – это то, что сразу охватывает всю бесконечность в смысле совмещения с данной точкой и той, которая от нее бесконечно удалена (хотя в буквальном смысле о бесконечности может тут идти речь только в отношении предельного случая, когда окружность выпрямляется в прямую; в остальных же случаях о бесконечности можно говорить только символически); прямая–это окружность, и плоскость–сфера, что, конечно, тоже является охватом бесконечности, но только в смысле последующих измерений (с указанным символическим пониманием бесконечности, поскольку Риманово пространство вообще может рассматриваться как конечный символ бесконечного). Все прямые и все плоскости в нашем новом пространстве проходят через эту точку, т. е. все они выходят из нее и в нее возвращаются. Но мы, кроме того, говорим о связке окружностей и сфер. А это значит, что прямые, выходя из этой точки и возвращаясь в нее, заполняют решительно всю плоскость, двигаясь сразу во все стороны, которые только допускает плоскость; и плоскости, выходя из этой точки и возвращаясь в нее, заполняют решительно все пространство, двигаясь во всех направлениях, которые только допускает пространство. Сферическая сеть есть именно символ того нового пространства, которое раньше мы называли пространством Римана; и анализировать этот символ – значит понимать и самое пространство Римана.

d) В самом деле, в этом пространстве имеет полную силу наша аксиома самотождественного различия, т. е. Гильбертовы аксиомы сочетания. Можно и нужно говорить, что через две точки тут всегда проходит прямая, и притом одна, потому что две «точки» здесь есть не что иное, как две пары точек, т. е. четыре точки, а окружность (в нашем случае – прямая) определяется уже только тремя точками. Через три точки тут всегда проходит плоскость, и притом только одна, потому что три точки дают нам целых шесть точек, которых даже слишком много для определения сферы. Однако и аксиомы подвижного покоя (Гильбертовы аксиомы порядка) также в известном смысле здесь соблюдаются (понятие «между» модифицируется на понятие «развитие двух пар точек»).

Формально остаются у нас и фигуры, конструированные у нас при помощи аксиом определенности, непрерывности и конгруэнтности. Единственная новость этого пространства заключается в том, что тут нет параллельных прямых, что все прямые суть замкнутые кривые, что все они пересекают друг друга уже на конечном расстоянии.

И эта новая аксиома параллельности накладывает свою неизгладимую печать и на все предыдущие аксиомы, хотя формально, т. е. в той абстрактной, до-выразительной форме, как они были выведены раньше, они и остаются в полной силе.

Сферическая сеть является в полном смысле слова символом пространства Римана, выражающим его структуру в максимально четкой форме. Она содержит в себе все особенности символа вообще, и прежде всего отождествление идеального и реального. Уже самая обыкновенная проективная геометрия, вводящая в свое рассмотрение бесконечно удаленные элементы, но не отличающая их от конечных, снимает различие идеального и реального. Это остается и в геометрии Римана, которая есть, как, правда, и всякая другая геометрия, не больше чем специальный вид проективной геометрии. В идеальном бытие и инобытие абсолютно тождественны, как, правда, и различны. В реальном же это самотождественное различие должно быть пространственно положено. А это значит, что все прямые такого пространства замкнуты. Тайна эллиптического пространства заключается в выразительном вездеприсутствии идеального, в таком тождестве идеально-отвлеченной фигуры и ее пространственного инобытия, где уже не различимо ни идеальное, ни реальное. Вот почему тут нет параллельных, и вот почему кривизна такого пространства положительная. В этом пространстве, куда бы я ни двигался, я, описавши известную замкнутую линию, возвращаюсь опять к той же исходной точке. При этом я могу двигаться вперед или назад, вверх или вниз, результат один и тот же. Наконец, если я совсем не двигаюсь, это не значит, что меня нет в другом месте. Я в это же время нахожусь и в другом месте, и притом – во всяком месте, как равно, впрочем, и двигаюсь по всем местам, достигая одни и проходя другие. Тайна пространства Римана, повторяясь, есть тайна подвижного вездеприсутствия идеальных форм, это пространственный символ идеальных фигур или, лучше, пространство как символ.

е) Этот символ можно несколько видоизменить. Будем мыслить себе не связку окружностей, а просто связку прямых. На этом символе Клейн прекрасно иллюстрирует все свойства эллиптического пространства. Именно, пусть точкой у нас будет вся прямая связки. Тогда под новой прямой придется понимать плоскость связки и под новой плоскостью–всю связку. Но что будет в этих случаях отрезком? Если мы поместим плоскость, пересекающую нашу связку, то каждая прямая связки и точка этой плоскости будут связаны взаимно однозначным соответствием. Спрашивается: на основании чего можно будет судить о расстоянии двух точек такой плоскости? Конечно, на основании угла между соответствующими двумя прямыми связки. Следовательно, отрезок на эллиптической плоскости нужно понимать как некий угол и, в частности, равенство отрезков есть равенство углов, а полупрямая, т. е. прямая, неопределенно продолженная в одну сторону, есть не что иное, как прямой угол. Если же мы захотели представить себе угол на эллиптической плоскости, то, поскольку для этого необходимо пересечение двух прямых, а под прямой мы условились понимать плоскость связки, угол этот на плоскости есть, очевидно, двугранный угол. А треугольник – в таком случае – окажется трехгранным углом связки.

На основании такого толкования эллиптической планиметрии мы должны сказать, что все категории геометрии предыдущих аксиом тут понимаются в новом смысле и эта новизна везде обладает одним и тем же методом, методом выразительности. Выразительность же есть прежде всего встреча идеи в инобытии с самой собой. И вот: точка эллиптического пространства уходит в свое инобытие, но все это инобытие, весь путь, пройденный ею, есть точка же; прямая эллиптического пространства уходит в свое инобытие, создавая своим движением плоскость, но эта плоскость есть только та же прямая; отрезок, вращаясь около своей начальной точки, создает угол, но этот угол мы считаем отрезком эллиптической плоскости; угол на эвклидовской плоскости таким же точно путем превращается у нас в двугранный угол, но этот двугранный угол и есть угол эллиптической плоскости и т. д. Везде тут один и тот же метод – выражение идеальной фигуры при помощи инобытийного к ней пространства, если под выражением понимать не внешний безразличный привесок, но самостоятельную смысловую категорию.

Усвоивши себе этот выразительный символ эллиптического пространства, нетрудно уже дедуцировать и прочие особенности последнего, равно как и видеть эллиптически-выразительные модификации всех предыдущих аксиом. «Аксиомы сочетания», очевидно, пополняются указанием на то, что всякие вообще две прямые пересекаются, равно как и плоскости. В «аксиомах расположения» уже нельзя просто утверждать, что если А предшествует В, то В следует за А, так как на замкнутой кривой две точки еще не дают представления о направлении. Только четыре точки, или т. н. разделение двух пар точек, обеспечивают здесь категорию следования и «порядка». Две точки определяют тут не один отрезок, а два (ввиду той же замкнутости прямых). Но так как две прямые продолжают тут пересекаться в одной точке, то получается, что прямая не делит эллиптической плоскости на две раздельные части, а плоскость не делит пространства на две равные части. Две пересекающиеся прямые образуют тут не четыре угла, как у Эвклида, а только два, и два смежных угла, равно как и полный угол, одинаково равняются двум прямым углам. Легко доказывается и существование в эллиптической плоскости треугольника, у которого все углы прямые. Так как угол равен тут отрезку, то длина полупрямойа длина всей прямой = $\frac{\pi}{2}$. Можно сказать, что прямая есть частный случай окружности, когда ее радиус равен $\frac{\pi}{2}$. Сумма углов треугольника всегда меньше π ;. Этот факт, между прочим, если его истолковать методом связки, есть не что иное, как то, что сумма трех двугранных углов треугольника больше двух прямых двугранных углов. Это обстоятельство так же ясно, как и то, что прохождение через одну точку всех перпендикуляров к одной и той же прямой соответствует прохождению через некоторую прямую всех плоскостей связки, перпендикулярных к одной и той же плоскости. Площадь всей плоскости = 2π и т. д. и т. д.

Если мы обратим внимание на то, что в эвклидовской сферической тригонометрии сферический треугольник есть не что иное, как трехгранный угол с вершиной в центре шара и сторонами, равными дугам больших кругов, то можно будет сказать, что прямолинейная эллиптическая тригонометрия вполне тождественна с эвклидовской сферической тригонометрией. Если наши отвлеченно-идеальные фигуры будут воплощены на поверхности шара, но в то же время будут квалифицироваться не как явления на поверхности, а как явления на плоскости, то мы и получим эллиптическую геометрию. Этим фигурам будет свойственна любая выразительная кривизна, зависящая не от них самих, но от непосредственного отождествления их с чистым и пустым, абсолютно алогичным инобытием-пространством.

Наконец, из основных геометрических свойств анализируемой плоскости я бы указал еще на одно, может быть, самое замечательное, что здесь имеется. Именно, эллиптическая плоскость односторонней. И чтобы это понять, тут тоже необходимо полететь «вверх пятами», но только на этот раз уже в буквальном смысле. Можно ли себе представить, что плоскость не имеет двух сторон, например верхней и нижней? Казалось бы, это есть уже какое-то умопомешательство. А тем не менее это надо себе представить, так как настоящая математика вообще есть ниспровержение «здравого рассудка», хотя людская пошлость сумела и здесь поставить все вверх дном и понять математику именно как апофеоз здравого рассудка. Но что же это такое, односторонняя плоскость, или поверхность? Укажем сначала ее философское место и потом приведем и геометрический образ.

Мы знаем: всякая прямая имеет только одну бесконечно удаленную точку, что указывает на тождество положительного и отрицательного направления в смысле достижения этой точки. Мы знаем также, что в эвклидовском пространстве две параллельные встречаются в бесконечно удаленной точке, как бы изгибаясь одна другой навстречу. Но представим себе некую фигуру между этими двумя параллельными. Если верхняя параллельная склоняется книзу[79], а нижняя кверху, то, очевидно, фигура, заключенная между параллельными, перевертывается, прохождение через бесконечно удаленную область сопровождается перевертыванием. То, что в конечной области есть верх, то в бесконечности – низ, а что низ, то – верх. Поверхность, проходящая через бесконечно удаленную область, выворачивается наизнанку, так что уже нельзя различить, где лицо и где изнанка. Таким образом, односторонность поверхности есть в философском смысле не больше как уход в инобытие, где уходящее отрицает самого себя, но где оно одновременно и находит себя,

79 В рукописи оставлено место для рисунка.

отождествляется с собою. Одна и та же философская идея заключается и в том, что прямая имеет только одну бесконечно удаленную точку, т. е. что направления тождественны, и в том, что фигура, проходящая через бесконечно удаленную точку, перевертывается, и в том, что эллиптическая плоскость одностороння. Ведь последняя есть символ бесконечности, т. е. она воплощает бесконечные отношения в конечной и, следовательно, выразительной форме. Поэтому то, что у Эвклида осуществляется только при условии предельного процесса, в геометрии Римана происходит уже в конечной области.

Яснее всего односторонняя поверхность представима на поверхности Мёбиуса [рис. 6][80]. Если в одной точке этой поверхности мы поместим и заведем часы, то, когда они пройдут всю эту поверхность и вернутся к исходной точке, мы заметим, что их стрелка движется теперь уже в обратную сторону. Если по средней линии поверхности Мёбиуса пройдет река, то мы, двигаясь вдоль одного берега, рано или поздно очутимся на другом берегу, хотя и без всякого переплывания с одного берега на другой по воде. Эти чудеса, творящиеся в эллиптическом пространстве, математически объяснимы слишком элементарно, чтобы можно было удивляться (идея односторонней поверхности), философски же это есть только логически последовательно проведенная идея бесконечности.

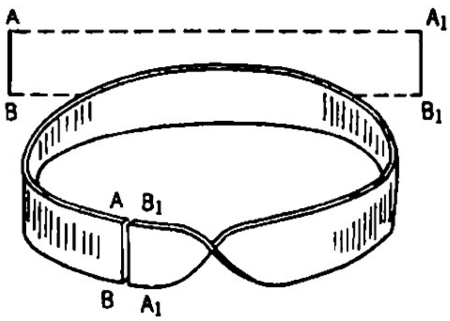

Рис. 6

Однородность поверхности вполне ясна и на связке прямых. Если эти прямые образуют конус и его ось мы повернем на 180°, то образующая, которая раньше описывала коническую поверхность в одном направлении, теперь будет описывать ее в обратном, что и есть признак односторонности.

6. В настоящем контексте мы не будем подробно рассматривать виды выразительного пространства и ограничимся лишь краткими замечаниями.

а) Во-первых, пространство Римана может быть только эллиптическим. Когда мыслится, что всякая прямая пересекается с другой прямой не в одной, а в двух точках, мы получаем не эллиптическую Риманову, но сферическую Риманову геометрию. Используя нашу сеть сфер, мы теперь должны пару точек сети принимать не за одну точку, как в эллиптическом пространстве, но за две взаимно сопряженные точки. То же самое мы получим, если в качестве пра-символа сферического пространства возьмем связку лучей (вместо связки

80 На полях рукописи карандашом: рис. пов. Мёбиуса.

полных прямых). Тогда, по аналогии с эллиптическим пространством, точкой будет луч связки, прямой – плоскость связки, плоскостью– вся связка, отрезком – угол между двумя лучами, углом на плоскости – трехгранный угол и т. д. Если же мы из центра связки лучей опишем шаровую поверхность радиусом = 1 и установим взаимно однозначное соответствие между лучами связки и точками поверхности, то полученная геометрия на поверхности шара будет полным пра-символом сферической планиметрии – стоит только под точкой понимать точку обязательно шаровой поверхности, под взаимно сопряженными точками–диаметрально противоположные, под прямой – окружность большого круга, под плоскостью – поверхность шара, под отрезком–дугу большого круга, под углом – угол между окружностями больших кругов и иод треугольником – сферический треугольник. При всем сходстве с эллиптической системой тут и большие различия– вроде, например, того, что сферическая плоскость–двухсторонняя (она тут как бы дважды выворачивается и потому остается в первоначальном виде) или что полный угол составляет тут не два, а четыре прямых и т. д.

Если разница между обеими геометриями Римана есть разница геометрий связки прямых и связки лучей, то для прямой в одной связке мы находим два луча в другой и, следовательно, фигура в одном пространстве соответствует двум симметричным фигурам в другом пространстве, что каждой точке и двум прямым эллиптической плоскости соответствуют две различные, взаимно противоположные точки и две прямые с двумя общими точками сферической плоскости или что, вообще говоря, эллиптическая плоскость двойная[81].

b) Обеим Римановым геометриям противостоит геометрия Лобачевского, «гиперболическая». Ее пра-символ – указанная выше гиперболическая связка окружностей. Тут мы находим бесчисленное количество окружностей и сфер, которые не пересекаются с данной окружностью или сферой. Можно сказать, что непересекающиеся окружности пересекаются здесь в мнимых точках, а две непересекающиеся сферы имеют общую мнимую окружность, которую всякая прямая, проходящая через точку O в этой плоскости, пересекает в двух взаимно обратных мнимых точках. Вместо того чтобы всем прямым пересекаться уже на конечном расстоянии, мы находим тут целых три категории взаимоотношения прямых. Две прямые определяют здесь или пучок сходящихся прямых (это есть и у Римана, и у Эвклида), или пучок параллельных прямых (как у Эвклида), или пучок расходящихся прямых. Последние и есть оригинальность плоскости Лобачевского. Этот пучок есть совокупность прямых, перпендикулярных к общему перпендикуляру двух данных прямых. Расстояние между двумя параллелями беспредельно растет в одном направлении и беспредельно убывает в противоположном. Поэтому происходит непрерывный переход от пересекающихся, сходящихся прямых через параллели к расходящимся. Если у Римана вовсе нет вещественных бесконечно удаленных точек <…> так что они пересекают эту область, но все еще не пересекаются в ней, а пересекаются где-то за ней, мнимо.

81 Так в рукописи.

§ 71. Аксиома выражения в геометрии.

Пуанкаре дал замечательное по наглядности и осязательности истолкование пространства Лобачевского в эв-клидовских терминах. Оно сводится тоже к пра-символу гиперболической связки, но формулировано по-своему, ярче и определеннее. Пусть мы имеем некую прямую[82], все точки которой (V1 N1 U…) являются бесконечно удаленными точками. Пусть мы будем считать точкой обязательно точку верхней полуплоскости, а прямой – полуокружность с центром на данной прямой или полупрямую, перпендикулярную к ней (она, как ясно, будет предельным случаем этих полуокружностей). Новой плоскостью мы станем считать только верхнюю полуплоскость, и вообще нижней полуплоскости для нас не существует. Тогда под параллельными прямыми придется считать полуокружности и полупрямые, которые имеют общий конец. На рис. 7 полуокружности U V и NN1 не имеющие общих точек, суть непересекающиеся. Полуокружности UPU' и UV с общей точкой на данной линии параллельны. Пересекающимися прямыми здесь окажутся, например, V1PV и UPU1 с точкой пересечения [.P] выше данной линии.

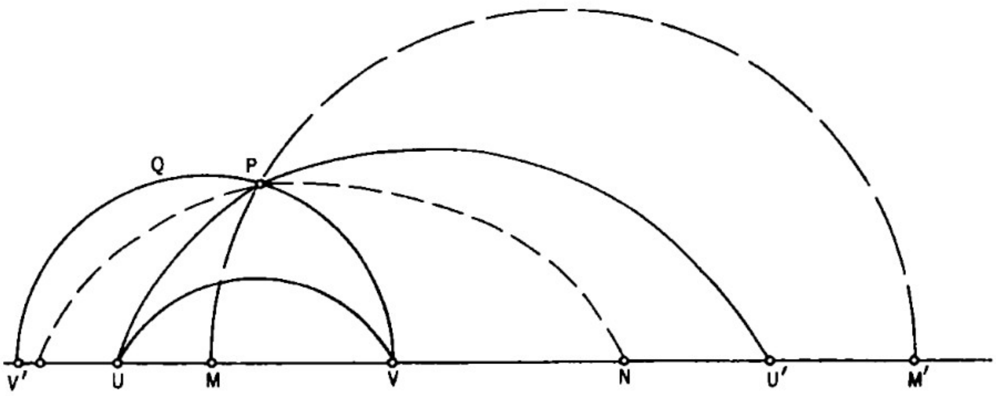

Рис. 7

Вдумаемся в эту интерпретацию Пуанкаре. Мы видим, что пространство устроено здесь также по закону некоторой кривизны, так как мы принуждены толковать прямые в виде полуокружностей. Фиксируя себя в конечной области, мы начинаем замечать, что оба конца прямой, на которой мы поместились, уходят в бесконечность, но что это не та единая бесконечно удаленная точка, до которой доходят оба конца прямой в Эвклидовом пространстве. Это разные точки. Если эвклидов-ская полупрямая, уходя в бесконечность, получает только одну бесконечно удаленную точку, как бы только касается, дотрагивается до бесконечности, в гиперболическом пространстве перед нами открывается в этой бесконечности еще новая бесконечность, т. е. мы тут не просто дотрагиваемся до нее, но входим в ее глубину и, таким образом, охватываем бесконечность самой бесконечности. Сама бесконечность тут положена как таковая, ставши из мнимой (в эллиптическом пространстве) фактической, вещественной. На нашем

82 На полях рукописи карандашом: Богомолов рис. 27.

языке это значит, что параболическое становление перешло тут в гиперболически ставшее. В конечной же области это сказывается бесконечно расходящимися прямыми, тем, что к данной прямой через данную точку возможно бесконечное количество параллельных. Если в пространстве Римана каждая точка, уходя в бесконечность становления, тут же и возвращается к себе, так что мы уже в конечной области созерцали этот диалектический круговорот, то в гиперболическом пространстве точка не только не возвращается к себе, но уходит в реальную, вещественную бесконечность, и не только это, но стремится в этой бесконечности утвердиться и осесть. Тогда пересечение двух прямых, прошедших через бесконечность, может быть только мнимым, т. е. оно попросту отсутствует вещественно и только идеально представляется.

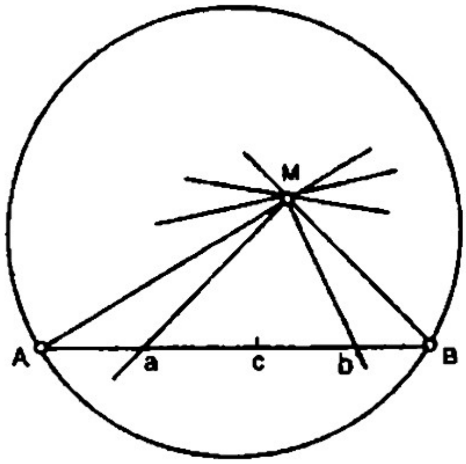

Рис. 8

Но пожалуй, интерпретация Кэли – Клейна еще более простая [(рис. 8)][83]. Представим себе шар. Точкой пусть будет точка только внутри этого шара, прямой–его хорда и плоскостью–любое круговое сечение шара. Все точки на поверхности шара исключаются. Тогда пересекающимися прямыми окажутся только те, которые имеют общую точку внутри шара. Если иметь в виду прямую А В и точку М, то пересекаться с А В будут все прямые, исходящие из М внутри угла АМ В. Все же прямые за пределами этого угла не будут пересекаться с А В (вещественно, а будут пересекаться мнимо за пределами круга). Прямые МА и МВ будут отделять все пересекающиеся прямые от не пересекающихся с прямой А В, т. 'е. они будут параллельными в смысле Лобачевского. Мы видим, что непересекающихся, расходящихся прямых в этих условиях может быть сколько угодно, что бесконечно удаленные точки никогда не могут быть достигнуты (так как они исключаются с самого начала), что прямые М А и МВ образуют «равные» углы с «перпендикуляром» из М и А В и т. д. Тут выполняются все аксиомы геометрии, за исключением аксиомы об единственной параллельной.

с) В данном месте нет надобности давать обоснование эвклидовой геометрии; тем более нет надобности как-нибудь иллюстрировать относящиеся сюда области.

Заметим только ради единства изложения, что пра-сим-волом Эвклидового пространства также может быть связка окружностей и сфер, причем именно параболического типа, т. е. когда все окружности и сферы имеют одну общую точку (см. выше, п. 5b). Пусть прямыми и плоскостями будут окружности и сферы сети, а точка останется в обычном виде. Другими словами, всякая окружность окажется символом бесконечно удаленной прямой, а параллельными прямыми окажутся все окружности, пересекающиеся в данной точке. Легко увидеть, что все до-выразительные аксиомы и Эвклидова

83 На полях рукописи карандашом: Лямин. Неэвкл. геом. рис. 23.

аксиома параллельности вполне найдут себе место в так понимаемом пространстве.

d) Наконец, тот же Пуанкаре еще в одной старой работе[84] дал простейшее и яснейшее представление об основных «квадратичных» геометриях, под которыми он понимает геометрии, рассматриваемые с точки зрения основной поверхности второго порядка. Если этой основной поверхностью второго порядка является обыкновенный шар, то эта сферическая геометрия и есть геометрия Римана при условии понимания больших кругов в качестве прямых линий. Геометрию Римана мы получаем и на эллипсоиде. При двуполом гиперболоиде в качестве основной поверхности мы имеем геометрию Лобачевского, а при эллиптическом параболоиде – геометрию Эвклида. Можно поставить вопрос и о геометрии на однополом параболоиде, если отказаться от предрассудков, которые часто мешают геометрам серьезно отнестись к тем или другим пространствам. Пуанкаре говорит, что для геометрии однополого гиперболоида нужно признать, что: 1) расстояние двух точек, лежащих на одной и той же прямой на производящей основной поверхности, равняется нулю; что 2) никаким движением нельзя превратить эллиптические диаметральные сечения в гиперболические (то и другое принимается за прямые); что 3) невозможно совместить прямую с самой собой путем вращения около одной из ее точек (как у Эвклида совмещается сама собой прямая при вращении на 180°).

Словом, сколько существует поверхностей второго порядка, столько можно себе представить и квадратичных геометрий.

7. В заключение, возвращаясь к трем видам выразительной аксиоматики в геометрии, формулированным в п. 3, дадим общую характеристику выразительного пространства.

Выразительное пространство есть такое внешнее пространство, по которому видно внутреннее. Внутренним, или идеальным, пространством является чистая фигурность как таковая, в той форме, как она выведена на основании аксиом едино-раздельности, непрерывности и конгруэнции. Внешним, реальным, инобытийным пространством является абсолютно-внефигурное становление, противостоящее всякой фигуре. Когда рождается выразительное пространство, то тем самым прекращается раздельное бытие обоих абстрактных пространств и возникает их абсолютное тождество как символ. Этот символ есть перво-принцип выразительного пространства.

Пространство как символ, как символическое пространство сначала понимаем непосредственно, как простую положенность, как тезис. Это значит, что идеальная фигурность просто и целиком воплощена на темном поле инобытийно-бесконечного пространства. Но воплотиться идее – значит целиком присутствовать ей везде, мгновенно охватывать всю длительность пространства. Другими словами, идея, уходя вовне, там же вовне и встречает себя, вечно пребывая, таким образом, в нерушимом круговороте себя самой. Это опознание себя в инобытии, эта встреча с самой собою, когда всякая точка

84 Billetin de la Societe mathematique de France. T. XV. N 7, 203–216. Есть рус. пер. Д. М. Синцова: «Об основных гипотезах геометрии» в сб. «Об основаниях геометрии». Каз., 1895.

сразу двигается от себя самой во всех возможных направлениях и тем самым отовсюду приближается к себе самой, – вот это пространство как символ, как тезис символа, как принцип символа и есть сферическое пространство Римана. Оно бесконечно, но его бесконечность не расплывается до безразличия, а собрана в себе; она есть система выразительной кривизны, обозримая уже на конечных масштабах. Да бесконечность и не нуждается в отсутствии границ. Истинно бесконечное– оформленно, определенно и в этом смысле конечно. Или, выражаясь бессмертными словами Римана в его общеизвестной вступительной лекции о гипотезах в геометрии, оно – безгранично, но не бесконечно.

Но вот, символ переходит в свое инобытие; он отрицает себя. Пространство, в котором каждая точка возвращалась к себе и которое было сконструировано так, что был обеспечен круговорот бытия геометрической идеи в себе и невозможно было этому бытию иметь другие пути для перемещения фигур, – это пространство вдруг бросается в бездну бесконечной тьмы, забывает себя, отчуждается [от] себя, перестает быть собою. Раньше оно было вечным возвратом [к] себе, теперь же оно – антитезис этого возврата, т. е. теперь оно – уход от себя без возврата к себе, не круговорот, а истечение в неведомую мглу. Положительная кривизна сферического пространства распрямляется и превращается в прямизну. Пространство уже не обеспечивает предмет [ы] такого движения, чтобы оно приводило их к самим же себе. Наоборот, пространство сконструировано здесь так, что если вещь уходит от некоторой точки, то она уходит всерьез и уже никогда не вернется к исходному месту. Таково пространство Эвклида.

Но всякая идея, даже уходя в абсолютное инобытие, даже забывая себя, все же остается самой собой. Если бы раз навсегда идея перестала быть самой собой, то она никогда не смогла бы воскреснуть и вновь. Смысл не может перестать быть смыслом, хотя его и можно забыть. Пребывая в инобытии, она есть она, ибо если ее уже нет, го что же тогда и пребывает в инобытии? Если нет того, что в инобытии, то нет и самого инобытия. Однако где же в Эвклидовом пространстве этот возврат смысла к себе, этот идеальный круговорот точки в себе, из отрицания которого родилось и само Эвклидово пространство? Мы утверждаем, что в инобытии идея теряет себя, забывает себя, становится чем-то не в себе и не для себя, но для иного. Что-то иное фиксирует ее, как ее, а она себя не фиксирует, как себя, она себя теряет, как себя. И действительно, точка, уходя в бесконечную точку инобытия, сама вовсе не значит того, что она уходит именно в бесконечность. Сколько бы точка ни двигалась в том или ином направлении, неизвестно, где же именно наступает здесь бесконечность. Как бы ни удлинялась данная прямая в Эвклидовом пространстве и как бы фактически она ни уходила в бесконечность, никакая точка ее никогда не обнаружит того, что она перестала быть конечной точкой отрезка и превратилась в точку бесконечно удаленную. Вот это и значит, что геометрическая идея бросилась здесь в бесконечность стремглав, вслепую, что она вовсе не знает того, где она находится, что она не может отличить конечного от бесконечного.

Но об этом знает кто-то иной. Именно, оказывается, что на прямой Эвклида существует только одна бесконечно удаленная точка, что на плоскости Эвклида существует только одна бесконечно удаленная прямая, что трехмерное пространство Эвклида достигает только одной бесконечно удаленной плоскости. Что это значит? А это значит, что безразлично, куда двигаться точке по данной прямой, направо или налево. Она все равно придет в одну и ту же бесконечно удаленную точку. Но знает ли об этом сама точка, т. е. несет ли она с собою тог смысл, по которому можно было бы судить, находится ли она в конечной области или в бесконечности? Конечно, нет. Точка знает, что в одном направлении путь положительный, а в другом – отрицательный; для нее существует безусловное различие направлений движения. А того, что она придет в одну и ту же точку независимо от направления движения, – этого она не знает; и это с трудом усваивают даже те, кто учился геометрии. Точно так же она, как сказано, не знает различия конечного и бесконечного, ибо она вознамерилась двигаться по конечной прямой или во всяком случае конечными интервалами, а ни из каких конечных отрезков невозможно никогда получить бесконечную прямую. Итак, в Эвклидовом пространстве точка тоже возвращается к себе из бесконечности, как и в сферическом пространстве Римана, но она не знает ни того, что она возвращается к себе, ни того, что она возвращается к себе из бесконечности (подобно тому как в топологии линия не знает, прямая она или кривая). Идеальная фигурность (точка, прямая и пр.), или, короче, идея, перешла тут в инобытие, как и у Римана, но она, кроме того, забыла себя, погрузилась в инобытие вслепую, без всякой надежды на возвращение к себе. И вот почему к данной прямой через данную точку возможна только одна параллельная; и вот почему две параллельных встречаются одна с другою в одной-единственной вещественной бесконечно удаленной точке. Об этой встрече они ничего не знают, ибо практически они никогда ее достигнуть не могут. Так с полной ясностью рисуется* перед нашими глазами диалекика-параболического пространства: оно есть прямая, непосредственная, в самом буквальном смысле диалектическая антитеза сферического пространства Римана.

Но самозабвение в инобытии не абсолютно. Движение и становление не всегда безразлично и слепо. Очень долго длится становление, и – не получается никакого нового результата. Но наступает момент, одна капля дальнейшего становления вдруг переносит всю систему на новые рельсы, и начинается становление уже совсем новое, в неожиданном и небывалом смысле. Так сферическое пространство, распрямляя все больше и больше свою кривизну, вдруг превращается в пространство параболическое. И так это последнее, продолжая этот процесс все дальше и дальше, вдруг совершает скачок и становится пространством Лобачевского, гиперболическим.

Что же это за процесс и что это за скачок? Когда идеальная фигурность ушла от себя и забыла себя, то что может произойти дальше? Дальше может быть только продолжение этого ухода от себя, ибо диалектический процесс всегда идет только вперед. Но уйти еще дальше от себя–это значит не просто вечно двигаться дальше и дальше, но закрепить самый факт этого вечного движения, осесть и окопаться в инобытии не в смысле простого становления, но в смысле субстанции. А это возможно только тогда, когда в наших руках находится вся бесконечность, когда она пройдена вся целиком, а не просто точка движется по ней в неопределенную даль. Конечно, слепота остается и здесь, потому что и здесь нет никакой встречи точки с [нею же] самой после ее возвращения из бесконечности и встречи обозримой на конечном расстоянии (ибо это только и есть символ как тождество конечного и бесконечного). Но раз пройдена вся бесконечность, то, значит, пройдено и все инобытие; а если пройдено все инобытие, значит, прекращено забвение смысла, значит, покинутый смысл вновь возвращается и вновь начинает мыслиться. Правда, одной мысленности вечной встречи с самим собою мало. Но ничего иного гиперболическое пространство обеспечить не может. Оно гарантирует мнимую встречу точки, уходящей в бесконечность, с самой собой, в то время как в параболическом пространстве хотя эта встреча и была вещественной, но она была вне смысла встречающихся элементов, она была для иного., о ней не заявляли самые встречающиеся элементы.

В гиперболическом же пространстве, как это мы яснейшим образогм видели на толкованиях Пуанкаре и Кэли – Клейна, происходит встреча прямых за пределами бесконечно удаленной области вполне ощутимо и сознательно, хотя и мнимо. Или, выражаясь точнее, она здесь начинает мыслиться как необходимость. Эта встреча есть уже не для иного, не вне себя, но для себя; это встреча, так сказать, в сознании; точка тут начинает вспоминать, что она может и должна сойтись с собою, обойдя всю бесконечность.

Только обозревая всю бесконечность инобытия, можно начинать вспоминать о бытии. Но обозревание обеспечивает только воспоминание, только мнимость. И вот почему в гиперболическом пространстве параллельных прямых к данной прямой через данную точку вне этой последней – бесчисленное количество; вот почему здесь сколько угодно расходящихся прямых, которые нигде и никогда не встречаются вещественно, несмотря на обход всей бесконечности целиком. Но даже по этому же самому данные прямые встречаются мнимо за пределами бесконечно удаленной области. Эти расходящиеся прямые искривляют здесь пространство в обратную сторону по сравнению с пространством сферическим, так как последнее в своем распрямлении перешло стадию параболической прямизны и начало загибаться в другую сторону. Эта кривизна обеспечивает для точки ее встречу с собою в мнимом пространстве, а вещественно она так же лишена этой встречи, как и в параболическом пространстве.

В смысле диалектики выразительного пространства гиперболическое пространство обладает всеми чертами ставшего, если под становлением, или инобытием, понимать параболическое, а под бытием–сферическое. Оно есть факт, наличное бытие бесконечности. Факт не есть сам смысл, но он несет на себе смысл; и этот смысл – мнимый. Сам по себе смысл не есть ни что-нибудь вещественное, ни что-нибудь мнимое, так как эти моменты возникают лишь при переходе чистого смысла в его инобытие. Однако если смысл перешел в инобытие, оброс телом и стал фактом, то прежний чистый смысл оказался мнимым смыслом. Пока не было факта, не было и мнимости. Но раз возник факт, возникла и мнимость. Однако тут залегает диалектическое противоречие. Факт есть субстанция, действительность, вещественность, а его смысл есть только мнимость. Факт сам по себе слеп, а зрячий смысл – невещественный и мнимый. Это противоречие должно быть снято, а оно снимается, как только мы перестанем отличать вообще обе эти сферы. Оно снимается, как мы знаем, в выражении. Следовательно, в этой общей области выразительного пространства мы должны конструировать пространство, которое было бы по преимуществу выразительным, было бы выражением выражения пространства.

Но снять различие слепого факта и мнимого смысла в нашем случае – значит лишить гиперболическое пространство его слепой бесконечности и превратить его мнимые коэффициенты в вещественные. Но тут мы сталкиваемся с эллиптическим пространством Римана. Тут воспоминание стало реальностью; и точка, забывшая себя в бесконечном инобытии, вновь обрела себя и встретилась с собою, но уже не мнимо, а действительно. В эллиптическом пространстве нет того абсолютного <…>, которое мы находили в пространстве сферическом. Тут остается явный след его возврата к себе из инобытия в том, что пространство это двойное, что оно содержит в себе симметричное удвоение в сравнении с пространством сферическим. Но зато эллиптическая плоскость односторонняя т. е. она вообще не ориентирована в пространстве; она не нуждается ни в каком инобытии для своего существования, так как всякое возможное инобытие она уже вместила в себя, пройдя всю его бесконечность насквозь.

Теперь мы можем непосредственно связать геометрию выразительного пространства с теми видами геометрии, которые мы получили раньше в до-выразительной области (§ [55]). Там, после того как были выведены самые категории фигур (§ [63]), мы имели разные типы фигурного пространства в связи с модификациями становления. Самой общей геометрией была топология, потом шли проективная, аффинная и общеметрическая. Теперь мы можем расшифровать эту последнюю. Мы помним, что в диалектической эволюции типов пространства играли основную роль бесконечно удаленные и мнимые элементы. Чтобы от проективного пространства перейти к аффинному, необходимо ввести бесконечно удаленную плоскость (или поверхность), а для перехода от аффинного к метрическому надо было ввести мнимый сферический круг. Поскольку выразительная сфера есть не что иное, как модификация до-выразительной отвлеченной идеальности, постольку теперь для дальнейшего выведения типов пространства мы должны только модифицировать употребление введенного (как говорят) абсолюта (т. е. бесконечно удаленных и мнимых элементов).

А именно, когда абсолют мыслится мнимым, мы получаем, очевидно, пространство Римана: если последнее есть непосредственно обозримый символ как выразительное тождество идеального и реального, то все остальное, т. е. всякая возможная бесконечность, для него просто не существует, так как оно уже включено. Это значит, что абсолютная поверхность здесь мнимая. У Лобачевского, наоборот, этот абсолют вещественный. Абсолютная поверхность здесь–действительная нелинейная поверхность второго порядка, причем для метрики имеют значение только ее внутренние точки. Так оно и должно быть по предыдущему. Раз идея ушла здесь в бесконечность и в ней забыла себя, го вещественной будет теперь сама эта бесконечность, а мнимой станет, наоборот, прежняя конечная встреча. Наконец, у Эвклида мы тоже имеем вещественный абсолют, но он не может тут оставаться в том полном и развитом виде, как у Лобачевского. Именно, абсолютная поверхность вырождается здесь в мнимое коническое сечение, плоскость которого играет роль т. н. конечно-удаленной плоскости; абсолютное же коническое сечение вырождается в мнимую пару точек, причем имеются в виду только те точки, которые не находятся на вещественной прямой, соединяющей абсолютную пару точек, сама же эта прямая и есть то, что обычно называется бесконечно удаленной прямой. Такое вырождение абсолюта вполне понятно: ведь эвклидов-ское пространство есть бесконечность только потенциальная; оно не положено здесь как самостоятельно-субстанциальная бесконечность; и в этом смысле оно есть мнимость, хотя фактически бесконечность здесь все же налична (раз возможно бесконечное деление). Потому и говорится о выродившемся абсолюте.

Следовательно, три основные метрические геометрии– Римана, Лобачевского и Эвклида–есть не больше как та или иная модификация проективной геометрии, вполне закономерно возникающая из определенного функционирования геометрического абсолюта.

На точках пространства, может быть, яснее, чем на других математических образах, демонстрируется диалектическая сущность числового выражения вообще. Кривые второго порядка, явившись пра-символом соответствующей структуры пространства, суть наилучшие образы выразительной силы числа вообще. Сферически мы пребываем в ровном и блаженном самодовлении, не нуждаясь ни в каком инобытии, в спокойном обладании бесконечностью; параболически мы устремляемся в неведомую мглу бесконечности и теряем память о себе и, значит, о всем ином; гиперболически мы строим великую крепость из материалов самой инобытийной бесконечности, что и приводит нас к воспоминанию об утерянной власти над бесконечностью, хотя оно тут пока еще бессильно, а власть эта только еще зрится здесь, но не осуществляется; и, наконец, эллиптически мы вновь завоевываем потерянную бесконечность, и она отныне равномерно плещет перед нами в твердых и обозримо-конечных берегах.

§ 72. Аксиома выражения в теории множеств

1. После дедукции выразительной измеримости в геометрии нет нужды доказывать, что выразительная измеримость должна быть присуща и множеству. Метризация множеств, однако, во многих отношениях гораздо гибче и тоньше, так как пространственный материал геометрии все еще достаточно тяжел и неповоротлив. Мы не станем здесь излагать подробное исследование по метризации множеств, хотя это является весьма тонкой и увлекательной темой. Я здесь ограничусь только ссылкой на литературу[85]. Дальнейшее же будет посвящено, так сказать, эвклидовским построениям в области теории множеств.

2. a) Выше (§ 70) было указано, что для характеристики сферы числового выражения имеет завершающее значение выразительная проработка всей числовой сферы как таковой, минуя всякие различия внутри нее самой. Там же было указано, что такая точка зрения удобнее всего может быть проведена сразу в отношении арифметического числа и множества. К этому и необходимо перейти сейчас. Разумеется, и для прочих математических наук это должно иметь основоположное значение. В отношении геометрии, например, мы уже столкнулись с различением конечных и бесконечных элементов (§ [71]); это различение было уже использовано нами, хотя самые эти категории только теперь должны стать непосредственным предметом философской рефлексии. Типы бесконечности, рассмотренные в § 71, также суть внутренно анализируемые структуры, но и там не ставился вопрос о самой категории конечного и бесконечного. Наконец, в предыдущем мы, конечно, и вообще много раз оперировали этими понятиями без всякого их анализа, поскольку они еще не были полагаемы как таковые. Вся сфера становления, например, связана с проблемой конечного и бесконечного. Но и она еще пока не требовала непосредственного анализа этой проблемы. Вот к этой последней и надлежит нам теперь перейти.

b) Итак, нами получено число во всем своем логическом завершении. Его едино-раздельная упорядоченная определенность дала нам возможность оперировать с ним как с абсолютно усточивой структурой, а его становление привело нас к разнообразным числовым операциям, точные законы которых также получили для нас необходимое диалектическое обоснование. Теперь мы забываем все внутренние различия числа, обозначая их одним и по возможности наиболее широким термином. Это для нас просто определенность числа как такового, или, иначе, выразительно-числовая определенность. Спросим себя: куда же пойдет число дальше? Ведь дальше уже начинается вне-числовая сфера, т. е. сфера даже вообще не количества, а, например, качества или какой-нибудь другой категории, смотря по выбору той или иной диалектической системы. Но мы не можем переходить в эту вне-числовую сферу, не покидая исследуемой нами математической области вообще. Как же в таком случае мы могли бы в целях еще большей конкретизации понятия числа и множества привлечь и это вне-числовое бытие?

85 В рукописи сноска к этому месту не сохранилась.

c) Способ такого привлечения нам хорошо известен. Это способ выразительных форм. Выражение как раз дает возможность смотреть на вещь извне и таким образом учитывать ее внешний антураж, но в то же время оно отнесено только к самой же вещи и ни к чему другому. Итак, на числе и множестве должно почить вне-числовое качество. Но какое же именно это качество? Поскольку число есть внутренне равнодушная сама к себе определенность, исключающая всякое внечисловое качество, постольку необходимо думать, что никакая специфическая качественность здесь неприменима. Но тогда это значит, что к числу применима качественность вообще, качество как отвлеченная категория, другими словами, потенция качеств, принципиальная возможность получить то или иное вне-числовое существование. Иначе говоря, число, или множество, заново осуществляется, но осуществляется во вне-числовой среде. А это и оказывается источником ряда дальнейших весьма важных и даже основоположных математических категорий.

3. а) Рассмотрим способы этого осуществления, или полагания, числа во вне-числовой среде. До сих пор мы находили в числе только специфическую определенность, которую мы выше назвали выразительно-числовой определенностью. Что теперь будет с нею делаться, если мы ее заново станем полагать, но полагать уже во вне-числовой среде, так как всякая иная среда уже нами использована для конструирования самого числа?

Полагаем числовую определенность в чистом виде. Мы ничего к ней не прибавляем и ничего от нее не отнимаем. Мы просто полагаем ее как таковую во вне-числовом инобытии и–смотрим, что из этого получается. Получается то, что называется конечным числом и конечным множеством. В самом деле, что нужно для наличия конечного числа? Если оно конечно, оно имеет конец, т. е. свою определенную границу. А если оно имеет границу, оно, во-первых, твердо сопротивляется всякому уходу за эту границу, так что всякий уход за эту границу есть уже нарушение самого принципа конечности. А во-вторых, наличие границы неуклонно ведет к возможности дробления внутри того, что обладает этой границей, ибо ограничить – это диалектически и значит превратить в дробимое. Другими словами, конечность есть не что иное, как вне-числовая определенность, но только определенность, взятая в чистом виде, т. е. в своем бытии, в своем принципе. Это есть просто едино-раздельность, но не та идеальная, при помощи которой впервые только еще производилось отличие одной единицы от другой в пределах данного числа, но та едино-раздельность, которая перешла во вне-числовую данность, где она и осуществилась как таковая, т. е. осуществилась в своем принципе, так что число «три» или «четыре» отныне для нас оказывается не просто результатом различения и отождествления в определенном порядке следуемых единиц, т. е. не просто результатом счета, но результатом фиксирования данного числа извне, результатом того, что это число твердо положено вне себя и что ему дальше некуда двигаться (так как все дальнейшее есть уже вообще не число, но – вне-числовая область). Все числа, обладающие таким свойством, являются уже не просто едино-раздельными, но и конечными.

b) Математики много рассуждают о конечных величинах. Некоторые даже прикидываются, что они совершенно не знают, что такое бесконечность, и утверждают, что им известны только конечные величины. Однако еще, кажется, ни один математик не дал определения того, что же такое конечность по своему существу. Более или менее определенное понятие конечного может быть дано только вместе с категориями бесконечного, и к этому мы перейдем сейчас же. Но здесь пока необходимо отметить, что единственная область, где можно искать определение конечности, – это область вне-числового и, даже шире, вне-смыслового бытия. О чистом смысле нельзя сказать, конечен ли on или бесконечен. И о числах, взятых самих по себе, совершенно нельзя сказать, конечны ли они или бесконечны. Возьмем число «два». Профану кажется, что это есть конечное число. Оно, конечно, может быть конечным числом и в качестве такового обычно и принимается. Но тут у математиков немного слабеет память, и они забывают свое же собственное утверждение, что если «два» рассматривать как предел некой переменной величины (начиная, например, хотя бы с той же единицы), то эта переменная может приближаться к своему пределу как угодно близко, никогда не сливаясь с ним целиком. Другими словами, от единицы до двойки залегает та же самая непроходимая бездна, что и в тех предметах, которые обозначаются математическими значками ∞ и ω. Скажут, что это уже другой подход к двойке. Но я как раз и утверждаю, что суждение о конечности или бесконечности двойки зависит от подхода, от точки зрения, и что сама двойка по себе не есть ни только конечное, ни только бесконечное.

c) Итак, в чем же сущность конечного? Только переход во вне-числовую область, в область, так сказать, вещественную, материальную, физическую, впервые создает категорию конечного. Но мы не можем в математике говорить о физическом просто. Надо, чтобы это физическое было понято математически и, главное, диалектически. Всмотримся, в чем же сущность этого физического. Ясно, что ни белое, ни черное, ни мягкое, ни твердое и никакое физическое качество тут не имеется в виду. Ясно, что ни отдельная физическая вещь и ни все вещи вместе тоже не имеются здесь в виду. Значит, остается только самый принцип физического, или материального, вообще, т. е. просто факт, наличие, осуществление, воплощение числового бытия, когда отброшено все остальное, т. е. все конкретные свойства этого воплощения. Важно понимать двойку не просто как некий чистый смысл, как отвлеченно-идеальную едино-раздельность, как смысловую определенность вообще (т. е. как составленность из двух единиц), но именно как вещь, – и вот тогда она становится для нас конечной величиной. А под вещью здесь понимается, как сказано, не вещь во всей своей чувственной конкретности, но вещь в своем первичном бытии, вещь как просто вне-числовое бытие, отбрасывая всякие вопросы о том, какое именно это вне-числовое бытие.

d) Выше (§ [ ]) различалось инобытие внутри смысла и инобытие вне смысла. Внутреннее инобытие смысла и есть не что иное, как принцип его раздельности. Внешнее же инобытие смысла есть полная его противоположность, оно есть становление, т. е. раздробление и разрушение смысла, принцип случайности его существования. И когда мы говорим о конечном бытии, мы имеем в виду как раз это второе инобытие, потому что первое инобытие уже было использовано нами для проведения дифференций внутри самой сферы числа. Если мы спросим, почему тройка есть тройка, то для ответа на этот вопрос достаточно фиксировать в ней три полагания и тем отличить от всех соседних и всех вообще чисел. Тройка есть тройка потому, что она не нуль, не единица, не двойка, не четверка и т. д.; она выделена из всех чисел тремя актами полагания, в ней содержащимися. Но если мы спросим, почему тройка есть конечное число, то тут уже нельзя ответить указанием на то, что тут три акта полагания. Если тройка оказывается конечным числом потому, что в ней три единицы, то тогда четверка не есть конечное число, потому что в ней содержится не три единицы; и вообще тогда из всех «конечных» чисел только тройка будет конечным числом, потому что никакое другое число не есть тройка. Следовательно, тройка есть конечное число вовсе не потому, что она отличается от единицы, двойки, четверки и т. д. Но тогда почему же тройка есть конечное число? Конечна она потому, что мы ее понимаем здесь как вещь, как материальную вещь, отличая ее уже не от идеально-абстрактных единиц, двоек и четверок, но от других вещей материального мира[86], от этого стола, стула и пр. Однако материальность тут нужна только с одной – правда, самой существенной своей – стороны, а именно с точки зрения принципа физического бытия, воплощения, с точки зрения принципа реальности. Идеальная едино-раздельная определенность, сама по себе чуждая всяких категорий конечности и бесконечности, становится конечной определенностью, или просто конечностью, как только начинает мыслиться реально. Конечность есть определенность, ставшая реальным фактом. Правда, идеальная определенность была не чем иным, как именно результатом счисления данного количества единиц, г. е. она есть не что иное, как просто едино-раздельность. Поэтому конечность более точно можно определить в виде вне-числовой определенности, данной как едино-раздельное бытие.

e) Все эти диалектические рассуждения о конечности числа нужно понимать (как и все в диалектике) максимально просто. Приведем житейскую аналогию. Может ли быть пиджак черного цвета, не будучи пиджаком вообще? Конечно, нет. Есть ли черный цвет для пиджака что-нибудь существенное? Конечно, нет. Но ведь черный цвет как-то оформляет и определяет пиджак? Несомненно. Но тогда получается, что пиджак имеет вне-пиджачное определение. Раз черный цвет есть вполне самостоятельный предмет, по существу не имеющий ничего общего с пиджаком, то, следовательно, чернота пиджака есть его вне-пиджачное определение. Чтобы говорить о черном цвете пиджака, надо уже знать, что такое пиджак, надо иметь его понятие, его смысл,

86 В рукописи: места.

его структурную идею, ибо иначе к чему же будет относиться прилагательное «черный»?

Точно то же самое мы имеем и в определениях числа как конечного, бесконечного, трансфинитного и т. д. Все эти определения уже предполагают, что имеется законченная идея числа. Ее мы и рассматривали в до-выразительных аксиомах. Сейчас же идет речь о вне-числовых определениях числа, по существу своему не имеющих никакого отношения к самому числу, ибо конечным и бесконечным может быть и не только число, как все равно и черный цвет может быть свойствен не только пиджаку.

4. a) Но, выйдя за пределы чисто числовой сферы и перейдя в область вне-числовых категорий, мы сразу видим, что конечностью все далеко не исчерпывается и что конечность есть только первая категория, с которой мы сталкиваемся во вне-числовой сфере. Простейший, но совершенно неумолимый закон диалектики гласит, что если есть что-нибудь одно, то есть и что-нибудь иное. Если есть вне-числовая определенность, данная как едино-раздельность, то есть она же, данная как множественно-безразличное, как безразличная множественность. Мы хорошо знаем, что здесь нас подстерегает категория становления.

Тут все различное слилось в неразличимое, но эта неразличимость не дана тут сама по себе (так как в этом случае она слилась бы в неподвижную точку и, следовательно, стала бы принципом различимости, раздельности), но дана она действительно как все иное и иное, т. е. как процесс, как сплошное изменение. Вне-числовая определенность перешла в сплошную и неразличимую изменчивость, утерявши устойчивость едино-раздельной структуры. Это не значит, что последняя исчезла совсем. Если бы она исчезла совсем, то сплошная текучесть оказалась бы таким бытием, о котором ровно ничего сказать нельзя (так как всякое слово, отнесенное к бытию, уже предполагает в нем ту или иную едино-раздельную осмысленность). Но эта структура дана здесь не непосредственно, как в конечном бытии, а дана как задание, как метод, как недостижимый идеал. Опять-таки это не значит, что едино-раздельная структура тут не дана никак. Она дана лишь как закон этой сплошной текучести, как метод этого алогического становления. Само становление нигде не кончается, и оно нигде не может кончиться, так как это противоречило бы самому понятию становления; становление потому и есть становление, что оно является инобытием и отрицанием едино-раздельности и вовне, и внутри себя. Но, нигде не кончаясь, становление может иметь ту или иную структуру, а конкретное становление и должно ее иметь. Конкретное же становление есть необходимо становление конкретного, т. е. в каждый момент становления мы должны знать, что именно становится, чего оно достигает и чего уже достигло.

b) То неизменное, что есть в сплошь меняющемся алогическом становлении, есть его предел. В этот предел и превратилась та конечность, которая раньше была предметом непосредственной рефлексии, а сейчас удалилась с нашего поля зрения, и только следы ее мы замечаем в течение всего процесса алогического становления.

Возьмем этот новый тип вне-числовой определенности в его наивозможно чистом виде. Когда мы идем от одного конечного числа к другому, то алогическое становление будет фиксироваться нами вместе с теми конечными величинами, в отношении которых оно осуществляется. Возьмем в качестве предела такого становления нуль, чтобы наблюдать это становление в самом его зародыше, в том его чистом виде, когда оно осуществляется в минимальной форме, когда оно только еще начинается. Чем ближе мы станем подходить к нулю в своем алогическом становлении, тем все более и более примитивные формы этого становления мы станем наблюдать. То же самое соответственно можно сказать и о бесконечности как пределе алогического становления (хотя покамест мы еще не получили категории бесконечности).

Ясно, что здесь мы сталкиваемся с понятиями бесконечно-малого и бесконечно-большого. В математике бесконечно-малым и называется переменная величина, имеющая своим пределом нуль. Но переменная величина x; стремится к пределу и тогда, когда[87] абсолютная величина разности $x - a$ будет меньше положительного числа ε, как бы мало это последнее ни было. Следовательно, бесконечно-малое есть такая величина, которая все время стремится к нулю, делаясь меньше любой заданной величины и не будучи в состоянии когда-нибудь слиться с этим нулем. (Соответственно бесконечно-большое может быть определено как величина, обратная бесконечно-малому.)

c) Бесконечно-малое есть уже новая форма вне-числовой определенности, мало похожая на конечную определенность. В диалектическом смысле оно есть прямая антитеза конечности, являясь не только инобытием ее вообще, но именно алогическим ее становлением. Бесконечно-малое есть вне-числовая определенность, данная как алогическое становление. Это и есть синтез конечности и ее инобытия, но не синтез вообще, а очень специфический синтез, именно тот первейший синтез, когда инобытие взято во всей своей иррациональной текучести и когда ее предел по своей субстанции находится на недостаточной высоте по сравнению с нею.

Итак, философская сущность бесконечно-малых есть не что иное, как чистое алогическое становление.

5. Не мы виной того, что становление может мыслиться остановившимся. Ведь можно же, идя по улице, в конце концов где-нибудь остановиться. Я думаю, этой возможности нельзя отрицать, не будучи психически больным. Но если остановиться можно, то сейчас же бесконечно-малое и бесконечно-большое преподнося! нам сюрприз, которому многие математики не обрадуются.

a) Именно, когда остановилось бесконечно-большое, это значит, что предел, бывший на необъятном от него расстоянии, уже достигнут, т. е. само алогическое становление оказывается одновременно и идеальной устойчивостью. Тут тоже синтез конечности с ее инобытием, но синтез уже

87 В рукописи: если.

дальнейший, второй, когда чистый алогизм отождествился с едино-раздельным идеальным не в порядке примата чистого алогизма, но в порядке примата идеального едино-раздельного. Это и есть, вообще говоря, трансфинитное число.

От бесконечно-большого оно отличается устойчивостью, идеальной законченностью, которая в то же время нисколько не удерживает реального потока становления. Когда мы обозначаем мощность первого трансфинитного числа через «алеф-прим» («алеф-нуль» – мощность конечных тел), то этот алеф-прим есть синтез как раз той самой устойчивости, которая характерна для конечного числа (и того постоянного становления, которое мы находили в бесконечно-большом). Все эти г. н. числа II класса имеют один и тот же алеф – мощность счетного множества. Этот алеф коренным образом отличается от алефа-нуля, потому что каждое конечное число имеет непосредственно ему предшествующее (кроме нуля), наименьшее же из чисел II класса, ω, хотя ему и предшествует сколько угодно других (конечных) чисел, все же не имеет непосредственно предыдущего. В этом отношении первое трансфинитное число уподобляется нулю в области конечных чисел. Существуют и числа II класса, отличные от ω; и не имеющие первого предыдущего. С одной стороны, среди чисел II класса нет наибольшего. С другой стороны, существует Ω – наименьшее число III класса, так что все числа, меньшие Ω, суть числа II класса. Это объясняется тем, что всякое число II класса может быть рассматриваемо как предел некоей последовательности возрастающих чисел.

b) Таким образом, трансфинитное число антиномично в двух отношениях. Оно не имеет непосредственно предыдущего, так как между ним и конечным числом – разрыв, прыжок, хотя в то же время оно само вполне обладает конечной определенностью, так как выразимо конечным числом слоев (а именно: счетное множество есть множество всех чисел натурального ряда). С другой стороны, оно не имеет наибольшего элемента, хотя в то же время всякое трансфинитное число II класса меньше Ω. Все это сводится к тому, что первое трансфинитное число ω, с одной стороны, есть первое следующее за множеством всех конечных чисел, а с другой стороны, конечные числа не имеют наибольшего числа и, следовательно, не может существовать и первого за наибольшим. Или еще проще: не существует никакого наибольшего числа (ибо всякое число можно увеличить) и существует наибольшее число (когда берутся все числа натурального ряда). В трансфинитном числе сразу дана и идеальная определенность, и устойчивость числа, и его алогическая неисчерпаемость. Можно сколько угодно увеличивать ω, прибавляя единицу за единицей, и от этого она нисколько не увеличивается, потому что этому ω свойственна идеальная определенность, вполне тождественная с той, которая была формулирована у нас в аксиомах едино-раздельности, а эта определенность – вполне вне всяких категорий конечности и бесконечности, ее нельзя ни увеличивать и ни уменьшать, и даже самые эти операции в отношении ее бессмысленны. Но с другой стороны, мы этот процесс прикладывания все новых и новых единиц, несомненно, производим в реальности, потому что то же самое действие $\omega + 1 = \infty$, которое бессмысленно с точки зрения первого слагаемого, ω, вполне осмысленно относительно второго слагаемого, 1, потому что как-никак, <…> а это 1 исчезает в ω как в некоей бездне, каковое исчезновение нужно считать событием очень большой важности.

Итак, трансфинитное число (II класса), или т. н. актуальная бесконечность, есть вне-числовая определенность, данная как наличное бытие (как ставшее).

6. Переходим к самой интересной, но в то же время и к самой трудной выразительной форме числа и множества, это к той, когда вне-числовая определенность сама становится выражением. В общей сфере числового выражения мы нашли свое бытие (конечность), свое инобытие (бесконечно-большое и бесконечно-малое) и свое ставшее бытие (трансфинитное число). Теперь мы переходим к выражению в сфере этого выражения. Из предыдущего можно припомнить, что на эту область мы уже натыкались не раз, хотя только сейчас наступило время для ее непосредственного анализа. Это первое трансфинитное число III класса, или Ω, которое в дедукции основных категорий теоретико-множественного упорядочивания (§ [5]2.4е) и становления (§ 61.3) предстало перед нами как континуум. Раньше мы наталкивались на это понятие потому, что всякую до-выразительную теоретико-множественную категорию мы старались представить максимально конкретно и потому доводили ее до выразительной формы, а тем самым и до континуума. Теперь же мы рассматриваем само числовое выражение; и если в области этого выражения мы перебрали все более абстрактные категории, дойдя до выражения самого числового выражения, то это значит, что континуум только сейчас подпадает под нашу непосредственную диалектическую рефлексию, превращаясь из завершающего и потому периферийного момента в центральный, в субстанциональный, в непосредственно предлежащий.

a) Что такое континуум? Уже давно прошло то время, когда континуум представлялся чем-то простым, ясным, очевидным, чем-то совершенно неразложимым. Правда, для нас это не должно значить, что континуум должен быть просто разложен на взаимно изолированные моменты, и больше ничего. Такая механическая атомистика тоже не может удовлетворить современному философскому содержанию. Однако мы все же должны как-то формулировать структуру континуума, и эта формулировка представляет огромные трудности.

b) Прежде всего мы должны выполнить одно обязательное условие: континуум в нашем определении должен остаться самим собою, т. е. прежде всего он должен не потерять своей равно расстилающейся непрерывности и не рассыпаться на бездну точек, как бы они близки ни были одна к другой. Изначальная, совершенно примитивная интуиция континуума, ясная уже ребенку, должна и для нас стать путеводным маяком: континуум не имеет никаких разрывов или дыр; мы их не видим; континуум есть непрерывная, равномерно растекающаяся сплошность. И вот этого-то и нельзя никогда терять из виду.

Если мы не погрешим против этой исходной интуиции, то все остальные разделения и подразделения, вся эта атомистика точек уже не будет для нас страшной. Вполне естественно, что математика хочет составить континуум из точек. В этом еще нет ничего худого. Ведь математика есть наука, а всякая наука есть более или менее абстрактное знание, которое, конечно, никогда не может ухватить непосредственную жизненную вещь целиком и не должно к этому стремиться. Вопрос не в том, чтобы целиком отображать вещь (тогда наука вполне могла бы заменить живого человека и ему больше уже никакого не осталось бы места на земле), а вопрос в том, чтобы отобразить вещь в точном соответствии с той позицией, на которой стоит данная наука. К континууму можно подойти физически; и физик должен суметь формулировать его в своих физических терминах. К континууму можно подойти геометрически и теоретико-множественно. К континууму можно подойти оптически, художественно-искусствоведчески. К нему же можно подойти и философски; и, как мы знаем, это будет значить, что мы должны вскрыть ту диалектическую взаимосвязь категорий, без которой не может осуществиться самое понятие континуума. Математика даст нам материал, а философия этот материал осознает. Поэтому нечего страшиться того, что в мысли приходится разлагать неразложимое. Если мы, разложивши неразложимое на составные элементы, вновь показываем, как воскресает на этих последних само неразложимое, то тут не только нет ничего страшного, но это только и есть единственная возможность рассуждать о предмете философски. Напрасно Вейль причитывает, что континуум-де вообще никогда не удастся подвергнуть полному анализу на том основании, что он есть непосредственно данная неразличимая сплошность. Вся жизнь и все бытие таковы, но это нисколько не мешает никому философствовать о том и о другом. Важно, чтобы явление жизни отразилось в данной абстрактной области так, чтобы структура этой последней адекватно ей соответствовала; но невозможно протестовать против того, что абстрактная структура абстрактна.

c) Еще одна установка должна быть у нас руководящей. Под влиянием идеи бесконечно-малых континуум легко можно трактовать как некий логический или математический инструмент для каких-нибудь иных целей. Но рассуждение о континууме не должно быть для нас только аналитическим аппаратом, подобно тому как мы рассуждали в анализе о непрерывности, с тем чтобы сейчас же применить это понятие для дифференцирования или интегрирования функций. Континуум есть для нас вполне самостоятельный предмет, сущность которого мы вскрываем. Он существует не для чего-нибудь, а сам по себе; и если в нем есть это «для чего-нибудь», то оно берегся не для того, чтобы найти это «что», для которого оно существует, но самое это «для чего-нибудь» берется здесь как непосредственный предмет рефлексии. Поскольку имеется здесь смысловая сущность континуума, Гуссерль сказал бы, что континуум здесь оказывается идеальным предметом. Но нам нет нужды употреблять эту терминологию, потому что мы можем заменить ее и гораздо более близкой к математике.

d) Именно, мы уже использовали такое «идеирование», когда от инфинитезимального бесконечно-большого перешли к трансфинитному. Очень хорошо инфинитези-мальные категории иные обозначают вслед за Кантором как потенциальные. Действительно, то бесконечно-малое и бесконечно-большое, с которым оперирует классический анализ, построено чисто процессуально, и притом алогически процессуально. Тут нет ни одного момента, который был бы положен и пребывал. В тот самый момент, когда мы что-нибудь здесь полагаем, это полагаемое и снимается. уходя в прошлое, и мы о нем забываем. Бесконечно-малое есть именно эта вечно скользящая сплошность и текучесть, в которой каждый момент снимает сам себя, отождествляясь с другим, который тут же в свою очередь снимает сам себя, отождествляясь с третьим, и т. д. и т. д. Это в полном смысле слова потенциальная бесконечность.

Совсем противоположно ей то бесконечное, которое покоится в себе, будучи раз навсегда отождествленной со своей идеей, никогда не подвижной и никогда не изменной. Тут не ищется чего-то a priori недостижимого, но оно уже дано; то, что стремится к пределу, тождественно здесь с самим пределом. Это актуальная бесконечность. Ясно, что только в актуальном виде бесконечность стала для нас чем-то определенным, стала, скажем, идеальным предметом, в то время как потенциальная бесконечность имела свою определенность вне себя, поскольку она никогда не могла достигнуть своего предела. Трансфинитное число имеет свою определенность внутри себя, а не вне себя; для его распознавания не нужно фиксировать какой-то его предел, т. е. определяющую его идею, которая была бы вне его.

Результатом этого является то, что над трансфинитным числом, в сущности говоря, невозможно производить никакие действия. Ведь бесконечность – это же и есть все, что только существует: можно ли к ней что-нибудь прибавить или можно ли ее как-нибудь уменьшить? Сущность операций

$$\omega \pm N = \omega \cdot N = \frac{\omega}{N} = \omega^{N^N}$$

где N–любое конечное число, в том только и заключается, что трансфинитное число ω не дозволяет никаких над собой конечных операций. Актуальная бесконечность неподвижна, неизменна; она есть абсолютное постоянство самособранности, в самом своем корне исключая всякую конечную раздробленность, текучесть, слабость и непостоянство.

Итак, с полным правом мы можем сказать, что трансфинитное число и есть та бесконечность, которая свою идею содержит сама в себе, а не вне себя и которая потому, несмотря на мнимую составленность из вечно дробящейся конечности, есть в полном смысле слова идеальный предмет в смысле Гуссерля. Заметим, однако, что если брать терминологию идеалистов, то найдутся термины и гораздо более выразительные. Так, поскольку трансфинитное число как раз то и обозначает, то и проявляет, чем оно является по своему смыслу, то оно оказывается также и символом в смысле Шеллинга. Трансфинитное число – символично, а не аллегорично, как инфини-гезимальные бесконечно-большие, и не схематично, как дряблая конечность. Но, повторяю, мы можем спокойно отбросить всякую философскую терминологию, вызывающую к тому же ненужные ассоциации, раз мы усвоили, что такое трансфинитное число.

Но тогда предмет нашего исследования может быть обозначен следующим образом. Это континуум, данный как трансфинитное число. В самом деле, континуум есть во всяком случае бесконечность. Это ясно уже из того, что мы в нем не можем указать ни первого, ни последнего элемента, т. е. ни наименьшего, ни наибольшего. Он все время плывет; и неизвестно, где он начался и где кончится. С другой стороны, однако, мы хотим, чтобы континуум стал для нас самостоятельным предметом, так, чтобы за его сущностью нужно было идти не к чему-то другому, а к нему же самому. Надо, чтобы свой собственный смысл, свою собственную нетекучую, абсолютно ясную и неподвижно определенную идею он имел в самом же себе. А это значит, что континуум должен предстать перед нами не как просто бесконечность, но именно как актуальная бесконечность или как число трансфинитное (как модификация трансфинитности).

Можно сказать и еще определеннее. Так как в континууме ярче всего бросается в глаза именно эта непрерывная текучесть, т. е. алогическое становление, то наша проблема есть проблема алогического становления, данного как актуальная бесконечность. Когда алогическое становление (в форме инфинитезимального) переходило в трансфинитное, то оно не просто переходило, оно еще отождествлялось с конечной определенностью, почему мы и говорили, что трансфинитное есть остановившийся инфинитезимальный процесс. Когда же в учении о континууме говорим об алогическом становлении, то оно берется уже в своем чистейшем, беспримесном виде, со всей его сплошностью и текучестью, без всяких элементов едино-раздельности. И вот эта мгла и бездна неразличимости, не имеющая ни начала, ни конца, оказывается, тоже есть актуальная бесконечность; она тоже имеет свое идеально-фигурное строение, свою смысловую физиономию. Она–тоже число трансфинитное, форма самой бесформенности, скульптурный символ вечного хаоса. Ибо хаос есть тоже некая стадия, а именно – стадия хаоса.

7. Такая ясная постановка вопроса сразу снимает ряд трудностей, которые в другой постановке оказались бы и большими, и часто непреодолимыми. Это мы будем чувствовать на анализе понятия континуума, к чему сейчас и приступаем.

a) Итак, наш исходный пункт: континуум есть алогическое становление. Алогическое становление есть такое полагание, которое в то же время является и отрицанием, снятием. Каждый момент никогда не есть он сам, но всегда – иное и иное. Но относительно идеальной едино-раздельности эйдоса (§ [ ]) мы знаем, что ему также свойственно сразу и в одном и том же отношении как тождество, так и различие. Следовательно, для алогического становления тут должен быть спецификум. Он заключается в том, что если в эйдосе каждый отдельный момент тождествен и различен с другими его моментами и со всем целым, то здесь каждый момент тождествен и различен со всем эйдосом, с едино-раздельностью как с таковою. Алогическое становление в каждый свой мельчайший момент полагает весь эйдос, и в тот же самый момент весь этот эйдос снимает, отрицает его.

b) Итак, весь полагаемый эйдос целиком снимается, забывается. Алогическое становление – там, где об эйдосе (т. е. о едино-раздельности) ничего не помнится. Но что же тут помнится, т. е. что же остается и не [у]бывает? Ведь оставаться нечто безусловно должно. Если бы один момент после своего наступления целиком бы оказался забытым и также второй, третий и т. д., то мы плыли бы по морю становления, совершенно не замечая последовательности этого становления и не имея представления ни о каком процессе. Процесс – там, где произошедшие[88] моменты изменения не погибли целиком, но продолжают сохраняться и влиять на наступающие моменты. Следовательно, должны оставаться и пребывать все моменты полагания, хотя само полагание – актуальная бесконечность и должно забываться, чтобы было действительно алогическое становление, или континуум. В континууме мы наблюдали акты полагания эйдоса, или трансфинитного числа, как бы следы полагания и снятия трансфинитного, беря их как целое и не забывая их вместе с их снятием, но само трансфинитное тут не мыслится (ибо иначе не получится алогичности, необходимой для континуума).

c) Теперь спрашивается: каковыми же должны быть акты полагания и отрицания, чтобы это было полаганием и отрицанием именно трансфинитного эйдоса (и притом чтобы самого-то эйдоса тут не было)? Прежде всего, очевидно, это не то полагание, которое мы находим в самом эйдосе. Там всякое полагание было только различением. Полагать в этом смысле эйдос и значило создавать едино-раздельность. Не то реальное полагание. Оно уже предполагает, что есть какое-то идеальное полагание, некая различенность и отличенность, ибо иначе нечего было бы и полагать реально. Само же реальное полагание есть полагание факта, некой силы, способной активно установить себя и оттолкнуть прочее. Тут не просто различие, но некоторого рода притяжение и отталкивание, получение некоторого тела, воплощение.

d) Итак, мы наблюдаем, как воплощается трансфинитное, само трансфинитное отбрасываем, а только созерцаем целокупность самих актов воплощения трансфинитного. Но будем помнить, что нам никуда нельзя om1одить от алогического становления. До сих пор оно представало перед нами как ряд последовательных воплощений трансфинитного без самого трансфинитного. Но ведь алогическое становление возникает как инобытие эйдоса. Это значит, что если эйдос есть самотождественное различие, то становление есть безразличное саморазличие, и если эйдос есть подвижной покой, то становление есть подвижная неустойчивость и взаимопроникну-тость и слитость, и если эйдос есть единство и определенность, то становление есть абсолютно сплошная бесформенность. Другими словами, алогическое становление есть безразличная самопротиворечивая сплошность или

88 В рукописи: произошли.

(максимально сжимая все эти определения) безразлично-взаимопроникнутое, порождающее само себя самопротивоборство. Следовательно, все акты воплощения трансфинитного эйдоса должны в континууме находиться в состоянии безразлично-взаимопроникнутого самопротивоборства. Это значит, что каждый акт воплощения порождает из себя и поглощает в себя все остальные акты воплощения. Какой бы акт мы здесь ни взяли, он, с одной стороны, порождает себя и все прочие элементы, сам получая свое бытие от них же, а с другой стороны, он поглощает в себя все прочие, а равно и сам поглощается каждым актом из всех прочих. Это-то и будет подлинным алогическим становлением эйдоса, когда, с одной стороны, оно предполагает решительно все категории эйдоса (т. е. все его элементы и самотождественны, и саморазличны, и устойчивы, и взаимопереходчивы, и структурно-определенны), а, с другой стороны, самих-то этих категорий не видно, а только видно, как нечто (неизвестно что), согласно этим категориям, воплощается на безразличном материале и тут же само себя пожирает.

Пусть у нас есть точка А, где «воплотился» трансфинитный эйдос. Она не может быть просто точкой. Если мы хотим исследовать континуум, т. е. то, что прежде всего есть алогическое становление, мы тотчас же увидим, что эта точка плывет, что ее нет как ее, что она в одно и то же время есть и точка, и самопротивоборство целой бездны таких же точек. С одной стороны, наша точка А породила из себя целую бездну новых точек; а с другой–сама она исчезла в этой бездне, и мы уже не умеем ее поймать. Она же породила новую бесконечность, она же и погибла в ней, т. е. она же себя породила, она же себя и уничтожила.

Итак, мы теперь знаем, что дает континууму алогическое становление. Оно воплощает в нем актуальную бесконечность трансфинита (п. [7] с), и оно заставляет эти акты воплощения пребывать в безразличном самопорождении и безразличном самопожирании.

Что же дает теперь становление именно эйдоса?

е) Трансфинитный эйдос, как мы знаем выше из п. 5, возникает прежде всего в результате последовательного пробегания всех чисел натурального ряда. Трансфинитный эйдос прежде всего таит в себе последовательность всех чисел. Это есть тот факт, из осмысления которого родился и сам трансфинитный эйдос. С другой стороны, он потому здесь и является эйдосом, что он не есть просто эта последовательность конечных чисел, так как никакая последовательность чисел еще не есть ни трансфинитное, ни даже просто бесконечность. Эйдос есть именно эйдос, т. е. некоторый смысл, идеальный предмет, который сам по себе уже ничего общего не имеет ни с какой последовательностью, подобно тому как понятие тяжести вовсе не есть само нечто тяжелое.

Применить указанные моменты в интересующей нас области можно только так, что, взявши одну точку «воплощения» и получивши в результате ее снятия и превращения неопределенную текучесть, саму эту текучесть[89] полагать

89 Так в рукописи.

так, как мы полагали самый трансфинитный эйдос. И вследствие того, что это новое воплощение в силу алогического становления в то же мгновение будет в свою очередь снято и оттолкнуто в бездну прошлого и превращено еще в новую длительность и текучесть, мы должны и с этим новым результатом поступить так же, воплощая его заново, снимая и т. д.

Другими словами, если алогическое становление трансфинитного эйдоса дало нам стихию взаимопоглощающего самопротивоборства актов воплощения этого эйдоса, то алогическое становление трансфинитного эйдоса заставляет, чтобы каждый такой акт имел значение эйдоса, т. е. чтобы все акты не только поглощали один другого, но чтобы они были один в отношении другого эйдосами, т. е. чтобы они были воплощением один другого точно так, как один акт воплощает природу самого эйдоса. А так как трансфинитный эйдос есть бесконечная последовательность, то мы должны представлять себе дело так, что первый акт воплощения эйдоса является эйдосом для второго, а этот второй – эйдосом для третьего и т. д. и т. д. Следовательно, необходимо, чтобы не просто каждый момент в стихии алогического становления воплощал в себе общий и единственный трансфинитный эйдос, но чтобы тут была последовательность его перевоплощений, чтобы все время росла, так сказать, сама категория воплощения.

f) Что же мы теперь получили? Вышесказанное можно резюмировать так. Континуум есть 1. алогическое становление, 2. данное как актуальная бесконечность, или, что то же, как трансфинитный эйдос. 1. Алогическое становление предполагает ежемгновенное полагание и снятие всего трансфинитного эйдоса (а не его отдельных моментов) (a), взятое, однако, без самого эйдоса (который внес бы едино-раздельность) (b); это полагание и снятие есть фактическое (а не только различаемое отвлеченно) воплощение ©, которое дается в виде непрерывного и сплошного самопорождения и порождения из себя всего иного вместе с самопоглощением и поглощением в себя всего иного (d). 2. Трансфинитный же эйдос требует, чтобы каждый акт воплощения был в отношении всякого другого акта тоже эйдосом и чтобы эта эйдетизация происходила последовательно, с накоплением всего получаемого смыслового содержания (e).

К этому анализу, однако, необходимо прибавить, что весь он есть не что иное, как утверждение того, что бесформенное тоже имеет свою форму, а именно форму бесформенности, подобно тому как куча, облако и пр. бесформенные предметы, в сущности, всегда имеют свою определенную форму, хотя континуум – это уже предел всякой бесформенности. Можно еще сказать и так, что предыдущий анализ понятия континуума утверждает только мыслимостъ хаоса и бесформенного, бессмысленного, ибо, как только бесформенное и бессмысленное стало мыслиться, оно тотчас же получило и свой смысл, свой эйдос, а именно смысл и эйдос бессмысленного. Бессмыслие можно видеть умом – вот что говорится в предыдущем анализе. Можно, наконец, и просто сказать, что здесь мы раскрываем, как есть абсолютный хаос, ибо «быть» и «иметь смысл» для философа одно и то же. Бессмысленное самопротивоборство хаоса все пронизано смыслом – конечно, своим собственным (а не каким-нибудь иным) смыслом и эйдосом. И вся эта жестокая буря порождений и поглощений есть ясная и прозрачная, покойная и тихая, бесплотно-умная картина, несмотря на все свое бессмысленное содержание. Тут все – эйдос, и каждый мельчайший момент есть безмолвный жест чистого смысла.

Но эту, в общем, довольно банальную (не для всех) истину, что хаотическое тоже есть нечто мыслимое («идеальный предмет»), приходится анализировать и уточнять, чтобы приблизиться к тому представлению континуума, которое создано гением Кантора и которое с тех пор вошло в общее достояние мировой математики. Тут-то и пригодятся те расчленения, которые мы только что произвели.

8. a) Уже одну математическую интерпретацию мы ввели с самого начала. А именно, вместо того чтобы говорить об алогическом становлении как идеальном предмете, мы говорили о нем как об актуальной бесконечности. Понятие же актуальной бесконечности, или трансфинитного числа, есть уже очень определенное математическое понятие, несмотря на то что многие из механистических позитивистов в математике и считают его философским (сваливая в это свалочное место, философию, все, что им непонятно). Это, конечно, вполне математическое понятие, составленное из тех элементов, которые в других случаях не вызывают сомнения ни у каких математиков. Будем исходить из этого, т. е. будем понимать алогическое становление как ω, считая, что этот пункт вполне ясен.

b) Идем дальше. Указанные выше пункты a, b и c можно взять вместе. Это воплощение всего эйдоса без самого эйдоса. Значит, это воплощение не чего другого, как того, что мы обозначили через ω. Что же это такое, воплощение ω? Воплотить, вообще говоря, – значит перенести в инобытие, повторить. Но если мы ω просто повторим, то это будет перенесение без всякой фиксации его внутренних моментов, перенесение самой его общей субстанции, без перенесения его внутреннег о смыслового содержания. Мы получим вместо ω нечто другое, именно $\omega\cdot 2$, но само ω останется нераскрытым. Однако это раскрытие ω в инобытии мы обязательно должны произвести потому, что инобытие (как таковое) содержит в себе только те смысловые моменты, которые оно получило извне. Иметь смысл от самого себя может только сам же смысл. Поэтому, когда мы в трансфинитном находили присутствие этого смысла во всех его частях, то это было вполне естественно и вытекало уже из одного того, что оно есть эйдос. Когда же речь идет об инобытийном воплощении, то воплотить эйдос «вообще» не значит еще воплотить его и во всех частностях. Надо дать такое его повторение в инобытии, чтобы каждый его момент в инобытии тоже воплотил на себе целое.

c) Что это значит математически? Возьмем число «три». Что значит повторить его так, чтобы каждая из входящих в него единиц стала тоже целым, т. е. тройкой? Это значит возвести тройку в квадрат. А что значит возвести число в степень, которая равна самому числу, напр. тройку в куб? Это значит не только отобразить целое в каждой отдельной его части, но еще и отобразить его именно со всем тем смысловым содержанием, которое мы находим в целом. Когда мы возводим тройку в квадрат, т. е. один раз повторяем целое в каждой его части, мы, очевидно, берем целое тоже пока только вообще, как некую общую субстанцию, без внимания к тому, что это целое есть именно тройка. Когда же мы возводим тройку именно в куб, то мы и заставляем тройку воплощаться в инобытии как общую субстанцию и каждый ее смысловой момент оказывается гоже воплощенным в этом инобытии, так что здесь впервые целиком «воплотилось в инобытии» число и по своей субстанции, и по своему смыслу.

Следовательно, возводя ω в степень ω же и получая ωω, мы впервые получаем искомое воплощение трансфинитного числа полностью.

d) Этот процесс первого воплощения, поскольку речь идет именно о реальном полагании, а не только об идеальном различении (см. выше, 7с), не так прост, и его следует представлять себе математически точно, потому что это воплощение, как сказано, везде будет повторяться и дальше.

А именно, будем пользоваться нашим основным воззрением на трансфинитное, которое и привело нас к этому последнему из конечной области. Мы знаем (§ [ ]), что нужен скачок из раздробленной конечности в неделимую идею, чтобы впервые только еще получить самую категорию бесконечного. Будем пользоваться этим методом и здесь и тогда получим следующее.

I. Первое воплощение.

(1,2, 3, …ω)

A. 1. ω, ω+1, ω + 2, … ω + ω

B. 2. ω 2, ω·2+ 1, ω·2 + 2, … ω·2 + ω

3. ω·3, ω·3+ 1, ω·3 + 2, … ω·3 + ω

4………………………………………………

C. 5. ω2 + 1, ω2 4-2, ω2 + 3, … ω2 + ω

6. ω2 + ω+ 1, ω2 + ω + 2, ω2+ (0 + 3, … ω2 + ω + ω

7. ω2 + ω ·2, …

8………………………………. ω2 + ω ·ω

9. ω2· 2,……………………… ω2 · 2 + ω2

10. ω2 · 3,……………………. ω2 – ω

11. ω3,………………………… ω3 ω

D. 12………………………….. ωω

Нечего пояснять эту таблицу математически. Она не выходит за пределы элементарных арифметических операций. Но ее философский смысл, кажется, еще никто не исследовал до сих пор.

Я различаю здесь четыре стадии.

Первая, обозначенная буквой А, демонстрирует недоступность трансфинитного ни для каких конечных увеличений. Поднимая вопрос о воплощениях бесконечного, мы как бы сразу устанавливаем фундаментальный тезис: никакое увеличение бесконечного невозможно, так как бесконечное уже охватывает все. Бессмыслицу этого процесса увеличения мы и фиксируем с самого начала.

Но уже этот процесс A приводит нас к случаю, имеющему совсем другое значение. Именно, не обязательно говорить только о конечных приращениях. Что получится, если к ω мы прибавим не 1,2, 3,…, но прибавим целое ω? Тогда получится, что мы поставим бесконечность во взаимоотношение не к конечному, но к бесконечности же, т. е. к самой себе. А соотношение бесконечности с самой собой дает несомненно нечто новое, оно растет в своем собственном, чисто смысловом содержании.

Вот почему с момента достижения $\omega\cdot 2$ мы отмечаем начало нового процесса B, который открывает собою область взаимоотношений бесконечности с самой собой, в отличие от прежнего взаимоотношения ее с бытием конечным. Именно, процесс B рисует взаимоотношение бесконечности с самой собой по ее субстанции. Что значит $\omega\cdot 2$, $\omega\cdot 3$, $\omega\cdot 4$ и т. д.? Это значит, что мы то или иное число раз повторяем бесконечность, не вводя ни в какое рассмотрение ее внутреннего смыслового содержания. Правда, повторить бесконечность, собственно говоря, невозможно, так как она уже есть все, т. е. нет для нее никакого инобытия, в котором она могла бы быть повторена. Но поскольку идет речь о взаимоотношениях бесконечности с самой собой, постольку всякое ее субстанциальное повторение есть не что иное, как последовательное обогащение ее внутреннего же смыслового содержания. Следовательно, субстанциальное повторение бесконечности нисколько не выводит нас за пределы идеи бесконечного, а только напряжет ее смысловое содержание. – Итак, сущность процесса B есть субстанциальное взаимоотношение бесконечности с самой собой, или общебытийная ее саморефлексия, когда бесконечность устремляет взоры на саму себя и находит в себе себя же саму, но пока только как голый факт, не фиксируя еще смыслового содержания этого факта.

С момента $\omega\cdot\omega$ или ω^2 начинается процесс C. Здесь, стало быть, бесконечность уже рефлектирует над самой собой, и должен происходить рост этой рефлексии. Поскольку рефлексия бесконечности как голого бытийного факта уже состоялась, дальнейший рост этой рефлексии возможен только в сторону смыслового содержания бесконечности. Уже простое ω^2 указывает на то, что ω в качестве некоей целости отразилось во всех своих отдельных моментах, из которых оно состоит. Это уже нельзя считать бытийным взаимоотношением. Если целое присутствует полностью в каждой части, то тут мы находим уже и смысловое взаимоотношение. Ведь целое в отношении частей есть то, что их осмысливает как именно части. Удаляя целое, мы уничтожаем и части, которые после этого из частей превращаются в совершенно дискретное множество вполне самостоятельных предметов. И если вещь такова, что в ней целое полностью присутствует в каждой части, то это значит, что она рефлектирует в себе не просто свой факт, но и свой смысл. Обращая взоры на себя, она видит в себе не только факт своего существования, но и свою физиономию. Пересматривая свои частичные моменты, она везде видит себя и по существу. В этом смысл изучаемого нами момента ω^2.

Ясно, что один этот факт саморефлексии ω^2 еще далеко не есть вся возможная саморефлексия. Бесконечность утверждает себя как факт в процессе B, воплощает себя (конечно, в себе же самой) как факт. В процессе C бесконечность утверждает себя как смысл, воплощает себя как смысл. Но мы уже много раз встречались с дуализмом факта и смысла и везде находили их синтез, потому что реальная действительность не есть ни просто факт и ни просто смысл, но их последнее взаимопроникновение и слияние. Факт должен быть целиком использован смыслом, целиком осмыслен. Это и будет значить, что смысл целиком осуществился и стал во всех отношениях фактом. Нельзя говорить ни о каком воплощении чего бы то ни было, пока целиком не осуществился в инобытии и самый его факт, и самый его смысл. Но процесс от факта к смыслу был у нас процессом от ω к ω^2, т. е. возведением бесконечности в квадрат. Следовательно, чтобы в сфере смысла использовать весь факт, надо использовать в этих актах саморефлексии все ω. Единичный акт саморефлексии (или единичный акт смыслового самовоплощения) есть возведение в степень. Но что здесь является субъектом рефлексий? Ведь целая же бесконечность. Стало быть, только тогда бесконечность исчерпает себя в саморефлексии, т. е. только тогда она воплотится вся целиком в едином, но полном акте самовоплощения, когда этих актов саморефлексии будет тоже целая бесконечность. Если это случится, то в смысловом самовоплощении бесконечности ее собственный факт и бытие будут исчерпаны полностью. Это и происходит в моменте $\omega \cdot \omega$, что и есть окончание процесса *C* и начало процесса *D*. Этот процесс *D* и есть первый полный акт воплощения трансфинитного эйдоса в его инобытии.

Этим характеризуется весьма существенный этап в конструировании континуума. Еще далеко нет самого континуума, но уже есть, так сказать, одна его «точка», если только можно говорить о точках континуума. И что же это за «точка»? Мы видим, что это целая бездна точек, как оно и должно быть по нашему первоначальному условию соблюдать принципы чистого алогического становления. «Точка» континуума есть не просто геометрическая точка, но она в то же самое время порождает из себя целую бесконечность точек, так как эту бесконечность точек порождает уже всякий малейший сдвиг полагаемой точки, а она в силу алогичности данной области не стоит ни одно мгновение на месте. Мало того. Здесь не только бесконечность точек, но эта бесконечность дана сразу как некий единственный акт полагания. Быть же одной точкой для бесконечности точек – это возможно только тогда, когда каждая точка из этой бесконечности есть предел для каждой другой точки из этой бесконечности и для всех их вместе. А это и значит превратиться из ω точек в ω^ω точек. Когда одна точка в качестве предела притягивает к себе бесконечность других точек, то каждая из них, чтобы слиться с первоначальной точкой, должна сама пройти свою бесконечность точек; и, значит, ω точек пройдет ω^2 точек только для того, чтобы одна первая точка была пределом для всех других. Но так как вовсе не одна точка является пределом для других, а·каждая из ω точек является пределом для всех других, то в результате мы получаем ω^{ω} точек.

Другими словами, здесь мы наталкиваемся на тождество элемента континуума с его предельной точкой. А множество, которое состоит из всех своих предельных точек, носит название совершенного множества. Следовательно, то, что мы получили ω^{ω} точек из одного акта полагания, уже обеспечивает нам форму континуума как совершенно связного множества. Совершенство и связность тут уже содержатся, – по крайней мере как принцип. Таково философско-математическое значение первого воплощения эйдоса в виде [ω^{ω}].

e) Пойдем дальше. На очереди у нас принцип континуума, формулированный выше, в п. 7f, как пункт d (о порождении и уничтожении). Уже достигнутый нами результат достаточно обнаруживает стихию взаимопорождения и взаимопожирания отдельных актов воплощения. Мы воплощали, т. е. полагали, в инобытии наш трансфинитный эйдос однажды, а оказалось, что это не одна точка, а ω^{ω} точек. Наша единственная точка породила целую бездну точек, но эта бездна поглотила и ее саму, так что выходит, что точка через эманацию точек из себя уничтожила себя саму. Этот первый полный акт воплощения ω^{ω} фактически оказался целой бездной взаимопорождающих и взаимопоглощающих точек. Что же нового нам даст этот пункт d? Нового он даст только то, что эта «точка» ω^{ω} в свою очередь должна будет порождать из себя новую бездну точек с тем, чтобы погибнуть в этой бездне и еще в дальнейшем уничтожить и ее саму. В каком отношении ω^{ω} оказались к ω, в гаком же и еще дальнейшее порождение этого ω^{ω} должно оказаться к себе самому. Ясно, что мы получаем $(\omega)^{\omega^{w}}=\omega^{\omega^{\omega}}$ ».

Этот процесс можно и здесь записать более подробно.

II. Второе воплощение.

A. 1. $\omega^{\omega}+ 1$, ...

B. 2. $\omega^{\omega} + \omega$, ...

3. $\omega^{\omega} + 2\omega$, ...

4 ………. $\omega^{\omega} + \omega^{2}$

5. $\omega^{\omega}+\omega^{2} + 1$, ...

6. $\omega^{\omega}+\omega^{2} + \omega$, ...

7. $\omega^{\omega} + 2\omega^{2}$, ...

8 ………. $\omega^{\omega} + \omega\omega^{2}$

9. $\omega^{\omega} + \omega^{3}$ ...

10. …… $\omega^{\omega}+\omega^{\omega}$

11. $\omega^{\omega}\cdot 2+1$, ...

12. …….. $\omega^{\omega}\cdot 2 + \omega$

13. …….. $\omega^{\omega}\cdot 2 + \omega^{\omega}$

14. $\omega^{\omega}\cdot 3 + 1$, ... $\omega^{\omega}\cdot\omega$

C. 15. $\omega^{\omega+1}$ ... $\omega^{\omega+\omega}$

16. $\omega^{2\omega}$... $\omega^{\omega\omega}$

17. $\omega^{\omega^{2}}$

D. 18. $\omega^{\omega^{\omega}}$

Тут также можно проследить указанные выше четыре процесса (они отмечены в этом списке буквами A, B, C, D). Но мы достаточно разъяснили их выше.

Существенно важным является то, что этот принцип взаимопорождения и взаимопоглощения, отмеченный в п. 7f как d, в сущности своей является тождественным с двумя последними принципами, указанными также под рубрикой [e]. Действительно, что же мы тут делаем такое, как не то, что $\omega\omega$ считаем эйдосом в отношении дальнейших порождений, и как не то, что это эйдетизиро-вание проводим с неуклонной последовательностью? То самое, что с точки зрения алогического становления представляется взаимопорождением и взаимопоглощением, с точки зрения смысловой есть только переход эйдоса из одного инобытия в другое. В эпоху романтизма изображали иронию именно так, что идея осуществляла себя в инобытии и тем уничтожала себя, а инобытие принятием на себя идеи уничтожало себя (как инобытие), но тем же самым и воскрешало себя (ибо становилось осмысленным). Вот эта «божественная ирония» абсолюта над самим собою и совершается в каждом простом акте осмысления, когда смысл из своей чистой и беспримесной сферы выходит наружу, чтобы осмыслить не имеющее смысла. Потому мы и говорили выше о тождестве в континууме хаоса со смыслом, о том, что каждое мгновение этой алогической тьмы есть в то же время и скульптурный жест чистого смысла. На приведенных процессах второго воплощения трансфинитного эйдоса мы созерцаем, таким образом, сразу и принцип d, и принцип e из указанных в п. 7f.

f) Однако и здесь мы еще не получаем полного континуума. Дело в том, что если первый полный акт воплощения трансфинитности дал нам вместо ω стихию ω^{ω}, то, получая вместо ω^{ω} еще новую бездну точек $\omega^{\omega^{\omega}}$ мы образуем не что иное, как другой, второй полный акт воплощения, когда воплощается уже не ω, но ω^{ω}. Но почему же мы должны остановиться на этом втором акте воплощения? Как там было недостаточно ω^{2}, потому что оно не исчерпывало всей бесконечности, так и здесь недостаточно $\omega^{\omega^{\omega}}$ потому что оно не исчерпывает всей бесконечности воплощений. Чтобы пройти от 1 до ω, нужна бесконечность актов полагания или идеальных различений. Чтобы пройти от ω до ω^{ω}, нужна бесконечность реальных полаганий всей бесконечности, чтобы получилась одна воплощенная бесконечность. Наконец, чтобы охватить бесконечность самих воплощений бесконечности, нужен переход от ω^{ω} к ω^{ω}» .

III. Третье воплощение.

$$\omega^{\omega^{\omega}}, \quad \omega^{\omega^{\omega^{\omega}}}, \quad \omega^{\omega^{\omega^{\omega^{\omega}}}} = \Omega$$

Это третье воплощение есть, таким образом, только окончательное выполнение принципов d и e из п. 7f.

9. a) Чтобы понять, что результатом третьего воплощения является континуум, надо самым четким образом представлять себе наш общелогический анализ континуума в п. 7f, а чтобы реально воспользоваться

этим анализом, необходимо было яснейшим образом представлять себе диалектику самого трансфинитного числа. Кто не понимает ω, тот не поймет и континуума; и непонятность континуума есть, в основе своей, непонятность числа ω.

Именно, надо раз навсегда себе запомнить, что если бесконечность есть действительно бесконечность, т. е. охватывает все, то ничто конечное не может в ней изменить ни одной ноты. Бесконечность есть нечто абсолютно неуменьшаемое и неувеличиваемое, нечто абсолютно неделимое. Если думать, что ω действительно составлено из конечных чисел и может быть на них сведено, то это колоссальное недоразумение, которое является препятствием ко всякому пониманию этого ω. Никакими процессами нельзя из конечного получить бесконечное, и никакими процессами нельзя уже имеющуюся бесконечность как-нибудь изменить. Это запомним раз навсегда. Наше трансфинитное число ω, эта актуальная бесконечность, есть только одна неделимая точка, и больше ничего. Его нельзя дробить так же, как нельзя раздробить точку; в этом смысле оно лишено всяких «измерений».

Если это хорошенько себе усвоить, тогда отпадает значительная часть и трудностей, связанных с пониманием континуума, ибо одно из основных возражений против учения о континууме заключается в том, что невозможно его представить себе составленным из точек. Совершенно правильно, что континуум не состоит ни из каких точек, а есть абсолютная сплошность. Но это происходит здесь – принципиально–точно так, как и в простом трансфинитном числе. Как простое ω есть некая неделимая сплошность, несмотря на наличие в нем всей бесконечности чисел натурального ряда, так и континуум ничто не мешает понимать как некую неделимую сплошность, несмотря на бездну точек, из которых он составляется. Если понятно, что такое ω, то понятно и что такое континуум. И если не понятен континуум, то уже рушится и самое первое трансфинитное число.

Следовательно, весь вопрос заключается не в том, как получить континуум из точек (это общая проблема всякой трансфинитности), но в том, чем отличается получение континуума из точек от получения первого трансфинитного числа из точек.

Будем считать, что это для нас ясно. Если же мы поставим этот последний вопрос, то тут мы столкнемся еще с одной интуицией, которая, если ее взять саму по себе, опять-таки не есть что-нибудь специфическое для континуума, но это такая интуиция, без которой нечего и думать овладеть континуумом как логической идеей. Это интуиция алогического становления. В предыдущем (п. 7a – d) она была изображена достаточно, но мы лак же, как и в проблеме трансфинитной сплошности, укажем сейчас самый основной корень ее, как он необходим для континуума.

b) Корень этот заключается в утверждении слепой мощи созидания, наличной в бытии с той же необходимостью, что и координированно-раздельный эйдос. Только этим становление и отличается от эйдоса, будучи во всех прочих отношениях прямым его повторением. В эйдосе каждый момент отличен один от другого, и в становлении – го же самое (ибо иначе оно и не становилось бы); в эйдосе каждый момент тождествен с другим, и в становлении – то же (ибо иначе оно не было бы сплошностью); в эйдосе каждый момент переходит в другой и останавливается в нем, и в становлении – то же (ибо иначе оно не развертывалось бы последовательно); наконец, эйдос полагает сам себя целиком и ни от чего другого не зависит, и становление – то же (ибо иначе в нем выделялись бы отдельные более активные пункты и оно не было бы безразлично-самостоятельным бытием). Но все эти моменты, повторяющие эйдос, отмечены в становлении одним неизгладимым свойством: оно есть слепая мощь созидания всех этих моментов. Поэтому и самотождественное различие, и подвижной покой, и определенное бытие эйдоса даны здесь как слепые сдвиги, как неопределенная длительность без начала, без конца, да и без середины. Каждый отдельный момент становления никогда не есть он сам, но он сплывает[90] в самый [момент] своего полагания, превращаясь в скользящую тьму неизвестно чего.

И если бы мы захотели двигаться вообще по ровному полю становления, то мы должны были бы заметить, что каждый такой сдвиг, получившийся в результате полагания точки, тотчас же воплощается в новом сдвиге, подобно тому как сам он только что появился из одной идеальной точки, этот сдвиг – еще в новый и т. д. В результате же получается, что в становлении каждая точка не покоится, но тяготеет к другой точке, и притом ко всякой другой точке. Она – центр притяжения всех прочих точек, сколько бы их ни было, а сама она в числе прочих тоже тяготеет ко всем прочим. Таким только образом и можно схватить сущность становления.

с) Если мы овладели этими двумя интуициями – неразложимостью бесконечного и слепым самосозиданием становления, то это будет и овладением идеей самого континуума. Ведь мы же исходим как раз из того, что континуум есть алогическое становление, данное как актуальная бесконечность. Следовательно, чтобы осуществить вышеизложенные интуитивные принципы, 1) надо взять ω, но 2) в этом ω считать не 1, 2, 3… (что было бы только идеально-числовым различением, а не вне-числовым созиданием и воплощением), но считать так, чтобы вместо каждой единицы была упомянутая выше неопределенная длительность, 3) а вместо последовательного прибавления по единице – последовательное воплощение одной длительности в другую. Так как мы уже доказали (п. 8b), что первой «точкой», или первым воплощением, трансфинитного эйдоса является ω^{ω}, то ясно, почему исчерпанием всех бесконечных последовательных возведений ω^{ω} в соответствующие степени мы и получаем настоящий континуум.

Надо каждый момент ω понять как алогически становящийся, или, что то же, каждый момент алогического становления понять как трансфинитный, ибо эта взаимо-пронизанность алогического становления и трансфинитного и есть, как сказано, алогическое становление как идеальный предмет.

90 Так в рукописи.

При этом выясняется и роль последовательных возведений в степень. Ведь континуум должен обеспечить нам некоторый трансфинитный рост без разрыва всех моментов роста. Это делается так, что мы имеем сначала один алогический сдвиг, знаменующий первое воплощение трансфинитного, потом воплощение не просто прежнего трансфинитного числа, но воплощение происшедшего сдвига, затем опять не воплощение старого трансфинитного числа, но воплощение этого второго сдвига и т. д. и т. д. При таком росте трансфинитности мы, переходя ко всякому дальнейшему воплощению, имеем в виду все воплощения, бывшие до сих пор, вместе с этим новым, не различая уже нового сдвига от старого. Таким образом, мы все время плывем вперед и вперед, повторяя эти воплощения в каждый момент своего плытия, но самих этих моментов как раздельных не замечаем. Эта же раздельность, которая тут необходимо предполагается, относится не к нашему плытию, но к тому трансфинитному числу ω, которое является единственным основным субъектом всех этих воплощений, а по методу происхождения которого из бесконечности (т. е. путем предельного прыжка) мы и судим здесь о получающемся континууме.

d) Таким образом, континуум есть бесконечное число раз повторенное или, лучше сказать, бесконечно напряженное становление. И это так и должно быть, если мы вспомним, как вообще одна диалектическая категория происходит из другой. В этом сочинении мы не раз пользуемся примером движения и покоя. Эти категории суть взаимное отрицание. Но если мы представим себе, что движение происходит с бесконечной скоростью, то оно сразу, в одно мгновение охватит все точки бесконечности, какие только имеются; и раз ему поэтому некуда будет больше двигаться, оно превратится в абсолютный всеобщий покой. Точно то же самое происходит и с алогическим становлением. Покамест оно взято как такое, в чистом виде, оно есть отрицание эйдоса, смысла, едино-раздельности. Но возьмем его в максимальном напряжении, с бесконечной, так сказать, скоростью распространения. В таком случае оно охватит все точки бесконечности, т. е. всю бесконечность, в одно мгновение. Каждое мгновение бесконечности оказывается алогическим становлением, так как оно отныне решительно всюду как таковое, во всякой точке бесконечности со своим неизменным и абсолютным алогизмом. По этому самому оно не имеет и никакого начала и конца: всякое начало и конец алогично становится, и потому, строго говоря, континиум не имеет ни первого, ни последнего элемента. Однако раз охвачена вся бесконечность, а это ω мы получили раньше как нечто устойчивое и неделимое, то и наше становление переходит тут в свое отрицание; оно здесь как бы останавливается и превращается в расчленяемую, едино-раздельную идею. Это как раз и есть континуум. Мы его можем дробить как угодно и создавать из него какую угодно едино-раздельность, но мы прекрасно чувствуем, что это вовсе не та едино-раздельность, которая есть в конечном, да и не то единство, которое есть в трансфинитном. Хватая отдельные точки этой «едино-раздельности», т. е. фиксируя их на манер конечных элементов, мы сразу видим, как они выскальзывают из наших пальцев и ползут во все стороны. Это и значит, что континуум есть бесконечно напряженное становление и нельзя в нем отмечать никакие конечные моменты, – подобно тому как и смысл, идея есть бесконечно напряженные инобытие и факт. Инобытие есть бесконечно размытое становление эйдоса, а эйдос есть бесконечно сомкнутое восстановление инобытия. Не иначе и в том случае, когда эйдос есть трансфинитное число, а инобытие есть чистое алогическое становление.

e) Только теперь, когда понятие континуума окончательно раскрыло нам свою философско-математическую тайну, мы можем поставить континуум в тот контекст вне-числовых определений, который мы прервали выше, при переходе к п. 6. Что континуум есть вне-числовое определение, это ясно из того же, из чего ясна и вне-числовая определенность конечных и бесконечных чисел. Ведь чтобы число было конечным или бесконечным, надо, чтобы уже ранее существовало само число, как синие и красные карандаши уже предполагают, что есть карандаш вообще. И как синева и краснота, большие и малые размеры, хорошее и худое качество и пр. суть вне-карандашные определения карандаша, так и конечность, бесконечность, трансфинитность и континуальность тела суть его вне-числовые определения.

Но какое же это вне-числовое определение? Чтобы построить континуум, мы исходим из понятия трансфинитного эйдоса, но мы вовлекли этот последний в стихию чистого становления. Как алогическое становление в виде инфинитезимального бесконечного разыгрывалось у нас на путях от конечного к трансфинитному, составляя в некотором роде внутреннее содержание трансфинитного, так теперь это алогическое становление расстилается вне трансфинитного, увлекая его в свою бездну и по-своему его перестраивая. То, что сначала было внутри, теперь стало трансфинитно, в обоих случаях являясь методом его смыслового конструирования. При таком положении дела континуум явно оказывается чисто выразительной формой, как это видно уже на основании наших принципиальных установок (§ [ ]).

Итак, если конечное, инфинитезимальное и трансфинитное суть вне-числовые определенности, данные – соответственно– как эйдетическое (едино-раздельное), алогически становящееся и наличное бытие (§ [9.44]), то континуум есть, очевидно, вне-числовая определенность числа, данная как выразительная форма.

На этом мы кончаем наш анализ диалектического строения континуума.

10. Два вопроса или, вернее, один вопрос в двух аспектах остается нерешенным. Во-первых, почему выразительная форма должна быть чем-то сплошным и нерасчлененным и не есть ли это только один вид выразительности, в то время как второй вид требовал бы полной расчлененности и оформления? И, во-вторых, почему нельзя идти еще дальше за пределы Ω, совершая над ним те же действия, что и над ω, и какие от этого могли бы получиться результаты?

a) Разумеется, выразительная форма, вообще говоря, есть расчлененная форма (как это вытекает из характеристики выражения в § [69]). Этой расчлененности вполне соответствует и сам континуум, но сейчас мы увидим, что она не единственная. Что такое расчлененность континуума, который сами же мы все время характеризуем как нечто нерасчлененное и сплошное? Для ответа на этот вопрос необходимо опять-таки учитывать своеобразие сферы чистого становления. Ведь мы уже прекрасно знаем и много раз убеждались на конкретном анализе, что становление только тогда и возможно, когда есть чему становиться, т. е. когда есть нечто нестановящееся. В этом смысле становление обязательно предполагает едино-раздельную расчлененность. Последняя, как мы это хорошо видели на предыдущем анализе, присутствует в континууме как бы сзади, за этой сплошной завесой становления, но это присутствие совершенно необходимо, так как реально становление совершается только в отношении этого идеального расчленения. Мы так и говорили (§ [ ]), что нас интересует не самое ω, но все его воплощения в инобытии, которые к тому же всякий раз берутся как нечто совпадающее, как нечто целое. Следовательно, актов воплощения этого ω неисчислимая бездна или, точнее, актов этих Ω, но наблюдаемый результат этих актов – абсолютная сплошность, где эти акты незримо присутствуют в виде каких-то следов или теней основного субъекта воплощений.

Можно поэтому считать континуум некоторого рода интеллигибельной материей, материей – потому что он есть воплощение эйдоса, а интеллигибельной – потому, что все эти воплощения рассматриваются как идеальный предмет, т. е. потому, что они предполагают сферу чистого смысла и сами оказываются стихией чистого смысла, хотя и своеобразной. В стихии смысла материя и эйдос есть ведь одно и то же; материя тут есть только принцип инаковости, различенности эйдетического, в то время как за пределами чистого смысла материя есть принцип фактической реальности, т. е. не просто различения, а силового воплощения, т. е. вещественного притягивания и отталкивания. Пользоваться материей или полагать реальность в сфере чистого смысла – это значит только различать, сохраняя все целое, внутри которого установлены различия; что различно, то для мысли и существует. Пользоваться же материей за пределами чистого смысла – это значит полагать соответствующую реальность как некий факт [по отношению ко] всем другим фактам и целому, и притом противополагая их вещественно, т. е. в силовом отрыве от этих последних. Так как континуум мы трактовали в виде проблемы чистого смысла, то ясно, что наше Ω есть не только сплошность[91], но и вся расчлененность, которая содержится в последовательных возведениях исходного в степень. Тут материя и эйдос есть одно и то же, а поэтому континуум есть так же все те расчлененные числа и операции, которые были затрачены на его конструирование. В этом отношении континуум уже есть очень определенная смысловая расчлененность; и, если угодно, в этом смысле он состоит из Ω точек (что, конечно, не должно нарушать его сплошности[92] как и составленность ω из бесконечного числа точек нисколько не мешает

91 В рукописи: склонность (ниже–склонности).
92 В рукописи: склонность (ниже–склонности).

абсолютной его неделимости). Можно сказать, что континуум тоже есть счетное множество, но–такое счетное, в котором счет производится при помощи чисел II класса.

b) Второй вопрос, поставленный выше, также не терпит отлагательства, если мы стремимся к диалектической системе. В самом деле, что могло бы быть больше самого континуума? Пусть мы имеем какой-нибудь отрезок прямой. Как бы мал или велик он ни был, мощность всех действительных точек на ней совершенно одна и та же. Это мощность континуума. Кантор доказал даже гораздо больше[93]. Именно, оказывается, что мощность континуума двух измерений – такая же, как и мощность континуума одного измерения. И то же самое, оказывается, имеет место и относительно континуумов любого числа измерений, так что континуум бесконечного (или счетного) числа измерений по мощности своей равен континууму одномерному[94]. Действительных точек на данном отрезке не увеличивается и не уменьшается не только от увеличения или уменьшения его длины; но их количество – одно и то же и в пределах любой плоской фигуры, любого трехмерного тела и любого тела любого числа измерений. Это поразительное открытие способно озадачить любую философскую голову. Но мы не очень этому удивимся, так как уже привыкли от бесконечности ожидать самых невероятных вещей. Если понятно, что бесконечность ω вообще не увеличивается и не уменьшается, то в конце концов понятно и учение Кантора о равномощности с одномерным континуумом как угодно многомерного континуума.

Если все это так, то мы оказываемся как будто бы в трагическом положении: никакими действиями нельзя в дальнейшем выйти за пределы континуальной мощности. Фактически, однако, дело обстоит иначе. Ведь и ω, говорили мы, недоступна никакому ни увеличению, ни уменьшению, и все же мы получили в результате увеличения ω целый ряд разных порядков ω и в конце концов Ω, то, что уже имеет совсем другую природу, чем ω и чем любые ее порядки. В чем тут дело? Дело в том, что для бесконечности совсем не совпадают между собою мощность и тип множества, вполне фактически совпадающие для конечных множеств. Мощность каждого числа второго класса (между ω и Ω)–совершенно одна и та же – счетная мощность. Типы же чисел второго класса везде разные, т. е. везде разная упорядоченность. Также и после континуума мы находим мощности, которые все подряд являются континуальными. Но, применивши сюда идею порядка, мы сразу видим, что у нас получаются континуумы *n* вполне различных порядков, т. е. различного числа измерений.

Вот эта идея и является здесь решающей. Подобно тому, как малейший сдвиг точки со своего места уже порождает отрезок, на котором мощность всех действительных чисел равна континууму (одномерному), так малейший сдвиг

93 Journal fur d. reine u. angcwandte Mathemat. 1878. Bd 84.

94 В рукописи: одноместному.

самого отрезка уже порождает некоторую плоскость, на которой мощность всех действительных точек равна тоже континууму, но–двухмерному. Тут же мы проделываем все те операции, что и для перехода от ω к Ω, и получаем Ω_1. От Ω_1 мы таким же путем доходим до Ω_2, от Ω_2 до Ω_3 и т. д. и т. д., получая континуумы все большего и большего числа измерений. Наконец, мы получаем и бесконечно-мерный континуум Ω_Ω, а дальше затем и такой континуум, у которого множество измерений само имеет мощность континуума, или континуально-мерный континуум $<\Omega_\Omega>$.

Отсюда выясняется вся принципиальная важность трансфинитных чисел классов, начиная с третьего. Уже Ω есть переход от одномерного континуума к двухмерному, следовательно, третий с Ω класс чисел дает двухмерный континуум, четвертый (начиная с Ω_3) дает трехмерный континуум и т. д. С момента Ω_Ω начинается континуальная сплошность бесконечного числа измерений континуума. И, соответственно, $\Omega_{\Omega 1}$, $\Omega_{\Omega 2}$, $\Omega_{\Omega 3}$ и т. д.

Мы, однако, не станем анализировать все эти числовые бездны, чтобы не впасть в потенциальную бесконечность и тем самым не нарушить принципа трансфинитности. Для нас достаточно выставить просто множество всех чисел, куда войдут и все континуальные, как и неконтинуальные порядки; множество всех чисел есть вполне упорядоченное множество, обладающее целым рядом совершенно определенных свойств. Но мы не станем здесь строить теорию этого замечательного множества, а только закрепим его терминологически как тотальность, понимая под этим все, что вообще больше континуума, – по преимуществу же счетно-мерный континуум.

Если уже просто континуум, как указано выше, есть вне-числовая выразительная форма числа, то сфера тотальности, которая есть раскрытие общеконтинуального принципа, оказывается наивысшей развитой выразительной формой вне-числового осмысления числа вообще. Этим, надо думать, исчерпывается вся сфера чисел вообще.

11. а) Остается еще одна область вопросов, которую нам необходимо выставить тоже на первый план, оставаясь, конечно, на позиции чисто принципиального исследования. Это, вообще говоря, вопрос о взаимопредполагаемости и в то же время взаимонесводимости всех рассмотренных выше диалектических ступеней вне-числового осмысления. Математики здесь блещут точностью и общеобязательностью своих заключений. Для характеристики этого разброда Н. Н. Лузин[95] воспользовался «демоном» Максвелла, который владеет каждым математиком и внушает ему одни вкусы, исключая другие.

«1. «Демон» Брауэра. Его область есть область целого *конечного*, и притом ограниченного путем указания верхнего конечного предела. За этой областью все лежит «вне математики».

2. «Демон» Бэра. Его область есть просто область целого *конечного* без указания верхней конечной границы. Бесконечное – это лишь fagon de parler[96] и находится «вне математики».

95 Я. Я. Лузин. Современное состояние теории функций действительного переменного. М.; Л., 1933, 52.
96 способ выражения (фр.).

3. «Демон» Бореля. Его область есть область счетной бесконечности. Всякое несчетное множество – «вне математики».

4. «Демон» Лебега. Его область есть область *мощности* континуума. Всякая операция, требующая континуум простых шагов, доступна этому «демону»; поэтому определение верхней меры еще лежит в области математики. Но мощность 2е, мощность совокупности всех функций, уже отрицается Лебегом и не по силам его «демону».

5. «Демон» Цермело. Его поле операций – всякие мощности, в частности, всякое множество «демон» Цермело может «сделать» вполне упорядоченным».

Что может сказать философ по этому поводу? Можно только улыбнуться наивности этих философских рассуждений и похвалить за откровенное признание математиками субъективизма своей философии. Сказать, что существует только конечное и нет ничего бесконечного, или сказать, что существует только бесконечное и нет никаких подразделений в сфере бесконечного, – это значит слишком откровенно раскрывать свои ни на чем не основанные, но весьма интимные потребности и симпатии.

Приходится и здесь покинуть эту зыбкую и наивную почву кустарных домыслов и обратиться к беспристрастному и ко всему одинаково равнодушному суду диалектики. Но суд диалектики беспощаден.

b) Для диалектики совершенно нет никаких оснований предпочитать одну категорию другой. Если га или иная категория как-нибудь образовалась, т.е. имеет тот или иной смысл, то этого уже достаточно для того, чтобы ее нельзя было уничтожить никакими силами. Если конечное, бесконечное и разные виды бесконечного являются хоть какими-нибудь логическими категориями (пусть не столь богатыми, как можно было бы предполагать), то этим уже все решено: никакую категорию нельзя просто уничтожить, ее можно только подчинить другой или, наоборот, другую категорию подчинить ей, можно, наконец, при желании, и совсем о ней не размышлять, но если она хоть что-нибудь значит, то мыслить ее можно только как необходимую. Следовательно, поскольку в предыдущем мы именно установили смысл выразительно-числовых категорий, постольку все они для пас обязательны, и мы не можем пожертвовать ни бесконечным в пользу конечного, ни конечным в пользу бесконечного. Речь может идти только о диалектической системе этих категорий, т.е. о том, в каком смысле одна из них предполагает другую и как они объединяются в одно целое.

c) Чтобы укрепиться в той позиции, что рассмотренные нами выразительные формы есть именно категории, обратим внимание на то, что им вовсе не свойственны чисто количественные различия. Профан обычно думает, что конечное – это что-то обязательно очень маленькое, а вот бесконечное – это что-то ужасно огромное, что получается в результате постепенного увеличения малых размеров конечной величины. Эта точка зрения должна быть уничтожена до последнего основания. Никаким увеличением нельзя конечное превратить в бесконечное и бесконечное в континуум. Тут разница не по количеству, а по качеству или, точнее говоря, по категории. Никогда одна категория не расплывается и не воссоединяется так, чтобы из этого получилась другая категория. Эту другую категорию никаким способом нельзя получить откуда-нибудь, если она еще не существует сама по себе. Всякое получение одной категории из другой в диалектике вполне равносильно и их полной взаимной независимости и самостоятельности.

В частности, нужно сказать, что данный отрезок прямой вовсе не должен быть увеличиваем до бесконечности, чтобы мы имели эту бесконечность реально. Каждый конечный отрезок, как бы мал он ни был, уже есть бесконечность точек и интервалов и даже континуум, и даже в известном смысле тотальность. Бесконечность отличается от конечного вовсе не тем, что она больше его. Один и тот же отрезок, например – в один сантиметр, может считаться и конечным, и бесконечным, и континуальным, и тотальным, смотря по точке зрения, т. е. смотря по той категории, которую мы употребим для оценки данного отрезка.

Вот почему нелепы рассуждения тех математиков, которые допускают в своей науке только конечные величины, но пугаются счетных множеств или допускают счетные множества, но пугаются еще высших мощностей. Уже допустивши отрезок [0; 1], математик допустил решительно все – и конечную, и счетную, и континуальную, и тотальную мощность. И даже если бы он допустил отрезок, в любое количество раз меньший, чем [0; 1], он все равно уже фактически, но скрыто для себя, допустил все указанные основные выразительные формы числа.

Итак, в отношении выразительно-числовых форм мы должны выставить следующие положения.

1. Существует четыре основных выразительно-числовых формы: a) конечная, b) инфинитезимальная, c) трансфинитная и d) континуально-тотальная.

2. Если число дано на стадии выразительной формы, то оно сразу содержит в себе все эти четыре формы. Если оно характеризуется хотя бы одной из этих форм, то остальные также присутствуют тут целиком.

3. Это, однако, не значит, что всеми ими нужно пользоваться сразу. Обычно выбирается и фиксируется какая-нибудь одна из них, смотря по той категории, которую желательно иметь в виду. Конечная выразительная форма основана на категории едино-раздельности (или бытия определенного), инфинитезимальная – на категории становления, трансфинитная – на категории ставшего и континуально-тотальная – на категории энергийно-эманативного бытия.

4. Никакая из этих категорий не сводима одна на другую, но никакая зато и не может существовать без других. Все они – нечто, и все они – разное.

d) Такая установка поможет нам и при детальном рассмотрении указанных форм, которого, впрочем, мы делать не будем, но которому зададим только определенное направление.

I. Как возможно конечное?

a) Пусть существует конечная выразительная форма, которая в то же время не есть инфинитезимальная. Это значит, что в пределах этой формы невозможен ни малейший сдвиг, т.е. что от начального элемента конечного никуда сдвинуться нельзя, и, значит, тем более нельзя дойти до последнего элемента, т.е. конечное перестало быть конечным, обозримым.

b) Допустим, что есть конечная выразительность без трансфинитной. Поскольку трансфинитное число есть предел конечной операции, постольку исключение трансфинитности есть исключение предела, т. е. самой возможности достигнуть конца. Значит, в конечном при таких условиях мы не смогли бы достигнуть последнего элемента, даже если сдвинулись бы с первого элемента, т.е. конечное перестало бы быть конечным, обозримым.

c) Но пусть исключается континуум. Это значит, что внутри конечного образованы такие пропасти и разрывы, которые нельзя ничем преодолеть, так что если бы мы даже и обладали первым и последним элементом конечного множества, то мы не знали бы, что находится «посредине», т. е. не знали бы, что наши элементы есть именно первый и последний.

Конечно то, что имеет начало, середину и конец. И вот оказывается: если конечное не есть в то же время стихия бесконечно-малого, то оно не имеет начала. Если оно не есть в то же самое время и трансфинитное, оно не может иметь конца. А если оно не есть континуум, то оно не имеет и середины. Скажут: а если сама едино-раздельность не обеспечивает нам начало, середину и конец? Да, это есть действительно категория определенного бытия, но мы не можем воспользоваться ни началом, ни серединой, ни концом для конструирования числа и множества, если нет налицо указанных условий. Начало есть, но мы не можем с него сдвинуться; середина есть, но мы не можем через нее пройти; конец есть, но мы его не достигаем. Являются ли в таком случае эти отвлеченные категории реальной характеристикой числа и множества?

Итак, если нет бесконечного, то нет ничего и конечного. Условием возможности конечного является бесконечное.

II. Как возможно бесконечно-малое и бесконечно-большое?

a) Если существует бесконечно-малое, которое в то же время [не] является конечным, это значит, что оно есть чистое становление, в котором нет никакой едино-раздельности, т. е. которое вообще даже не есть нечто. Но тогда получается такое становление, в котором неизвестно, что именно становится. Но это есть только словесная нелепость, потому что для dx должно существовать само x. Бесконечно-малое существует лишь как известное приращение конечного. Бесконечно-малое и бесконечно-большое и есть не что иное, как становящееся конечное. Отбросивши здесь конечное, мы отбрасываем определенность самого понятия, т. е. делаем абсолютно алогичным и, значит, необсуждаем ым само бесконечно-малое.

b) Но, может быть, существует инфинитезимальное бесконечное без всякой трансфинитности! Этого очень многим математикам хотелось бы… Но, к сожалению, это не так. Если в инфинитезимальном нет трансфинитного, то с точки зрения чистой логики это означает только, что становление здесь не имеет никакого направления, не имеет никакой цели, т.е. не содержит в себе предела. Однако момент предела входит в самое понятие бесконечно-малого и бесконечно-большого. Не нужно думать, что актуальная бесконечность существует только для бесконечно-большого. Веронезе показал, что существует также актуальное бесконечно-малое. Раз есть предел, то в условиях алогического становления уже с необходимостью существует и трансфинитное (хотя оно тут не используется), ибо последнее и есть определенный синтез становления с пределом.

c) Точно так же немыслимо бесконечно-малое и тогда, когда оно не есть континуум. Если он не есть континуум, это значит, что в нем отсутствует само становление, процесс и уже тем более, значит, отсутствует непрерывность. А это значит, что бесконечно-малое есть постоянная величина, что противоречит самому его понятию.

Итак: если бесконечно-малое не есть в то же время конечное, оно есть становление неизвестно чего; если оно не есть еще и трансфинитное, оно есть становление неизвестно какое[97]; если, наконец, оно не есть континуум, оно вообще не есть становление, или процесс, оно вообще не есть переменная величина.

III. Как возможен континуум?

a) Допустим, что континуум не содержит в себе ровно ничего, что указывало бы на конечность. Это значит, что континуум лишен категории едино-раздельности. Но если нет едино-раздельности, то нет и сплошности, ибо последняя есть не что иное, как заполненная едино-раздельность. Однако, что получится, если мы выделим из континуума все, что создает в нем сплошность, и постараемся получить едино-раздельность? Это значит, что мы получим континуум, в котором не будет никакого счетного скелета, т. е. окажется неизвестным, сплошностью чего именно является континуум. Мы получим множество всех действительных чисел, в котором, однако, нельзя будет указать ни одного рационального числа (ибо множество всех рациональных чисел– счетное), что невозможно. Это, конечно, не значит, что континуум состоит из этих едино-раздельных элементов; но это значит, что для сплошности необходим едино-раздельный скелет, который после своего заполнения и превращается в неразличимую сплошность.

b) Континуум немыслим и без инфинитезимального момента. Это значило бы, что он мыслим вне процесса становления, а тут мы пришли бы к его распадению на дискретное множество. Каждая «точка» континуума, по вышеизложенному ([п. 9]), есть именно становящаяся точка, так что лучше уже говорить не о точках, а прямо об отрезках.

c) Наконец, континуум, лишенный признаков трансфинитности, есть континуум, в котором ни одна точка не есть предельная. А это исключается самим определением континуума как совершенного множества.

Итак: континуум вне категории конечного есть сплошность неизвестно чего; он же, лишенный категории трансфинитного; есть сплошность неизвестно

97 В рукописи: чего.

какая, а лишенный категории бесконечно-малого, он вообще не есть сплошность.

e) Самое же главное (оно же предпосылка, оно же резюмирующий вывод) во всем этом исследовании заключается в отрицании грубоколичественного подхода не только к категориям континуума, трансфинитных чисел и бесконечно-малых величин, но даже и к самим конечным числам и величинам. Даже и конечность числа не есть количественная характеристика числа, ибо по голому количеству еще нельзя судить, конечное оно или бесконечное. Если я сказал «пять», то только обыденная традиция человеческого сознания заставляет признать, что это есть именно нечто конечное. Сама же отвлеченно взятая пятерка – и бесконечность, и континуум, и ни то ни другое, смотря по точке зрения. В связи с этим шестерка больше, чем пятерка, но бесконечность ничуть не больше пятерки; и если математики так выражаются, то они сами же себя секут, когда начинают оперировать с бесконечными величинами. Оказывается, хотя последние только и «больше» конечных, но на самом деле они по самому существу своему совсем другие, так что неприменимо даже самое это понятие «больше» или, вернее, оно имеет тут везде разный диалектический смысл.

Одна структура – это арифметическая едино-раздельность; тут свое понимание[98] «большего», «меньшего» и «равного», а именно, эти понятия даны едино-раздельно, стабильно. Совсем другая структура–инфинитезимальное становление; другое здесь и понимание «больше», «меньше» и «равняется», а именно, тут самые эти понятия даны в становлении, в текучести, поэтому и самые операции в анализе бесконечно-малых совсем другие. Как ясно из предыдущего исследования понятия трансфинитного числа и континуума, также и здесь свое собственное понимание этих >, < и =. Поэтому нельзя говорить, что бесконечное больше конечного, если само «больше» в бесконечном и конечном разное.

Можно сказать еще и так. Конечное и многочисленные виды бесконечного не есть различие предметное, бытийственное, но – чисто смысловое, а именно, выразительно-смысловое. С точки зрения онтологической предметности о бытии с одинаковым правом можно сказать и что оно конечное, и что оно бесконечное, и что оно континуальное, сплошное. Можно сказать, что существует только конечное, а бесконечность и континуум есть его виды (хотя тут надо было бы проанализировать, что значит «вид»[99] Можно сказать, что существует только бесконечное, а конечное и континуум есть его виды. Можно сказать, что существует только континуум, а конечное и бесконечное есть его виды. Везде тут по-разному придется понимать термин «вид», но, не вникая в подробности, можно с некоторым грубоватым, но вполне реалистическим добродушием сказать, что одно тут «подчинено» другому и что каждая из этих категорий вполне «выводима» из другой. В одном случае «выведение» есть заполнение фона, в другом оно есть выделение и вырезывание на некоем фоне.

98 В рукописи: понятие.
99 В рукописи сноска к этому месту не сохранилась.

Но зато уже ни при каком реализме недопустим ни мещанский субъективизм Брауэра и Бэра, ни рационалистическая импотенция Бореля и Лебега. Только «демон» Цермело немного высовывает свою голову из этого мещанского болота мелкого субъективизма, да и тут способен только беспомощно выставить правильный тезис, будучи не в силах претворить его в живую действительность.

§ 73. Аксиома выражения в теории вероятностей.

Наконец, необходимо дать не подробную, но все же принципиально определенную установку для дедукции выразительной сферы и в области теории вероятностей. Ограничимся самым необходимым.

1. a) Выражение есть внешность, по которой узнается внутреннее. До сих пор (§ 49, 53, 57, 61.4, 62.5, 63.7) мы находили в теории вероятностей только такие категории, о которых нельзя было сказать, внутренние они или внешние. Самое это различие впервые зарождается там, где полагается различие факта и смысла, т. е. на ступени наличного бытия. Дальнейшее уже будет смыслом факта, т. е. чем-то внешним, поскольку и факт есть внешнее в сравнении с тем внутренним, которым теперь оказывается чистый, т. е. до-фактный, смысл. Раньше мы находили в теории вероятностей отдельные операции над вероятностями (§ 62.5) и закон больших чисел (§ 63.7). Необходимо, следовательно, подчинить эти операции и это применение закона больших чисел таким новым преобразованиям, которые бы превратили их в то, что, будучи по существу внутренним, теперь сорганизовалось заново и потому стало внешним.

b) Наиболее яркую форму этого теоретико-вероятностного выражения надо находить в учении о законе нормального распределения вероятностей и вообще в теории построения нормальных и уклоняющихся от нормы кривых распределения. Здесь, во-первых, сначала имеются в виду вообще теоретико-вероятностные операции, так как тут наличен целый ряд вероятностей, так или иначе получаемых из опыта или теории, и также – закон больших чисел, потому что здесь ставится вопрос, какою функцией является вероятность, когда по мере возрастания количества событий сглаживаются случайные уклонения отдельных событий от их математических ожиданий. Однако это еще не все. Именно, во-вторых, здесь разыскивается закон распределения вероятностей, т.е. здесь самое исчисление вероятностей является чем-то отвлеченным, внутренним, получающим внешнюю конкретность от нового оформления. Следовательно, и здесь аксиому выражения необходимо формулировать как утверждение тождества внутренно-внешних направлений становления для исчисления вероятностей.

Мы не будем анализировать ни предельных теорем Лапласа, А. М. Ляпунова и А. А. Маркова, ни закона (Гаусса) нормального распределения вероятностей, ограничиваясь только их общей диалектической установкой. Но ясно, что тут мы находимся в сфере теоретико-вероятностного выражения[100] –

100 В рукописи: распределения.

уже по одному тому, что оперируем с кривыми, которые всегда есть выражение в отношении аналитических данных. Но тут, кроме того, исследуется становление вероятностей, определенным образом сконструированное, а именно путем выключения всяких случайных уклонений, т. е. путем выявления чисто смысловой стороны становления. А сконструированное таким смысловым образом становление всегда есть выразительная форма.

2. Но в предыдущих параграфах мы констатировали разные диалектические типы выразительной измеримости. Арифметика дала нам разные типы преобразований, которые в геометрии соответствуют разным типам пространства. Если даже и не входить в подробности, то нельзя ли дать хотя бы общую установку для такого понимания вероятности, которое можно было бы назвать неэвклидовским? Да, такая методологическая позиция уже давно намечена в науке, и в настоящее время она обросла солидным математическим аппаратом. Я имею в виду основные факты т. н. волновой механики.

В чем тут дело? Придется на минуту отклониться в сторону, чтобы наше утверждение о «неэвклидовости» вероятности стало более или менее понятным[101].

a) В истории учения о свете известны две большие теории, связанные с именами Ньютона и Гюйгенса. Ньютона считают создателем корпускулярной теории света, по которой светящееся тело испускает из себя частицы, движущиеся в пустом пространстве наподобие самых обыкновенных материальных частиц, т. е. прямолинейно и равномерно, если отсутствует влияние всякой посторонней силы. Эта теория довольно удачно объясняла явления отражения и преломления, но она оказалась совершенно непригодной для объяснения интерференции и дифракции. Волновая теория, основателем которой считают Гюйгенса, рассматривала скорость света как волновую скорость. Работы Физо и Френеля, казалось, окончательно утвердили господство волновой теории. Знаменитая электромагнитная теория света у Максвелла вполне стояла на точке зрения светового эфира Пойгенса, механические колебания которого и понимались как свет.

b) Однако эта теория наткнулась на большое препятствие, создавшееся благодаря формулированному в 1905 г. «принципу относительности». Если кратко сказать, то этот знаменитый принцип основывается на такой последовательности идей. 1) Исходный пункт: отрицается абсолютность, т. е. повсеместная однородность и неподвижность пространства. 2) Отсюда вытекает невозможность ориентировать абсолютное движение относительно пространства, т. е. невозможность вообще определить абсолютное движение. Получается, что можно говорить только об относительном движении. 3) Но это значит, что невозможно судить и о тех абсолютных изменениях скорости света, которые она претерпевает в связи с прохождением света через те или иные подвижные системы. Скорость света признается всегда постоянной, так что есть как бы некая математическая бесконечность, которая не увеличивается и не

101 Дальнейшее изложено главным образом по Я. И. Френкелю. «Волновая механика». Л.; М., 1934. I.

уменьшается от прибавления или отнимания никаких конечных количеств. Это подтвердилось и экспериментально (опыты Майкельсона, Морли и др.). 4) Постоянство скорости света вместе с ориентацией на нее всех реальных скоростей приводит к учению о сокращении тел в направлении движения с точки зрения неподвижной системы, причем это сокращение выражается простейшим образом с помощью т. н. Лоренцовых преобразований. 5) Геометрическое толкование этих процессов приводит к выводу за пределы Эвклидового пространства, так как вытекающая отсюда кривизна пространства уже не может равняться нулю. 6) Получающееся пространство по этому самому уже не вмещается в обычные три измерения, и обычные трехмерные векторные величины становятся четырехмерными векторами, причем четвертое измерение может быть рассматриваемо как результат движения, т. е. времени.

Вот эта-то релятивистская теория света и оказалась несовместимой с ньютоновским механическим атомизмом (хотя старые уравнения электромагнитной теории вполне совместимы с постоянством скорости света).

с) Но корпускулярная теория Ньютона в эти же самые годы получила неожиданное подкрепление, которое, впрочем, фактически еще дальше уводило от Ньютона к сближению с волновой теорией, но уже в новом понимании. Это подкрепление было создано квантовой теорией. Незадолго до работы Эйнштейна 1905 г. Планк, желая объяснить распределение интенсивности в спектре теплового излучения, предположил, что атом и испускает, и поглощает лучистую энергию скачкообразно, т. е. отдельными порциями, или квантами, энергии. При этом оказалось, что квант энергии связан с частотой колебания излучения, и связан очень определенным образом, а именно

$$e = h \cdot \nu$$

где ν – частота колебания, а h – $6{,}55 \cdot 10^{-27}$ эрг. сек., величина постоянная.

Хотя сам Планк мыслил это свое открытие вполне в рамках старой электромагнитной волновой теории, Эйнштейн пошел гораздо дальше. В самом деле, если испускание световых квантов (их потом стали называть фотонами) совершается одинаково в любой координатной системе, то скорость их всегда равна скорости света, с = 3 1010 см/сек., а если эта скорость уменьшается, то они должны просто уничтожаться. Это и случается, когда фотон поглощается материальным атомом. Он не присоединяется механически к атому, как это мыслил Ньютон, а как бы размывает его и размывается сам. И кванты, по этому воззрению, не распространяются сферическими волнами, а двигаются с собственной энергией и количеством движения (в виде пространственно-временной проекции четырехмерного вектора того и другого) как некоторые математические точки, сообщая атому в случае своего поглощения последним и свою энергию, и количество движения. В дальнейшем такие факты, как фотоэлектрический эффект или эффект Комптона, дали замечательное подтверждение идеям Эйнштейна. И в результате получилась необходимость признать сразу и волновую, и корпускулярную точки зрения на свет, который в одних случаях проявляется как монохроматические волны с определенной частотой колебания, а в других – как однородное корпускулярное излучение с энергией кванта $\varepsilon = h\nu$ (где h – планковская постоянная). Фотон имеет определенное направление движения, но это направление совпадает с направлением световых волн.

К этому можно присоединить и чисто количественное взаимоотношение результатов корпускулярного и волнового аспекта. С корпускулярной точки зрения интенсивность света есть количество частиц, проходящих в единицу времени через единицу площади, перпендикулярной к направлению световых лучей. В волновом же отношении она есть квадрат амплитуды колебаний в данной точке

$$N = \psi_0^2.$$

С первой точки зрения число частиц, пересекающих в единицу времени единицу площади, равно произведению N на скорость света c, которое есть плотность тока частиц, характеризуемое как трехмерный или (с присоединением четвертой проекции времени) четырехмерный вектор и (после перемножения слагающих четырехмерных векторов, т. е. с получением 16 величин) четырехмерный тензор. Но мы можем перемножать слагаемые электрического и магнитного поля и тоже получим 16 величин, образующих свой тензор энергии. Последний будет вполне аналогичен тензору корпускулярной теории.

d) Таким образом, мы приходим к теории, которая сразу является и корпускулярной, и волновой, – другими словами, теорией сразу и прерывности, и непрерывности. В 1924 г. французский физик Луи де Бройль применил эту двойную точку зрения к самой материи (т. е. к электронам и протонам), которая с тех пор тоже рассматривается теперь как корпускулярно-волновая структура. Эта структура не сразу была формулирована как вполне оригинальная. Еще де Бройль думал свести «частицы» к «волнам» в том смысле, что каждая отдельная частица трактовалась как резкий[102] максимум амплитуды той или иной волновой системы. Однако оказалось, что эти «волновые пакеты» (как их назвал Шредингер) совершенно не объясняют индивидуальных[103] электронов в явлениях дифракции и интерференции, хотя скорость частиц и совпадает с групповой скоростью и со скоростью волновых пакетов. Как раньше ньютоновская корпускулярная теория не смогла объяснить[104] явлений дифракции и интерференции, так и теперь пришлось отказаться от прямолинейного движения частиц по природе и признать, что движение это зависит от системы волн, сопровождающих эти частицы. Значит, необходимым оказывается и существование «волн», и существование «частиц», одно никак

102 В рукописи: редкий.

103 В рукописи: индивидуальность.
104 В рукописи: облегчить.

несводимо на другое. Но тогда как можно было бы приблизиться к пониманию и к охвату этого параллелизма или дуализма?

Тут-то мы и встречаемся с новым пониманием вероятности.

3. В самые последние годы господствует такая схема в волновой механике. Интенсивность света определяется числом частиц. Чем более интенсивны волны, тем оказывается большее количество частиц, и, чем они слабее, тем частиц меньше. Пусть мы имеем отдельный электрон. Ясно, что, чем интенсивнее волна, тем более вероятность появления электрона в данном месте. Вероятность эта, очевидно, пропорциональна интенсивности волны в данной точке. Имея упомянутую выше непрерывную волновую функцию ψ^2, нетрудно определить среднее, или вероятное, число частиц в данном объеме, – стоит только взять произведение этой функции на объем, $\psi\ \Delta v$. Это произведение есть не что иное, как мера вероятности нахождения одной из частиц в элементе объема Δv, а ψ_0^2 о есть мера плотности вероятности для нахождения частицы в данной точке пространства. Это толкование взаимоотношения волн и частиц как соотношения веро ятности было введено Борном. И такое представление вполне удовлетворительно связывает волновую и корпускулярную точки зрения, остающиеся при всяком ином подходе очень трудно соединимыми.

Здесь удобнее всего видеть все различие новой волновой механики от старой классической. Когда требовалось определить положение частицы в старой механике, брали некое начальное положение частицы и ее скорость в этот момент, а затем интегрировали ньютоновские уравнения движения и получали нужные координаты положения (как функции времени). В новой же волновой механике мы находим не точное положение частицы, а только вероятность того, что она будет иметь это положение в данный момент времени. А так как вероятность эта измеряется квадратом амплитуды волн, связанных с частицей, то мы тут находим, в сущности, только закон распространения этих волн, или волновую функцию ψ, в зависимости от трех пространственных координат и еще от времени.

Такое положение дела еще более заостряется, если мы примем во внимание т.н. соотношение неопределенности, формулированное Гейзенбергом. Пусть мы точно определили скорость частицы. Если так, то ведь сделать это могли только при помощи установления системы плоских гармонических волн с одной и той же амплитудой во всем пространстве. Но это значит только то, что положение нашей частицы оказалось совершенно неопределенным. Пусть мы точно зафиксировали положение частицы. Это можно сделать только путем сведения протяжения волнового пакета к нулю. А это значит, что скорость нашей частицы оказалась совершенно неопределенной, так как при этом условии одинаково вероятны все значения и направления скорости. Чем точнее определяется скорость, тем расплывчатее оказывается положение; и, чем точнее положение частицы, тем неопределеннее оказывается ее скорость.

Это соотношение нельзя толковать как печальную необходимость наблюдателя ограничиваться слишком несовершенными способами при измерении столь малых расстояний. Тут нет ни малейшего субъективизма. Тут – объективная картина той неопределенности, которая царит на изучаемом участке реального бытия. И это, собственно говоря, есть не столько неопределенность, сколько отсутствие детерминизма и механи[ци]зма. Ньютоновская механика предполагает механистический детерминизм бытия. Здесь абсолютно точно вычисляется наперед и положение частицы в зависимости от скорости и пройденного пути, и скорость в зависимости от достигнутого положения. Волновая механика в этом смысле индетерминистична: она оставляет «свободу» самоопределения частицам, откуда и вытекает столь большое значение идеи вероятности, связующей частицы и волны в одну цельную картину. Раньше думали, что электрон – это определенный индивидуальный электрический заряд, т. е. прерывистый заряд, связанный с той или иной орбитой. Теперь же оказалось, что электроны представляют собою непрерывное распределение заряда с плотностью, пропорциональной интенсивности волн (вышеуказанной величине ψ^2). Атом как бы размазан, расплывается по «пространству», причем само это «пространство», по-видимому, надо считать впервые только еще образующимся, а не существующим заранее наподобие абсолютной однородности эвклидовского пространства. В сложных атомах эти волны образуют многомерное пространство. Но это последнее тут вовсе не фикция, раз оно определенным образом характеризует процессы трехмерного пространства.

4. Разумеется, набросанные только что мысли о «не-эвклидовской» вероятности нисколько не могут претендовать на обстоятельность и полную ясность, так как это относится к специальной науке, теоретической физике, которая как раз теперь переживает небывалый кризис, требующий разъяснения самых первичных основ знания[105]. Но вышенабросанные мысли претендуют на то, чтобы дать аксиоматическую установку на определенный участок математической мысли; и такая необычная вещь, как соединение идеи вероятности с разнородным пространством, осталась бы слишком отвлеченной, если бы мы не указали соответственного физического аналога. С этой точки зрения уже имела бы значение простая ссылка на волновую механику, а не только попытка кратко формулировать относящийся сюда феномен.

Сообщение идеи вероятности с разными типами пространства имеет для нас исключительно важное значение еще и потому, что вероятность, относясь к бытию модальному, есть бытие максимально конкретное. Его мы выше (§ 9) характеризовали как бытие историческое, ибо в нем учитывается его самопроизвольность, которой совершенно нет в других типах числового бытия. Но с другой стороны, если брать геометрию, то ни топология, ни проективная геометрия, ни аффинная не есть полнота определений пространства. Только метрическое пространство дает наглядную физиономию пространственной фигуры; но метрика эта бывает разная, и эвклидовская метрика – наиболее бедная и бессодержательная. Вот почему идея вероятности в соединении с

105 В рукописи: значения.

неэвклидовскими математическими точками зрения есть максимально конкретная позиция в математике вообще; и открывающееся здесь выразительное бытие числа обладает и наивысшей свободой самоопределения, и самыми богатыми физиономическими возможностями.

Тут – естественный конец аксиоматики.

f) ОБЩЕЕ ЗАКЛЮЧЕНИЕ

§ 74. Итог аксиоматики.

1. Мы проделали большую работу. Обозреть всю диалектическую судьбу числа как суждения – это значит построить огромную диалектическую систему; и кому хоть что-нибудь неясно в этой системе, тот должен затратить всякие усилия для достижения ясности, ибо, кто не обладает последней ясностью в диалектике аксиом, тот не сумеет разобраться ни в чем последующем. Правда, ясность мысли и ясность слова – совершенно разные вещи, и они часто не совпадают. Автор настоящего исследования имеет такие диалектические мысли, которые кажутся ему предельно ясными, но он не может этого сказать решительно о всяком своем слове, так как воплощение сложных диалектических построений в словах всегда означает напряженнейшую борьбу с человеческим языком, который упорно и даже отчаянно сопротивляется, когда его заставляют выражать что-нибудь отвлеченное. Поэтому надо еще раз обозреть всю нашу диалектическую аксиоматику, минуя детали, но лишь соблюдая единство картины, чтобы добиться и в словах той абсолютной ясности, которая присуща прочно продуманной мысли.

2. Аксиоматика (и вообще всякая диалектика) основана на последовательном созревании категорий. Если уловлена эта последовательность, значит, уловлено все. Но всякая последовательность содержит в себе какое-то начало, какой-то закон развития и какой-то конец. Уловивши эти моменты, мы улавливаем и всю последовательность.

Итак, аксиоматика предполагает какое-то начало. Что это за начало? Начало должно быть максимально просто, максимально несложно. Дойдя до последней простоты, мы доходим до подлинного перво-принципа. Что же это за перво-принцип в математическом суждении? Что такое то, проще чего не может быть [ничего] ни в каком математическом суждении? Если мы возьмем арифметику, то таким абсолютно простым началом всякого суждения будет, очевидно, единица. Нет ничего проще единицы. В геометрии таковым перво-принципом является точка, ибо в пространстве нет ничего проще точки. В теории множеств таковым перво-принципом необходимо считать элемент, который от единицы отличается идеей порядка, а от точки – идеей чисто количественной осмысленности. Наконец, теоретико-вероятностным перво-принципом является модальное отношение, или событие, рассмотренное в свете модального отношения; это и есть вероятность.

Таково начало аксиом в различных математических науках. Едва ли можно спорить об этом; во всяком случае о единице и точке не может быть никаких сомнений. Перво-принцип вообще есть абсолютно простейшее во всякой данной области. Число, взятое в своей последней простоте и свободе от всего иного, есть перво-принцип всей математики, подобно тому, как чистое полагание есть перво-принцип самого числа. Но вот мы переходим к первым определениям числа, т. е. рассматриваем число как суждение, раскрывающее существенные свойства тела и тем его определяющее; другими словами, вот мы переходим к отдельным математическим наукам. И наш общий перво-принцип, число, превращается в целый ряд конкретных, специфических перво-принципов.

Это и есть единица, точка, элемент и ее бытие (модальное отношение).

3. a) Итак, мы знаем начало нашей аксиоматики. Теперь посмотрим, где же ее конец. Если начало – максимально просто, то конец, как последняя зрелость, максимально сложен. Какая только может быть сложность наших перво-принципов, она тут должна быть, если мы охватим всю их судьбу целиком. Но нельзя ли более точно описать этот максимально зрелый конец аксиоматического перво-принципа? Ведь «максимальная сложность» характеризует этот предмет слишком формально, т. е. слишком пусто. Диалектик ясно ощущает границу и предел этой зрелости и сложности. А именно, он наблюдает развитие своего предмета до той степени сложности, пока последний остается самим собою. Если наступает усложнение предмета, переходящее в его распадение, – тут предел интересующей нас сложности. Но когда вещь распадается? Она распадается тогда, когда отдельные ее части становятся абсолютно чуждыми одна другой, когда они абсолютно иные одна другой, и иные не по смыслу просто (в таком виде они еще входили в цельную вещь и нисколько не разрушали ее цельности), но иные по своей субстанции. [Это] значит, что распадение есть вмещение в себя своего субстанциального инобытия. Итак, признаком последней допустимой сложности предмета является вмещение им в себя своего смыслового (а не просто субстанциального) инобытия. Вмещение дальнейшего инобытия будет уже разрушением и переходом в иную предметность.

b) Возьмем арифметический перво-принцип, единицу. Поскольку она есть максимальная простота, мы можем добиться здесь максимальной сложности только путем того или иного комбинирования единиц. Это комбинирование может быть каким угодно, лишь бы только сохранялось выставленное только что условие, т. е. лишь бы только получаемый отсюда результат сохранял в себе непосредственное значение всех вошедших в него единиц, с ясным обнаружением самого закона комбинирования. Покамест соблюдается это условие, мы никогда не разрушим и не отбросим ни одной единицы, с которой происходит та или иная операция. Мы можем взять систему единиц: получится самое обыкновенное арифметическое число, не нарушаемое никакими инобытийно-субстанциальными привхождениями, ни как целое, ни как составленное из отдельных единиц. Мы можем взять систему систем единиц: получатся те или иные ряды чисел с теми или иными законами структуры этих рядов, но все входящие сюда единицы будут как на ладони, будут в своем непосредственно-очевидном бытии, и никакая внешняя сила не раздробит получающегося здесь сложного единства. Мы можем взять систему этой системы систем, потом систему полученной таким образом сложной системы, и т. д. и т. д., и – мы нигде не найдем уничтожения, отпадения тех или иных единиц, нигде наши единицы не перейдут в нечто такое, что уже потеряло смысл непосредственной очевидности и стало инородным телом в полученной совокупности.

c) То же самое мы можем сказать о точках в геометрии, об элементах в теории множеств и модальном отношении в теории вероятностей. Везде тут перед нами одна и та же максимально допустимая сложность– это система систем преобразований первоначального элемента. Если мы говорим о системе, значит, дается некоторый закономерный переход от первоначального элемента ко всякому другому. И если мы говорим о системе систем, то, значит, дается закономерное строение всего результата, полученного из единицы, точки, элемента и вероятности, и притом независимо от количества и последовательности видов систематизирования. При сохранении этих условий мы получаем допустимую максимальную сложность, до которой может доходить аксиоматика. Единица, точка и пр. – непосредственно данная и очевидная простота. Такая же непосредственно данная и очевидная простота должна сохраняться и в любом комбинировании этих единиц и точек. Пусть мы, напр., имеем то, что называется в теории чисел модулем или в высшей арифметике и алгебре числовым кольцом или полем. Какую бы структуру это кольцо, или поле, ни имело, мы, хотя, быть может, по ограниченности памяти и внимания и не сумели обозреть его целиком, все же принципиально можем увидеть и ощупать любой элемент, входящий сюда. Поэтому кольцо, или поле, какая бы сложность здесь ни была, принципиально сохраняет в себе непосредственную простоту и очевидность, которую легко реализовать в любом пункте системы. Это и значит, что здесь у нас допустимая степень усложнения первоначального элемента.

Итак: аксиоматика движется от той абсолютной простоты, которая есть в простом акте полагания (единица, точка, элемент и событие), до системы систем этих полаганий. Можно применить сюда термин, много раз употреблявшийся у нас в предыдущем, беря его в расширенном значении, а именно, понимая его исключительно в смысле нашей выразительной формы. Это понятие метризации. Пусть у нас будет метризованная система единиц (чисел), – напр., метризованное поле; пусть будет метризованное пространство, метризованное множество, метризованная вероятность. Это предел, дальше которого мы уже покидаем самое учение о единицах, точках и т. д. и переходим к тому, что хотя его и предполагает, но является уже совсем иным.

d) В этом рассуждении мы не воспользовались диалектическими схемами. И многие думают, что так оно и проще, и яснее. Однако философу ясно совсем не то, что ясно обыденному сознанию. Указанное только что начало и конец аксиоматики необходимо зафиксировать диалектически. Этого делать здесь не следует после стольких разъяснений в предыдущем изложении. Но в виде кратчайшего резюме можно сказать, что начало этого пути – акт полагания, внутри не дифференцированный, т. е. чистое полагание без категории различия внутри себя, а значит, и без всяких других категорий, конец же этого пути – акт полагания, внутри расчлененный и вовне явившийся как таковой. Сначала это просто акт полагания, в котором не положена еще пока ни одна логическая категория, а все категории, необходимые для его мыслимости, находятся вне его, мыслимы кем-то другим. В конце же это такой акт полагания, в котором положены и все категории, необходимые для его мыслимости, так что он предстал здесь вместо изначального безразличия, как определенная внутренне-внешняя структура.

Таковы эти начало и конец пути. И других начал и концов невозможно и мыслить. Везде мы находимся здесь между абсолютной простотой и ясно созревшей структурой; при этом простота – там, где нет различий, а структура – там, где эти различия есть и где, кроме того, есть, хотя бы принципиально, различие этих различий, т. е. качественное разнообразие их закономерности. Это так везде, так и в аксиоматике.

4. а) Чем же теперь заполнен этот аксиоматический путь? Его тоже можно было бы сначала описать чисто фактически, не вникая во всю сложность диалектических связей. Однако господствующие здесь предрассудки так велики, что никакое простое описание без всего потребного здесь логического аппарата никем не примется здесь на веру. Можно было бы, напр., исходить из чисто геометрической аналогии. Всякому ясно, что если вместо одной точки мы возьмем две различных точки, то тем самым мы получим какую-то линию, и прежде всего прямую, и даже определенный ее отрезок. Всякому ясно, что если вместо двух точек взять три различные точки не на одной прямой, то мы получим плоскость. Далее мы также получим тело (в связи с тремя измерениями) и разные структуры телесности (в связи с большим числом измерений). Однако не всякому ясно, что перейти от точки к прямой – это значит затратить[106] категорию самотождественного различия, и если невозможно отрицать, что для прямой необходимы по крайней мере две различных точки, то большинство, конечно, не поймет, как это они должны отождествляться, хотя и абсолютно очевидно[107], что между концами отрезка нет ровно никакого перерыва.

Следовательно, даже аналогия с геометрией ничего не скажет тому, кто глух к диалектике. А между тем логическое назревание категорий происходит как раз в том смысле, в каком назревает геометрическая фигура по мере перехода точки к образованиям с тем или иным числом измерений. В

106 Так в рукописи.
107 В рукописи: очевидности.

диалектике мы проходим ровно такие же этапы логического развития, как и в эволюции геометрической фигуры от точки до многомерного образования. Здесь действуют те же самые основные категории, создающие возможность мыслить ту или иную структуру. Ясно, что можно всячески подходить к этим вехам диалектического развития, но от этого подхода они нисколько не меняются. Мы можем, напр., описать этот путь при помощи диалектических триад, тетрад, пентад и пр.; можем сделать это даже при помощи диад, – напр., просто противопоставляя одну категорию другой, как прямая противополагается точке, плоскость – прямой и т. д. Можно и совсем отбросить всякую диалектическую манеру выражаться; и от этого сама диалектика, залегающая в основе математического бытия, конечно, нисколько не пострадает. Но мы изберем наиболее педантический, но зато наиболее простой и очевидный путь. Это путь триад.

b) Очень ясно этот путь аксиоматики от начала к концу рисуется при помощи триад так. Что такое система первоначальных элементов, пояснения не требует. Будем считать такую систему за исходный пункт аксиоматической диалектики. Тогда ее отрицанием, или инобытием, окажется ее переход в новую форму при помощи тех или иных преобразований. Этим инобытием и будут самые преобразования. Но полученный после этих преобразований результат есть тоже некоторая система. Этим самым мы отрицаем наше отрицание и возвращаемся к тезису, т. е. совершаем обычный диалектический переход. Получается система систем–диалектический синтез. В арифметике системой актов полагания будет само число, но – уже готовое и сформированное, цельное арифметическое число. В геометрии это есть фигура, в теории множеств – тип и в теории вероятностей – исчисленная вероятность. Этот общий аксиоматический тезис можно также назвать и совокупностью. В антитезисе мы получим разного рода преобразования, и прежде всего то, что называется действиями, или операциями. И в синтезе – метризованную систему, или совокупность, или же систему систем, дающую, смотря по характеру математической области, ту или иную метрическую систему чисел, пространства, множества и вероятностей.

c) В каждой из этих трех областей диалектической аксиоматики можно проводить дальнейшие триады, как это видно из прилагаемой общей таблицы. Но надо не терять из виду общую структуру основных суждений о математическом предмете, именуемых аксиомами, а эта структура создается неизменно через самоироти-вополагание первоначальных элементов и их самоотождествление, путем перехода от простейшего к сложнейшему.

Так из единого перво-принципного корня вырастает все диалектическое дерево математической аксиоматики.

IV. ФУНКЦИЯ И СОСЕДНИЕ КАТЕГОРИИ (ЧИСЛО КАК СУЖДЕНИЕ, УМОЗАКЛЮЧЕНИЕ, ДОКАЗАТЕЛЬСТВО И ВЫРАЖЕНИЕ)

§ 75. Суждение и определение

В предыдущем мы рассмотрели число как перво-принцип (отграничивши его от всего, что не есть число), число как принцип, или как понятие (раскрывши его диалектическую структуру), и число как суждение (установивши все основоположения, вытекающие из его структуры как категориальной). Из общей логики, да также из элементарного рассуждения мы знаем, однако, что суждение – отнюдь не последняя логическая форма, что дальше, в порядке усложнения, следует т. н. умозаключение, а после этого умозаключения еще по крайней мере одна структура, это доказательство – индуктивное, дедуктивное и синтетическое. Так как мы преследуем цели логической системы, то невозможно обойти молчанием число как умозаключение и число [как] доказательство.

[1]. Здесь, однако, полезно вспомнить первые общедиалектические категории, которые являлись и еще много раз будут являться для нас руководящей нитью для нашей системы. Именно, припомним, что бытие, истекающее из перво-бытия и противостоящее инобытию, синтезируется с ним в становление, а становление, противополагаясь и синтезируясь со своим собственным инобытием, порождает ставшее или наличное бытие, факт и в дальнейшем – выражение, энергийно-смысловое выражение. Эта элементарная диалектическая структура должна быть проведена и в отношении всего понятия числа еще до перехода к конкретно-математическим наукам. До сих пор, как сказано, мы разбирали только три первых момента этой структуры– перво-принцип, понятие, и суждение. Что же такое тут будет умозаключение, если его понимать как переход от смыслового становления к смысловому ставшему? Здесь нужны, однако, предварительные разъяснения и условия.

Чем, в сущности, занималась аксиоматика и что такое аксиома? До сих пор мы попросту говорили, что числу, как суждению, соответствует аксиома. Сейчас же этот вопрос необходимо расчленить, так как иначе не будет понятен переход к умозаключению.

Именно, суждение есть, как мы знаем, положенное понятие. Положить, или утвердить, – это значит обвести границей, определить. Строго говоря, в том, что мы до сих пор называли суждением, самым важным был именно этот момент определения. Аксиома, строго говоря, и есть не столько суждение вообще, сколько именно определение. Ведь бытие и инобытие, синтезируясь в становление, дают еще более ранний синтез, т. е. предшествующий становлению и являющийся его предусловием, это сама граница, определенность, определенное бытие. Мы знаем, что тот и другой синтез могут выдвигаться по мере надобности. Так вот, говоря о суждении, дедуцируя аксиоматику, мы еще не имели нужды в том расчленении и могли говорить о суждении, не обращая особенного внимания на то, есть ли это действительно суждение вообще или это специально определение.

Суждение отличается от определения так, как становление отличается от определенного бытия. В определении суждение есть положенное понятие плюс его исчерпывающее раскрытие; т. е. иоложенность не вообще понятия, но понятия во всем его смысловом содержании. Определить что-нибудь – это и значит исчерпать все его «признаки». Для суждения же этого вовсе не требуется. Суждение дает только голую положенность понятия – независимо от раскрытия и исчерпания всего его содержания. Содержание остается нераскрытым; содержание мыслится – каким угодно становящимся, и акт нолагания нонятия[108] скользит но этому полю инобытия – как угодно далеко. Если говорится: «Иван спит», то ведь таких предицирований может быть сколько угодно, и тут не ставится никаких целей исчерпания того смыслового содержания, которое зафиксировано в слове «Иван».

Итак, если иметь в виду определенность положенного понятия, то мы получаем не суждение вообще, но определение. А если иметь в виду главным образом чистую положенность понятия, то мы получаем суждение.

2. Однако и тут вполне позволительна и даже совершенно необходима еще одна дистинкция. Кроме поло-женности, адекватно исчерпывающей полагаемое, и положенное как простого факта полагания, как пустой и голой положенности, возможна еще та или другая степень наполнения[109] положенности. Положенность может давать и не голый факт полагания, и [не] все полагаемое содержание целиком, а только некоторое содержание, частичное содержание. В таком случае необходимо расчленить и соответствующие математические понятия. Голая положенность понятия (т. е. в нашем случае числа) даст, очевидно, некую модификацию числа, а так как полагание в данном диалектическом месте есть полагание становления, становящееся полагание, то голая положенность числа приведет к становлению из прежнего, полагаемого числа в новое, модифицированное число. Такой непосредственный переход от одного непосредственно значимого числа к другому непосредственно значимому числу есть действие, операция (напр., сложение, умножение, дифференцирование и пр.). Та или другая степень наполнения этих операций и новое осмысление их через операционно выставленное понятие даст уже не просто самые операции, но их предназначенность для какой-нибудь специальной числовой установки. Это и будет теорема. Таким образом, математическая операх\ия есть число, данное в своем чистом становлении из одного числа другим, или просто чистое становление одного числа другим; другими словами – это числовое понятие (число), данное как чистое становление. Математическая же теорема есть число, данное в своем заполненном становлении из одного другим, или, проще, заполненное становление одного числа другим; это числовое понятие (число), данное как

108 В рукописи: принятия.
109 В рукописи: пополнения

заполненное[110] становление. Тогда аксиома–это число, данное [кшс] самоадекватная определенность; это числовое понятие (число), данное как определенность числа.

Ясно, что выставленные в предыдущем исследовании аксиомы суть именно определения, а не суждения вообще. Суждение более ослаблено, чем определение; оно – частичнее и неопределеннее. Суждению в математике соответствуют не аксиомы, а более частные положения, менее общие. Сюда относятся все математические операции со всеми соответствующими теоремами – все то, что выводится из аксиом как их более частный случай.

Но здесь возможно еще одно членение, так как ставшее становление можно взять и со всем тем, что именно участвует в этом ставшем становлении, можно взять и как голый факт ставшести. И вот тогда-то мы переходим к умозаключению и к новому математическому понятию, к функции.

§ 76. Понятие функции[111].

1. Как суждение относится к определению, так умозаключение относится к суждению. Все же это есть повторение того, как суждение относится к понятию и как, наконец, понятие – к своему перво-принципу. Везде тут главным условием появления новой категории является акт полагания предыдущей категории. Перво-принцип полагает себя – образуется понятие, поскольку последнее есть совокупность признаков (т. е. некая определенность, т. е. ограниченность, т. е. положенность) и исчерпание, различение того, что само по себе неразличимо. Понятие полагает себя – образуется определение, в котором подчеркнута эта его исчерпанность. Определение полагает себя – образуется переход к становящемуся перечислению признаков, или суждение. Суждение образует себя – образуется умозаключение.

2. Когда высказывается: «Все идеалисты – контрреволюционеры», то это значит, что на общем фоне контрреволюции полагается понятие идеализма; отсюда это суждение об идеалистах. Сначала было положено понятие контрреволюции, и из этого получилось отграничение· контрреволюции ото всего другого, и тем самым в проведенных границах образовалась возможность появления отдельных видов контрреволюции. Тут могли быть архиереи, проститутки, кантианцы, фабриканты, содержатели притонов и пр. и пр. Мы совершаем некий определенный акт полагания в этой общей, но строго отграниченной области и получаем специальный вид контрреволюции – идеализм. Но пусть теперь мы положим не понятие, а некое содержание – напр. суждение «все идеалисты – контрреволюционеры». Это значит, что мы очертили, отграничили новую область* которая благодаря именно своей ограниченности оказывается склонной к дроблению, к дальнейшему выявлению деталей. Среди идеалистов могут оказаться Деборины, Лупполы, Лосевы и т. д.

110 В рукописи: заполняемое.
111 В рукописи: функций.

Если мы совершим какой-нибудь акт полагания уже в этой только что отграниченной области, то это сейчас же приведет нас не к суждению (которое мы уже имели), но к совершенно иному логическому построению, к умозаключению. И мы получим:

Все идеалисты – контрреволюционеры.

[Лосев] – идеалист.

[Лосев] – контрреволюционер.

В умозаключении (так же, как и относительно суждения) возможна большая расчлененность. Суждение может быть взято как исчерпанность всего смыслового содержания полагаемого понятия; тогда это не суждение, а определение. В первоначальной диалектической конструкции этому соответствует не становление вместе с тем, что именно участвует в становлении, но чистое становление, чистые акты полагания (независимо от полноты или неполноты полагаемого содержания). Точно так же и умозаключение. Оно может быть взято вместе со всем своим конкретным содержанием и может быть взято чисто инобытийно, просто как формальная объединен-ность двух или ряда суждений, просто как вообще положенность суждения. Этому будет соответствовать в первом случае ставшее вместе с тем, что именно тут «стало»; и во втором – чисто ставшее, чистый факт перехода от одного суждения к другому (независимо от того, каково именно смысловое содержание фиксируемой ставшести).

Если перво-принципу соответствует числовой перво-принцип, неразличимое перво-число, принципу (или понятию) – категориальная структура числа, определению – аксиоматика, суждению – отдельная математическая операция, определенному умозаключению – теорема вместе со своим доказательством, то чистому, голому умозаключению, из которого исключено все смысловое содержание и в котором оставлена только формальная последовательность суждений или актов полагания, этому умозаключению соответствует в математике понятие функции.

3. Когда мы пишем в математике

$$[y = f\,(x)] \text{ –}$$

что мы имеем в виду? Мы просто имеем в виду, что с *x* производится ряд действий. Пусть $y = 3x^2 + 5$. Это значит, что мы возводим *x* в квадрат, умножаем его на 3 и к этому прибавляем еще 5. Совокупность всех этих действий с x и есть функция *x*. Но нужно ли для этого знать количественное значение x? Это совершенно не необходимо. Когда мы говорим, что y есть функция *x*, то этим мы как раз хотим сказать, что независимо от количественного значения *x* [величина] y именно вот таким, а не иным образом зависит от *x*. Функция и есть эта зависимость между y их, рассматриваемая совершенно без всякого учета их количественного содержания.

Ясно, что это та же картина, что и в чистом умозаключении. Беря чистое умозаключение, мы оперируем только с формальной последовательностью суждений; и так как в диалектическом смысле суждение есть становящееся полагание, то умозаключение как объединенность разных становлений есть, очевидно, не само становление, но его результат, т. е. не становление, а ставшее или, как еще иначе называют в диалектике эту категорию, наличное бытие. Это акт полагания как ставшее. Если бы мы имели в виду все смысловое содержание данного акта полагания, то нам пришлось бы выставить много разных суждений и, точно соблюдая их последовательность, дать такой вывод, который в точности бы соответствовал исходному акту полагания. Тогда это было бы доказательством исходного положения. Таково доказательство любой математической теоремы. Но мы тут отвлекаемся от смыслового содержания данного положения, и его законченное доказательство рассыпается на ряд отдельных умозаключений.' Это и суть не [что] иное, как отдельные функции.

В функции $y = 3x2 + 5$ мы задачей имеем такие умозаключения:

1) y зависит от x,

но x тут взят как x^2. След., у зависит от x^2,

2) y зависит от x^2,

но x^2 взят тут как $3x^2$. След., у зависит от $3x^2$;

3) y зависит от $3x^2$,

но $3x^2$ взято здесь как $3x^2 + 5$. След., у зависит от $3x^2 + 5$.

Это наглядно показывает нам, что логическая сущность функции есть умозаключение. Функция есть строгое инобытие числа, и, вернее, не числа, а числовой операции. Само число – непосредственно; числовое, т. е. арифметически-числовое, бытие есть непосредственная числовая значимость. Числовая операция есть также бытие непосредственное. Таков натуральный ряд чисел и все арифметические числа вообще, таковы и все арифметические операции. Когда мы говорим «2» или «10» или «3 + 5» или « $\frac{3}{5}$ » и пр., мы оперируем с непосредственным бытием, с непосредственной числовой значимостью. Когда же мы переходим к функции, то как раз эта непосредственная числовая значимость и пропадает. Число превращается в то, о чем ровно никакого суждения не высказывается в смысле непосредственной значимости, превращается в то, что может иметь такое <…> непосредственное значение, в x; и все действия, которые над этим x производятся, суть действия опосредствованные, т. е. без всякого числового результата. Потому и действия эти, будучи сами по себе тоже бытием непосредственным (если их брать самостоятельно), становятся здесь характеристикой опосредствованной значимости бытия, чем-то в глубочайшем смысле инобытийным в отношении числа и числовых операций. Это судьба чисел в инобытии, взятая без всяких чисел; голая фактическая (потому здесь – «ставшее») положенность числа и его операций – без непосредственной данности самих чисел.

Итак, совершенно точно нужно сказать, что функция есть число, взятое как чистое умозаключение вне всякой непосредственной значимости того, что участвует в дан-ном умозаключении. Непосредственная же значимость числа, данная как заполненное определенным содержанием умозаключение, есть уже не функция, а доказанная теорема.

§ 77. Функционал и алгоритм (уравнение).

1. С диалектической необходимостью мы приходим наконец и к выразительному числу, к выражению, вернее, к числу как выражению. Если понятию соответствует натуральная структура числа[112], определению–аксиома, суждению–действие и теорема, умозаключению – функция и доказательство, то что же соответствует последней категории из принятых нами основных – выражению?

Выражение отличается от абстрактного смыслового содержания тем, что оно есть не мыслимое только, но еще и понимаемое. Понимать – значит отождествлять свое сознание с предметом настолько, что и он целиком реализуется в сознании со всеми своими логическими и алогическими связями. Это, однако, совсем не значит только мыслить. Предмет понимаемый как бы заново перекрывается смысловым слоем, которого не было в нем, когда он брался на стадии только мыслимого, т. е. абстрактного. Понимаемый предмет несет на себе печать того, кто его понимает, хотя это не есть что-нибудь ему чуждое; это только нечто такое, что выделено в нем, новая группировка его элементов. А это все одинаково реально, как и общий отвлеченный смысл. Выражение и есть предметный коррелят понимания. Выражение есть соотнесенность чистого смысла с его инобытием, но смысла не специального, не того или иного (ибо иначе возможно получение какой-нибудь еще до-выразительной категории, напр. становления или ставшего), но инобытие окончательно сформированного и осуществленного смысла, т. е. смысла, прошедшего и через становление, и через ставшее. Тогда, беря этот «ставший» факт смысла и соотнося заново с его инобытием, т. е. производя в нем новые членения, но уже не логические и ħq алогические, но и те и другие сразу, тогда, и только тогда, мы получаем выражение смысла вместо самого смысла.

Выражение потому всегда предполагает категорию внешнего, категорию внутреннего и категорию отождествления того и другого, что, собственно говоря, и есть само выражение. О чистом смысле нельзя сказать, есть ли он что-нибудь внутреннее или внешнее. Сам по себе взятый, он не есть ни то, ни другое. Таково арифметическое число. О тройке или пятерке ничего нельзя сказать на тему о внутреннем или внешнем (внутричисловых категориальных моментов, где, как мы знаем, есть и свое внутреннее, и свое внешнее, мы здесь не касаемся, а берем полностью сформированное число как нечто цельное и самостоятельное). О становлении также нельзя ничего сказать в этом смысле. В области категории наличного бытия уже начинается антитеза внешнего и внутреннего, потому что само по себе наличное бытие, или ставшее, трактуется как факт, т. е. как нечто внешнее, и притом как факт осмысленный, т. е. несущий на себе некое внутреннее смысловое содержание. Но сама категория ставшего,

112 В рукописи: тела.

осуществляя чистый смысл, переходит в категорию именно факта, и потому здесь нет полноты смыслового самонроявления. Здесь внутреннее есть смысл, а внешнее есть не смысл, но факт. А полнота диалектики требует, чтобы была такая категория, где и внутренний абстрактный смысл, и внешнее конкретное его воплощение были бы одинаково смысловым [и], т. е. чтобы внутреннее было смыслом и внешнее тоже было смыслом. Такая категория есть категория выражения. Тут сразу дан и весь внутренний смысл, и отождествление того и другого до полной неразличимости.

2. Категория эта сложная, и тут возможны многочисленные подразделения. Однако для нас достаточно будет только двух видов математического выражения.

Во-первых, в выражении мы можем, напр., выделить выражение чистого смысла, отбрасывая выражение становления или ставшего. Выражение ведь несет на себе все внутреннее, т. е. все наши предыдущие диалектические категории, которые раньше не были ни внутренними, ни внешними, а здесь, в связи со своеобразием данной диалектической сферы, стали все внутренними. Мы можем, следовательно, выдвинуть во всей структуре выражения момент выраженности той или иной [из] предыдущих категорий. Ограничимся выделением выраженности последних двух категорий – ставшего чистого и ставшего заполненного. Конкретнее говоря, поставим вопрос: что даст в своем выражении – умозаключение и доказательство. Или еще конкретнее и ближе к математике: что даст в своем выражении функция и доказываемая теорема. Решим первую часть вопроса.

Надо найти выражение функции. Надо, значит, найти такую категорию, которая бы зависела в своем выражении от функции. Очевидно, такой категорией не может быть величина [y], если мы напишем как обычно:

$$<y = f(x)>$$

Это будет не выражение функции, а сама функция, т. е. категория, уже выведенная нами. Надо найти такой [y], в котором функция участвовала бы именно как функция со всем своим конкретным содержанием. Подставляя разные величины в x, мы получим разные y, но[113] отношения между x и y останутся в любых значениях x теми же самыми, сама-то функция останется совершенно без всякого изменения. Она в диалектическом смысле не будет положена, т. е. будет жить именно не как функция, но только лишь как мертвое вместилище того, что действительно тут живо, т. е. изменяющихся количественных значений x. Следовательно, чтобы была выражена сама функция, нужна величина, которая бы зависела не только от изменения своего аргумента, но и от изменения самого своего вида.

Другими словами, здесь мы получаем то, что в математике называется функционалом, т. е. величину, зависящую в своих изменениях не только от количественных значений x, но и от вида функции этого аргумента. Самое

113 В рукописи: так что.

обычное оперирование с таким понятием (если не с термином) мы имеем в вариационном исчислении, где изучается, напр., интеграл типа [114]

$$< \ J(y)=\int_{x_1}^{x_2} f(x,y,y')dx \ >$$ [85]

Здесь мы имеем функцию от двух аргументов (*x* и *y*), и она же, кроме того, является функцией производной от *y(y')*. И требуется узнать, какой вид надо придать функции <*J(y)*>, чтобы интеграл имел максимум или минимум. Величина <*J(y)*), таким образом, определяется здесь выбором самой функции, а не только количественными подстановками. Она есть уже не просто функция, но функция в гораздо более узком смысле слова, функционал.

3. Во-вторых, мы можем задаться вопросом: как выражается наполненное умозаключение, или доказанная теорема? Чистое ставшее раньше дало функцию, потом функционал. А что даст наполненное ставшее, если оно раньше дало доказанную теорему? В выражении есть внутреннее, есть внешнее и есть отношение между тем и другим. По внешнему, если это есть действительно выражение, мы должны узнать внутреннее. В предыдущем случае роль внутреннего лучше всего поручить функции, которая меняет свой вид; величина [*J*] будет иметь значение (количественное) в зависимости от вида подынтегральной функции. Здесь же внутренним должна быть не функция, но доказанная теорема, т. е. прежде всего непосредственно данная значимость числа. Ее-то мы и должны найти по некоему внешнему виду выражения. Мы должны иметь такое выражение, чтобы путем разного рода манипуляций добраться до некоей непосредственной числовой значимости и чтобы этот процесс получения оказался вместе с тем и процессом доказательства. Это не есть просто доказательство, потому что тогда мы имели бы здесь ту или иную теорему. Но это есть доказательство наличия некоей определенной числовой значимости, построяемое всецело на внешнем ее выражении, на выражении ее внешних судеб. Внешние судьбы ее известны, а сама она – неизвестна; и вот, изучая это известное, мы идем к неизвестному, ибо это – выражение диалектический синтез известного внешнего и неизвестного внутреннего.

Другими словами, тут перед нами уравнение в самом широком и общем значении этого слова, когда какая-нибудь функция неизвестного аргумента дана как известная, т. е. приравнена той или иной числовой значимости, и, из этого приравнения исходя, мы должны определить сам неизвестный аргумент х. Пожалуй, выводимая здесь категория даже шире «решаемого уравнения», почему, может быть, целесообразнее было бы говорить вообще об алгоритме как методе исчисления чего бы то ни было с целью нахождения того или другого неизвестного.

Таким образом: *функционал есть число, данное как выражение чистой ставшести числа, или число как выраженность чистого умозаключения;*

114 Исходя из контекста, мы даем формульное выражение для т. н. задачи Лагранжа.

алгоритм (уравнение) есть число, данное как выражение наполненной ставшести числа, или число как выраженность наполненного умозаключения.

§ 78. Общность полученных категорий.

Для удобства обзора всех категорий общей теории числа см. таблицу.

Необходимо отметить, что, поскольку мы в данном месте нашего исследования занимаемся именно общей теорией числа, постольку все выводимые здесь категории оказываются весьма общими, максимально общими, какие только могут быть в математике. Ни одна математическая наука не может их избежать, как бы ни старались многие разверстать их между отдельными науками.

Что чистые арифметические числа действуют решительно в каждой математической науке, напр. в анализе, это ясно. Так же ясна универсальность таких категорий, как действие или теорема. Но пожалуй, не всем ясно, что точно такой же универсальностью обладает и категория функции. А это действительно так.

Прежде всего самые арифметические действия могут рассматриваться как некоторого особого рода функции, а именно функции, так сказать, инобытийно-нулевые, т. е. функции, в которых инобытийности, аргументной неизвестности – нуль. Однако если такая мысль покажется уродливой, то можно уже прямо указать на наличие в арифметике функций, носящих название числовых функций. В т. н. теории чисел (которая есть, конечно, не что иное, как арифметика, и притом арифметика целых чисел) мы определяем, напр., количество первоначальных [простых] чисел [A_n], меньших данного числа [n]. И оказывается, что это есть функция от [n]. Имеется, как известно, приближенное выражение этой функции[115] через [отношение]

$$< \frac{An}{n} \approx \frac{1}{\ln(n)} >, < An \approx \frac{n}{\ln(n)} >$$

Число делителей данного числа также, оказывается, есть функция этого числа; сумма делителей – то же самое

115 Из многих возможных вариантов мы выбрали оценку Гаусса, самую известную.

ТАБЛИЦА КАТЕГОРИЙ ОБЩЕЙ ТЕОРИИ ЧИСЛА		
Общедиалектическая категория	Логическая категория	Математическая категория
I Перво-принцип	Логический перво-принцип	I числовой перво-принцип
II Принцип (бытие)	понятие	II число в своей категориальной структуре I акт полагания II единораздельный акт полагания III становящийся акт IV ставший акт V выраженный акт
III Определенный принцип (определенное бытие)	определение	III аксиома числа
IV Становление бытия-небытия чистое заполненное	суждение	IV числовая операция (действие) V теорема
V ставшее бытие (наличное бытие) чистое заполненное	умозаключение доказательство	VI функция VII доказанная теорема
VI выразительное бытие чистое заполненное	выражение	VIII функционализм [IX алгоритм]

и т. д. Это самые настоящие функции. Не нужно только обязательно связывать понятие функции с идеей бесконечно-малых, как это само собой навязывается благодаря неискоренимой ассоциации. Математики даже скомбинировали особую науку «теория функций», где есть все, что угодно, но только не числовые функции. А числовые функции – обычная реальность того, что в математическом обиходе именуется теорией чисел.

Алгебра тоже есть, конечно, наука о функциях. Что такое уравнения как не функции?

Таким образом, функции в разных науках различаются между собою не по принципу функции (который везде один и тот же), но по специфическим свойствам каждой науки. В арифметике главную роль играют числа в их непосредственном значении; след., функции тут числовые. В алгебре главную роль играют функции с постоянными величинами, в анализе – с переменными величинами. Это и накладывает своеобразный отпечаток на употребление функций в разных областях.

Стоит обратить Особое внимание на значение категории «функция» в теории множеств и в теории вероятностей. В первой из названных наук эта категория связана с процессом отображения одного множества на другом и на установлении того или иного соответствия отображенного с отображающим. Во второй из названных наук функция приобретает значение т. н. корреляции, которая, в связи с тем что в данном случае происходит исчисление бытия фактически случайного, как раз и есть функция, но без чисто функционального содержания, а только с фактически опосредствованным. Подробности в этих категориях изучаются нами в своем месте.

V. ПЕРЕХОД К СПЕЦИАЛЬНОЙ ТЕОРИИ ЧИСЛА

§ 79. Перевод математики на язык логики

1. Все рассуждения о числе, которые мы имели до сих пор, относятся к общей теории числа. Тут не было никаких рассуждений, выходящих за пределы раскрытия самого понятия числа, включая основанную на этом понятии элементарно логическую систему. Вскрыть число как таковое, число само по себе, показать его внутреннюю сущность и значение – вот была цель всех предыдущих построений. Правда, в дедукции аксиом и учении о функции мы уже вступили в чисто математическую область. Но эта область трактуется в аксиоматике тоже очень обще, хотя и конкретнее, чем просто в области· чистой категории числа. Еще раньше, в дедукции конститутивных моментов числа, само число трактовалось как общематематическая категория. Число тут уже математическая, но все еще общематематическая категория; и иной она, конечно, и не может быть на первых порах, ибо все диалектическое

развертывание числа может двигаться только от самого общего и отвлеченного к более частному и конкретному.

2. Этим общим учением о числе задача философского обоснования математики не только не исчерпывается, но только еще начинается. Хотя большинство философских учений о числе и ограничивается только этим, т. е. раскрытием понятия числа, – все же в настоящее время вполне возможно считать диалектику настолько зрелой и конкретизированной дисциплиной, что она вполне может (и даже обязана) войти в детали числовых конструкций, не ограничиваясь общими рассуждениями только о самом понятии числа.

3. Разумеется, и здесь единственным методом философского анализа остается все та же диалектика, какие бы детали математической науки нас ни интересовали. Перед нами открывается труднообозримая область математических наук с совершенно оригинальными и подчас очень нелегкими проблемами, которые, однако, чтобы понять, необходимо так или иначе перевести на язык логики. Нас не должна интересовать чисто математическая сторона математики. Те операции, равно как и вся техника «доказательств», должны нас меньше всего интересовать. То, что интересует математику, нас не может интересовать, поскольку мы хотим быть не математиками, но философами. И то, что понятно с математической точки зрения, часто является полным туманом с точки зрения философии. Так, напр., понятие интеграла или производной можно вскрыть математически всего на одной-двух страницах. Однако философски понять, т. е. прежде всего логически осмыслить, эти понятия очень и очень нелегко; и если начать все тут объяснять, то не хватит для этого и десятков страниц, не говоря уже об одной-двух. Итак, нам предстоит дать философский диалектический анализ основных понятий и методов математики, отказываясь от той технической и формально-логической их понятности, которую преследуют все обычные курсы математики.

4. Но что значит в этом смысле понять математическое утверждение? Понять тут – значит перевести данное утверждение с языка математики на язык логики (или обратно). Это значит исследовать, какая идея, какой логический смысл заложен в той или другой математической теореме, формуле и т. д., если принять во внимание метод построения этой теоремы или этой формулы. Числа ведь, как мы знаем, сами но себе пусты, не имеют никакого качественного содержания, или наполнения. Однако, если разобрать их логический состав в статике или рассмотреть то, как эти числа в данном случае скомбинированы и каким методом сконструировано их взаимоотношение в динамике изучаемой взаимосвязи, мы почти всегда можем определить ту идею, которую воплощает на себя данная формула, тот внутренний смысловой замысел, которому подчинена данная числовая конструкция. Математика очень часто оказывается потухшей философией или даже мистикой; и нужно только уметь перевести эти содержательные и внутренно-наполненные учения на формальный и внутренно-равнодушный язык логики.

Другими словами, нам предстоит задача, исходя из вышеразвитого анализа понятия числа, дать диалектическое построение математической науки в ее основных опорных пунктах, т. е: в ее фундаментальных категориях и операциях. Мы должны внимательно изучить материал математических наук, всю эту громадную технику доказательств, выводов и целых теорий. Но мы должны перестать быть математиками и должны все время помнить, что наша задача не математика, но философия. Техника и содержание математических доказательств для философии есть только слепой и сырой материал, не больше. Как бы ясно мы ни доказывали данную теорему, она для нас – полный философский туман, если здесь не применены специальные методы философского анализа. Возьмем, напр., какую-нибудь теорему Коши относительно равенства нулю[116] интеграла от комплексного переменного, взятого по замкнутому контуру. Можно сотни раз воспроизводить это доказательство и яснейшим образом представлять себе его математическую структуру и – все-таки быть в полной темноте относительно настоящего смысла учения Коши. Поэтому руководства по математике нам нисколько не помогут в этом деле. Они только материал, который еще надо осмыслить. Но мало помогут в этом деле и философские трактаты, потому что это та область науки, которая наименее освещена философски. Можно найти сколько угодно хороших и плохих теорий числа, но все они ограничиваются анализом или самого понятия числа, или некоторых его деталей. Но, кажется, никто еще не задавался целью дать философско-логический анализ всего содержания математических наук, математики в целом, ограничивая свою задачу учением не об элементах только, но и о структуре этой науки в целом, включая анализ и всех ее основных категорий.

5. Задача эта трудна и многосложна; и тут необходим тот союз философии и математики, который так част в интуитивных глубинах у настоящих философов и математиков и который так редок у тех, кому суждено повторять и распространять философские и математические идеи, но не создавать их впервые. Вчитываясь в Лейбница, часто не знаешь, философская ли или чисто математическая интуиция им руководила. Это, конечно, ни то и ни другое, это – то первичное, рождающее лоно идеальной мысли, где философия и математика слиты пока еще в одно нерасчленимое целое. И, когда читаешь Кантора, тоже удивляешься тому, как иная философская идея, вычитанная им у какого-нибудь Фомы Аквинского, чувствуется, именно чувствуется и ощущается, а не просто понимается – чисто математически и арифметически. Потом он разовьет тут же и такую математическую теорию, которая по своему содержанию уже не имеет ничего общего ни с каким Фомой. Однако все это только для внешнего и поверхностного наблюдателя. Вдумчивый наблюдатель обнаружит, что на глубине у этого гениального человека философия и математика слиты до полной неразличимости и являются единой и целостной могучей интуицией, способной оплодотворить и определить собою как чисто философскую, так и чисто математическую систему.

Философия математики должна вернуть нас к этому глубинному союзу философии и математики. Она, философия математики, должна в расчлененном

116 В рукописи: нуля.

и яснейшем виде показать, конструировать то нерасчлененное и неясное, что лежит в основе общей философско-математической интуиции, отказавшись как от формализма и пустоты, техницизма математических доказательств, так и от отвлеченности и слишком большой общности философских теорий.

6. Достигнуть этой цели можно только путем перемены числового метода на понятийный или общеспециально числовой. Математика–сфера чисел, и с числами она оперирует числовым же способом. Она складывает, вычитает, умножает, логарифмирует, дифференцирует и т. д. и т. д. Все эти числовые операции надо понять как операции над понятиями; и в математической, т. е. числовой, формуле надо найти идейный, понятийный смысл. Можно сказать еще и иначе. Задачей философии математики должно явиться вскрытие всех логических категорий, необходимых и достаточных для смыслового осуществления (в частности, для мышления) той или иной математической структуры или операции. Если мы сведем такую, напр., операцию, как интегрирование, на основные и элементарные, далее уже неразложимые категории мысли, то можно сказать, что мы поняли эту операцию, поняли философски. Это же значит, конечно, и получить ответ на вопрос, как мыслима данная операция, как она есть в сознании, как она вообще осмысленно есть.

К разрешению этой огромной задачи мы и должны обратиться.

§ 80. Общая схема

1. Формально-логическая вычислительная система математики должна быть превращена в диалектическую систему, в систему диалектических категорий. При таком условии математика, разумеется, принимает совершенно неузнаваемый вид; и многое приходится расценить совершенно иначе, не так, как при обычном изложении математического материала. Будем помнить, что здесь мы совершенно не занимаемся математикой как таковой, но только философией, а именно философией математики.

Самое расположение материала нашей науки должно поэтому меньше всего следовать за расположением и системой чисто математического материала. Мы не раз будем убеждаться, что простое с математической точки зрения оказывается очень сложным в философском отношении, а то, что просто для философа, иной раз принимает исключительно сложный вид, если переводить это на язык математики. Поэтому необходимо взять принцип разделения математического материала не из математики, но из философии, из диалектики. Диалектика же обладает одним настолько простым и всеобъемлющим принципом разделения, что и обходить его и невозможно, и нет надобности. Это принцип триады. Конечно, диалектическое построение, как мы указывали раньше, может быть очень сложным, и триада может превратиться в тетрактиду, в пентаду и т. д. Но в целях ясности и удобства изложения ограничимся в данном случае пока только триадным делением. Оно вполне обеспечит нам полноту и внутренно-логическую последовательность системы.

Прежде всего триаду можно выразить, как мы знаем, тремя такими категориями: бытие – инобытие – становление (ставшее). Бытие есть первое полагание. Это первое полагание предмета, чтобы быть и, в частности, чтобы быть положенным, требует для себя чего-нибудь такого, от чего оно отличалось бы, т. е. требует инобытия, с которым оно имеет четкую и определенную границу. Иначе говорят, что бытие, или утверждение, требует для своего существования отрицания. Наконец, бытие и инобытие, утверждение и отрицание не могут оставаться в состоянии такой абсолютной противоположности; они должны быть поняты как единый акт, чтобы инобытие и отрицание не предполагалось как возникшее неизвестно откуда, но чтобы оно тоже было утверждено и понято в сознании. Синтезом бытия и инобытия, утверждения и отрицания, является становление, в алогическом процессе которого абсолютно слиты бытие и инобытие, присутствующие и в то же время отсутствующие в каждый момент становления, или, в дальнейшем, ставшее, т. е. результат становления, остановившееся становление. Некоторым видом этого ставшего – правда, чисто идеальным и смысловым видом – является граница, очерченность, в которой тоже совпадают утверждение и отрицание, поскольку граница сразу и одновременно и относится, и не относится и к ограничивающему, и к ограничиваемому. Ставшее можно понимать и как реально ставшее, т. е. как факт, как субстанцию, которая так же очерчена и закончена, как идеальная граница, только в смысле реальной положенности. Становление и ставшее одинаково являются синтезом бытия и инобытия; и часто нет нужды их особенно резко разделять (хотя тоже часто это разделение безусловно необходимо и требует очень субтильных наблюдений). Важно отметить, что если мы будем наблюдать технику синтезирования у Гегеля, то и у Гегеля синтезы имеют одинаково характер как становления, так и ставшего.

Итак, весь объем математического материала прежде всего распределяется на три большие области. И это первое разделение должно стать принципом существеннейшего разграничения, отчасти совпадающего с соответствующей диалектической классификацией математических наук. То, что выше было дано в фундаментальном анализе понятия числа, должно теперь рассматриваться нами как перво-принцип, перво-начало. Подобно тому как в общей теории числа всякой раздельности предшествует перво-акт, так точно и сейчас все число, взятое целиком, как вполне сформированная и осмысленная категория, должно стать перво-принципом для дальнейших разделений и оформлений. Мы должны забыть все конструкции, данные нами до сих пор и рисующие число как чистую категорию. Мы должны понять эту категорию числа как новую неразличимость и перво-акт и поставить задачу выявления того, что начинается и стоит под этим перво-актом. Это и приведет к детализации понятия числа, которая даст нам нужное распределение и разграничение математического материала. Ибо вся математика есть не что иное, как развитое и детализированное понятие числа.

2. Переходим к формулировке основных разделов философии числа, которых прелиминарно мы уже касались в § 9.

§ 80. Общая схема

I. Перво-акт, переходя в реальный акт, делался полаганием, утверждением, бытием не вообще, но реально раздельным бытием. Точно так же и число. Число вообще, число как общая категория, прежде всего переходит в реальное полагание, в реально положенное число, в бытие числа. Число вообще, являясь отныне нашим перво-принципом, не есть теперь что-нибудь раздельное. Это такое бытие, которое выше всякого разделения и различения, вернее, сверх-число и потому сверх-бытие. Следовательно, можно такое положенное число назвать бытием числа. Еще раз напоминаем, что это не та положенность, о которой шла речь в фундаментальном анализе числа. Там шла речь о полаганиях, впервые только еще конструирующих самое понятие числа. Здесь же имеется в виду полагание цельного, окончательно сформированного числа; и термин «бытие» относится здесь не к частичным моментам, из которых состоит число, но к числу вообще, к цельному числу. Мы знаем, что такие общие установки, как бытие, инобытие, становление, наблюдаемы и проводимы как внутри каждой категории, так и в отношении каждой категории в смысле ее внешней судьбы.

К бытию числа в этом смысле относятся прежде всего натуральный ряд чисел и все арифметические операции над числом. Сюда же относятся также и модификации числа, возникающие в связи с выделением в нем элементов бесконечного процесса. Первое вместе с анализом основных типов числа является предметом арифметики и алгебры. Второе есть предмет математического анализа, т. е. дифференциального и интегрального исчисления вместе с его модификациями (напр., вариационное, или векторное, исчисление). Для всех этих математических наук характерно употребление или чистых арифметических чисел, или их специальных дублетов – функций, причем числа берутся как устойчивые, так и в своем переходе в переменные величины, в разных смыслах переменности – прерывной, непрерывной, конечной, бесконечной и пр.

Можно попробовать зафиксировать это единое числовое построение и терминологически. Оно есть прежде всего арифметически-алгебраически-аналитическое понятие и употребление числа. Но можно дать и одно общее название этой области, совмещая постоянство, переменность и пр. частные категории. Кажется, здесь был бы до известной степени удобен термин «интенсивное число». В понятии интенсивности совмещаются открытая и непосредственная значимость числа в арифметике, функциональная и символическая (буквенная) выраженность его в алгебре и анализе и конечно-бесконечные, непрерывно-прерывные процессы счисления.

II. Бытию противоположно инобытие, и утверждению числа должно быть противоположно отрицание числа. Но что может быть противоположно числу? И что, собственно, есть отрицание числа? Число – раздельность и устойчивая различенность прежде всего. Утверждение числа – утверждение этой раздельности и различенности, утверждение неразличенного числового инобытия. Инобытие вообще всегда есть, как противоположность бытию, неразличенность и алогическое протекание. Но тут не просто противоположность числу, а противоположность положенному числу. Следовательно, вся антитеза перенесена на почву дальнейшей ступени, которая по сравнению с чистым числом есть реальная угвержденность. Поэтому и противоположность утвержденному числу должна быть реально положена. Это реальная положенность числовой неразличенности, реальная утвержденность инобытийно-числового безразличия.

Это то, что в математике называется континуумом. Тут, несомненно, диалектическая противоположность числу, и притом противоположность именно утвержденному числу. В то время как в недрах, т. е. внутри, утвержденного числа мы встретили такую категорию, как непрерывность, здесь, когда речь идет о специальном расширении утвержденного числа, о его инобытийном осуществлении, здесь уже недостаточно говорить о непрерывности, а надо говорить о континууме. Континуум есть именно реально положенная непрерывность, реальное утверждение непрерывного процесса.

Арифметически-алгебраически-аналитическое число есть та или другая степень чисто числовой раздельности. В таких науках, как векторно-тензорное исчисление, число достигает огромной сложности в своих едино-раздельных структурах. Но вот мы достигаем вершины этого усложнения числовых раздельностей, и перед нами, стоящими на этой вершине, открывается необозримое поле темного безраздельного «пространства», где уже нет ничего живого и где все числовые утвержденносги слиты в один безразличный и алогический туман. Это и есть антитеза утвержденному числу. Это – континуум.

Континуум не остается тем пустым безразличием, каким он открывается с вершин числовых оформлений. Навсегда он остается безразличием только с точки зрения чистого числа. Но в нем возможны и необходимы различные оформления так же, как и везде, хотя и с обязательным учетом всего своеобразия этой области, где осуществляется оформление. В то время как в области чистого числа, например, раздельное полагание создает единицу, в области континуума раздельное полагание[117] [дает] точку. Один и тот же смысловой акт полагания дает в разных областях разные конструкции. Нужно только учитывать своеобразие области, где происходят акты полагания и единства[118], даже тождества, смысловых актов, которые происходят в этих областях. Тогда на основе континуума образуется особая система определенных структур, вполне параллельная системе арифметически-алгебраически-аналитических функций числа.

Эта система есть геометрия в разных ее видах и формах, т. н. элементарной, проективной, аналитической, дифференциальной, многомерной и пр.

Такое число, пребывающее в своем инобытии, уже не есть просто число. Но для единства терминологии назовем и эти континуальные и геометрические

117 В рукописи: полагает.
118 В рукописи: единство.

построения сферой числа, но только экстенсивного числа. Число в своем инобытии, число вне себя есть экстенсивное число.

III. Бытие и инобытие, при всем своем противополагании, при всей несовместимости, должны быть положены как обычный акт, должны синтезироваться в некоем безразличном тождестве. Мы уже знаем, что в диалектике это есть граница и очерченность, а также и вообще расчерченность, заполненность формами, образность. Число должно быть раздельность и счетность раздельных моментов. Континуум и геометрические фигуры должны дать заполненность этих раздельно-счетных моментов некоей смысловой материей, материей геометрического континуума. Синтез требует, чтобы число геомет-ризировалось и геометрия стала числовой.

Когда число, оставаясь числом, геометризируется, это значит, что оно становится смысловой, умной фигурностью. Число, «состоя» из своих единиц, мыслится в арифметике, алгебре и анализе вне всякой своей фигурности, вне той или иной расставленности этих составных единиц. Считая, напр., пять единиц, входящих в число пять, мы совершенно не принимаем во внимание характера «расстояний», залегающих между этими отдельными единицами. И это было бы в данном случае даже бессмысленным. Однако мы можем представить себе, что эти расстояния тут разные, что из комбинации этих разных расстояний и направлений получается вполне определенная умственная фигура. Спрашивается: от чего может зависеть эта разность «расстояний» и «направлений»? От числа как такового, т. е. чистых актов полагания, это совершенно не зависит, так как они везде одни и те же независимо ни от «расстояний», ни от «направлений». Зависеть это может только от другого принципа, от иноприродного принципа, от принципа уже не счетного, а наполняющего, направляющего и как бы напрягающего или вытягивающего эту счетность. Это и есть принцип континуума. Таким образом геометризируется число. Оно становится умственной фигурностью. С другой стороны, в этом синтезе не только число должно геометризироваться, но и геометрия должна стать числовой. Как это может произойти? Это не может произойти так, чтобы геометрическая фигура оставалась сама по себе, а мы только завели бы ее числовой коррелят. Так именно и обстоит дело, напр., в аналитической геометрии. Здесь мы имеем какую-нибудь параболу и находим ее уравнение, т. е. переводим ее на язык чисел. Ни парабола, взятая чисто геометрически, не дает никакого представления об ее уравнении, ни данное уравнение параболы ($y = ax^2$), взятое как таковое, нисколько не говорит ни о какой кривой, а есть самая обыкновенная отвлеченная функция. Тут просто перевод с одного языка на другой; и тождественным в том и другом является только момент счетности, отвлеченной количественной оформленности данной кривой и данной функции. Поэтому аналитическая геометрия (и никакая вообще геометрия, если она остается геометрией) не может дать искомого нами синтеза числа и континуума и должна быть отнесена к сфере континуально-геометрического инобытия числа, не больше того.

Полный синтез (а всякий диалектический синтез есть полное и абсолютное слияние и тождество тезиса и антитезиса) требует, чтобы получилось не тождество в том или другом отношении между числом и континуумом (такое тождество есть просто различие, а не тождество), но абсолютное тождество, субстанциальное тождество того и другого. В предыдущем случае число (функция) остается само по себе, и кривая остается сама по себе, и тождество между ними не субстанциальное, но отвлеченно-смысловое: по функции (если ее брать как функцию, не привнося в нее никакого иного толкования) нельзя догадаться, что речь идет о данной кривой, а в кривой, если ее брать чисто оптически-геометрически, нельзя вычитать никакого уравнения. Здесь же, в этом полном синтезе, рассматривая данную структуру, мы уже не находим в отдельности число и в отдельности его континуальное инобытие, а видим то, в чем то и другое пребывает неразличимо.

Это есть то, что в современной математике носит название множества[119]. Множество как раз есть некая умственная фигурность, где число состоит из разнообразно взаимоотносящихся элементов и где континуум преобразован в некую специально «упорядоченную» последовательность. Наука эта есть наука о множествах, созданная гением Георга Кантора. Правильно говорится, что здесь мы имеем наиболее общее представление числа, так как все, напр., арифметические свойства числа дедуцируются из понятия множества как частный случай.

Такое число уже нельзя назвать ни интенсивным, ни экстенсивным числом. Это фигурное число как синтез интенсивной значимости и экстенсивного инобытия. Эта значимость осуществлена в этом инобытии, и получается новая форма числа, которую можно назвать эйдетическим числом (эйдос – вид, фигура). Соответствующую науку можно назвать аритмологией. Это число для себя.

IV. Наконец, все три рассмотренные типа числа находят свое завершение в четвертом типе. Эйдос, являясь завершением и зримым продуктом сущности числа, не есть еще вся фактическая действительность числа. Числу-эйдосу противостоит бесконечная и темная действительность, которая также требует своего числового оформления. Разумеется, эйдос тоже оформляет действительность, но это оформление касается ее более или менее идеальных сторон. Эйдос–тоже действительность, но это действительность сущности. В § 9 мы так и практиковали арифметику (с алгеброй и анализом) как «сущность», геометрию – как «явление», теорию множеств – как «действительность». Но эта «действительность» была все же действительностью в ее сущности, а не в ее факте. Существует действительность как факт, и вот это-то и не фиксируется теорией множеств, какой бы наглядностью она ни обладала и как бы ни была ближе к жизни, чем арифметика и геометрия. Факты должны быть зафиксированы в числе как факты, т. е. во всей их путаной случайности и неразберихе. Число вне оформления бытия как фактической действительности всегда несет с собою известную долю случайности и вероятности в отличие от

119 В рукописи далее оставлено место, видимо, для иноязычных терминов.

чистого числа, которое очень далеко от конкретной действительности и потому максимально аподиктично. Следовательно, тут должна быть особая математическая наука и должна быть особая сфера числа. Это число есть математическая вероятность, и соответствующая наука есть исчисление вероятностей.

Только на почве этой последней науки возможны все завершительные и выразительные формы математики, но не на почве интенсивно-экстенсивно-эйдетического числа.

3. Таковы четыре основные области философии числа, построенной в виде диалектических оснований математики.

I. Интенсивное число, число в себе. Арифметически-алгебраически-аналитическое построение числовой системы.

II. Экстенсивное число, число вне себя. Континуально-геометрическое построение числовой системы.

III. Эйдетическое число, число для себя. Аритмологи-ческое построение числовой системы.

IV. Фактическое (прагматическое) число, число для иного. Теоретико-вероятное построение числовой системы.

I. ЧИСЛО ИНТЕНСИВНОЕ ВСТУПЛЕНИЕ

§ 81. Разделение.

1. «Число в себе» есть сложная область числовых конструкций, объединенных принципом чистого полагания, без перехода в область, абсолютно-инобытийную в сравнении с чистым полаганием. Это чистое полагание, однако, в свою очередь может быть рассматриваемо с самых различных точек зрения. Мы уже хорошо знаем, что решительно каждая категория может быть с любой степенью детализирована путем введения в нее или, вернее, путем повторения в ней всех прочих категорий. Кажется, категория отражает на себе все другие категории диалектической системы, и только изучение возникающих тут структур и делает понимание данной категории вполне конкретным. Теперь и возникает необходимость разделения общей области числа в себе согласно обычным диалектическим делениям, из которых основным делением, конечно, является триадное деление (бытие, инобытие и становление).

2. Мы имеем число в себе. Это «в себе» можно понимать, во-первых, в его непосредственной данности, «в себе» как таковое. Оно, во-вторых, может перейти в свое инобытие. Конечно, это не то континуально-геометрическое инобытие, в которое переходит «число в себе», если последнее брать во всей исчерпанности его категориальных структур. Когда построено все «число в себе» и исчерпаны все его основные структуры, тогда переход в дальнейшее инобытие есть переход в континуально-геометрическую среду. Но сейчас мы пока еще ровно ничего не построили в сфере «числа в себе», а только утвердили голый факт существования такого «числа в себе». Спрашивается: какое же инобытие здесь возможно, в чем заключается это инобытие?

3. Голый факт «числа в себе» говорит нам о непосредственном бытии «числа в себе». Инобытием, и притом инобытием до перехода в континуально-геометрическую сферу, может быть только такое «число в себе», которое, оставаясь самим собою, дано в другом виде, является иначе выраженным, выраженным при помощи иных средств. Голый факт числа в себе есть, конечно, натуральный ряд чисел и все арифметические операции над числами. Инобытие арифметического построения без перехода в геометрию должно быть теми же арифметическими числами и теми же действиями над ними, но выраженными так, чтобы арифметика осталась внутри, осталась внутренним принципом, в отношении которого данное инобытие оказалось бы только символом. Вообще ведь всякое реальное инобытие должно быть в отношении своего бытия символом, раз оно от него зависит и косвенно на него указывает. Что же это за инобытие?

4. [a)] Значит, тут мы оперируем с числами и производим над ними арифметические действия. Но тут, в этом инобытии, нас, однако, интересуют не самые числа и действия над ними в их непосредственной данности, но они же –

в их инобытийной выраженности. В геометрии покинута совсем самая сфера чистого «числа в себе». Здесь она отнюдь не покинута. Она остается на месте. Но надо дать ей инобытийное выражение. Чтобы это сделать, необходимо отбросить непосредственное значение чисел и действий и оставить их только в виде знаков, символов, куда можно было бы подставить любые значения чисел и даже любые действия. Это достигается употреблением буквенных выражений и введением понятия функции.

Что значит употребление в алгебре буквенных символов? Это значит, что мы отвлекаемся от непосредственных значений числа и даем их в общем виде. Если я пишу <*x* = <*2* + *6*>, то здесь ровно ничего не сказано ни об *a*, ни о *b*, если под ними понимать числовые значения. Тут могут быть какие угодно значения. Дело не в них. Дело в определенных взаимоотношениях, существующих между *x* и этими *a* и *b*. Другими словами, сущность этого явления заключается в том, что здесь даны не арифметические значения чисел, но функциональные отношения между величинами, арифметическое значение которых остается вне всякого интереса. В функции не важны значения величин, между которыми она установлена. Значит, уже по одному этому здесь – инобытие арифметики, инобытие «числа в себе». Но здесь, кроме того, полнейшая аналогия арифметических свойств и действий, далекая от всякой геометрии, а состоящая все из тех же свойств и действий числа, из которых состоит арифметика. Значит, здесь именно то инобытие, которое мы ищем.

b) Буквы заменяют здесь непосредственное значение чисел. Но в анализе мы оперируем с выражениями, которые также заменяют и непосредственное значение, значение действий. Когда мы пишем <*y* =*f*(*x*)>, то во многих случаях в анализе нам совершенно не интересно, какая именно эта функция. Важно, что у есть функция от *x*. А какая эта функция, часто совершенно не важно. Следовательно, как в алгебре буква выражает собою обобщенное значение числа, так в анализе – выражает обобщенное значение действий. В первом случае можно подразумевать любые числовые значения, во втором случае можно подразумевать любые действия над числами.

c) Диалектическое место учения о функциях становится яснее, если мы употребим соответствующие термины. Арифметика во главе с натуральным рядом чисел, разумеется, играет роль самого основания всех математических представлений и действий. Можно сказать, что все действия в математике есть не что иное, как усложненный счет. Что бы мы ни делали в математике, мы всегда так или иначе считаем, занимаемся счетом: все действия суть или просто счет, или модификация счета. Поэтому будем вполне правы, если ту область чистого числа в себе, которая состоит из непосредственного значения чисел, назовем сущностью числа. Действительно, все, что есть в математике, имеет своей сущностью непосредственное число и непосредственный счет. По сравнению с этим как нужно квалифицировать учение о функциях? Функция есть совокупность всех действий, которые необходимо произвести над аргументом, причем числовое значение самого аргумента неизвестно и неинтересно. Это значит, что в функции мы имеем инобытийную судьбу аргумента в условиях неданности самого аргумента, т. е. неданности самой сущности того, судьбу чего мы преображаем. Такую конструкцию удобно назвать явлением. Явление противостоит сущности как нечто само по себе несущественное. Сущность есть смысл; явление же, взятое само по себе, есть нечто алогичное по сравнению с сущностью. В явлении (опять-таки, подчеркиваем, если его брать как таковое, т. е. как противоположность сущности) нет самой сущности (иначе оно и не было бы противоположностью сущности); в нем сущность неизвестна, она есть какой-то неразгаданный x. Можно только наблюдать судьбу этого т. е. что творится с ним, независимо от его подлинного смысла и значения. Такое инобытийное конструирование сущности есть явление. И учение о функциях в противоположность непосредственному арифметическому значению чисел есть учение о числе как явлении. Арифметика – учение о сущности числа; алгебра и анализ есть учение о явлении числа, о внешнем (и потому не дающем внутренней значимости) явлении числа.

5. Однако категории эти («сущность», «явление» и, еще дальше, «действительность») суть общедиалектические категории, повторяющиеся решительно во всякой специальной области знания и науки. Кроме того, учение о функции в связи с этими категориями также было намечено нами в предыдущем изложении (§ 76). Сейчас необходимо приступить к более расчлененной фиксации математического разделения, чтобы эти категории получили окончательную конкретизацию.

Антитеза непосредственного и опосредствованного числового бытия остается в математике основной. Однако есть еще одна антитеза, которая объединяется с нею, и из планомерного объединения с нею и рождается обычное разделение математики в данной области. Именно, в сфере самой непосредственности возможно мыслить свое инобытие, подобно тому как мы мыслим его в отношении всей непосредственности числа как таковой. Такое инобытие превращает устойчивое тело в становящееся, или, выражаясь математически, превращает постоянную величину в переменную. Поэтому функция, которая есть в сравнении с непосредственным числом бытие опосредствованное, может быть как функцией постоянных величин, так и функцией переменных величин. Точнее, однако, надо говорить о бытии и о становлении величин. Алгебра относится как раз к учению о функциях постоянных величин, в то время как анализ преимущественно занят функциями переменных – точнее, становящихся – величин. Как функция в отношении непосредственной значимости числа, так и становящаяся величина в отношении постоянной есть «явление», поставленное в связь с «сущностью», есть, стало быть, сущность и явление и за пределами непосредственного числа.

6. а) Остается, следовательно, третья и последняя диалектическая ступень в области чистого числа в себе. Сущность и явление синтезируются в нечто третье, в категорию, которую можно называть по-разному и которая в разных системах диалектики носит равные названия. Назовем ее по нашему обыкновению (ср. § 9) действительностью. Действительность есть сразу и

сущность, и явление, их абсолютное неразличимое тождество и субстанциальное слияние. Возникает вопрос, что же в математике является действительностью числа, если сущность его арифметична, а явление алгебраично-аналитично?

b) Надо подыскать такую категорию, которая бы давала инобытийно-числовую обработку арифметической величины и которая, с другой стороны, превращала бы инобытийно-числовую опосредствованность в числовым образом непосредственно данную структуру. Такой категорией является категория вектора. Вектор математически определяется как величина, определенным образом направленная, в отличие от скалярной величины, которая определена только количественно и не содержит в себе никакого момента направленности. Вдумываясь в это понятие, мы в нем как раз и находим искомый нами синтез сущности и явления.

c) В самом деле, инобытие, не меняя самой сущности, вовлекает ее в поток становления и облекает в эти внешние для нее инобытийные одежды. Инобытие размывает, растягивает сущность, тянет ее по необозримому полю алогического. Сама же по себе сущность должна оставаться неизменной. Следовательно, ища синтезы сущности и явления, бытия числа в себе и его инобытия, мы должны взять инобытие, но понять его как неизменную сущность. Инобытие есть цепь тех или иных изменений, а сущность по самому смыслу своему неизменна. Синтез того и другого может поэтому осуществиться только тогда, когда инобытие потеряет свою изменчивость и станет неизменным (как сущность). Но потерять свою изменчивость в абсолютном смысле оно не может, ибо тогда оно войдет в синтез уже не как инобытие, которое всегда изменчиво. Стало быть, условия диалектического синтеза требуют, чтобы инобытие теряло здесь не изменчивость вообще, но разнообразную, не приведенную к единству изменчивость. Изменчивость объединится с постоянством не тогда, когда она совсем уничтожится (тогда что же и будет вступать в синтез с постоянством?), но тогда, когда оно преобразится в вид, где найдет свое место и момент постоянства. Такой категорией, в которой нейтрализуется инобытийная изменчивость и неизменность сущности, является категория направления. Направление, с одной стороны, по самой своей природе инобытийно, так как оно предполагает предмет, который гак или иначе направлен. В нем есть то становление, которое необходимо для всякого инобытия, и есть необходимый момент алогического, поскольку не говорится, что именно направлено, а мыслится только самое направление. С другой стороны, это совсем не то, что буквы в алгебре. Буквы в алгебре сами по себе не имеют непосредственного значения. Непосредственное значение имеют только арифметически понимаемые числа и действвия; в алгебре же–опосредствованное значение чисел и действие чисто символическое или, вернее, вообще сигнификативное: направление в этом смысле вполне непосредственно. Будучи по природе инобытием, оно, однако, оказывается только такой же непосредственностью, как и сама сущность. Направление есть переход сущности в инобытие, в явление, в изменчивость, но оно не косвенно и не изменчиво, не инобытийно в смысле опосредст-вованности и символичности, но вполне самостоятельно, непосредственно, постоянно и определенно.

Таким образом, число в направлении осуществлено инобытийно наподобие того, как аргумент в функции осуществлен инобытийно, а функция в направлении осмыслена путем перехода в неизменную сущность и получения старым «аргументом» непосредственности и самостоятельности. Направление, кроме того, берется не само по себе, но как момент вектора. Вектор есть не только направление, но и количественно данная величина того, что направлено. Этим подчеркивается как участие арифметического принципа числа, так и участие инобытия, в котором этот принцип осуществлен.

[d]) Итак, векторное исчисление вместе с его усложнением– тензорным исчислением есть наука, вырастающая на действительности числа. Наивысшей конкретизации векторно-тензорное исчисление достигает в конструкции векторно-тензорного поля, где число получает, с одной стороны, особого рода гистологическую, а с другой стороны, социальную структуру. Вместе с введением кватернионов получается наивысшая фигурно-телесная и выразительная структура числа, ставшего как бы живым социальным телом, последней формой конкретизации, на которую способно число в себе.

7. a) Итак, число-сущность, число-явление и число-действительность, если ограничиться сферой вообще числа в себе, есть не что иное, как число арифметическое, число становящееся (или аналитическое, как ниже увидим, – бесконечно-малая величина) и число направленное (вектор). Это и есть наше основное деление всей сферы интенсивного числа вообще. Что же касается развитого выше понятия функции, то ясно, что антитеза непосредственной и функциональной значимости числа войдет в каждую из намеченных трех основных областей интенсивного числа, находя каждый раз свои эмпирические синтезы и дальнейшую эволюцию этих синтезов. В частности, то, что называется обычно алгеброй, т. е. учением, связанным с функциями постоянных величин, войдет, очевидно, в первую из указанных трех областей, где эта алгебра, противопоставляясь арифметике, будет синтезирована в дисциплины, предполагающие одинаковое участие как арифметики, так и алгебры. Это то, что вообще можно было бы назвать алгебраической арифметикой или арифметической алгеброй, куда войдут такие, напр., учения, как учение о формах, теория инвариантов и др.

b) Обратим в дополнение еще внимание на некоторые терминологические моменты.

Хотя и вполне понятно именование числа в случае тезиса числа в себе как положенного и хотя вполне правильно, что тут перед нами именно бытие числа, – целесообразно, имея в виду масштаб всего исследования, называть эту начальную диалектическую ступень числа не бытием. Ведь к понятию числа вообще мы теперь уже не вернемся и будем считать его вполне понятным и проанализированным. А то, что мы сейчас называем бытием числа, будет для нас исходным пунктом для всего дальнейшего анализа. Если в отношении к чистой категории числа как к числовому перво-акту это утверждение цельного числа есть реальное бытие числа, то в отношении к дальнейшему оно будет тем основным и единственным существом, сущностью, из которой все остальное будет появляться только путем тех или иных диалектических операций. Чистая категория числа как бы носится над всей числовой стихией и как бы не принимается во внимание при анализе конкретных видов и типов числа. Но тогда среди этих последних должна существовать такая группа явлений, которая оказывается существенной в отношении прочих групп этих явлений. Конечно, подлинной и последней сущностью числа является самая категория числа, число как перво-принцип. Но, повторяем, в целях удобства построения и изложения целесообразно эту категорию принимать как до-категориальный перво-прин-цип, а «сущность» находить уже среди конкретизаций того, что находится под этим перво-принципом.

Заметим, что в истории философии такой метод бывал не раз. Так, у неоплатоников «сущность», «сущее» есть именно второй принцип, существующий не там, где «единое», но там, где ум и идеи. Ум не первоначален, хотя он – сущность всего существующего.

с) Таким образом, область «числа в себе» делится –

I. Сущность числа. Натуральный ряд чисел. Типы числа. Арифметические действия над числами. Алгебра. Алгебраическая арифметика, или «алгебраический анализ».

II. Явление числа. Скалярный математический анализ (дифференциальное, интегральное, вариационное исчисление).

III. Действительность числа. Учение о векторах. Векторно-тензорное исчисление.

§ 82. Терминологические замечания.

. Относительно предложенной диалектической системы необходимо сделать ряд замечаний, долженствующих оправдать некоторое расхождение с обычным явлением соответствующего математического материала. С таким расхождением мы будем встречаться нередко; и необходимо по возможности указывать на его[120] наличие.

Относительно существующих руководств и пособий по математике необходимо сделать общее замечание. Все они появились в результате определенных исторических, психологических и педагогических мотивов и часто почти не преследуют целей логической последовательности системы. Так, материал, известный теперь под названиями «арифметика» и «алгебра», настолько разношерстен, что объединить его в какую-нибудь единую систему совсем невозможно. То, что полегче и что можно дать детям младшего возраста, отнесено к «арифметике», а то, что потруднее, – к «алгебре». С такой педагогической точкой зрения должны считаться педагоги, но не философы, преследующие цель логически последовательной систематики. Приходится или выбросить совсем такие термины, как «арифметика», «алгебра», «анализ», или

120 В рукописи: ее.

придать им условный смысл и в дальнейшем уже не выходить за рамки принятого словоупотребления. Выбросить такие старые и популярные термины, конечно, невозможно. Но тогда надо вкладывать в них какое-то определенное и вполне точное логическое содержание, хотя оно и было только условным.

Прежде всего в «арифметике» мы находим такие, напр., главы, как учение о мерах и весах, имеющие к арифметике такое же отношение, как и к любой естественнонаучной дисциплине, даже, пожалуй, меньшее. С другой стороны, в «алгебре» много таких вопросов, как, напр., извлечение квадратного или кубического корня из чисел или техника логарифмирования, что по смыслу своему должно бы иметь место в «арифметике». Кроме того, логарифм есть трансцендентная функция, и неизвестно, как связать его с прочим материалом «алгебры». «Анализ» наполнен разными геометрическими построениями и приложениями, которым настоящее место, конечно, не в анализе, а в специальной науке. Да и самое название «анализ» мало того, что не очень точно, оно употребляется в совершенно спутанном виде.

Под «анализом» обычно понимается дифференциальное и интегральное исчисление, т. е. изучение функций в условиях бесконечного процесса. Тем не менее «аналитическая геометрия» – вовсе не та геометрия, в которой применены методы исчисления бесконечно-малых. Это, вообще говоря, изучение геометрических элементов с точки зрения алгебры, так что правильнее всего было бы назвать ее алгебраической геометрией. Там же, где применены методы исчисления бесконечно-малых (т.е. методы «анализа»), [учение] называется не аналитической геометрией (как это требовала бы логика), но почему-то дифференциальной геометрией, а частью этот материал излагается прямо в курсах самого же анализа. Неизвестно также, почему эта геометрия называется дифференциальной, а не дифференциально-интегральной (раз там применены не только дифференциалы, но и интегралы). А то, что составляет содержание т. н. теории чисел (напр., все рассуждения о делимости), ничем принципиально не отличается от содержания обычной «арифметики», равно как и «высшая алгебра» содержит в себе теорию всех тех же управлений, что и «элементарная алгебра», только что эта теория и эти уравнения здесь посложнее и потруднее. Такая педагогическая и историко-психологическая точка зрения в классификации математического материала, конечно, должна быть нами отброшена.

2. Что же составляет подлинный и логически выдержанный предмет арифметики и алгебры?

Арифметика есть учение о «числе в себе», т. е. о непосредственном бытии числа. Этим она резко отличается от алгебры, оперирующей не с числами, но с функциями. Но тогда к арифметике надо отнести все типы числа, если только они имеют непосредственное значение. Прежде всего к арифметике должно быть отнесено употребление отрицательных чисел. На каком основании это понятие отнесено к алгебре и что алгебраического в отрицательной величине? Раз арифметика действует с положительными числами и, кроме того, еще действует с нулем, то очень странно, если тут же не будет еще и категории отрицательного числа. Фактически арифметика и употребляет отрицательные числа (напр., в рассуждениях о купле и продаже, в учении о векселях и пр.), но в угоду логическому принципу маскирует это употребление, относя соответствующую терминологию в другую науку.

Далее, вполне арифметичны рассуждения и о бесконечности. Бесконечное число есть особого рода число. Оно оценивается в своей самостоятельной и непосредственной данности; и нет нужды выбрасывать его из арифметики. Точно так же необходимо внести в арифметику теорию мнимых величин, рассматриваемую почему-то частью в алгебре (обычно – мелким шрифтом, так что сами авторы, по-видимому, не знают, здесь ли подлинное место для нее), частью в анализе (хотя к последнему относится только теория функций комплексного переменного, а не арифметика мнимостей). Решительно нужно выбросить из алгебры также действия над степенями и корнями. Это вполне непосредственные операции над непосредственно и самостоятельно данными величинами. Сюда же надо отнести и логарифмирование, хотя его почти всегда отрывают от статьи о степенях и корнях, с которой оно существенно связано.

И вообще алгебра отличается от арифметики не тем, что она пользуется какими-то особенными действиями, которых нет в арифметике, или какими-то новыми типами чисел, которых нет в арифметике. Вовсе не в этом принципиальное отличие. Единственное принципиальное отличие алгебры от арифметики заключается в том, что тут – инобытие всех арифметических чисел и действий, инобытийный их коррелят. В них не вносится ровно ничего нового, и их система ровно ни в чем не меняется. Но все эти числа и действия, все вместе, как некая целостная сфера, целиком переносятся в новую область; и в этой области они подвергаются, опять-таки все вместе, единообразной модификации. Область же эта есть область функциональных отношений. Следовательно, в алгебре не будет ничего нового в смысле категории числа или категории действий, ибо все эти категории относятся к сущности чисел и действий, а вся сущность обрисована в арифметике. В алгебре – те же категории, но только иное их употребление, а именно употребление функциональное, употребление в составе функций и их преобразований. Это и есть сущность алгебры.

3. Другое дело – отличие алгебры от анализа. И то и другое есть учение о функциях. Но к алгебре относятся функции с подлинными величинами, к анализу же – функции при бесконечно-малых процессах изменения аргумента. Возникающие здесь сложные переплетения алгебраических и аналитических методов будут у нас предметом рассмотрения в своем месте.

I. СУЩНОСТЬ (АРИФМЕТИКА, АЛГЕБРА, АЛГЕБРАИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ)

§ 83. Разделение

Как было установлено в § 81, та первая сфера интенсивного числа, которая у нас условно наименована сущностью числа, распадается на три основных раздела.

A. Арифметика, или учение о непосредственной сущности числа в ее бытии.

B. Алгебра, или учение о непосредственной сущности числа в ее инобытии.

C. Алгебраический анализ, или учение о непосредственной сущности числа в ее становлении (включая и прочие основанные на становлении категории).

A. Арифметика (сущность числа в ее бытии)

§ 84. Разделение

Теперь наконец мы вступаем в область философского понимания обыкновенного математического материала.

Сущность числа есть такое «число в себе», которое утверждено как непосредственно данное бытие. Оно, это число, не указывает на какое-то другое, уже чисто числовое значение, но само есть это чисто числовое значение. Потому это есть всецело область арифметики. Алгебра создает только функциональный дублет к непосредственной значимости числа. Арифметической величине диалектически противостоит алгебраически-аналитическая величина, которая выражена опосредствованно, при помощи букв и функционных обозначений. Непосредственное бытие числа в себе, данное как простой акт бытия, есть акт полагания; акт же полагания есть

I. натуральный ряд чисел.

Сосредоточимся на этом примитивном акте полагания, рождающем из себя натуральный ряд чисел. Будем наблюдать диалектическую эволюцию только [э]того акта полагания. Другими словами, мы отвлечемся от того инобытия, которое выводит вообще за пределы арифметики и науки, давая функциональное построение непосредственно арифметических величин, ведет уже к алгебре. Будем оперировать только с указанными примитивными числовыми актами, чтобы остаться всецело в сфере арифметики. Тогда возникнут свои собственные, уже чисто арифметические, триады, тетрады, пентады и т.д. Будем в этой общей сущности числа как бытия (арифметика) считать натуральный ряд за бытие, т.е. в сфере получаемого бытия установим свое собственное бытие, или, так сказать, бытие бытия. Что тогда будет в этом смысле инобытием бытия?

Бытие создало тут натуральный ряд чисел. Явно, что инобытием будет здесь переход к другим числам. Какие же это другие числа, не составляющие натурального ряда, но существенно отличные от него? Назовем эту часть исследования учением о разных типах чисел. Ту г и будет выяснено, что это за числа. В систематической форме получатся числа: положительное, отрицательное, рациональное, иррациональное, мнимое и пр. Итак, непосредственное бытие сущности, данное в своем инобытии, рождает из себя различные

II. типы числа.

Нетрудно перейти к становлению непосредственной сущности числа, которую мы понимаем как

III. арифметические операции.

Выше (§ 62.2) мы уже столкнулись с тем диалектическим фактом, что арифметическая операция связана с категорией становления. И действительно, покамест мы говорим о типах числа, у нас имеются только мертвые и неподвижные образцы чисел. С некоторым становлением мы имеем дело в натуральном ряде чисел. Но это очень отвлеченное становление, становление первого акта полагания числа вообще, но не становление развитой системы чисел. Развитая система чисел («типы числа») предполагает разнообразные направления счета, а не ограничивается только одним и единственным направлением, которое лежит в основе натурального ряда чисел. Наличие же разнообразных направлений счета делает возможным разнообразную комбинацию этих направлений. А факт разнообразных комбинаций направления счета и есть факт арифметических операций.

Чтобы идти дальше, необходимо переходить уже и к комбинации самих арифметических операций. Становление, когда оно заканчивается, превращается в ставшее; и – параллельно с этим – арифметические операции, следуя одна за другой, превращаются в некоторую единую их комбинацию, которая как таковая останавливается, как бы застывает, и все, что здесь происходит, происходит уже в твердых пределах застывшей таким образом комбинации. Когда, напр., мы имеем дело с т. н. комбинаторикой[121], то всегда тут налицо ряд операций (скажем, «взять из А [т] сочетаний по [л]»), который, однако, обладает одной неподвижной идеей, определяемой данными категориями. В детерминантах также имеется некая общая идея распределения чисел, в пределах которой возможен ряд тех или иных действий. Везде в таких случаях мы имеем дело с некоторым осуществленным и застывшим ставшим и с тем или другим рядом операций (становление), но только в твердых пределах этого ставшего. Ниже мы увидим, что это есть, если употреблять общий и совершенно условный термин, –

IV. комбинаторно-матричное исчисление.

121 В рукописи: комбинаторной.

Наконец, согласно общей схеме, от ставшего факта мы переходим к выраженному факту, к выразительной форме числовой сущности. Застывшее состояние предыдущей диалектической ступени тут должно оживиться и перейти в бурное движение. Устойчивость мыслится здесь не на фоне твердо расположенных чисел, но на фоне их движения, становления. Однако это становление уже не может быть становлением простых актов полагания или даже становлением комбинаций этих актов (этапы, пройденные нами раньше), но оно может быть только становлением самого числового ставшего. Мы должны найти законченность структуры подвижных систем чисел, когда исходят не из определенной и твердо данной комбинации чисел, но когда дается закономерность в движении ряда таких чисел, закономерность их взаимоотношения. Тут мы столкнемся с интересными учениями, которые хотя и относятся обычно к алгебре, но представляют собою чистейшую арифметику (в нашем смысле слова, понимая под этим науку о непосредственной значимости числа). Дадим условное название этому отделу арифметики –

V. высшая арифметика, отнеся сюда теорию сравнений, групп, колец, лучей и полей (тел). В учении об арифметических полях (или, как еще говорят, телах) первоначальный акт числового полагания доходит до максимальной выраженности и развернутости, где он дан уже как социальное бытие, как бытие даже высшее, чем просто социальное, ибо оно включает в себя и все индивидуальное, – насколько, разумеется, способно чисто арифметическое бытие выразить индивидуальное и социальное.

I. НАТУРАЛЬbНЫЙ РЯД ЧИСЕЛ (БЫТИЕ СУЩНОСТИ ЧИСЛА)

§ 85. Единица и соседние категории.

1. Непосредственное бытие числа в себе, данное как чистый акт полагания, характеризуется не одной, а целой системой категорий, которую надо уметь формулировать.

Прежде всего чистый акт полагания может быть взят как сам по себе, так и в совокупности своих внутренних и внешних различий. Язык четко различает все эти категории, и мимо них невозможно пройти без внимания. Чистый числовой акт полагания, взятый до всякого самоопределения, рождает из себя ту категорию, которую можно назвать «одно». Если мы представим себе, что акт полагания внутренно разделился, т. е. в нем возникло внутреннее инобытие, то чистый акт полагания как таковой в этих условиях есть единичность. Если предполагается внешнее инобытие, т. е. другие акты полагания, то каждый из всех этих актов полагания, взятый в отдельности, есть единственный, единственность, а все эти внешние друг в отношении друга акты, взятые как чистый акт полагания, есть единство. Наконец, чистый акт числового полагания, взятый сразу и со своим внутренним, и со своим внешним инобытием, есть и единица. Единица потенциально дробима внутри себя и потенциально предполагает дробимость и множественность вне себя, причем эти процессы внутренней и внешней множественности суть вместе одно абсолютное тождество. Будем ли делить единицу на отдельные части, будем ли вокруг этой единицы утверждать новые единицы, результат здесь будет один и тот же: будут появляться все новые и новые единицы. Это внутренно-внешнее тождество инобытия чистого акта полагания оформляет этот акт с обеих сторон, внутри и снаружи, и превращает в прочно оформленную положенность, которую мы называем единицей (отличая ее от одного, которое есть тот же акт полагания, но до своего внутреннего и внешнего инобытия).

2. Единица, таким образом, предполагает сложное диалектическое строение, которое вместе с тем является моментом и во всех прочих числах, поскольку каждое число есть тоже сначала некая единица вообще (а потом уже данное число в частности). Если формулировать раздельно все диалектические моменты, которые необходимым образом входят в состав единицы, то мы получим по крайней мере ьиестипланную структуру.

a) В единицу входит, как и во всякое число, прежде всего тот перво-акт, перво-число, который является нашим перво-принципом и формулирован в фундаментальном анализе числа. Этот факт тождествен и во всех единицах, и во всех числах вообще.

b) Единица, далее, есть акт полагания этого перво-акта. Чтобы перейти в реальное число, перво-акт должен стать реально положенным числом. Тут тоже единица еще ничем не отличается от всякого другого числа.

c) Единица предполагает свое дробление, т. е. она содержит в себе внутреннее инобытие, она утверждает внутри себя свое инобытие.

d) Единица предполагает и свое окружение другими такими же единицами, предполагает внешнюю множественность, т. е. содержит в себе свое внешнее инобытие, вернее, предполагает внешнее инобытие.

e) Ни то, ни другое инобытие, однако, не положено в единице отдельно, но оба они даны как одно неделимое абсолютное тождество, как тождество абсолютной ограниченности и очерченности единицы. То и другое инобытие дано в единице только потенциально, а реально она потому и единица, что в ней нет разделенности внутри и нет реальной множественности вовне. Единица – то, что внутри неразлично и вне – без всяких прибавлений, хотя если бы это было только внутреннее и внешнее безразличие, то это не было бы единицей, а было бы одним, т. е. числом, совсем не стоящим в начале натурального ряда чисел. Тут-то и выясняется, что внутренно-внешнее инобытие дано в единице потенциально, т. е. постольку, поскольку существует в ней абсолютная граница и контур, абсолютная, так сказать, смысловая устойчивость. Эта граница предполагает внутреннее и внешнее инобытие, но именно только предполагает, полагает в потенции, а не в виде ряда реальных и раздельных актов полагания.

f) Наконец, это тождество внутренно-внешнего инобытия в свою очередь должно быть тождественно с тем реальным актом полагания, который упомянут выше, в пункте b. Абсолютная отграниченность и очерченность извне и абсолютная неразличимость внутри должны возникать моментально, как только совершается самый акт полагания. Иначе в единице акт положенности разойдется с актом оформления и единица перестанет быть единицей и раздробится на дискретные части. Собственно говоря, тут-то и возникает спецификум единицы, потому что все предыдущие моменты в той или другой мере свойственны и прочим числам. Тождество всех моментов с одним чистым актом полагания и создает впервые единицу. Прочие же моменты дают ей только твердую и прочную оправу, как бы кованность и нерушимость.

E. Движение-то и дает впервые возможность считать. Но не только движение. Движение должно остановиться на обзор, на пересчет пройденных моментов. Это-то и есть счет.

[a) .] Точнее сказать, все арифметические действия суть не смысловая энергия, но смысловое становление, как это дедуцировано выше. Однако становление в данном случае, как мы уже знаем, конструирует только самую категорию арифметических действий. Конкретно же выполненное действие, напр. решенная задача, есть уже такое становление, которое определенным образом стало и в этом своем ставшем виде определенным образом оформилось. Тут уже переход на ту ступень, которую в общей диалектике мы именуем смысловой энергией.

[b) .] Можно в результате всего двояко формулировать диалектическую антитетику сложения и вычитания, с одной стороны, и умножения и деления – с другой. Можно, во-первых, признать, что в первой паре арифметических действий даны внешне-инобытийные (в идейном смысле) друг в отношении друга числа и ищется такое число, в котором они сливаются в одно внутренно-единое содержание и идею нового числа. Тогда умножение и деление будут предполагать одно и единственное число, которое будет так или иначе внутренно меняться в зависимости от его внешнего воспроизведения. Значит, в этом толковании антитезы сложение и вычитание есть нечто внутреннее, идея, а умножение и вычитание есть нечто внешнее, инобытие и факт, воспроизведение идеи. Но можно, во-вторых, сложение и вычитание понимать как нечто фактически внешнее, упирая на внешнюю вза-имобытийность слагаемых. Тогда умножение и деление окажется чем-то внутренним, поскольку речь идет тут о росте одного и того же (по факту) числа или об убыли (делении) одного и того же числа. По существу, это одна и та же антитеза, выраженная различно только с разных точек зрения. В первом случае дано внутри-идейное различие (слагаемые), и оно исчезает в общем тождестве, также идейном (сумма), и тогда умножение и деление есть уже переход от идеи к факту, к инобытию идеи, к фактическому воспроизведению идеи. Во втором случае даются сначала внешне различимые субстанции, факты, и сливаются они в нечто единое, тоже фактическое (сумма), но тогда умножение и деление необходимо интерпретировать как идейное наполнение и убыль одной и той же субстанции.

Различие этих толкований ничего особенного собой не представляет. Раз в диалектике две категории связаны диалектическо-антиномически, то их всегда можно взаимно переставить. Если есть бытие и есть инобытие, то ровно ничего не изменится, если мы инобытие будем трактовать как бытие, а бытие – как инобытие.

3. Можно эту шестиплановую структуру единицы формулировать и короче, имея в виду формулу числа как общей категории, данную в фундаментальном анализе. Там мы вывели, что число есть ставший результат акта подвижного покоя самотождественного различия. «Акт» отмечен выше в пункте b, «подвижной покой самотождественного различия» – в пунктах c–f. «Ставший результат» возникает как следствие участия принципа, отмеченного в пункте a, в совокупности всего прочего как начало, ведущее к окончательному оформлению. Таким образом, вся эта шестиплано-вость единицы есть ни больше ни меньше как повторение всех элементов, входящих в определение числа как перво-принципа. Однако мало того, что этот перво-принцип, со всеми своими элементами дан не сам по себе, но как реальная сущность чисел, т. е. как бытие, как утвержденность этого перво-принципа. Но и в этой общей утвержденности перво-числа в виде бытия сущности числа-в-себе тут, несомненно, выделен один момент из всех, его составляющих, а именно, опять-таки момент полагания, и он доминирует над всеми остальными, подчиняя их себе и оформляя заново. Таким образом, единица есть в общей сфере бытия сущность числа-в-себе, такой ставший результат акта подвижного покоя самотождественного различия[122], который дан как акт полагания.

4. Чтобы не утерять единой нити во всех этих рассуждениях, расположим предыдущие акты полагания и ближайший будущий на одной линии. Перво-акт полагает себя, и получается перво-число, число как общая категория, число как перво-принцип (обще-математический). Число как перво-принцип полагает себя, дается как чистый акт полагания, и – получается число-в-себе, интенсивное число, или арифметически-алгебраически-аналитическое число. Число-в-себе, переходя в новый акт чистого полагания, создает сущность числа, или арифметическое число, в противоположность числу-вне-себя геометрии и числу-для-себя аритмологии. Сущность числа, переходя в дальнейший акт полагания, создает единицу. Единица, переходя дальше в новый акт полагания, создает натуральный ряд чисел, т. е. реальные числа, фиксируемые нашими обычными цифрами. Всякое реальное число натурального ряда, утверждая себя в виде нового акта полагания, создает положительное число. К этому вообще надо заметить, что каждая следующая категория получается в диалектике путем положения предыдущей, причем это положение, как мы много раз удостоверились, тождественно отрицанию, вызывающему путем своего собственного отрицания новое утверждение, точно ограниченное и тем и дающее следующую новую категорию.

Все эти акты полагания, как мы видели в прежних категориях, сопровождаются актами отрицания, инобытия. Каждое инобытие имеет везде свое инобытие и свой синтез бытия и инобытия.

Сущность числа, положенная как чистый акт, есть единица. Что есть ее инобытие и в чем синтез единицы с ее инобытием?

122 В рукописи: покоя.

§ 86. a) Безграничное конкретное множество; b) равенство (неравенство).

1. «Одному» противостоит «многое». «Единичному» противостоит «раздельное», «единственному» – «множественное», «единству» – «множество». Что противоположно единице? Единице противоположно множество других таких же единиц. Но такое множество не отличается полной дискретностью и беспорядком. Тут есть свои законы, которые необходимо точно формулировать.

Когда мы рассматривали перво-число, мы установили наличие там нескольких существенных моментов, из которых главнейшую роль играют: акт полагания, подвижной покой и самотождественное различие. Так как всякая категория, бытийная, равно как и инобытийная, одинаково содержит в себе перво-число (на то оно и перво-число), то эти основные моменты мы находим также и в инобытии, окружающем единицу. Далеко не всегда проведение этих деталей плодотворно; для многих категорий это совершенно искусственно и бесполезно. Но и в инобытии единицы это дает интересные общеупотребительные категории, и их нельзя замолчать.

2. Акт полагания инобытия единицы, как сказано, создает множество (и необозримое множество) таких же единиц, как и сама первая единица. Но категория самотождественного различия уже вносит в это слепое множество важный момент. Что такое инобытие тождества? Инобытие тождества есть равенство, а инобытие различия есть неравенство. Когда мы имеем дело с чистым бытием, т. е. с чистой непосредственностью, там всякое равенство одного другому[123] есть уже тождество. Как не может быть в сфере чистого смысла причины, отдельной от основания, и всякое основание в чисто смысловом и умном мире есть уже тем самым и причина, так и всякое равенство здесь есть уже тождество. Другое дело – в инобытии. Здесь два предмета не могут быть как именно инобытийные, никогда не могут быть в полном смысле тождественными. В них есть та материя, которая всегда расплывается и ускользает от абсолютного тождества. Инобытийные предметы могут быть только равны или неравны между собою, но никогда не могут быть тождественны. Равенство – инобытийный коррелят тождества. Тождество однопланно, плоскостно. Равенство по крайней мере двупланно и содержит в себе перспективу бытия, лежащего в глубине инобытийной структуры. Две равные вещи тождественны по своему количественному смыслу и различны по своему факту. Это значит, что их всегда две или несколько. В сфере же чистого смысла нет различия между фактом и смыслом; и там тождество в одном отношении есть также тождество и в другом, а различие в одном есть также и различие в другом. Вот почему ум, мало навыкший к оперированию с чисто смысловой сферой, понимает ее по типу инобытийной и не может постигнуть

123 В рукописи: другого.

того, что, напр., «одно» и «иное» и тождественны, и различны между собою в одном и том же отношении (как одновременно и в разном).

3. Итак, инобытие единицы в аспекте самотождественного различия есть равенство и неравенство единиц. Стало быть, слепое множество единиц, возникающее как инобытие единицы в аспекте чистого полагания, получает разную оценку в зависимости от категорий равенства или неравенства, находящих здесь свое приложение. Но единица, взятая сама по себе, не может быть больше или меньше другой единицы. Категории равенства или неравенства относимы только к группам единения. Категории равенства и неравенства требуют, чтобы полученные в результате инобытийного противоположения единицы были объединяемы в разные группы. Иначе, категории равенства или неравенства останутся пустыми и без всякого приложения. Итак, мы принуждены делать из полученного общего, необходимого и слепого множества единиц разные наборы единиц и объединять их в нечто целое.

§ 87. с) Порядковость.

1. С другой стороны, это множество единиц получает упорядочение с точки зрения применения категории подвижного покоя. Подвижной покой заставляет двигаться по нашим единицам и, останавливаясь в том или другом месте, делать обзор пройденного пути. Это ведь и есть подвижной покой. Но тут возникает одна категория, которую необходимо отметить специально. Это категория порядковости. Когда мы говорим «первый», «второй», «третий» и т. д., то явно, что здесь мы находимся в области инобытия. Если я скажу «зеленый», то это может относиться только к тому, что не есть самый зеленый цвет, а только к каким-нибудь другим предметам, где этот цвет присутствует. Всякие зеленые предметы приобщаются к зеленому цвету, но не суть самый зеленый цвет, не суть сама зеленость. Значит, «первый», «второй» и т. д. не суть бытие (бытие – это единица[124], двойка и т. д.), но инобытие (инобытие, приявшее на себя значение от бытия).

Но «первый», «второй» не есть просто инобытие единицы и двойки; это особого рода инобытие. Именно, тут предносится идея следования [одного] за другим, принцип постепенного движения. Если бы не имелась в виду эта идея, то вместо «первый» мы бы говорили «одинарный», вместо «второго» – «двойной», вместо «третьего» – «тройной» и т. д. Во всех этих заменах мыслится инобытие внутри самого бытия: «двойной» – это такой, который сам по себе есть нечто одно и цельное, но он состоит из двух частей. Здесь функция инобытия сведена на различенность внутри самого предмета. И совсем другое дело в случае порядковых числительных. Здесь, во-первых, инобытие дано не внутреннее, а внешнее: единица должна внешне осуществиться на каком-нибудь инородном материале. И так как внешнее инобытие не связано с устойчивой сущностью бытия (как связано инобытие внутреннее) и всегда

124 В рукописи: единицы.

находится в неустойчивом и становящемся виде, то функция его в данном случае проявляется в аспекте подвижного покоя. «Второй»– это значит не только «иной», «другой», но такой «иной», который был «одним», потом изменился и стал другим и в этом своем новом виде остался в сущности тем же самым, что и раньше. Значит, «второй» – тот, который передвинулся и, передвинувшись, остановился. Я пересчитываю груши. Когда я сказал «вторая» груша, это значит, что «груша вообще» была положена раз, потом эта же самая «груша вообще» положена еще раз. Следовательно, «второе» в каком-то отношении тождественно с «первым». В каком же? Очевидно, в том, что «второе» так же покоится, как «первое». С «одного» мы перешли к «иному», но вместо того, чтобы распространяться и растекаться по безбрежному полю инобытия, мы останавливаемся в каком-нибудь определенном месте иного и предаемся покою. В этом и устанавливается тождество между «одним» и «иным», и «иное» оказывается не просто «иным», но «вторым».

2. а) Нужно отчетливо представлять себе, почему именно категория подвижного покоя в данном случае обусловливает собою появление порядковое™. Пусть мы двигались с точки А в точку В, и с точки В в точку С, и с точки С в точку D. Это движение. Но вот начинает действовать категория покоя. Мы останавливаемся на точке D и тем кончаем наше движение. Кроме того, и весь путь наш А BCD как бы останавливается, мы его как бы фиксируем, задерживаем[125] и пересматриваем в том или другом, в любом направлении. Получается, что путь ABCD есть такой-то и такой-то путь – напр., такая-то кривая или ломаная линия, – что в нем отдельные точки следуют в таком-то порядке, что они расположены таким-то и таким-то образом. Ясно, что идея порядка есть в данном случае результат применения категории подвижного покоя. Эта категория фиксирует все особенности пройденного пути и тем утверждает порядок следования особенностей этого пути.

b) Наконец, надо иметь в виду и еще одно свойство этой категории, которое тут проявляется очень заметно. В то время как тождество и различие утверждают разные точки и отдельные области в сфере применения этих категорий, категория подвижного покоя впервые делает возможным переход от одной такой точки или области в другую точку или область, впервые делает возможным пересчет всего различного, что в данной структуре установлено. Не будь подвижного покоя, различествующие моменты эйдоса так и остались бы в мертвой взаимно-изолированности, и из ничего не составилось бы целого. Выражаясь несколько грубее, подвижной покой впервые делает возможным существование признаков данной структуры, ибо то, из чего состоит данная структура, при условии возможности точного его пересчета и есть не что иное, как сумма признаков данной структуры. Поэтому такой признак, или качество, язык обычно обозначает при помощи имени прилагательного. Порядковое числительное (которое, конечно, есть вид имени прилагательного) указывает один (и основной) такой признак, содержа под собой в качестве принципа эту категорию подвижного покоя.

125 В рукописи: зачерчиваем.

3. Итак, порядковость возникает как диалектический результат следующих моментов.

Во-первых, порядковость осуществляется в инобытии единицы, потому что «первый» – это значит, что есть какой-то предмет или вещь, которая сама по себе не единица, но отражает, воплощает на себе единицу. Однако такие категории, как «одинарный», «двойной» и т. д., тоже предполагают инобытие единицы, двойки, и, значит, общее указание на инобытие слишком широко и недостаточно.

Во-вторых, для получения порядковое™ необходимо, чтобы инобытие единицы воплотило на себе кроме общего бытия, которое оно на себе воплощает (единица), специально из него категорию подвижного покоя. Эта категория создает в инобытии идею фиксированной последовательности, которая, в сущности, и есть первое установление порядка следования единиц одна за другой.

Это установление порядковости, в-третьих, в силу особенностей той же категории подвижного покоя (рождать возможность одного или нескольких признаков) превращает порядковость в некую признаковость, в некое свойство, или качество, инобытия, определяемого здесь через участие в единице, двойке и т. д. Поэтому ярче всего порядковость выражается при помощи особых прилагательных, носящих в традиционной грамматике название имен числительных порядковых.

§ 88. Резюме и дедукция натурального ряда.

1. Итак, до сих пор мы получили следующее.

Мы имеем сущность числа – арифметическое число. Сущность числа полагает себя – получается единица. Но так как всякое полагание возможно только тогда, когда одновременно возникает и отрицание инобытия, то единица возникла как окруженная необозримым полем алогического безразличного инобытия. Это инобытие не может остаться в виде такой бессильной потенции. Мы начинаем утверждать и его как реальность, т. е. реально воплощать в нем наше бытие, из которого мы тут исходим, – единицу. Однако единица в диалектическом смысле не есть что-нибудь простое. В ней несколько существенных моментов, и прежде всего самый акт полагания, различие и тождество, покой и движение. Все эти моменты единицы, находясь в составе единицы и образуя ее диалектическую структуру, воплощаются в инобытии единицы и тем оформляют его, создают из него новые категории.

Самый акт полагания единицы, воплощаясь в инобытии, дает слепое и неопределенное множество инобытий-ных единиц. Так как инобытие всегда неопределенно, всегда растекается и всюду необозримо-алогично, то единица, воплощаясь в инобытии, не может дать какую-нибудь одну инобытийную единицу. Так как инобытие безгранично и вечно расплывчато, то оно одну бытийную единицу воплощает безграничное и неопределенное число раз. Так возникает безграничное и неопределенное множество– как результат инобытийного воплощения из единицы ее акта полагания.

Кроме акта полагания в единице основную роль играет момент различия и тождества, самотождественного различия. Инобытийное воплощение ее порождает категорию равенства и, следовательно, неравенства. Тождество существует только между бытийно-смысловыми элементами, равенство же– между инобытийно-меональны-ми. Объединяя эту категорию с полученным только что безграничным множеством единиц, мы получаем возможность различных комбинаций этих единиц и возможность единообразных комплексов из этого безграничного поля множества единиц.

Наконец, кроме акта полагания и категории самотождественного различия в единице в качестве основного момента мы находим еще категорию подвижного покоя. Ее инобытийное воплощение создает категорию порядковости. А порядковость, присоединенная к нашему неограниченному множеству, уже ослабленному введением принципа равенства и неравенства, превращает ее в определенным образом упорядоченное множество, т. е. такое множество, где имеет первостепенное значение порядок (и тот и другой вид, тип этого порядка) следования единиц одна за другой.

Таково инобытие единицы, охарактеризованное этими тремя основными свойствами – принципами 1) неограниченного множества, 2) равенства и неравенства и 3) порядковое™.

2. Теперь предстоит установить синтез единицы и ее инобытия, охарактеризованного этими тремя принципами. Эти три принципа, какой бы определенностью и осмысленностью ни обладали, все же должны оставаться и остаются инобытием. Их инобытийность сказывается в том, что они не содержат в себе никакого единого принципа, который создал бы в них ту или другую структуру. Возьмем первый принцип. Этот принцип неограниченного множества по самому смыслу своему есть принцип чисто инобытийный, потому что определяемое им неограниченное множество уже само по себе совершенно неупорядоченно и неструктурно и требует для себя иных принципов, чтобы превратиться в так или иначе сформированное множество. Точно так же ни о какой структурности не говорит и принцип равенства и неравенства. Он говорит только то, что в инобытии одни моменты равны другим и другие неравны этим другим. Но что именно равно и неравно и в каком порядке совершается это уравнение одного другому, в голом принципе равенства ровно ничего не сказано. Наконец, и принцип порядка также ничего не говорит о способах и методах упорядочивания. Этих способов может быть сколько угодно.

Синтез должен объединить эту инобытийную неопределенность с бытийной определенностью единицы и тем дать этой неопределенности определенную структуру, лишить ее указанной только что растекаемости. Синтез бытия и инобытия в отвлеченном смысле слова проявляется обычно как становление. Единица перестает быть изолированной неприступностью и втягивается в процесс становления, начинает меняться и постепенно приобретать новые формы. Инобытие также перестает быть разбросанной и неоформленной текучестью и вовлекается в процесс стройного и постепенного становления. В становлении модифицируется единица в направлении своего инобытия и инобытие – в направлении своего бытия, единицы. Единица должна плюрализироваться[126], и (…) множественность должна подчиняться единству. Посмотрим, как это происходит в отдельных моментах.

3. a) Единица есть акт полагания. Ему противостоит неограниченное множество. Необходимо в целях синтеза отождествить оба эти принципа и понять их как нечто единое. Получается, что акт полагания должен быть неограниченным множеством, т. е. он должен неограниченное число раз повторяться; а, с другой стороны, неограниченное множество должно быть одним единым актом полагания, т. е. оно должно быть единым образом распределено. Покамест множество в своей неопределенности оставалось вне принципа едини [цы], его элементы могли распределяться как угодно и связь между ними могла быть какая угодно, и даже могло совсем ее не быть. Внесение принципа единства должно привести к тому, чтобы любой момент в этом множестве оказывался не чем иным, как единицей, и отношение одного момента к другому было не чем иным, как единицей. Только при этих условиях неограниченное множество может быть трактовано как преобразованное по закону единицы, ибо единица, воплощенная на всяком инобытии как именно единица (так, чтобы она везде была видна как таковая), превращается в единство этого инобытия, т. е. в единство этого многого, в его связь, самоотнесенность, и единство такое, чтобы оно было видно в каждом элементе этого многого. Становление – общая арена синтеза бытия и инобытия – в данном случае оказывается становлением, которое имеет своим результатом единство распределения множества, взаимопринадлежность его элементов. Употребляя популярные и житейские выражения, можно сказать, что это приводит к одинаковой силе удара каждого акта полагания в этом безграничном множестве и, кроме того, fc одинаковым расстояниям между этими ударами или одинаковыми промежутками времени, промежутками между разными ударами. В результате применения принципа единства распределения наше инобытийное безграничное множество превращается в равномерную пульсацию ударов, в равномерность (по силе и по интервалам) различных актов полагания, в связь взаимо-принадлежащих элементов. Таков этот принцип единства распределения.

b) Переходим ко второму моменту – к категории самотождественного различия. Единица есть самотождественное различие. Ему противостоит категория равенства и неравенства. Необходимо в целях синтеза отождествить оба эти принципа и понять их как нечто единое. Равенство и неравенство ничего не говорят сами по себе о характере и методе установления равенства и неравенства. Это голые принципы, и по природе своей они суть инобытийные категории, нуждающиеся в конкретизации и структурном оформлении. Отождествление с единицей как диалектическим синтезом должно привести к единству установления равенств и неравенств. А так как это единство

126 Так в рукописи.

устанавливается на почве общего синтеза бытия и инобытия, именно – становления, то в результате должен возникнуть принцип единства установления равенств и неравенств в общей стихии становления. Другими словами, становление должно единообразно устанавливать равенства и неравенства. Но неравенство есть или наличие «больше», или наличие «меньше», т. е. или увеличение, или уменьшение. Следовательно, тут мы наталкиваемся на принцип равномерности увеличения или уменьшения, равномерности нарастания инобытийного множества.

Еще можно сказать, что это есть принцип единства направления процесса множества. В предыдущем случае становление дало нам единство распределения отдельных моментов множества. Теперь это единое распределение получает еще и единое направление. Одинаковым образом относящиеся друг к другу точки могли бы иметь самое разнообразное направление и могли бы как угодно его менять. Но принцип единства становящихся равенств и неравенств требует, чтобы и в этом становлении было определенное единообразие. Если раньше мы говорили об одинаковости удара, дающего необходимые для множества акты полагания, и также об одинаковости интервалов между этими ударами, то теперь мы должны говорить о единстве направления этих равноотстоящих друг от друга равноинтенсивных ударов-полаганий. Здесь все удары-полагания вытянуты в одну прямую линию. И это создается специально единством становления в аспекте самотождественного различия. Когда там, в условиях единства распределения, мы просто имели ряд точек, то тут, переходя от одной точки к другой, мы замечаем, что это одна и та же точка, та же самая точка (ибо тут действует категория самотождественного различия); и, таким образом, тут мы двигаемся все к тому же и к тому же и тем самым создаем единство направления.

с) И наконец, единица есть подвижной покой. В инобытии этому аспекту единицы противостоит категория порядковое™. Когда проходится путь, а потом фиксируется он как таковой, то все пройденные моменты пути закрепляются как бы на одном месте, в одной связке. Пока мы только движемся, мы как бы забываем пройденные этапы пути; мы переходим все к новым и к новым моментам. Правда, тут действует еще установленный выше принцип самотождественного различия. Однако этот принцип заставляет фиксировать только то, что новый этап есть старый, что новая точка пути ничем по своему характеру не отличается от любой предыдущей точки. Тут нет собрания всех пройденных точек воедино. Принцип самотождественного различия требует только признать, что, придя от одного к другому, мы в этом другом нашли то же самое; но это не значит, что мы присчитали новый акт полагания к предыдущему акту. Наоборот, самый акт, самый удар мы могли бы вполне и забыть; мы помним только то, что именно полагается, и констатируем, что все эти полагаемые содержания есть одно и то же полагание. Но мы, пользуясь только категорией самотождественного различия, еще не уполномочиваемся на собирание самых ударов воедино, еще не знаем, какие удары-полагания мы проделали, и, значит, еще ничего не можем ответить на вопрос «сколько».

На этот вопрос можно получить ответ только в связи с применением категории подвижного покоя. Ибо «подвижной покой» заставляет останавливать движение и приводит к покою пройденный путь, заставляя понимать его как нечто единое. Мы должны объединить единицу с ее инобытием в аспекте подвижного покоя, т. е. единица должна субстанциально осуществиться в подвижно-покоящемся инобытии. Это значит, что 1) мы движемся, 2) пройдя тот или иной путь, мы останавливаемся, и весь пройденный путь оказывается покоящимся, так что мы можем обозревать его как угодно и, наконец, 3) обозревая пройденные этапы (удары-полагания), понимаем их как единицу, данную в ее субстанции, как субстанцию единицы. Первое создается инобытийным движением, второе – инобытийным покоем, третье – принципом синтезирования инобытия единицы с самой единицей. Тут-то и появляется впервые возможность сосчитать все удары-полагания, которые были произведены раньше. Вместо растягивания в линию все эти удары-полагания возвращаются, в силу категории подвижного покоя, к одной и той же точке, из которой мы пытались выходить. Все удары оказываются направленными в одну и ту же точку, и движение оказывается только счетом.

Тут происходит определенное оформление того голого упорядочивания, которое мы выше выставили как инобытие подвижного покоя. Инобытие подвижного покоя есть какое-то (какое угодно) упорядочение, или порядковость. Необходимо, чтобы эта порядковость была конструирована по типу единицы, чтобы все пройденные моменты оказались, так сказать, «в одном месте», чтобы все они, взятые вместе, оказались одной «единицей».

§ 89. Диалектическая формула натурального ряда.

1. Итак, бытие единицы и инобытие единицы синтезируется в становление единицы. Это становление, во-первых, синтезирует акт полагания бытия единицы и безграничного множества инобытия единицы; получается становление единообразно связанной взаимопринадлежности, становление[127] единообразно распределенного ряда единичных полаганий.

Во-вторых, становление синтезирует самотождественное различие бытия единицы с принципом равенства и неравенства инобытия единицы; получается становление единообразного направления ряда единичных полаганий.

В-третьих, наконец, становление синтезирует подвижной покой бытия единицы с принципом упорядочивания, объединения, собирания инобытийных полаганий; получается становление единообразной упорядоченности ряда всех единичных актов инобытийного полагания.

2. Первый принцип дает нам становление единицы в виде безграничного ряда полаганий, которым обеспечивается полная равномерность следования одного за другим. Эти полагания по природе своей оказываются здесь совершенно одинаковыми, и интервалы между ними также вполне одинаковы.

127 В рукописи: становления.

Тут еще ничего не говорится о качествах этих полаганий, т. е. о том, что именно полагается, ни о том, в каком порядке полагается. Перед нами, следовательно, возникает в процессе становления единицы безграничный ряд актов-полаганий, ударов, единиц, распределенный так, что и каждый такой акт-полагание возникает одинаково и одновременно с другими актами-полаганиями, и самое возникновение везде одинаково, т. е. всегда и везде оно есть возникновение единицы. Если изобразить это геометрически, то перед нами возникает здесь бесконечный ряд точек, равноудаленных одна от другой.

3. Второй принцип ставит вопрос о том, что именно полагается в актах-ударах, которые мы здесь полагаем. И ответ гласит: полагается всегда и везде одно и то же. Качественно все эти полагания-акты суть полагания одного и того же. Но если каждая последующая точка есть та же, что и предыдущая, это значит, что все эти точки движутся к одному и тому же, т. е. в одном и том же направлении. Наш бесконечный ряд точек, равноудаленных одна от другой, становится прямой линией, в то время как единство взаиморасположения точек, постулированное первым принципом, само по себе еще ничего не говорит о направлении. И направление тут может быть иным.

4. Но, ограничиваясь этими двумя новыми принципами, мы, переходя к новой точке, знаем только то, в каком направлении мы двигаемся. Однако мы не можем помнить только качество того, что утверждается, при новых и новых утверждениях и ограничиваться установлением только качественных отождествлений. Необходимо, чтобы тождественным был и самый переход от одного к другому – с <…>, т. е. чтобы тождественно было не только качество «что» всех полаганий, но и самая субстанция этих полаганий, чтобы, делая иное полагание, мы делали, в сущности, то же самое полагание. Это и есть третий принцип. Тогда движение равносильно покою, удары-полагания направляются не в разные, но все в одну и ту же точку; и–мы получаем возможность считать», потому что все удары-полагания накопляются, сгущаются как бы «в одном месте», ибо они неизменно возвращаются в одну и ту же точку. Это есть принцип порядковое т. е. принцип сгущения, скучивания, накопления актов полагания в одной точке. Остается, значит, только, чтобы этот процесс накопления был понят как абсолютная единица, т. е. чтобы это упорядочиваемое инобытие накопляющихся точек было понято как абсолютная единица, и – результат пересчета всех предыдущих актов полагания превращается в одно и единственное, абсолютно единичное число натурального ряда. Отныне всякое движение в сфере этого становления будет счетом, и всякий покой в сфере этого становления будет счетом. Привлекая употребленный выше подсобный образ геометрической линии равноотстоящих] и тождественных точек, мы должны теперь коренным образом его реформировать. Это уже не будет линия, но всего только одна точка, – однако такая, в которой собраны все акты полагания, растянутые раньше, и вернее, – одна пульсирующая точка, один пульсирующий акт полагания. С каждым новым актом полагания растет и накопление этих актов в данной точке (вместо

прежнего их внеположного растягивания в одну прямую линию), т. е. растет число, растет натуральный ряд чисел.

5. Отсюда, натуральный ряд чисел характеризуется в последнем счете тремя принципами – принципами единства расположения, единства направления и единства порядка сгущения (накопления) актов полагания.

Натуральный ряд чисел есть становящийся синтез единицы и ее инобытия, данный как одинаковость взаимопринадлежности распределения, направления и порядково-сти (накопления, сгущения) актов полагания. Или короче: натуральный ряд есть становление тождества единицы с ее инобытием.

§ 90. Переход к типам числа.

1. С возникновением натурального ряда сущность числа получает уже более или менее конкретную характеристику.

К натуральному ряду при известной точке зрения можно свести решительно всю арифметику, т. е. решительно всю математику. И наоборот, имея диалектическую конструкцию[128] натурального ряда, можно путем последовательного ее развития получить всю диалектическую систему математики. Но как двигаться от натурального ряда дальше?

В распоряжении диалектики имеется единственный метод–метод перехода в инобытие, в отрицание и в дальшейшем – метод отрицания этого отрицания, т. е. метод полагания в инобытии, в антитезисе того, что было в бытии, в тезисе, и тем самым синтезирования инобытия с бытием. Мы достигли натурального ряда чисел. Теперь, значит, натуральный ряд будет для нас бытием и тезисом, и – требуется узнать, какие же будут инобытие и антитезис. Теперь уже не просто акт полагания является нашим бытием и не просто единица и даже не просто любое число натурального ряда. Теперь имеем уже все числа натурального ряда, какие только возможны. И переход от такого бытия к инобытию уже не может быть переходом к тем или другим числам, раз все числа уже содержатся в том, от чего мы переходим к инобытию. Инобытие должно дать тут совершенно новые категории, уже нисколько не связанные с количест-венностью и с положением в натуральном ряду. Тут мы переходим к разным типам числа и к их диалеятачеокой классификации.

2. Заметим, что та числовая сфера, о которой мы сейчас будем говорить, есть вся сфера, инобытийная в отношении натурального ряда. Вся область натурального ряда теперь превратится для нас в одну нерасчлененную идею, о переходе которой в инобытие, т. е. о ее осуществлении, мы и будем говорить. Как перво-принцип числа со всеми своими внутренними различениями превратился для нас в нерасчлененную идею, когда мы стали говорить о переходе его в другие диалектические ступени (потому что тут важна именно эта дальнейшая судьба перво-принципа, а не его статически указуемая[129]

128 В рукописи: инструкцию.
129 В рукописи: сказуемая.

внутренняя структура), и как единица утеряла для нас интерес в своей внутренней структуре, как только мы стали говорить о ее взаимоотношениях с соответствующим инобытием, так и сейчас для нас перестает быть важным внутренняя структура и значение натурального ряда, поскольку начинается речь не о нем самом, но о его дальнейших диалектических судьбах. И мы будем правы, если весь натуральный ряд будем считать некой числовой идеей вообще, которая переходит в свое инобытие, осуществляется и воплощается в своем инобытии. По этой же причине нет нужды в предстоящей главе о типах числа все время говорить об инобытии натурального ряда. Будем помнить в течение всей предстоящей главы, что речь идет именно о сфере, инобытийной в отношении натурального ряда. Называть же мы ее будем просто числовой сферой и будем говорить об осуществлении идеи числа вообще в этой числовой сфере.

Делать это мы будем просто ради избежания излишнего нагромождения терминов, которые все равно будут непонятны, если не будет усвоено общее место типов числа во всей области сущности числа и числа-в-себе. Поэтому вдумаемся лучше в то, что такое инобытие натурального ряда, а как его именовать–это дело второстепенное. Это инобытие, повторяем, не может быть одним из чисел натурального ряда, потому что все эти числа уже предусмотрены в идее натурального ряда. Подлинное инобытие возникнет тут именно тогда, когда возникнут совершенно новые типы числа, возникнут на основе новых актов полагания в этой инобытийной по отношению ко всему натуральному ряду сфере, на основе нового инобытия этих актов, синтеза инобытия этих актов с их бытием и т. д. и т. д.

II. ТИПЫ ЧИСЕЛ (ИНОБЫТИЕ СУЩНОСТИ ЧИСЛА)

1. ВНЕШНЕЕ ИНОБЫТИЕ

§ 91. а) Положительное число

Имея полное и законченное понятие числа в натуральном ряде и зная его диалектическое происхождение, мы переходим к тому трудному вопросу, который можно назвать проблемой классификации чисел. Труден этот вопрос, конечно, не технически, так как уже на первых страницах алгебры <…> математики с поразительной ловкостью и беззаботностью выставляют очень легкие и понятные определения того, что такое целое, дробное, рациональное, иррациональное[130] числа, и в дальнейшем даже ни разу не возвращаются к определению этих чисел, считая их абсолютно ясными и понятными. Конечно, технически нет ничего проще понять, что такое, например, отрицательное или мнимое число. Для философа, однако, тут залегают огромные логические трудности, по общему обыкновению для философа: что понятнее всего профану, то непонятно философу, и что легко и понятно для философа, то

130 В рукописи здесь и ниже: радикальное, иррадикальное.

составляет часто непреодолимые трудности для профана. Диалектическая классификация типов чисел, предлагаемая здесь, обладает чрезвычайно большой простотой, если только дать себе труд вдуматься в нее. Для мыслящего требуется здесь только самое элементарное владение диалектическим методом, попросту даже сказать, только понимание основной диалектической триады. Кому понятно вообще, как тезис переходит в антитезис и завершается, возвращаясь в себя, синтезом, тот без труда поймет прилагаемую ниже классификацию, и она будет для него простым и очевидным продуктом элементарного логического анализа. Впрочем, для понимания предлагаемой диалектики типов чисел надо преодолеть трудность гораздо большую, чем владение диалектическим методом. Надо отказаться от высокомерия математических учебников, претендующих на всезнание и решительно все на свете «понимающих» и «знающих». Забудем ту легкость, с которой мы оперировали в школе, когда учитель давал нам задачи с отрицательными и иррациональными величинами. Технически вычислительная легкость не имеет ничего общего с логической четкостью понятия. А мы хотим здесь добиться именно логической, и в частности диалектической, четкости.

2. a) Когда мы говорим о числе, т. е. о числе самом по себе, о числе просто, как оно налично в натуральном ряде чисел, мы не мыслим его ни положительным, ни отрицательным, ни рациональным, ни иррациональным, ни каким-нибудь иным. Понятие числа выводится сначала в виде числа просто. Нужен какой-то новый акт мысли, чтобы перейти от двойки просто к (+ 2), к положительной двойке, не говоря уже о переходе от двойки просто к отрицательной двойке, к (– 2).

Может быть, этот переход от двойки просто к положительной двойке понятен легче всего, и проще всего формулировать его. В самом понятии «положительности» содержится то, без чего невозможен никакой диалектический переход, а именно содержится момент полагания, положения, утверждения, тезиса, того, что потом должно иметь свою особенную судьбу путем перехода в инобытие. Положительное число есть число как тезис, как акт полагания в сфере, инобытийной в отношении натурального ряда. Оно положено, утверждено мыслью, утверждено как некоторый мыслительный факт, как некая смысловая субстанция. То, что число есть число, и то, что число есть субстанция числа, – это совершенно разные вещи.

b) Существует ведь принципиально логическое различие между голой и простой идеей факта и самим фактом. Что это есть, кроме того, еще и разница чисто жизненная, или, так сказать, житейская, это не только не вызывает никаких сомнений, но в данном случае является слишком большой банальностью, чтобы ее фиксировать в таком голом бытовом смысле. Если я имею мысль о 100 рублях, это не значит, что я имею самую эту сумму 100 руб. в кармане. Однако с философской стороны тут перед нами различие прежде всего чисто логическое. Именно, всякий факт в отношении своей идеи есть инобытие этой идеи. Идея как тезис должна перейти в свое инобытие, чтобы стать фактом, вещью, субстанцией, действительностью. Это элементарное положение диалектики. Но интересно, что такая же противоположность идеи и вещи, сущности и явления, смысла и действительности, смысла и факта, субстанции на-лична и в каждом из членов этой [триады]. В пределах самой идеи можно различать идею и факт, идею и ее существование, а также в пределах действительности можно различать разные степени действительности, т. е. прежде всего устанавливать различие идеи и факта. Так, например, строительство какого-нибудь здания, какого-нибудь водопровода, канала и пр. есть, несомненно, нечто действительное, а не идеальное; это есть сфера фактов и субстанций, а не идей и чисто смыслового функционирования. И тем не менее в строительстве мы различаем инженерский проект, план, чертеж, с одной стороны, и физический труд рабочего, осуществляющего этот план, – с другой стороны. Не нужно быть особенно глубоким философом, чтобы здесь [увидеть] простую диалектическую триаду: проект, план, чертеж есть идея, смысл, сущность строительства – его тезис; физический труд рабочего есть факт, субстанция, явление, действительность строительства–его антитезису и, наконец, сама законченная постройка, где целиком осуществился проект и целиком осмыслился и оформился труд рабочего, постройка, которая не есть ни просто идея постройки и ни просто ее вещественная и материальная масса, она есть уже синтез указанных тезиса и антитезиса.

с) Вот точно так же можно различать и разные факты смысла, идейности – в пределах самого смысла и самой идеи. Тут тоже возможны свои триады, свои более абстрактные и менее абстрактные, более конкретные структуры. С переходом от числа просто к положительному числу мы как раз двигаемся от абстрактного к конкретному, от голого абстрактного числа, о котором еще ничего пока нельзя сказать, кроме того, что оно есть просто число натурального ряда, к тому конкретному пониманию числа, которое будет граничить уже с переходом в сферу механики и физики. И все-таки эти разные степени идеальности и конкретности, все эти диалектические триады осуществляются пока еще в пределах самого же числа, т. е. в пределах самой же идеи, и мы еще не переходим тут из сферы математики нилв сферу механики, ни в сферу физики, не говоря уже о дисциплинах еще более конкретных. Это инобытие натурального ряда, но все еще чисто числовое же, а не иное.

3. Итак, положительное число есть акт полагания числа, или число как факт и субстанция в сфере чисто же числовой. Или: положительное число есть числовой тезис, тезис, утверждаемый в сфере самого же числа; это смысловая субстанция, идеальная осуществленность числа в сфере инобытийно-числовой.

§ 92. b) Отрицательное число.

Так же не составляет большой трудности и категория отрицательного числа, хотя уже тут есть кое-что такое, что не сразу поддается анализу и не сразу фиксируется в точной формуле. Что отрицательное число есть антитезис положительного, это[131] как будто ясно само собой без всяких дальнейших пояснений. Однако слишком общее и формальное понимание диалектического метода способно затемнить и не развить некоторые существенные моменты, лежащие в основе категории отрицательного числа. Их мы сейчас и постараемся[132] вытащить на свет диалектического сознания.

1. Отрицательное число противоположно положительному числу, как отрицание противоположно утверждению. Но если утверждение есть утверждение факта и субстанции (ибо всякое утверждение и полагание есть утверждение и полагание чего-нибудь), то отрицание есть отрицание факта и субстанции. Далее, это отрицание факта может быть или абсолютным, или относительным. Если факт отрицается абсолютно, то вместо бытия мы получаем просто небытие, пустоту, нуль. Этот случай отрицания малоинтересен; и, кроме того, он не есть то отрицание, которое мыслится в отрицательном числе. Здесь относительное отрицание, потому что отрицаемое здесь не просто отрицается, но отрицается с некоторым своим сохранением; тут вместе и отрицание, и некоторого рода утверждение. Заметим, что тут еще нет ничего оригинального по сравнению с обычной конструкцией диалектической триады. В диалектике мыслится не просто одно абсолютное отрицание, которое тотчас же привело бы к нулю всю диалектику, но одновременно и относительное отрицание, являющееся в силу этого переходом от одного диалектического члена к другому. Итак, отрицание, данное в отрицательном числе, есть отрицание не абсолютное, но относительное.

2. В чем же оно заключается? Полагание и утверждение есть полагание факта, как бы некой вещи, действительности, и отрицание есть род противополагания, а факту противоположна идея факта. Как факт есть инобытие идеи, так идея есть инобытие факта. Если тезис идеален, то антитезис фактичен; и если тезис указывает на факт, но антитезис–на идею. В нашем случае имеется отрицание факта. Стало быть, тем самым дан переход в инобытие факта, и притом в идеальное инобытие. Другими словами, отрицание факта, если оно относительное, т. е. если оно отрицается с некоторым своим сохранением, оказывается в то же время утверждением идеи факта, полаганием идеи факта. Мы тут сразу и отрицаем факт (отрицаем его как именно факт), и сохраняем его (утверждением его в идее, в его идее). – Итак, отрицание, данное в отрицательном числе, не только не есть абсолютное (а [есть] чисто относительное) отрицание, но, наоборот, есть тем самым некое новое утверждение, а именно утверждение этого факта в его идее, в его смысловой значимости.

3. В этом пункте, однако, легко сбиться с диалектического пути и спутать весь логический анализ типов числа. Именно, то утверждение числа в идее, которое полагается отрицанием, очевидно, опять-таки не есть абсолютное его утверждение в идее. Если бы это было так, то данная диалектическая стадия числа ничем бы не отличалась от того <…> чистого понятия числа, которое мы

131 В рукописи: что.
132 В рукописи: остерегаемся.

имели раньше, и отрицательного и даже положительного числа. Это было число само по себе, число просто, и никакой новости оно в себе не содержало бы, несмотря на наличие уже двух новых больших категорий – утверждения и отрицания. Очевидно, что как само отрицание числа в отрицательном числе мыслилось не абсолютно, но относительно, так и порождаемое этим отрицанием новое идеальное утверждение числа (вернее, утверждение, тождественное с этим отрицанием) обладает опять-таки не абсолютным, но относительным характером, т. е. в нем как-то сохраняется и указание на стихию действительности числа, на факт и субстанцию числа. Чистая идея числа не положительна и не отрицательна; и, <…> понятием чистого числа, ровно ничего нельзя определить и понять в отрицательном числе. Точно так же надо сказать, что и чистый факт числа, свидетельствуя о его положительности, т. е. положенности, ровно ничего не говорит об идее числа, не переходит, само в себе взятое, в идею числа и, следовательно, тоже ничем не помогает при анализе понятия отрицательного числа. – Итак, отрицание, данное в отрицательном числе, не только есть некое утверждение этого числа в его идее, но это утверждение есть еще и относительное, а не абсолютное утверждение, т. е. такое идеальное утверждение, которое сохраняет связь с утверждением в действительности, на факте.

4. Остается, следовательно, проанализировать характер самой связи этой идеальной утвержденности, или смысловой положенности, с фактической утвержденностью, или положенностью, связи, осуществленной при помощи отрицания факта. Что это за связь? Совершенно ясно, что отрицательное число не есть ни число просто, ни отсутствие числа. В первом случае оно не отличалось бы от абсолютного числа, во втором – оно не отличалось бы от нуля. Это есть такое полагание числа, которое указывает на его отрицание, и такое отрицание, которое указывает на его полагание. Отрицательное число есть идея числа (и в этом смысле оно отрицание числа как факта), но это есть идея не просто числа, но идея небытия числа (и этим самым сюда сводится момент, указывающий на какое-то отношение к бытию). Отрицательное число есть идея небытия числа. Мысль здесь развивается как бы в таком направлении: это число должно было бы быть, но его нет; или – число есть, но оно не принимается, не воспринимается; число есть, но мысль отстраняет его, отбрасывает его от себя или отталкивается от него. Отрицательное число есть отрицание положительного числа, отодвигание его в сторону (не уничтожение или разрушение), отбрасывание в сторону и помещение на его место только одной простой идеи его. В этом силовом, динамическом моменте и заключается весь секрет отрицательного числа. В отрицательном числе мы не уничтожаем число (повторяю, это значило бы, что всякое отрицательное число равно нулю), а только отстраняем его с поля зрения, сдвигаем с плана фиксируемого.

Когда мы производили утверждение числа, мы ведь тоже затрачивали[133] некое мысленное усилие, и осуществлялся некий смысловой акт, некая смысловая теория числа. Число как идея и число как факт есть разное; чтобы

133 В рукописи: затрагивали.

получить число как факт, надо как бы насильно эту идеальную природу числа притянуть к стадии материи, как бы положить отпечаток числа на ней, затратить своеобразную «мускульную» силу, чтобы придавить эту смысловую печать к материи. Такую же «силу» надо затратить и для получения отрицательного числа. Только в первом случае мы, утверждая число как факт, припечатывали бытийную стадию материи и отталкивали всякое инобытие, вернее, сами отталкивались от него, оттесняли инобытийную стадию материи, чтобы осуществить число как бытие, или, что то же, чтобы осуществить материю как бытие. Во втором же случае, утверждая число как отрицание числа, отрицая число, получая отрицательное число, мы, наоборот, снимаем смысловую печать с материи, и она уходит, расплывается из-под нашей печати, теряя очертания этой печати, этого числа, оттесняем от этого числа его бытие, отталкиваем это бытие, как бы насильно расталкиваем его руками в разные стороны, оставляя на его месте полную пустоту и отсутствие бытия. Отрицательное число, таким образом, есть, как идея небытия числа, энергийное[134] отстранение положительного числа; это энергия небытия числа, становление числового инобытия, становление инобытия числа.

5. Следует помнить, что все высказанные нами только что детали понятия отрицательного числа есть не что иное, как самые обыкновенные детали всякого диалектического момента, именуемого как антитезис. Не только в применении к отрицательному числу как антитезис [у] положительного числа, но решительно везде в диалектике, где мы только встречаем антитезис, наличны эти моменты относительного отрицания, относительного утверждения, относительного бытия и относительного небытия[135] и, наконец, активного становления бытия инобытием и небытия – бытием. Это и есть та энергийная взаимосоотнесенность бытия с небытием, идеи с фактом, которая является основой диалектического метода и, в частности, диалектической триады. Всякое инобытие есть 1) относительное отрицание бытия, 2) относительное полагание бытия в идее и 3) активное становление инобытия, отталкивающее от себя и как бы расталкивающее в стороны всю бытийную стадию действительности.

6. Поэтому будет вполне точно и достаточно, если бы определили отрицательное число как просто антитезис положительного числа.

Отрицательное число есть число как инобытие в сфере чисто числовой, активно становящееся отрицание числа – в сфере чистого же числа.

Можно было бы и не тратить тех немногих слов, которые мы употребили для характеристики отрицательного числа как антитезиса. Однако обычное сухое, формальное и безжизненное понимание и трактование диалектического антитезиса могло бы затушевать подлинный смысл отрицательного числа. Поэтому, определяя последнее как антитезис положительного числа, необходимо твердо <…> все существенные и живые смысловые токи, пронизывающие всякое инобытие и всякий антитезис.

134 В рукописи здесь и ниже: энеритное.
135 В рукописи: события.

§ 93. c) Нуль.

1. Что является синтезом положительного и отрицательного числа? Ведь этот синтез так же элементарно необходим и так же явственно <...>, как и наличие положительного и отрицательного числа. Не может не быть такого единства, и мы должны пересмотреть всю сферу математики с целью найти такой тип числа, который бы адекватно соответствовал этому синтезу. Конечно, нужно и здесь понимать этот синтез не сухо и скучно, как неизбежное зло, насильно навязанное извне. Надо его понять как подлинно жизненную и мыслительную потребность, как логику внутренней основы самого бытия. Тогда и соответствующая числовая структура забьется как живое существо диалектической мысли, и выявятся те ее тайны, которые не известны ни философу, подходящему к ней антидиалектически, ни математику, подходящему к ней технически-вычислительно.

2. a) Попробуем ясно представить себе этот синтез как таковой – сначала без применения к числу. Тут тоже совершенно простая и элементарная диалектическая категория, которую, однако, приходится растолковывать ввиду обычной неясности и формализма, вносимых сюда людьми, которым чужда диалектика как подлинный и внутренно живой метод философии. Что такое синтез вообще? Синтезом в диалектике вообще называется категория, в которой совпадают и сливаются до полной неузнаваемости тезис и антитезис. Тезис и антитезис настолько проникают друг друга, настолько объединяются, что получается полное и абсолютное их тождество, тождество, в котором уже нельзя различить тезиса и антитезиса, хотя они продолжают в этом синтезе содержаться. Для всякой пары тезиса и антитезиса надо поискать такое слово, которое бы, обозначая искомый синтез, совместило бы в своем значении и смысл тезиса, и смысл антитезиса. Если иметь в виду идею и факт (или факт и идею) как тезис и антитезис, то ближайшим и простейшим синтезом этих двух категорий, синтезом не вообще, но именно диалектическим синтезом, будет категория границы. Не стоит, конечно, об этом распространяться здесь подробно; для полного и точного уяснения диалектического смысла этой категории необходимо обратиться к более общим трудам по диалектике. Здесь мы напомним только самое существенное, без чего эта категория потеряла бы всякое значение.

b) Почему граница есть синтез идеи и ее инобытия, или идеи и факта, или, выражаясь в самой общей форме, бытия и небытия. Бытие, осуществляясь, отличается, отталкивается от небытия; и как только это отличение заканчивается, бытие получает определенность, т. е. сформулированность, при помощи предела, границы. Определить для диалектики всегда значит ограничить, ибо без точного проведения границы со всем бытием, не относящимся к определяемому бытию, т. е. с инобытием, с небытием, не может состояться и фиксация того, что входит в определяемое бытие, т. е. не может состояться само определение. Итак, граница, определенность есть первый и ближайший законченный результат синтезирования бытия и небытия. Но если это так, то совершенно бесполезно ставить вопрос о том, к чему относится граница–к бытию или к небытию. Часто затрудняются вопросом о том, к чему относится граница, т. е. окружность круга, – к самому ли кругу или к окружающему его фону. Тут может быть только диалектическое решение вопроса. 1) Граница бытия есть только потому граница бытия, что она есть момент самого бытия. Иначе бытие окажется лишенным границы и, следовательно, потеряет определенность. 2) Граница бытия относится к небытию, потому что создающее эту границу есть именно небытие, и без наличия небытия не было бы ничего, от чего бытие отличалось бы, т. е. не было бы самой границы. 3) Граница бытия не относится к бытию, потому что бытие есть само еще только то, что нуждается в определении и ограничении, и внесение границы бытия в состав самого бытия потребовало бы наличия еще новой границы для определения бытия, которая уже не входила бы в состав самого бытия. 4) Граница бытия не относится к инобытию, или небытию, и не составляет его части, потому что, составляя часть инобытия, она и оставалась бы в недрах инобытия, и не выходила бы для встречи с бытием и для его ограничения. Следовательно, граница[136] бытия есть и бытие, и небытие и не есть ни бытие, ни небытие, и все это – при совершенно однозначном употреблении всех этих терминов. Граница потому и есть синтез бытия и небытия, что она одновременно есть и то, и это и ни то, ни это. Такова природа и всякого диалектического синтеза – в отношении соответствующих тезиса и антитезиса.

3. a) Какое число в математике соответствует этому понятию границы как диалектического синтеза, если под тезисом понимать положительное число, а под антитезисом– отрицательное? Таковым числом является нуль. *Нуль есть тождество полагания или утверждения и отрицания, диалектический синтез положительного и отрицательного числа – в смысле границы, отделяющей положительные числа от отрицательных, и в смысле предела, одинаково и одновременно как относящегося к той и другой сфере, так и не относящегося ни к той, ни к другой сфере, а представляющего совершенно отдельную, самостоятельную и оригинальную категорию.*

b) Что нуль есть граница в математическом смысле – это банальная истина элементарных школьных учебников. Но необходимо понимать это не только математически, но и чисто логически, т. е. диалектически. В арифметике или геометрии нуль – граница между положительными и отрицательными числами в чисто счетном смысле. Кроме того, во всех подобных рассуждениях у[137] математиков звучит всегда нотка условности, необязательности. Утверждают, что просто условились так, чтобы вправо от центра координат по линии *x*-ов отсчитывать положительные величины, а [влево–] отрицательные, и что в самом центре координат значение хи у равно нулю. В логике не может быть такой условности. Вовсе не условились так, что между положительными и

136 В рукописи: границы.
137 В рукописи: из.

отрицательными числами лежит граница, именуемая нулем, но иначе и быть не может. Наличие нуля как границы неизбежно и неотстранимо для мысли, как только она начинает прикасаться к этому предмету. Само основание бытия таково, что между положительным и отрицательным числом лежит нуль и что этот нуль и положителен, и отрицателен и в то же время не положителен, и не отрицателен. Диалектика нуля заключается в синтезировании этих двух сфер и, стало быть, в их четком разграничении. Он – устойчивый и твердый синтез числа как бытия, факта, как положенного и, следовательно, положительного числа и числа как небытия, инобытия, идеи как отрицаемого и, следовательно, отрицательного числа.

4. Одним из лучших подтверждений понимания нуля в математике не как простого отсутствия всякого бытия является равенство $A^\circ = 1$. Если еще в таких равенствах, как $A \cdot 0 = 0$ и $0 \cdot A = 0$, можно нуль принимать (до некоторой степени) как отсутствие, то в этом равенстве единственная возможность осмысления возникает только при толковании его как $\frac{a^n}{a^n} = 1$. Никакого другого смысла это равенство не содержит. Но такое понимание ($a^{n-n} = a^\circ$) как раз и свидетельствует о том, что нуль тут берется как равновесная граница между положительными и отрицательными числами. Нельзя иначе понять и «неопределенное» равенство $\frac{0}{0} = A$. Тут нули не отсутствие всякого бытия, но равновесие между определенными положительными и отрицательными величинами.

2. ВНУТРЕННЕЕ ИНОБЫТИЕ

§ 94. а) Целое число.

Положительное число, отрицательное число и нуль – первая элементарная триада чисел, первые три типа числа вообще. Теперь перейдем ко второй триаде. Эта триада непосредственно связана диалектически с первой триадой и есть ее естественное продолжение. Однако на первых порах целесообразнее изложить отдельно вторую и отдельно третью триаду – с тем чтобы уже потом установить между этими тремя триадами всестороннюю диалектическую взаимозависимость. Тут необходимо получить только первые члены этих двух триад, чтобы последние не повисли в воздухе. Всесторонняя же взаимозависимость их выяснится после формулировки их элементов.

1. Положительное число есть полагание числа как числа, числа, взятого целиком, числа как такового. Мы уже должны знать из общей диалектики о различии внешнего и внутреннего инобытия. Когда категория полагается[138] как таковая и, следовательно, противополагается всякому внешнему инобытию, то, очевидно, действует здесь внешнее инобытие, идея перешла во внешнее

138 В рукописи: полагания.

существование, и будут исследоваться судьбы ее вовне. Но категория может претерпевать полагание внутри себя самой, когда не ставится никакого вопроса о ее внешнем существовании и превращении ее в факт. Можно в пределах самой же идеи полагать ее внутреннее содержание, и мы будем получать внутренние различия в идее (или в факте, если речь идет о факте), судьбу не самой идеи в ее субстанции во внешнем мире, но судьбу ее отдельных частичных моментов внутри нее самой.

b) Всякое инобытие есть принцип оформления и, следовательно, делимости. И внешнее инобытие, превращая идею в факт и создавая для нее субстанцию, впервые делает возможным деление и дробление идеи, в то время как [к] самой идее эти операции неприменимы и бессмысленны. Внутреннее инобытие также превращает идею в факт, но факт не ее самой, а факт оформления ее внутреннего содержания; и это внутреннее содержание впервые получает возможность быть целым и, следовательно, быть дробным, делиться. Положительное число есть полагание числа как числа в его числовой субстанции и фактичности[139]; и покамест это полагание выдерживается как таковое, число остается положительным числом. Когда это полагание остается уже не как полагание, а как полагание для отправления от этого полагания в сторону, как предел, на который наскакивает внешнее инобытие, то мы имеем уже не полагание, а отрицание, и число становится отрицательным. Попробуем формулировать результат такого же полагания и отрицания внутри самого числа, полагания и отрицания внутреннего содержания числа, его внутреннего инобытия.

2. a) Итак, число еще не положено как таковое, но также еще ничего не сказано и о его внутреннем содержании. Мы полагаем теперь это внутреннее содержание, т. е. прежде всего внутреннее инобытие числа, без которого невозможно никакое внутреннее содержание (ибо это содержание и есть не что иное, как внутреннее инобытие). Следовательно, число, независимо от того, положено ли оно как внешняя субстанция или нет, начинает мыслиться нами как положенное внутри себя. Мы созерцаем число в его внутреннем содержании, в том, что содержится внутри его резко очерченной границы. Пусть число есть некий круг или некий шар. Мы можем наблюдать, как катится этот круг или шар, т. е. наблюдать путь его движения, его внешнюю судьбу, не обращая никакого внимания на его очертания, на его цвет, форму, на то, что на нем нарисовано. И мы можем наблюдать и анализировать самый этот круг или шар независимо от его внешней судьбы, т. е. независимо от того, движется ли он или покоится, и если движется, то как именно. Когда мы говорили о положительном или отрицательном числе и о нуле, мы представили себе число именно в виде этого как бы круга или шара, взятых в состоянии покоя или движения, без обращения внимания на их собственное содержание, окраску, запах, твердость или мягкость и пр.

Теперь мы рассматриваем число в его внутреннем инобытии и потому забываем, положено ли оно, или <…> или оно ни то и ни другое. Однако

139 В рукописи: факт точности.

полагание внутреннего инобытия происходит тут у нас в сфере числа; число же, как мы знаем, совершенно формально в отношении всякого содержания и абсолютно пусто от всякой вещественной наполненности. Стало быть, речь идет о полагании количественного счетного содержания. С другой стороны, пока идет речь о полагании внутреннего инобытия просто, пока еще нет никакого перехода к частичным моментам этого инобытия, мы имеем в виду все внутреннее содержание числа целиком, все его внутреннее инобытие без внесения в него каких-нибудь различий. Что же делается в таком случае с числом и какой тип числа мы здесь получаем?

b) Число 1) положено в своем внутреннем содержании, 2) это содержание – чисто количественное, и 3) это количественное содержание взято нерасчлененно, взято как таковое, как чистый принцип внутреннего инобытия без всяких дальнейших усложнений и детализации. Все это создает совершенно новую категорию числа, а именно категорию целого числа.

3. Что такое целое число и что такое целость вообще? Заметим, что целость есть, несомненно, понятие числовое, так что для наших целей почти достаточно было бы говорить просто о целом, о целости. Целость и целое число – почти синонимы. Итак, какой же смысл вкладываем мы в эти слова и совпадет ли наш диалектический вывод целого числа с обычным, и математическим, и житейским, пониманием целого числа и целого вообще? С понятием целого связана масса ненужных нам сейчас воспоминаний из споров, происходивших часто и раньше в истории философии и не ослабевающих также и в современной философии. Их мы должны совершенно обойти молчанием, так как масса высказанных в этой области мнений способна только затемнить ясный и простой ход нашей диалектической мысли. Отметим то, что мыслится и «чувствуется» всяким и каждым при употреблении этих простых слов – «целое», «целость», «целостность» и пр.

а) Мы не ошибемся, если, во-первых, скажем, что «целость» есть характеристика именно внутреннего содержания вещи. Что значит, что это стекло целое? Это значит, что оно не разбито. А что значит, что это стекло не разбито? Это значит, что, рассматривая его по его поверхности, т. е. скользя взглядом в пределах его формы (например, четырехугольной), мы нигде не встречаем трещины и нигде не встречаем такого факта, который бы преградил нам непосредственное скольжение взгляда от одного края стекла до другого. Но что значит скользить взглядом по поверхности стекла в пределах его очертаний? Это значит фиксировать не внешнюю судьбу стекла, когда оно, скажем, переносилось бы с места на место, вставлялось бы в раму и т. д., а его внутреннее инобытие, фиксировать то, что содержится между его пределами, границами, в его очертаниях. Чтобы мыслить себе шар целым, целость шара, надо уже отвлечься от того, покоится он или движется, и надо сосредоточиться на его внутренних, ему как таковому присущих свойствах. Это, кажется, вполне ясно и убедительно без[140] дальнейших доказательств.

140 В рукописи: для.

b) Что еще, во-вторых, мы соединяем в обыденной жизни с понятием целого? Мы фиксируем вещь в тех ее качествах, которые содержатся в ней в пределах свойственных ей границ и очертаний, и что же, собственно, мы тут фиксируем? Раз мы говорим «целый шар» и «шар просто», то мы, очевидно, различаем «целость» и «шаровость», ибо иначе сказать «шар» уже значило бы тем самым сказать и «целый шар», а мы знаем, что есть шары разбитые, расколотые. Итак, целость может быть свойственна числу и вещи, но не есть их обязательное свойство. А раз так, то, фиксируя целость числа и вещи, мы не фиксируем самое число или самое вещь[141], но некое их свойство, находящееся внутри их и как бы разлитое в их пределах. Что же это за свойство? Оно действительно как бы разлито по всему числу или по всей вещи и в то же время не есть сама вещь. Но, фиксируя целую вещь, мы говорили, что это именно вещь. Значит, фиксируя целость вещи, мы продолжаем фиксировать самую вещь; и то, что «разлито» внутри вещи, есть сама же она, эта самая вещь. Что же получается? Да получается то самое, что мы формулировали выше, выводя категорию целого числа: это есть число, в котором произошло полагание его самого внутри его же самого, т. е. полагание его внутреннего содержания. Когда вещь положена внутри себя самой, это значит, что положено ее внутреннее содержание, а когда положено внутреннее содержание вещи, это значит, что вещь взята как противоположность себя самой, т. е. взята вещь как бы в действительном числе, и эти две вещи опять положены как одно. Это и значит, что мы фиксируем внутреннее инобытие вещи или числа, полагаем вещь и [ли] число в его внутреннем инобытии самому себе. Полагаем внутреннее инобытие вещи, т. е. то, что не есть сама вещь, но в то же время полагаем его внутри самой же вещи, т. е. отождествляем с самой же вещью, «разливаем» ее внутри ее же самой; и потому – получаем возможность судить, целая вещь или не целая.

c) Пока бралась вещь сама по себе, мы еще не знали ничего об ее целости, а если и знали, то знали бессознательно, интуитивно, не возведя этой целости в специально сознаваемую категорию сознания. Но теперь мы хотим знать, целая эта вещь или не целая и что же для этого надо сделать? Для этого надо сопоставить данную вещь с нею же самой; и если будет тождество, вещь – целая, а если этого тождества в результате сравнения не установится, вещь – не целая. Однако, чтобы сравнить вещь с нею же самой, надо отличить ее от нее самой. А отличить вещь от нее же самой можно только, говоря грубо, сделавши новую вещь как полную копию данной вещи; тогда получится две одинаковые вещи, и мы можем их сравнивать. Но «сделать» другую вещь по образцу данной вещи – и значит то, что мы в диалектике называем «положить», «утвердить» вещь. Значит, ясно, что суждение о целости вещи и [ли] числа может осуществиться только тогда, когда вещь или число 1) положено, 2) положено как новая вещь или число, но 3) внутри самой же вещи или числа. Тогда можно сравнивать вещь с нею самой и можно узнать, целая она или нет.

141 В рукописи: вещи.

d) Наконец, в-третьих, всматриваясь в самое обычное словоупотребление, мы замечаем, что целой мы называем такую вещь, в которой не только просто произведено нами сопоставление[142] ее с нею же самой, но в которой эта новая вещь, эта положенная вещь (благодаря полаганию которой и стало возможно сравнение) целиком отобразила в себе первую, первообразную вещь. Вот перед нами шар. Допустим, мы еще не знаем, целый он или нет. Что[143] нужно для решения вопроса о целости? Нужно пробежать глазами или пальцами по поверхности шара и убедиться, целый он или нет. А что мы мыслим в момент пробегания глазами или пальцами по поверхности шара? Мы тут как бы прикладываем к нашему шару мысленную мерку гладкого и целого шара и убеждаемся, что данный шар действительно целый. Стало быть, в процессе установления факта целого шара играют роль три момента: 1) шар как первообраз, шар как таковой, идеальный шар и 2) шар как отображение, фактический шар, положенный шар, шар как инобытие, причем 3) этот второй шар вполне отождествлен с первым, установлено, что хотя он и есть инобытие, но это инобытие полностью повторяет свой первый образ. Произошло отождествление шара с самим собой, и отождествление полное: как идеальный шар, будучи шаром в себе, шаром самим по себе, шаром просто, так и отображенный шар есть шар просто, шар сам по себе, шар как шар. Вот когда отображенный и положенный шар, оказывается, тоже есть шар просто, шар как шар, это и значит, что он–целый.

Так уже самое обыкновенное и житейское употребление слова «целое» указывает с очевиднейшей и полнейшей необходимостью, что наш диалектический вывод категории целого числа был элементарным и простым логическим построением, возникающим сам собою из простейших функций самого понятия числа.

4. Целое число, следовательно, [есть] число, в котором его инобытие положено внутри его же самого при полном отождествлении этого инобытия числа с самим же числом. Или: целое число есть субстанциальное тождество числа с самим собою, когда оно само для себя оказывается своим собственным содержанием.

На основании этой формулы целого числа можно вывести ряд его особенностей, имманентно ему присущих и выявляемых лишь в результате предлагаемого здесь диалектического анализа.

a) Можно сказать, прежде всего, что 1) понятие целого числа есть категория символического порядка. Под символом в самом общем смысле необходимо понимать смысловую структуру, которая обладает по крайней мере двухмерным характером, т. е. таким, когда даны два смысловых плана, отождествленных в один. Понятие целости есть поэтому категория символическая. Здесь идея, взятая отвлеченно и самостоятельно, рассмотрена с точки зрения своего осуществления, осуществления – в самой же себе, в своих собственных пределах и границах, и эта осуществленность идеи в недрах нее

142 В рукописи: становление.
143 В рукописи: это.

же самой дается тут с полной адеквацией, так что в осуществленном целиком осуществилось осуществляемое. Это, несомненно, один из многочисленных типов символических структур вообще. Привлечение сюда термина «символ» очень важно, так как с символом связана вполне определенная диалектическая система категорий, которую излагать тут неуместно, но которая достаточно известна тем, кто занимался историей диалектики.

b) Далее, ясным становится из предыдущего, что 2) целое как таковое совсем не зависит от своих частей, что целое не только не составляется из частей, но в смысловом отношении предшествует им и впервые делает их возможными. В самом деле, целое получилось у нас как результат отождествления вещи с самой же собой. Тут еще нет ровно никакого разговора ни о каких частях ни вещи, ни чего-нибудь другого. И ясно, что мы, еще не зная, что такое «часть», уже получили категорию «целого». Целое–это заполненность вещи самой собой. Целое число есть число, в котором, как в сосуде, налито оно же само в виде некоей размытой массы, в виде некоей смысловой «жидкости». Тут нет никакого реального указания ни на какую «часть» ни этого первообразного, ни этого «отображенного», «размытого» или «наполненного» числа. Правда, тут впервые возникает возможность дробления, возможность существования частей, но еще нет самого дробления и нет никаких раздельных «частей». Диалектика «части» требует еще нового логического шага, который мы сейчас и предпримем, но до сих пор мы еще его не предпринимали, и он никак не содержится в конструкции самого понятия целого числа.

c) Не мешает также все время помнить все фундаментальное отличие целого числа от положительного числа. Это отличие, как, впрочем, мы уже хорошо знаем, 3) сводится к различию внутреннего и внешнего инобытия числа, или сущностного (смыслового) и фактического, материального <…>, к различию «идеальной» и «реальной» материи, внутреннего и внешнего самоотождесгвления. Когда мы полагаем число и получаем положительное число, мы закрываем глаза на его внутреннее содержание; грубо говоря, мы тут забываем, из скольких и каких единиц оно состоит; забываем его внутриколичествен-ную, счетную простоту. И в самом деле, знак «плюс», приставленный к какому-нибудь числу, привносит в него новую особенность, отнюдь не в смысле того или иного счетного его изменения (например, увеличения или уменьшения). Новое, что привнесено сюда знаком «плюс», касается всецело судьбы этого числа вне всякой зависимости от его счетной величины. Новое тут есть тот новый путь, по которому призвано двигаться данное число, т. е. некое поле внешнего инобытия, по которому должно двигаться это число. Именно, это есть поле, на котором данное число утверждается, полагается, насаждается и таким образом прибавляется ко всему, что было до него. Совсем другое – целое число. Тут мы, наоборот, закрываем глаза на внешний путь числа, на судьбу его во внешнем инобытии, игнорируем вопрос о том, что оно будет делать с другими числами, если его пустить по данному пути, и что будет делаться от этого с ним самим. Тут мы сосредоточиваемся на самом числе, независимо от его покоя или движения, и спрашиваем себя: то ли это число, каким оно должно быть, оно ли оно или оно перестало быть самим собой? И вот, проверивши его путем определенного мысленного осязания его структуры, мы убеждаемся, что это число есть действительно оно само, и тут-то мы и говорим, что перед нами целое число. Таким образом, будучи тезисом в смысле полагания его внутреннего содержания (и противополагаясь, как мы сейчас увидим, дробному числу как антитезису), оно само является антитезисом в смысле перевода нашего внимания с внешней положенности числа ко внутренней положенности его содержания. Несомненно, тут должен быть и свой синтез, – синтез внешней положенности положительного числа и внутренней положенности целого числа. Но об этом синтезе у нас будет рассуждение в дальнейшем, а пока переходим к антитезису целого числа и проследим диалектическую судьбу внутренней числовой самоположенности.

§ 95. в) Дробное число

1. Целое число есть тезис. Что же является его антитезисом? Целое число есть внутренняя самоположенность числа. Что является антитезисом внутренней самоположенности числа? Напрашивается сам собою антитезис в виде внешней самоположенности. Однако на данной диалектической позиции это нам запрещается, так как о внешней числовой самоположенности трактует специальная диалектическая триада, нами изложенная выше в виде триады: положительное число, отрицательное число, нуль. Переходя к антитезису, мы должны остаться в недрах все того же внутреннего самополагания, внутреннего содержания числа. Что получится, если мы переведем диалектическую триаду в пределах изучаемого нами внутреннего инобытия числа и не выйдем ни к какому внешнему становлению? Опять, для наглядности, представим себе круг или шар. Круг уже не мыслится, например, катящимся; и вновь устанавливаемые различия относятся не к его поведению на той поверхности, по которой он движется, но всецело лишь к нему самому, к его внешнему виду. Однако провести то или иное различие на поверхности шара – это значит отличить одну область круга от другой, оставаясь все время в его пределах. Отличить же «одно» от «иного» в пределах круга – значит представить круг дробящимся, значит раздробить целый круг на отдельные части. Только отделивши одну часть от другой, мы можем их сравнивать, т. е. можем вносить инобытие в пределы внутреннего содержания круга. Стало быть, переход в инобытие означает здесь переход к частям, т. е. переход от целого числа к дробному.

2. Трактуя дробное число как антитезис целого числа, мы можем привлечь для характеристики дробного числа все те диалектические свойства, которыми отличается антитезис вообще. Мы уже видели плодотворность применения этого способа рассуждения к анализу понятия отрицательного числа. Это же можно применить и здесь. В том-то ведь и заключается огромное преимущество диалектического метода, что он обладает исключительной силой обобщения,

конструируя понятия так, чтобы уже самый порядок их обнаруживал периодически повторяющиеся в них свойства, т. е. тот ритм, который является ритмом живой и живущей их сущности. Однако общие свойства антитезиса мы припомним здесь лишь вкратце.

Антитезис есть отрицание, отрицание факта. Это отрицание, как мы знаем, относительное, а не абсолютное. Относительное отрицание факта сохраняет факт в виде некоей идеи, в виде идеи факта. Дробь по самому существу своему живет дроблением, но дробить можно лишь целое. Целое число содержится в дробном не как числовая субстанция и факт (как факт оно тут как раз отрицается), но как идея. Дробь, сама не будучи целым числом, всегда указывает на то, на какие целые части разделена целая единица и сколько таких частей взято. Ясно, что элемент целого числа содержится в дробном, но содержится лишь в принципе, смысловым образом, содержится как идея, а не как факт и субстанция. Если целое число прямо утверждает и полагает свое полное собственное содержание внутри себя, то дробное число совсем не в этом находит свою сущность и свое осуществление. Здесь налично только как бы воспоминание об этом содержании, а то, что налично фактически и субстанциально, есть уход от этого содержания и переход к новому. Как отрицательное число по сравнению с положительным есть нечто как бы «идеальное» по сравнению с «реальностью» «фактического числа», так и дробное число есть нечто «идеальное» по сравнению с «реальностью» целого. Вернее же, эти две категории – целое и дробное– находятся вообще в состоянии диалектической взаимозависимости: если целое считать «реальностью», то дробь – «идеальна», и если целое – «идеально», то дробь – «реальна». Это дает правильную позицию для установки диалектики целого и части, диалектики, которую редко представляют себе в правильной форме.

Отрицательное число как бы окружает сферу положительного числа; оно необходимо как то, что отличает положительное число от всего другого и тем самым его определяет. Так и целое число, чтобы быть, требует для себя отрицания, инобытия, которое бы его отличало от всего иного и тем определяло бы. Вопрос, однако, в отношении целого числа несколько осложняется тем, что мы в данном случае не можем выходить за пределы данной категории (целого) и должны искать отрицания и инобытия в пределах ее же самой. Это приводит к тому, что граница, отделяющая целое от его инобытия, проходит по самому же целому, по его, так сказать, телу, по его поверхности. Это и значит, что целое рассекается на части, что от категории целого мы переходим к категории части, дробного. И так же, как вообще в диалектике «бытие» относится к «небытию», «одно» к «иному», так относится и здесь «целое» к «частям».

3. Формулируем примитивную и элементарную диалектику, возникающую здесь из общих оснований нашего постоянного метода.

I. а) Целое состоит из частей, или «целое» равно «всему», всем частям, ибо целое тут не что иное, как само же число, а число есть оно само, т.е. состоит из себя же. Целое больше не из чего составить, как из частей, ибо в числе больше ничего и нет, кроме него самого, т. е. его частей.

b) Целое не состоит из своих частей, ибо само суждение о наличии частей (часть есть всегда часть чего-нибудь) может состояться только тогда, когда есть представление о целом. Целое впервые делает возможным наличие частей; оно не состоит из частей, но предшествует им, не зависит от них; и не они его порождают, но оно – их.

II. a) Целое не содержится ни в одной части, ибо в противном случае всякая часть уже была бы целым и, следовательно, отпала бы необходимость объединять одну часть с другой, чтобы этим способом впервые только еще получать целое. Но если целое не содержится ни в одной части, то оно не содержится и во всех частях, взятых вместе, т. е. не содержится и в их сумме. Потому целое больше как каждой своей части, так и суммы всех частей.

b) Целое содержится как в каждой своей части, так, стало быть, и в их сумме, ибо целое есть целое частей, а часть всегда есть часть целого. Потому нельзя целое оторвать от частей и части нельзя оторвать от целого. Целое складывается из частей – потому оно и есть целое, и части указывают на целое – потому они и части. Целое и есть сумма частей и созерцается в каждой отдельной части. Стало быть, целое прежде всего равно сумме своих частей, и целое равно каждой своей части. В частях ведь и нет ничего, кроме целого. Если бы в какой-нибудь части было бы нечто новое, чего не содержалось бы уже в целом, то целое, обнимая части, не отнимало бы этого нового, что содержится в отдельной части, в нескольких или во всех частях. А это значит, что целое не было бы целым. Итак, целое равно каждой своей части.

c) Целое содержится в каждой своей части. Но, употребляя слово «часть», мы имеем в виду не просто целое, а нечто большее. Если бы речь шла просто о целом, то ни к какой «части» мы не переходили бы и ни в каком новом термине не нуждались бы. Раз мы перешли к части, да еще зафиксировали ее особым термином, то ясно, что, как бы целое ни отождествлялось с частями, в «части» содержится нечто большее, чем просто в целом. Потому целое меньше каждой своей части. Целое именно содержится в части. А содержаться можно только в том, что больше содержимого и что охватывает его. Итак, целое меньше каждой своей части и меньше суммы всех своих частей.

III. Смысл, или идея, есть нечто само по себе ни целое, ни дробное; число само по себе–вне этих определений. Но смысл, идея, а в данном случае число – переходит в становление. Становление возможно внешнее и внутреннее. Целой становится идея тогда, когда она вся перешла в становление и взято все ее становление с начала до конца. Но так как становится здесь не что иное, как она же сама, эта идея, то тут происходит отождествление идеи вообще и ее становления; идея дается в аспекте своего становления, которое как бы покрывает и изолирует идею.

Получается идея как ставшее, причем это ставшее еще не имеет ничего общего с вещами, а ставшее это – всецело смысловое и числовое. Ставшее это может переходить в свою очередь в становление. Тогда разрушается цельность ставшего, и оно разбивается на «части». Таким образом, дробное число есть двухмерный символ числа, содержа, во-первых, переход от числа вообще к становлению в качестве целого (первый символический слой) и, во-вторых, переход от целого к становлению дробным (второй символический слой).

4. a) Диалектика, содержащаяся в этих трех параграфах (намеченных выше римскими цифрами I, II, III), может быть принимаема только в буквальном и отнюдь не в каком-нибудь переносном или условном смысле. Что целое одновременно и больше, и меньше своей части, и равняется ей, – это безусловное требование мысли. Больше того, эти три суждения – «целое равно части», «целое больше части», «целое меньше части» – есть одно и то же суждение. Фиксируя любое из них, мы получаем другое и третье; и невозможно признать только какое-нибудь одно из этих суждений. На этом зиждется вся диалектика, и, не усвоивши[144] этого, нечего и думать проникнуть в диалектические тайны более сложных математических конструкций.

b) Попробуем представить себе, что целое только больше части и в то же время не равно ему. Если целое только больше, то часть, следовательно, меньше целого. А если часть меньше целого, то она, стало быть, есть нечто иное, чем целое, и целого в ней не содержится. Если же целое не содержится в части, т.е. если в каждой части содержится нуль целого, то и во всех частях содержится нуль целого, ибо сумма нулей есть тоже нуль. Следовательно, если целое больше части, и только больше, то это значит, что целое не состоит из частей, а части, входящие в целое, не суть части целого, а совершенно самостоятельные вещи.

c) Могут сказать, что когда утверждается, что целое больше части, и только больше (а в то же время ведь и не меньше), то это надо понимать не в том смысле, что целого совсем не содержится ни в какой части, а в том смысле, что в каждой части содержится часть целого (а не все целое). Тогда получается возможность допускать, что раз в каждой части содержится часть целого, то во всех частях содержится все целое, и, следовательно, отпадает необходимость абсурдного вывода, что целое не состоит из частей и части не суть части целого.

Однако это лишь видимость возражения. Дело в том, что здесь скрыто содержится мысль о разнообразии этих частей целого, наличных в каждой отдельной части, ибо, только утверждая, что в одной части содержится один момент целого, в другой–другой и т.д., только утверждая это, и возможно потом из сложения этих отдельных моментов целого, рассыпанных по частям, пытаться составить само целое. Но эта идея разнообразия моментов целого портит все дело, так как неясно, чем же объединяются эти разнообразные моменты целого. Если они объединяются одним из этих моментов, то, следовательно, по крайней мере хоть в одном моменте целого содержится все целое целиком и, следовательно, хотя бы тут целое не больше части. Если же они объединяются чем-нибудь выходящим за пределы каждого отдельного момента, то они должны быть тождественны между собою в отношении наличия в них этого выходящего за их пределы начала. А так как это последнее может быть только самим же целым, то целое, стало быть, совершенно одинаково содержится в каждой своей части, а не только в виде того или иного

144 В рукописи: удвоивши.

своего момента. Следовательно, отдельные части не могут быть между собою разнообразными в смысле наличия целого, и потому отпадает всякая возможность думать, [что] из частичных моментов целого можно создать целое. Так остается в силе основной аргумент, что, когда целое только больше части, – это значит, что целое не состоит из частей.

Или возьмем другое требование диалектики: целое меньше части.

d) Удивляться и вздыхать тут нечего: вся ведь диалектика состоит из антиномий, и вздохами тут не поможешь. Целое потому должно быть меньше части, что оно содержится в целом, а то, что содержится в чем-нибудь, должно быть меньше того, в чем оно содержится. Содержимое меньше содержащего. Этот «парадокс» обыкновенно «опровергается» ссылкой на «очевидную» и «всем понятную» нелепость подобного утверждения. В самом деле, что за глупость: целое меньше своей части? И тем не менее приходится эту «глупость» записать в число самых необходимых и очевиднейших истин логики и диалектики. Именно, целое содержится в части, т.е. помещается в ее пределах, и, как таковое, для того, чтобы быть целым, оно не нуждается в этих других частях целого. А раз оно не нуждается в них, они же суть нечто, то, несомненно, они нечто прибавляли бы к целому, если бы мы присоединили их сюда, и целое, лишенное их, меньше того своего состояния, когда оно бралось бы вместе с ними. Оно, во всяком случае, меньше суммы их. Помещаясь все целиком в пределах одной части, целое, несомненно, меньше всего того, что содержится еще в пределах всех других частей и их суммы. Однако отличается ли чем-нибудь сумма частей и отдельная часть в смысле наличия целого? Разве целое не присутствует везде, и во всем, и в отдельных частях совершенно одинаково и вполне в одинаковом смысле? Конечно, это так. Это условие самого наличия целого в вещах. Итак, часть, в смысле наличия целого, ничем не отличается от суммы частей и тождественна с ним. Потому, если целое, заключающееся в части, меньше суммы частей, то оно тем самым меньше и каждой отдельной части.

Дробное число, как и всякая диалектическая категория, несет на себе смысловую материю[145] всех предыдущих категорий. Мы должны помнить, что каждая диалектическая категория потому и становится таковой, что она есть не что иное, как все категории, какие только существуют, вся логическая истина в целом, но только взятая под определенным углом зрения. Но если это так, то дробное число должно содержать в себе все те моменты, которые мы зафиксировали и для целого числа. Целое число есть нечто, и, стало быть, нечто единое, единица. И дробное число есть в этом смысле нечто, нечто единое и единица. Целое неделимо и самостоятельно – и всякая дробь цела, неделима и самостоятельна. Целое есть само-полагание внутричислового содержания – и точно так же и дробное число. Вместе с тем дробное число есть антитезис целого числа и его инобытие. Поэтому оно также и во всем противоположно ему. Стало быть, все то, что мы знаем из общей диалектики по поводу взаимоотношения тезиса и антитезиса (т.е. бытия и инобытия, или «одного» и

145 В рукописи: теорию.

«иного»), целиком и полностью содержится в антитезисе целого и дробного числа.

Одно отличается от иного. Но иное есть тоже одно. Следовательно, одно отличается от одного, т.е. одно отличается от себя самого. Целое отличается от дробного. Но дробное тоже есть целое. Следовательно, целое отличается от себя самого. В этом нет ничего удивительного, ибо это значит только то, что целое имеет в себе части и отличается от них, хотя само ничего в себе, кроме частей, не содержит.

Одно тождественно с самим собою, т. е. с одним. Но быть тождественным можно только с чем-нибудь отличным от того, что именно тождественно. Тождество можно установить только между такими элементами, которые между собою различны. Следовательно, если одно тождественно с самим собою, то это значит, что одно тождественно с иным. Удивляться этому нечего, ибо полученный тезис значит только то, что целое состоит не из чего иного, как из своих частей; и что оно тождественно с ним, так как в нем и нет ничего, кроме этих частей. Целое число тождественно с самим собою. Но быть тождественным с чем-нибудь – значит прежде всего быть от него отличным. Итак, целое число тождественно с дробным, причем диалектический смысл этого тезиса заключается в том, что целое число состоит из частей, из отдельных единиц, и в нем ничего нет иного, кроме определенной комбинации этих единиц.

Можно провести эту диалектику по всем основным категориям, из которых сложено число. Однако делать этого не следует, поскольку подобное исследование было

бы лишь повторением основных учений общей диалектики.

5. a) Общая формула дробного числа, имея в виду все сказанное выше, получает следующий вид: дробное число есть число, в котором его инобытие положено внутри его же самого – в условиях перехода этого инобытия в дальнейшее инобытие. Или: дробное[146] число есть такое тождество числа с самим собою, когда последнее оказывается для себя своим собственным содержанием, превращается в полное инобытие для себя самого. Короче: дробное число есть число, в котором его внутреннее содержание перешло в инобытие, т. е. покрылось инобытийными различиями.

b) На этом можно закончить рассуждения о природе дробного числа и перейти к следующему диалектическому плану в развитии математики. Этот этап напрашивается сам собой, даже если мы и не предпринимали бы систематического анализа. То противоречие, в котором находятся целое и дробное число, или, говоря более обще, целое и часть, слишком родственно и слишком бьет в глаза, чтобы нам не искать такой категории, где оба они совпадали бы. Целое число и дробное число суть в диалектическом смысле тезис и антитезис, требующие совпадения в некоем определенном синтезе. К исследованию этого синтеза мы и должны теперь перейти, помня существо всякого синтеза, изучаемое в общей диалектике.

146 В рукописи: целое.

§ 96. с) Бесконечность

1. В целом числе число противопоставляется самому себе, своему внутреннему содержанию, и – отождествляется с ним; здесь внутричисловое инобытие связано с субстанцией числа. В дробном числе число также противопоставлено самому себе, своему внутреннему инобытию и содержанию, но инобытие здесь не столь связано. Наоборот, ему дана свобода – однако не полная, ибо полная свобода инобытия, если нет никаких ограничивающих моментов, есть абсолютно алогическое и неразличимое континуальное становление. В дробном числе инобытие еще[147] продолжает быть связано с числом вообще и с целым числом, но ударение в нем все же лежит на инобытии, которое, собственно, и вносит сюда различие, т. е. дробность. Связанность внутреннего инобытия числа с числом является здесь не субстанциальной, когда инобытие целиком отождествлялось бы с самим числом, но лишь смысловой, идеальной, в субстанциальном же смысле эта связанность не только не мешает дробности, но, наоборот, ее обусловливает. В целом числе его внутреннее инобытие положено субстанциально, т. е. как таковое, как некий дублет самого числа, и потому оно положено как факт, тождественный с самим числом и еще не раскрытый в своем содержании. В дробном числе двоится (и отождествляется) уже не само [целое] число, а то инобытие, которое мы как бы извлекли из недр числа и положили как таковое. Тут именно само это инобытие начинает переходить в свое инобытие, т. е. начинает двоиться, расчленяется и раскрывается, развертывается, и уже в таком именно виде отождествляется с числом. Как в целом числе из недр чистого числа мы извлекли его внутреннее инобытие и гипостазировали его в виде нового символа чистого числа, так в дробном числе мы извлекаем из недр внутреннего инобытия числа заключающиеся там смысловые возможности и гипостазируем их в различенном и раздельном виде. Теперь предстоит объединить эти две сферы–субстанциальную (и пока только еще принципиальную) положенность внутреннего инобытия числа и ино-бытийную развернутость, раскрытость, различенность этого инобытия. Их, эти две сферы, надо понять как одну и единственную сферу.

b) Одной и единственной сферой эти две сферы могут стать только тогда, когда они получат такое смысловое строение, что их можно будет вполне поставить одну на место другой, и их функции будут вполне взаимопревратимы. Надо, чтобы субстанциальная положенность изучаемого инобытия внутри числа была субстанциальной положенностью и внутренне разветвленного, различенного инобытия, а смысловая разветвленность и раскрытость этого инобытия была раскрытостью самой субстанции инобытия внутри числа.

Что значит первое из этих условий? Субстанциально положить инобытие во всем его внутреннем развитии – это значит взять инобытие как сплошное

147 В рукописи: не.

алогическое абсолютно неоформленное и, следовательно, безграничное, бесконечное становление. Это известно из общей диалектики; и достигнуть этого раньше нельзя было, так как раньше изучаемое инобытие бралось лишь в своем принципе, а не в своем раскрытии. Второе условие предполагает, что это развернутое инобытие, отождествляясь с субстанцией и чистым принципом инобытия, получает определенную структуру, превращающую это алогическое становление в некую фигурность, но уже не частичное становление (как раньше в дробном числе), но именно полное и всецелое. Выполнение обоих основных условий синтеза ведет к тому, что мы получаем новую числовую стихию, которая есть, во-первых, алогическая бесконечность, а во-вторых, определенная структура и фигурность этой бесконечности. В целом числе инобытийная бесконечность не была вообще положена. Она там отсутствовала, потому что там было инобытие просто, в принципе. В дробном числе инобытие положено, но оно не могло тут быть положенным как бесконечное инобытие, потому оно дано здесь как связанное с субстанцией целого числа. Оно существует здесь постольку, поскольку есть то или иное целое (т. е. всегда конечное) число. В бесконечном числе внутричисловое инобытие дано во всем своем раскрытии, дано как полное и <…> инобытие; потому это число и бесконечно. И в бесконечном числе внутричисловое инобытие дано как определенная единая субстанция; потому оно и структурно, фигурно, содержит в себе идею порядка, упорядочено. Таким образом, бесконечность есть синтез целого числа и дробного числа, тождество целого и составляющих его частей.

Эта конструкция требует разных пояснений и уточнений, которыми мы и займемся.

2. Прежде всего может показаться непонятным, почему категория бесконечности обязательно соединяется с внутренним инобытием числа. Почему категория бесконечности есть символ именно внутреннего, а не внешнего инобытия? Почему нуль – символ внешнего синтеза, а бесконечность – символ внутреннего синтеза?

a) Зададим себе вопрос: как мы вообще приходим к понятию бесконечности? Допустим, что мы начинаем считать, двигаясь по натуральному ряду чисел. Можно ли путем такого движения и счета получить понятие бесконечности, т. е. можно ли дойти до такого числа, которое необходимо было бы назвать бесконечным? Конечно, нельзя. Сколько бы мы ни двигались по натуральному ряду чисел, мы никогда не дойдем до бесконечности, и подобным путем совершенно невозможно получить самую категорию бесконечности. Следовательно, целых чисел мало для конструкции понятия бесконечности; тут нужны совсем другие подходы. Но что же еще имеется в распоряжении диалектического метода? Если не хватает натурального ряда чисел, возьмем числовое инобытие и посмотрим, не встретим ли мы здесь категорию бесконечного числа. Однако что такое инобытие? Инобытие числа, если его брать в чистом виде, во всем абсолютно противоположно числу: число есть четкая раздельность, инобытие числа–сплошная неразличимость; число – устойчивость и прерывность, числовое инобытие – неуловимая подвижность и алогическая непрерывность; и т. д. и т. д. В таком виде взятое, числовое инобытие никакого отношения к бесконечности не имеет. Бесконечность прежде всего есть нечто; сущность же инобытия заключается именно в том, что оно не есть нечто (иначе оно было бы бытием, а не инобытием), а существует оно всегда только в отношении числа и бытия. Числовое инобытие расплывается, растекается, ускользает и остается неуловимым смысловым мраком, о котором нельзя сказать ни того, что он конечен, ни того, что он бесконечен. Об инобытии, если его брать в чистом виде, невозможно никакое утверждение. Оно живет именно размывом и становлением; и требуется какая-нибудь новая, не инобытий-ная точка, которая бы объединила вокруг себя это инобытие и тем дала бы ему какой-нибудь смысл и структуру. Таким образом, бесконечного числа на этом пути мы не можем достигнуть. Тут повторяется, собственно говоря, то же бессилие, что и в случае с целым числом. В крайнем случае чистое инобытие приводит к беспредельному становлению, при котором ни о какой новой точке становления нельзя сказать, что эта точка бесконечно удалена от начала становления. Инобытие делает как бы бессильный жест в сторону бесконечности, но не дает самой бесконечности. Расширяясь и расплываясь вместе с инобытием, мы как бы в изнеможении кончаем это непрерывное становление и от усталости не можем двигаться дальше, делая беспомощный жест, что вот там, в той стороне есть еще новые этапы пути, нами не изведанные, и что если бы мы двигались дальше, то достигли бы и этих этапов. Есть ли такое состояние мысли – мысль о бесконечности? Конечно, нет. Это, как и движение по натуральному ряду чисел, есть не конструкция бесконечности, а лишь бессильный жест в сторону бесконечности и полная невозможность сказать о ней что-нибудь положительное.

b) В распоряжении диалектического метода остается только один путь– искать понятие бесконечности на почве объединения чистого числа с его инобытием. Однако и здесь необходимо уточнение. Более всего очевидным кажется такое положение дела, когда инобытие мыслится хотя и вместе с бытием, но не тождественно с ним, а только рядом с ним, возле него; бытие мыслится как некий устойчивый берег, а инобытие омывает его в виде некоего моря, плещется своими непрестанными волнами алогического становления. Такая картина ровно ничего не дает для конструкции понятия бесконечности. Она сводится к предыдущим двум, вполне недостаточным (как мы видели) установкам на бесконечность. Значит, надо брать какое-то иное объединение числа вообще и числового инобытия.

c) Иное объединение можно получить только тогда, если мы возьмем две взятые смысловые стихии не рядом одна с другой и не возле одна другой, а одна внутри другой. При этом если бытие дается внутри инобытия, то эта позиция опять-таки ничего не дает нового, так как она сводится к уже упомянутой картине твердого берега бытия, омываемого[148] подвижным и алогическим становлением инобытия. Тут получится как бы остров среди моря; и остров – просто конечен, а о море в собственном смысле ничего не известно, конечное

148 В рукописи: смываемого.

ли оно или бесконечное. Не видеть берегов – это еще не значит иметь перед собой действительно бесконечную водную поверхность. Остается, стало быть, последний путь – не бытие поместить внутри инобытия, а инобытие – внутри бытия. Дает ли нам что-нибудь для получения категории бесконечного числа эта новая диалектическая позиция?

d) Прежде всего, в этой позиции хорошо уже то одно, что перед нами возникает осмысленный и обозримый предмет и получается возможность мыслить и утверждать что-нибудь (а в том числе, следовательно, и бесконечность), в то время как инобытие, ничем не сдерживаемое и никакими пределами не ограниченное, совершенно не способно привести нас к какому-нибудь осмысленному утверждению. Но, разумеется, этого мало. Что тут мы утверждаем нечто, это в данном случае имеет второстепенный интерес (хотя все колоссальное значение этого обстоятельства выяснится нами в наших ближайших же рассуждениях). Важнее другое обстоятельство, возникающее на нашей новой позиции, а именно то, что тут мы вообще получаем возможность поставить бытие и инобытие в ближайшие взаимоотношения. Эти ближайшие взаимоотношения мы можем здесь трактовать опять-таки различно.

e) Во-первых, возможно установление позиции простого становления бытия и инобытия: наблюдая, как инобытие бурлит и плещется внутри четко ограниченного и определенного бытия, мы устанавливаем все эти резко бьющие в глаза различия и антиномии, – устойчивости и движения, смысла и алогического начала, раздельности и сплоченности и т. д. Эта позиция также дает для нашей цели маловато. Сколько бы мы ни сравнивали оба принципа, это сравнение будет проходить совершенно без всякой помощи со стороны категории бесконечности, и, следовательно, в этой категории никак не ощутится та или иная надобность. Остается другой путь – не просто сравнивать эти два принципа, а попытаться слить их в одно начало, пронизать одно другим, растворить одно с другим, получить нечто единое в твердо очерченных и четких контурах.

3. Тут прежде всего надо разрешить предрассудок, что обозримость и четкость формы вещи лишает ее бесконечности. Обыкновенно бесконечность считают туманом и неясным мраком, а конечное – очень понятным и четким. Это мелкобуржуазное воззрение въелось в плоть и в кровь всякого философа из толпы. На самом же деле это полный вздор. Нет ничего общего между тем и другим. Если вы не видите конца или границы данной вещи, значит ли это, что она – бесконечна? Стоя на берегу моря, мы не видим его берегов. Однако это объясняется отнюдь не бесконечными размерами морской поверхности (она вполне конечна, и притом точно исчислена), но совершенно другими причинами (кривизна поверхности моря и слабость человеческого зрения). Значит, в этом отношении бесконечность и необозримость ничего общего не имеют между собою. Но точно так же, как нельзя из необозримости выводить бесконечности, нельзя и из бесконечности выводить ее необозримость. Что такое необозримость? Если иметь в виду какой-нибудь орган внешних чувств, например то же зрение, то наша чувствительность вообще весьма ограниченна,

и не на ней мы базируем свои научные выводы. Любое отвлеченно-математическое построение (например, решение уравнения) отнюдь не обладает чертами зрительной данности, если брать его по существу. А если это решение мы выражаем условными знаками (которые видимы, зримы), то и операции с бесконечностью мы можем выражать и выражаем условными знаками (которые точно так же видимы и обозримы). Следовательно, под обозримостью остается понимать только чувственную, мыслительскую четкость и ясность. Но нечетким и неясным может быть только то, что не имеет никакого смысла и никак не мыслится. Бесконечность имеет смысл и ясно мыслится. Это одно из самых обыкновенных понятий диалектики и математики. Почему же она вдруг необозрима?

Единственный здравый смысл, который можно вложить в учение о необозримости[149] бесконечного числа, – это то, что оно необозримо для нас чисто лично (фактически), необозримо[150] жизненно, житейски. В самом деле, кто бы я ни был, я не могу, например, пройти бесконечное количество километров, не могу видеть на расстоянии бесконечного количества километров, не могу поднять бесконечное количество килограммов, не могу пересчитать бесконечное количество чисел и т. д. и т. д. Но эта житейская невозможность обнять фактическую бесконечность не имеет ничего общего с мыслительной невозможностью понять самую категорию бесконечности. Иначе мы должны рассуждать так, что если жжется огонь, то жжется и понятие огня, или что если тонна тяжелее килограмма, то и понятие тонны тяжелее понятия килограмма, или что если данная фигура треугольна, то и понятие треугольника треугольно, и пр. Это, конечно, бессмыслица. Бесконечность сама по себе для нас необозрима, неизвестна, необычна и даже непонятна, но понятие бесконечности – вполне обозримо и понятно; и во всяком случае оно в той же мере понятно, как и любое другое понятие, трактующее о конечных вещах. Мы же в настоящем исследовании занимаемся исключительно диалектическими понятиями.

4. а) Преодолевши этот универсальный предрассудок о необозримости бесконечности и утвердившись на том, что [место] бесконечности необходимо искать в пределах соединения бытия и инобытия, т. е. в пределах инобытия, оформленного и ограниченного пребыванием в сфере бытия (т. е. в нашем случае – числового бытия), попробуем формулировать всю непосредственную связанность бесконечного числа с указанной сферой объединения числового бытия и инобытия. Итак, мы уже вывели, что если бесконечное число где-нибудь находится, то не в чистом числе и не в двух его модификациях, т. е. не в целом и не в дробном, равно как и не в том объединении бытия и инобытия, когда последнее – вне бытия, а только примыкает к его границам с внешней стороны. Бесконечное– там, где инобытие дано внутри бытия, т. е. там, где бытие вскрывает свое внутреннее содержание (ибо внутреннее содержание вещи и есть ее внутреннее инобытие, содержащееся в ней самой, т. е. в ее

149 В рукописи: необходимости.
150 В рукописи: необходимо.

пределах). Вопрос – только в способе объединения числа с его внутренним инобытием, или, поскольку внутреннее инобытие мы уже утвердили как такое, вопрос–только в том, как модифицировать целое или дробное, чтобы получить бесконечность.

b) То, что в диалектике называется синтезом, представляет собою столь глубокое и интимное взаимопроникновение двух сфер бытия, что получается уже нечто совершенно неузнаваемое, совсем не похожее ни на один из этих двух планов, хотя оба они и видятся заложенными в глубине этого синтеза. Оба бытийных плана должны настолько слиться и отождествиться между собою, чтобы было уже безразлично, какой именно план брать для рассмотрения. Один оказывается абсолютно тождественным с другим. Инобытие–текуче, несхватываемо; оно вечно ускользает, разливается, становится. И вот, эту вечную текучесть и бесформенное становление надо взять как устойчивое и <…> бытие смысла. Бытие структурно, конечно, ограниченно, оформленно, осмысленно. А надо переделать его так, чтобы оно, оставаясь самим собой, имело смысл бесформенности, алогического становления и сплошной неразличенной текучести.

c) Допустим, что мы имеем какую-нибудь числовую структуру, состоящую из трех различенных точек А, В и С. Что получится, если мы станем заполнять эту структуру алогическим инобытием, как некий сосуд – жидкостью, и отождествлять порождаемое таким образом числовое содержание с самим числом? Алогическое становление есть неразличимая текучесть. Это значит, что наши точки А, В и С должны стать неразличимыми. Но если бы они были неразличимыми, и только неразличимыми, то это просто значило бы, что они отсутствуют, и тогда был бы не синтез бытия с инобытием, а просто только одно инобытие. Следовательно, для синтеза необходимо, чтобы точки А, В и С, оставаясь неразличимыми, все же на деле присутствовали бы здесь во всей своей четкости и осмысленной разграниченности. Возможно это только в одном случае. Становление, взятое само но себе, абсолютно однородно; оно сливает все в одну неразличимую, хотя и подвижную массу. В применении к миру оформленных числовых структур это значит, что каждый момент этой структуры содержит в себе все другие ее моменты, что не успело кончиться А, как уже началось В, и не успело кончиться В, как уже началось С. Эта· абсолютная взаимная слитость всех моментов структуры и есть то, что получается в результате синтеза числовой структуры с ее внутренним инобытием. Мы двигаемся вместе с алогическим инобытием становления в неопределенную даль – и в то же время оказывается, что все этапы нашего возможного пути уже пройдены, что все будущие точки нашего движения уже содержатся в первом же, только что сделанном шаге. То же получится, если мы в алогическую мглу становления станем вводить структурные моменты, т. е. из этого становления, из этого становящегося мрака, как из некоей глины, будем созидать те или иные смысловые фигурности.

d) Результат будет один: как в смысловой структуре– полученная форма будет расчленена, и как в алогическом становлении – она будет слита и неразличима. Не различать А, В и С и в то же время их сохранять – это значит иметь их наличными в каждой точке пути, ведущего от одной из них к каждой другой, и это значит в А иметь и В, и С, в В иметь и А, и С и в С иметь и А, и В. Инобытие – начало разъединения и бесформенности, становления в условиях синтеза с бытием, началом объединенное™, доходящей до полной слитости и тождества, а бытие – начало формы и смысла–становится здесь, в условиях синтеза с инобытием, началом бесформенности и неразличимости, доходящей до слития раздельных моментов в одну, не имеющую никакого измерения точку. Это и значит, что мы дошли до подлинного синтеза бытия и инобытия, когда обе эти категории поменялись местами и отождествились в полной взаимопро-низанности и взаимозаменимости.

5. [а)] Итак, что же мы получили от этой диалектической ступени в поисках категории бесконечности? Мы получили 1) слитость всех раздельных моментов числовой структуры в одной и единственной точке. Мы получили 2) становление и алогическую текучесть этой одной и единственной точки смысла – так что она превратилась как бы в одну сплошную мелодию, где отдельные звуки хотя и различны между собой, но тем не менее в каждом из них присутствует вся мелодия со всеми своими эстетическими свойствами. Мелодия не содержит слов, в ней нет логического смысла, она алогична, иррациональна; и тем не менее она сама по себе есть определенная структурность и упорядоченность, которую нельзя менять безнаказанно ни в одном ее пункте и которая, стало быть, целиком присутствует решительно везде, оформляя и осмысляя одной музыкальной цельностью каждый момент ее исполнения.

Мы получили[151] 3) именно алогическое и в своей алогичности гипостазированное становление со всеми присущими ему свойствами, которые необходимо тут утверждать не только принципиально, но и в их развитии, развертывании. Дело в том, что, поскольку тут берется чистое инобытие, оно мыслится как полная и абсолютная неразличимость. Следовательно, и полученная нами точка, совмещающая в себе все прочие точки числовой структуры, движется абсолютно неразличимо, при полном отсутствии каких бы то ни было перерывов или механических внешних объединений. Здесь – полная взаимопро-низанность, взаимослитость, внутреннее и до последней смысловой основы данное подвижно[152] тождество решительно всех моментов, из которых состоит изучаемая структура. Но это значит, что рядом с данной точкой мы должны мыслить другую точку; и притом, как бы близко ни находились друг в отношении друга эти две точки, между ними мыслима всегда третья точка. Только так и можно представлять себе эту сплошную бесформенность и слитость всего во всем в условиях изучаемого нами синтеза. Алогическое становление, развернутое во всей своей мощи, дает именно эту «необозримую» массу точек, расстояние между которыми исчезающе мало. Когда мы берем

151 В рукописи: получим.
152 В рукописи: подвиженое.

становление только в его принципе, нам неясна эта составленность его из необозримого количества точек. Но сейчас мы берем алогическое становление в развернутом виде, т. е. гипостазируем его в виде некоей смысловой структуры. Становление сплошно, неразличимо течет; его «овеществление» и гипостазирование дает такую структуру, которая должна ведь остаться сплошной и неразличимой (поскольку речь идет о гипостазировании именно становления), но которая в то же время должна и развернуть это становление в устойчивую и раздельную смысловую фигурность (поскольку тут речь об утверждении, полагании, т. е. о раздельном полагании). Отсюда – эта скученность необозримого количества отдельных точек, сразу и раздельных, и слившихся между собою.

b) Наконец, мы получили 4) оформленность и ограниченность этого гипостазированного множества алогически становящейся структуры. Такое обстоятельство имеет огромное значение для всей проблемы бесконечности. Дело в том, что пока данное множество растекается, то, как бы оно ни было синтетично, оно все равно исчезает во мраке и теряет всякую свою форму и смысл. Объединивши бытие с инобытием в становление, мы все равно не пришли ни к чему определенному, пока становление остается неопределенно идущим вперед и в стороны алогическим процессом. Гипостазирование и положенность этого процесса привели его к отдельным, наплывающим друг на друга точкам, но общей определенности все же от этого не получилось; и мы тут все еще не видим, где же находится искомое нами понятие бесконечности. Только с полаганием предела для самого становления впервые получается возможность коснуться этой трудной категории. И почему так?

c) Наличие предела для становления приводит к тому, что это становление, дойдя до определенного места, останавливается и дальше уже никуда и не распространяется. Но тем не менее оно, как принцип, осуществляющий синтетическую спаянность бытия и инобытия, по самому существу своему все-таки нигде не может остановиться, т. е. перестать быть становлением (иначе разрушится и самый синтез бытия и инобытия); и в результате этого вся мощь становления принуждена осуществляться только в определенных границах, и вся становящаяся стихия должна разыгрываться внутри очень тесных пределов, [внутри] данной структуры. От этого образуется как бы некая запруда для всестороннего растекания становящейся массы, и вся эта стихия устремляется на саму себя; становление начинает все больше и больше напрягать пространство внутри структуры. Когда синтетическая точка расширялась вовне и мы не находили для этого никаких границ, мы тем самым лишали себя возможности получить какую-нибудь новую категорию. Здесь же непрерывность и сплошность становления, закруженная внешними границами, устремилась в глубину этого ограниченного и оформленного пространства; и последнее предстает теперь перед нами уже не как просто некая необозримая масса скученных точек, разделенных между собою исчезающе[153] малыми расстояниями, но как арена неисчерпаемости этого постоянного дробления

153 В рукописи: ,исчезание.

инобытия внутри данных границ и как принцип полноты инобытийно [го] гипостазирования внутреннего содержания смысловой структуры.

Тут-то мы и встречаем впервые категорию бесконечности.

d) Бесконечность не есть просто отсутствие конца. Бесконечность есть это отсутствие конца, но не всякое отсутствие конца есть бесконечность. Если выдвигать только принцип отсутствия конца, мы не получим никакого положительного понятия, а только очень скудный отрицательный признак. Подобное же отрицательное определение ровно ничего не определяет. Приходится искать чисто положительных признаков бесконечности; и вот, они заключаются в том, что мы трактуем раздельное и конечное множество как содержащее в себе всю полноту своего собственного содержания.

[6.] Это учение невозможно усвоить, если не помнить основного свойства всякого оформления и ограничения, это – превращение оформляемого и ограничиваемого в нечто имеющее как бы объем, в нечто количественное и, следовательно, дробное. В общей диалектике мы приводим избитый пример с кругом или шаром: пока не проведена периферия и пока не замкнута линия, очерчивающая форму круга или шара, еще нельзя говорить ни о каком круге или шаре; до этих пор он остается только в идее, а не в реальности. Но стоит только провести окружность круга, как получается возможность понимать круг как нечто делимое, ибо самое наличие формы есть уже тем самым наличие количественности, объемности и измеряемости.[154]

Точно так же и наше алогическое становление – пока оставалось безграничным и неоформленным, оно оставалось все еще не осуществленным, не положенным, все еще, строго говоря, лишенным возможности находиться в дроблении – раздельности. Правда, мы уже заговорили о наличии скученного множества становящихся точек, но будем помнить, что 1) это стало возможно только благодаря введению принципа гипостазирования (или развернутого утверждения) в стадию чистого становления. Сделали мы это, однако, не в целях окончательного ответа на поставленный вопрос, но в целях постепенного приближения к этому ответу. Получивши становление как синтез бытия и инобытия, мы стали полагать и утверждать само становление и на первых порах констатировали это утверждение на протяжении самого становления, внутри его развертывающейся массы и оставили в стороне становление в целом. Тем не менее последняя диалектическая ступень в одинаковой мере необходима и как принцип, заложенный уже в указанном частичном гипостазировании (если положено внутреннее содержание вещи, то должна быть положена и она сама), и как позиция, непосредственно приводящая к категории бесконечности.

a) Становление есть неразличимая и ускользающая сплошность алогического смысла. Мы полагаем теперь само становление, превращаем его самого в некую смысловую субстанцию. Это приводит нас от становления к ставшему, т. е. к его ограничению и как бы к некоей оформленной и потому конечной, ставшей вещи. Но куда же девается стихия становления? Лишенная возможности растекаться во все концы и быть неуловимой, ускользающей, она

154 В рукописи: изменяемости.

начинает проявлять себя внутри положенных и очерченных нами границ, но здесь она приводит по необходимости к дроблению, так как отныне мы уже в пределах формы и ярко очерченных размеров, и уже не может [быть] простого и определенного растекания, как в чистом становлении. Однако становление есть всегда становление; и потому, хотя оно и дает здесь дробление, дробящиеся части настолько близко подходят одна к другой, что расстояние между ними делается исчезающе малым. Таким образом, мы получаем сразу и момент всего (очерчивание границы дает нам возможность говорить именно о всех частях целого, о всем и всецелом содержании смысла), и момент неисчерпаемости этого «всего», а соединение «всего» с «неисчерпаемостью», с неисчерпаемой полнотой всего и есть подлинная бесконечность.

b) Необходимо помнить выведенные нами раньше категории целого и дробного числа, чтобы соблюсти правильную перспективу в оценке категории бесконечности. Целое число, в отличие от числа просто, содержит в себе свое внутреннее инобытие. Это инобытие было положено в нем субстанциально, т. е. как такое, вне своих внутренних, уже чисто инобытийных, различий, и, кроме того, оно было отождествлено с самим числом. Целость и есть тождество себя с самим собою; число противопоставляется самому себе и, не переходя ни в какие дальнейшие различия, отождествляется с самим собою. Далее мы перешли к дробному числу. Дробное число тоже базируется на внутреннем инобытии числа, на различии и тождестве его с самим числом. Но здесь берется уже не субстанциальная твердыня и нетронутость внутреннего инобытия, но переход этого инобытия в дальнейшее инобытие, так что подобно тому, как «число вообще» противопоставляет себя своему внутреннему инобытию, так это внутреннее инобытие противопоставляет себя своему собственному внутреннему инобытию. Противопоставить что-нибудь чему-нибудь (например, ему же самому)– значит отличить его от этого «что-нибудь», а отличить что-нибудь – значит дать ему очертание границы и формы; а дать очертание чему-нибудь – значит превратить его в нечто количественное и сообщить ему свойство быть дробимым (принципиально или фактически). Отсюда вывод, что «число вообще», вступая в различие с инобытием (в данном случае со своим же собственным внутренним инобытием), делается принципиально дробимым, т. е. целым, а целое число, вступая в различие с инобытием (т. е. опять-таки со своим же собственным внутренним бытием), рассыпается на различествующие друг от друга моменты, т. е. становится дробным. Но все ли возможности исчерпаны в том инобытии, которое в своем субстанциальном отождествлении с «числом вообще» дало целое число, а в своем расчлененно-инобытийном отождествлении с «числом вообще» дало дробное число?

Этим все возможности еще не исчерпаны. В дробном числе наличен просто переход инобытия в дальнейшее инобытие, и больше ничего. Но кроме такого принципиального перехода необходимо учесть и все разнообразие диалектической картины, возникающей при детализировании этого принципиального перехода. Это не только «переход вообще», но и «переход в частности», и тут-то и кроются новые диалектические структуры.

Прежде всего, 1) в дробном числе совершенно не ставится вопрос, как понимать это инобытие инобытия. Неизвестно (и в дробном числе должно остаться неизвестным), есть ли это становящаяся стихия становления во всей своей неразличимой гуще или только наличие так или иначе различествующих моментов этого становления. Тут только утвержден голый тезис наличия инобытия во внутреннем инобытии числа и вытекающая отсюда дробность и – больше ничего. Но дробность может быть дробностью устойчивой структуры (и в таком случае она есть определенная числовая фигурность), и дробность может быть той, наиболее чистый[155] образец которой мы находим в математическом анализе при операциях с «бесконечно-малым». Эти вопросы в дробном числе не поставлены. Далее, 2) в дробном числе неизвестно, все ли инобытие инобытия имеется в виду или не все. Взявши ряд частей единицы, например дробь

мы совершенно ничего не знаем о внутреннем содержании этой дроби. Она может быть просто арифметическим числом, но может быть также и интегралом, т. е. пределом некоего бесконечного суммирования. Обе эти идеи, отсутствующие в дробном числе, возникают именно в бесконечном числе.

с) Именно обе эти идеи как раз и возникают, как только мы начинаем синтезировать целое число и дробное. Первая идея, идея алогической сплошности и неразличимости становления, возникает тут потому, что в синтез вступают категории, взятые в своем существе, в своем центральном и основном смысле. Поэтому инобытие должно быть здесь взято именно как чистая алогичность становления. На ступени дробного числа мы просто вступали в область инобытия, которая сама по себе не была положена, а только допущена, причем неизвестно, как и откуда она возникает. Беря синтез бытия и инобытия, мы должны положить и инобытие (а не только одно бытие), а это значит, что должна быть учтена вся алогическая гуща и мощь становления. Без этого момента нет никакой бесконечности, но этот момент внесен в нее как раз фактом синтеза бытия и инобытия, который мыслим только в условии чистого и существенного утверждения как бытия, так и инобытия. Вторая идея, отсутствующая в дробном числе, идея всего, всейности, есть также не что иное, как результат привхождения сюда идеи целого. Все и есть не что иное, как инобытийная восстановленность «целого». Когда я, имея идею чего-нибудь целого, строю из какого-нибудь материала вещь, то, когда она построена, я, пересчитывая то, из чего она построена, должен сказать, что она содержит в себе все части. «Все» есть инобытийный (но полностью и без всяких изъянов данный) коррелят «целого». Это – субстанциально и совершенно осуществленное целое. В дроби этого не могло быть потому, что она берет всегда только некоторые части единицы, а не все; а если бы она взяла и все части, то по недостатку в дроби положенной стихии алогического становления все эти части просто слились бы в единицу и ровно ничем от нее не отличались бы. Бесконечность содержит в себе именно все части; и тот момент всейности она получает от целого числа, которое, очевидно, присутствует в ней и играет

155 В рукописи: частый.

основную роль. Итак, то, чем бесконечное число отличается от дробного, образуется в нем благодаря участию в нем целого числа. И бесконечное число есть, таким образом, подлинный синтез целого числа и дробного.

§ 97. Продолжение.

Понятие бесконечности настолько безнадежно запутано в популярном сознании[156] и настолько отягощено бесчисленными привнесениями, часто не имеющими никакого к нему отношения, что и ряд дальнейших разъяснений и примечаний будет совсем нелишним.

1. а) Из предыдущего исследования с полной ясностью вытекает ответ на вопрос, поставленный нами выше, – о различии между нулем и бесконечностью. Насколько это «ясно» всякому «здоровому» человеку, настолько это различие неясно философу, когда он хочет понять это различие до конца. Предыдущие рассуждения дают вполне достаточный материал для ясного решения этого вопроса. Почему нуль мы трактовали как синтез осуществленности внешнего инобытия числа, а бесконечность трактуем как синтез внутренней осуществленности?

Нуль получается на пути счета, т. е. на пути шествия готового числа в определенном направлении. Это и значит, что природа нуля определяется внешним движением числа, движением по внешнему инобытию. Когда утверждение отдельных этапов числа на пути этого движения переходит в отрицание и между ними – утверждением и отрицанием – устанавливается равновесие, тогда мы и получаем понятие нуля. Совершенно ясно, что на этом пути мы никакой бесконечности получить не можем. Сколько бы мы ни «утверждали» чисел и сколько бы их ни «отрицали», т. е., другими словами, сколько бы мы ни считали, мы никогда не достигнем этим способом бесконечного числа. Значит, центр тяжести переходит здесь с внешней судьбы числа на его внутреннее содержание. Ясно также и то, что бесконечность, будучи внутренним содержанием числа, является, несомненно, раскрытием этого содержания, и притом полным и всецелым раскрытием. Это вполне можно утверждать, даже не вникая во все подробности предложенной выше диалектики. Но тогда с полной необходимостью вытекает еще и тот вывод, что число с таким внутренним содержанием есть нечто синтетическое, т. е. синтез тоже некоего утверждения и некоего отрицания, но уже не в смысле нуля, а в другом смысле. И этот другой смысл всецело только и определяется тем, что здесь мы в атмосфере внутреннего числового содержания, а в случае с нулем вращались только в сфере внешней судьбы чисел.

b) Именно, мы должны утверждать целость и отрицать целость и дать то, что не есть ни то и ни другое, а некий своеобразный внутренний нуль. Утверждая целость числа, мы сохраняем его структурное единство; но, отрицая его, мы расслояем его на неразличимый хаос дологической текучести. И когда уже задаемся вопросом о синтезировании такого утверждения и такого

156 В рукописи: единении.

отрицания, то прежнюю структурную целость приходится понимать как неразличимо и безгранично становящуюся, т. е. как бесконечность. Отсюда можно сказать, что бесконечность тоже есть некоторый нуль, но только этот нуль дан тут в своем внутреннем раскрытии. Она так же внутри себя неразличима и не расчленена, как неразличим и нерасчленим и нуль. Но нуль есть внешняя сторона бесконечности, а бесконечность–внутреннее его выявление, внутренне развернутый нуль. Бесконечность, как и нуль, точно так же совмещает в себе утверждение и отрицание. Но нуль есть внешнее тождество утверждения и отрицания, а бесконечность–внутренний смысл этого тождества, внутренно развернутое тождество утверждения и отрицания, существенно и внутренно развернутый нуль.

2. a) Из общей диалектики известна характеристика синтеза как границы. На нуле мы видели это очень отчетливо, потому что даже в ходовой математике нуль трактуется как граница между положительными и отрицательными числами. В отношении бесконечности это не очевидно само собой, и поэтому тут необходимы разъяснения. Бесконечность есть синтез целого и дробного; и, стало быть, необходимо, чтобы она была границей, отделяющей целое число от дробного, границей, оформляющей целое в его полном отличии от частей. Что это значит? Это значит то, что от целого никаким конечным процессом нельзя дойти до частей. Тут имеется в виду, конечно, не просто арифметическая невозможность, потому что арифметически взял да и разделил целую единицу на какие угодно части, никаких трудностей здесь не встречается. Тут имеется в виду невозможность свести самое понятие целого на отдельные части, невозможность по самому смыслу сводить целое на отдельные части. При наличии этой невозможности, что бы мы ни проделывали с целым, мы никогда не получим дробного и частей, потому что эти категории различны между собою чисто качественно. Целое по самому качеству своему есть нечто иное, чем часть, а не только просто по количеству. Так вот, диалектическое место бесконечности и требует того, чтобы между целым и отдельной частью залегал бесконечный процесс приближения целого к этой части, ибо[157] только в бесконечности можно количественно перейти от целого к отдельным частям. В этом смысле и необходимо утверждать, что бесконечность есть граница между целым и дробным.

b) Не нужно смущаться, что это очень большая граница. Прежде всего, она настолько же большая, насколько и малая, потому что бесконечность может быть и бесконечно большим числом, и бесконечно малым числом. И целое отстоит от своих частей, во-первых, на бесконечно далеком расстоянии, а во-вторых, на бесконечно малом; можно и без конца трудиться над переходом от части к целому – и никогда не дойти до этого целого; и можно в одно мгновение перейти от целого к части или от части к целому, невзирая ни на какие различия между тем и другим. Кроме же того, если бы расстояние между целым и дробным было только бесконечно большим (а еще в то же время и не бесконечно малым), то и в этом случае бесконечность с полным правом можно

157 В рукописи: что.

было бы назвать границей целого и дробного, ибо бесконечность действительно есть та область, которая является пограничной между целым и частями, между целым и дробным.

c) Нуль – граница между положительным и отрицательным; бесконечность – граница между целым и частями. Но если бесконечность есть, как мы видели, вообще развернутый нуль, то и в смысле границы бесконечность есть развернутый нуль. Бесконечность есть развернутая граница, в которой совпадало утверждение и отрицание; потому она – целая область, в которой совпадает утверждение и отрицание. Мы уже знаем, о каком утверждении и о каком отрицании может идти речь в применении к категории бесконечности.

3. a) Если число понимать чисто счетно и количественно, то, очевидно, бесконечность не есть число; и самое соединение слов «бесконечное число» бессмысленно. Дело в том, что бесконечность по самому качеству своему есть нечто иное, чем какое-нибудь количественное число. Всякое число конечно, и самое большое, и самое малое. Бесконечность с этой точки зрения совсем не есть число. Всякое число есть строго координированная раздельность и различенность. Бесконечность неразличима внутри себя самой и, значит, совсем не есть число. Конечные числа изменяются при операциях сложения и вычитания и пр. Бесконечность или совсем не реагирует на эти действия, или реагирует совершенно оригинально, так что обычные арифметические правила оказываются неприменимыми к бесконечности. Об этих действиях с бесконечными числами стоит говорить специально, но сейчас достаточно привести хотя бы один простейший пример, обнаруживающий полную смысловую оригинальность этого понятия.

Уже из элементарных рассуждений о бесконечности хорошо известно, что

$< \infty + A > = < \infty - A > = < \infty >$.

Этот невинный пример доставляет очень много хлопот для логического анализа; и тут нужно двинуть аппарат, не меньший, чем тот, который использован нами выше. Пример этот показывает, что, сколько мы ни будем прибавлять к бесконечности конечных чисел и сколько ни будем их отнимать от нее, она все равно остается без перемен. Это говорит об очень многом. Прежде всего, данный пример прекрасно иллюстрирует наше основное учение о том, что в бесконечности часть и целое равны между собою. Действительно, та бесконечность, которая является одним из слагаемых, есть, по самому смыслу операции сложения, часть той бесконечности, которая в этом примере оказывается суммой. Ведь сумма больше каждого из своих слагаемых. Стало быть, бесконечность и больше самой себя, и меньше самой себя. Эту диалектику волей-неволей обязан признать каждый самый заклятый враг диалектики, потому что тут в конце концов даже не диалектика, а только математика и даже только арифметика. Но в то время как математик при этом только пожимает плечами и совершенно бессилен объяснить происхождение этого нарушения законов «формальной логики[158]» в операциях с

158 В рукописи: физики.

бесконечностью, диалектик способен не только глубоко обосновать это нарушение, но и доказать невозможность никакой иной точки зрения.

c) В предыдущем примере необходимо также иметь в виду, что тут бесконечность есть не просто часть себя самой или целое в отношении себя самого, но еще и всякая часть оказывается в бесконечности равной целому. Именно, если от прибавления к бесконечности какого-нибудь конечного числа А сама бесконечность не меняется, то А, стало быть, есть или нуль, или то, что, окунувшись в бесконечность, расплывается в ней и вполне с ней отождествляется. Нулем А не может быть, если оно действительно А, но расплываться в бесконечности оно, несомненно, может. Для этого надо только мыслить бесконечность как алогическую стихию, в которой меркнет всякое различие. Таким образом, уже тот простой пример показывает, что бесконечность вовсе не мыслится в математике как беспредельное прибавление одной единицы к другой, но что она, даже в простейших и элементарных арифметических выкладках, трактуется как алогическое становление цельности, самотождественной во всех своих мельчайших моментах.

d) Поучителен также и другой пример, заимствованный опять-таки из элементарной арифметики:

$$\frac{\infty}{A}=\infty\cdot A=A\cdot\infty=\infty \quad .$$

В чем идея таких операций, «понятных» как будто бы и без всяких разъяснений, но тем не менее загадочных, несмотря на свою общеупотребительность? Стоит только поглубже вдуматься в эти математические суждения, чтобы уловить все своеобразие понятия бесконечности, ничего не имеющее общего с обычным представлением о ней как о беспредельном переходе в неизвестную даль. С первого взгляда приведенные формулы ничего особенного в себе не содержат, хотя математикам приходится буквально притворяться, что туг все благополучно с точки зрения «формальной логики». Все эти равенства предполагают, что бесконечность есть и часть себя самой, и целое в отношении себя самой. Так, в первом равенстве частное, результат деления, оказывается равным делимому, так что уже и младенцу должно быть понятно, что в бесконечности часть вполне равна целому. То же и в других формулах. Только не надо забывать, что везде в этих равенствах не только бесконечность является частью и целым в отношении себя самой (как это само собой видно и без всякой диалектики), но А, т. е. каждая отдельная часть, [тоже] является и частью, и всем целым (целым – поскольку растворяется в бесконечности и отождествляется с нею).

4. а) Однако можно и в этих равенствах все еще ухитряться выскользнуть из рамок диалектики и понимать бесконечность просто как пустое нагромождение безграничного количества единиц. Эти ухищрения уже совсем невозможны в отношении следующих равенств, и в особенности первого из них:

$$1^{\infty}=A$$
$$A^{\infty}=\infty$$

§ 97. Продолжение.

$$\infty^{\infty}=\infty$$ [159]

b) Первое из этих равенств, где А является любым конечным числом, есть пример на т. н. неопределенные формы, потому что об [А] неизвестно, что это за число (оно может быть любым). Спрашивается: если бесконечность есть непрестанное нагромождение чисел одного над другим, то почему возможно первое равенство? По самому смыслу возведения в степень мы имеем, например,

$$2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2.$$

Следовательно, и единица в бесконечной степени должна была бы равняться

$$1\ 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \ldots$$

причем этих единиц должно было бы быть бесконечное количество. Другими словами, тогда было бы правильно, что

$$1^{\infty}=1 \quad .$$

Но из математики мы знаем, что единица в бесконечной степени равняется не единице, а любому конечному числу. Ясно, стало быть, что тут имеется в виду совсем не то вульгарное представление о бесконечности, которое мы отрицали, а какое-то более сложное. В чем оно заключается?

Если бесконечное помножение единицы на саму себя приводит к какому-нибудь определенному конечному числу, то это может быть только в том случае, если в употребляемой здесь бесконечности обязательно содержатся два принципа – принцип бесконечного растягивания процесса умножения и принцип определенной конечности. Бесконечность мыслится здесь как 1) алогическое становление (алогичность ясна уже из отсутствия предела для количества умножений) и как 2) конечная оформленность этого становления. Стоит исключить хотя бы один из этих моментов, как вышеупомянутое равенство $1^{\infty}=A$ становится совершенно немыслимым. Отнесемся к такому равенству совершенно непредубежденно и попробуем сказать, что оно значит. Всякому ясно, что здесь, во-первых, мы умножаем единицу на единицу бесконечное число раз, а, во-вторых, в результате этого умножения получается увеличение единицы до определенного числа. Результат этот получается не от нашего сознательного намерения, но сам собой, силой одного только бесконечного процесса умножения единицы на самое себя. Значит, бесконечность здесь не есть унылый и монотонный ряд единиц, но некий путь, имеющий свой профиль, свою физиономию, являющийся как бы некоей кривой линией, и именно замкнутой кривой линией. Этот бесконечный путь закругляется в определенную конечную величину, и потому-то и появляется определенное конечное число А. (Заметим, что об определенном конечном числе везде тут надо говорить невзирая на то, что тут перед нами т. н. неопределенная форма, ибо, как известно, дифференциальное исчисление дает весьма простые способы раскрытия этой неопределенности.) Силою самого этого бесконечного процесса умножения единицы на единицу создается какое-нибудь конечное число (напр., 5 или 6), потому что сама бесконечность

159 Здесь и ниже знаки бесконечности и числа е (Непера) расставлены нами.

содержит в себе как бы кривизну, мешающую ей быть простой неведомой нагроможденностью, [о] которой только и можно было бы сказать, что она необозрима, и больше ничего. Не внося этих моментов в понятие бесконечности, я не знаю, как можно было бы понять равенство $1^{\infty}=A$.

c) Любопытно также и сравнение трех анализируемых нами равенств. Они представляют собою яркую градацию: единица в бесконечной степени равна какому-нибудь конечному числу; какое-нибудь (все равно какое) конечное число в бесконечной степени есть бесконечность; и, наконец, сама бесконечность в бесконечной степени тоже есть бесконечность. Когда математика утверждает первое из этих положений, она, очевидно, мыслит бесконечность в пределах конечного числа и обозначает здесь переход от единицы, т. е. от изначальной субстанции числа, к самому числу. Второе из этих положений мыслит бесконечность уже в бесконечных пределах и возводит не через промежуточную бесконечную область, уже не единицу к конечному числу, но конечное число к бесконечному числу. Первое положение ориентирует нас в пределах конечной вещи: мы, наблюдая данную вещь, производим разложение ее на мельчайшие части и возводим голый, внекачественный факт ее существования к реальным ее свойствам и качествам. Второй положение заставляет изучать и анализировать данную конечную вещь не с точки зрения ее составленности из бесконечного количества едва заметных ее протяжений, но с точки зрения перехода от этой конечной вещи к другим вещам, и притом ко всем другим вещам: тут уже сама эта конечная вещь начинает играть роль как бы мельчайшего атома, на котором все же почила смысловая энергия всех вещей, всего бытия; и вот мы ориентированы уже во всей бесконечности, заключивши о ее смысле и форме, о ее качествах и свойствах из наблюдения над конечной вещью. Наконец, третье положение из вышеуказанных ориентирует нас в разных типах бесконечности, а именно во всех типах бесконечности; так как их, этих типов, тоже бесконечное количество, то существует свой особый путь от «бесконечности просто» к бесконечности всех бесконечностей; и этот путь содержит в себе ту же кривизну и является той же замкнутой (и в этом смысле конечной) линией, как и всякая бесконечность.

d) В анализе понятия Неперова числа е мы даем интерпретацию бесконечности, которую необходимо привести и здесь. Именно, упомянутый выше путь бесконечности дает определенную форму этой бесконечности решительно в каждом моменте этого пути. Отсюда можно ставить вопрос не только вообще о «каком-то» конечном числе, которое получается в результате «раскрытия неопределенной формы», но и о самом определенном. Тогда наше выражение $1^{\infty}=A$ превратится в аналогию Неперова числа $\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n}$ и (где n стремится к бесконечности). Другими словами, бесконечность тут мыслится как некий предел, а единица – не как мертвая неподвижность, но как единица становящаяся, разбухающая, растущая. Так мыслить единицу необходимо для того, чтобы иметь возможность в каждое мгновение изучаемого процесса получить определенное значение этой «неопределенной формы». Тогда в особенности становится ощутительным алогический рост единицы до определенного конечного числа, который потом расширяется до перехода от конечного числа в бездны самой бесконечности. Рост от единицы до определенного конечного числа в вышеприведенном равенстве есть рост вещи от «бытия» до реальных «свойств», характеризующих вещь в ее конкретном развитии. Единица есть субстанция, первое числовое полагание и утверждение, бытие вещи. Как диалектика мыслит переход от «бытия» к прочим категориям? Диалектика мыслит все путем ограничения и оформления, т. е. превращения в размеренность и делимость, т. е. путем превращения в дробность и раздельность. «Бытие» также должно получить определенность и форму, т. е. раздельность и дробность; и так как, кроме бытия, вообще ничего нет, то эта раздельность может возникнуть только из взаимоотношения бытия с самим же собою или со своими частями. Отсюда и получается Неперово число

$$e=1+\frac{1}{1}+\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{1\cdot 2\cdot 3}+\frac{1}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4} \text{ и т.д.}$$

Ясно, что, проделавши этот бесконечный путь, мы получим не мертвую, но живую растворимую единицу, не пустое и мертвое бытие, но развернутую и растворимую, раскрывающуюся конечную вещь. Вот что значит [,что] это «бытие» путем бесконечного процесса переходит в «вещь» и единица – в конечное число. Бесконечность здесь приспособлена к тому, чтобы вывести вещь из унылого и пустого, ни с чем не находящегося ни в каком соотношении бытия на свет ярких и цельных форм, из темной глубины и почвы на роскошно цветущую поверхность земли. Бесконечность, являясь здесь пределом алогического процесса, издали руководит этим процессом, диктуя ему определенную закономерность и направление. На любой точке становления можно решить вопрос, как выполнено задание, лежащее в бесконечности, и какую конечную и определенную форму принимает единица в этой точке. Оба основные момента нашего понятия бесконечности – алогический процесс и оформление – непрерывно связаны с этой закономерностью ряда, выражаемого числом Непера и нашим основным равенством $1^{\infty}=A$. (Само собой разумеется, что не только число e, но и любое функциональное понимание этого равенства вполне пригодно для наших целей, лишь бы только при подстановке конечного числа эта функция превращалась в 1^{∞} .)

От «бытия» вещи мы идем здесь к «конкретной» вещи.

5. а) Не мешает также сознательно диалектически относиться и к равенствам с участием нуля и бесконечности. Так, равенства[160]

$$\frac{A}{0}=\infty \quad , \quad \frac{A}{\infty}=0 \quad , \quad 0\cdot\infty=A$$

160 В рукописи: –A.

содержат отнюдь не пустую идею неизвестно чего (как многие понимают все «неопределенные формы»), но вполне четкую идею о диалектике «[всего]» и «ничто», необходимой для конструкции каждой вещи. Понять эти равенства можно, только внося момент процессуальное™ в нуль и бесконечность, когда мы в них находим пределы некоего применения, или, выражаясь более обычным для диалектики языком, когда мы находим тут совмещение становления и ставшего, или алогической текучести и нетекучего смысла этой текучести. Выкинувши эти моменты из бесконечности, мы совершенно перестаем понимать эти равенства; только когда определен-ным образом данная оформленность внутренней текучести бесконечности переходит в инобытие как в алогическое становление, т. е. когда «бесконечность» переходит в «нуль», только тогда мы получаем конкретную конечную вещь, т. е. определенное конечное число. В этом и заключается смысл трех приведенных равенств.

Третье из них есть наилучшая математическая формула всякого диалектического процесса, т. е. формула прежде всего диалектической триады. Тезис есть замкнутая смысловая бесконечность, наполненная внутренними энергиями и готовая излиться вовне, но не могущая это сделать фактически без наличия окружающего фона, или инобытия, куда бы это излияние могло направиться. Нуль есть как раз это инобытие, инобытие не мертвое и пустое, но алогически становящееся, напряженное. Бесконечность– потенциальное все; нуль-категориальное ничто. Обе стихии сливаются в одно, когда бесконечность изливает из себя свою материю[161] в инобытие и там дробится, переходит в «нечто», размеренное и количественное, а нуль, ничто, инобытие, оформляется, осмысляется, наполняется, превращается в «нечто», уже конкретное и реальное, а не просто категориальное, и оба эти «нечто» есть одно и единственное «нечто», одна и единственная конечная, определенная вещь и число. Повторяем, это наилучшее математическое выражение всякой диалектической триады.

b) Столь же выразительной математической формой диалектического процесса является, наконец, и равенство

$$< \ \infty^{\circ} \ >=A.$$

Быть может, с некоторой точки зрения [оно] выражает диалектический триадический процесс даже еще лучше, поскольку возвышение в степень, как это выясняется в специальном анализе этой операции, ставит соответствующие числа (и, стало быть, вещи) в более органическое взаимоотношение, чем простое перемножение. Возвышение в степень [выразительнее] по сравнению с механизмом внешних повторений. И вот, бесконечность, органически растущая с переходом в инобытие, распадается на отдельные вещи и тем их порождает, изводя из своей темной глубины развитую и расчлененную, развернутую систему конкретного бытия. Бесконечность нерасчлени-ма; инобытие же, нуль, есть принцип расчленения, ибо «ничто», объединяясь с «бытием», вносит в него раздельность и превращает в «нечто». В умножении множимое механически переносится, как оно есть, во внешнее инобытие, и множитель показывает, как происходит этот перенос. Когда же число возводится в степень, оно умножается

161 В рукописи: теорию.

само на себя, и, следовательно, в инобытии оно определяется не чем-нибудь иным, но самим же собой. А это есть признак организма – расти из себя самого в инобытийной сфере.

Вот почему последнее из указанных равенств с некоторой точки зрения еще лучше выражает непосредственную жизнь понятия, органически растущего в нарушающем его инобытии из самого себя, преодолевая тьму алогически становящегося инобытия и возводя его вместо замкнутой и скрытой бесконечности в развернутую и конкретную вещь.

6. Можно сказать, что с точки зрения диалектики все вообще в одинаковой мере и конечно, и бесконечно. Конечную величину, несмотря на ее вполне конечные и ограниченные пределы, можно наполнить внутренним алогическим содержанием, которое необходимо явится бесконечностью, потому что между каждыми двумя точками этого внутреннего содержания можно всегда найти еще и третью ввиду его сплошности и текучести.

[a)] Таким образом, нет никакого труда мыслить бесконечность в пределах конечности. Но точно так же необходимо установить, что и всякая бесконечность не может не быть в каком-то смысле конечной, потому что с диалектической точки зрения она всегда есть нечто, а нечто, отличаясь[162] от всего иного, что его окружает, всегда имеет с ним определенную границу и уже по одному этому является ограниченным. Всякая бесконечность так или иначе ограничена. Это, как мы видим, входит в самое существо ее понятия. И уже потом, когда мы получили понятие бесконечности, только тогда можно переходить к инобытию бесконечности, т. е. лишать ее определенности и ограниченности и погружать в чистое становление. Положительное понимание бесконечности (как оформленного становления) предшествует всякому отрицательному ее пониманию. Нужно сначала сконструировать самое понятие бесконечности, а уже потом говорить о ее всевозможных модификациях. А впервые сконструировать понятие бесконечности совершенно нельзя без внесения момента гипостазированного оформления в чистое становление.

b) Отсюда нужно различать по крайней мере три типа бесконечности, связанные между собой диалектически. Первый тип бесконечности есть та основная бесконечность, которую мы вывели в нашем учении о бесконечности и которая есть синтез целого и дробного, когда они, целое и отдельные части, взаимно вполне эквивалентны. Тут целое и часть объединены как оформленно-ставшее алогическое становление, и тут развернуто числовое бытие и числовое (внутреннее) инобытие (алогическое становление), но не развернута сама полученная бесконечность, а пребывает сама по себе, вне всякого взаимоотношения с каким-нибудь новым инобытием.

Второй тип бесконечности переводит первую бесконечность в новое понятие, в алогическое становление, лишает ее формы и границы и есть чистое протекание и подвижность, неуловимо наступающая, безразличная сплошность. Это и есть предмет т. н. математического анализа, т. е. дифференциального и интегрального исчисления. Это категориальная бесконечность.

162 В рукописи: отмечаясь.

Третий тип бесконечности синтезирует оба упомянутые и совмещает оформление и строй первого типа с напряженной текучестью и алогизмом второго типа. Оформление тут становится оформлением бесконечной устремленности, и притом оформлением не скрытым, но выявленным и положенным, а становление и текучий алогизм второго типа [переходит] в смысловую актуальную направленность четкой и конечной формы. Это актуальная бесконечность.

Каждая из этих бесконечностей является предметом специальных математических наук, о которых должна идти речь отдельно.

7. a) Заметим, что, собственно говоря, до сих пор мы еще не вывели категории конечного числа. Мы имели целое число, дробное число и бесконечное число, но мы еще не имели конечное число. Правда, мы говорили о конечности, но именно о конечности, а не о конечном числе, и, собственно говоря, тут была даже и не «конечность», а скорее определенность, четкая-ограниченность, расчлененность. Категория бесконечности в смысле диалектического анализа является категорией более простой и более близкой к началу, чем категория конечного числа. Чтобы получить конечное число в собственном смысле слова, необходимо саму бесконечность погрузить в новое инобытие, с тем чтобы иметь возможность извлечь из безразличной сплошности бесконечного числа отдельные, уже строго изолированные, конечные моменты. Как о свете, которому никак не причастна никакая точка, нельзя говорить как о чем-то конечном (ибо в нем не может быть ни каких-либо внутренних различий, ни отличия его от чего-нибудь, ибо иное было бы уже не светом, т. е. только <…>), так и о бесконечности как таковой не может быть никакой конечной предикации, а возникает всякое конечное число, как мы уже видели на анализе равенства $\infty^0 = A$, лишь в результате того или иного объединения бесконечности с ее собственным инобытием. От этого объединения образуется возможность уже <…> расчленения бесконечности, т. е. возможность появления конечного числа.

b) Конечное число, стало быть, [есть] та или иная форма объединения бесконечности с нулем, или относительное тождество бесконечности с ее собственным инобытием, относительное (т. е. некоторое, то или иное) тождество бесконечности и нуля. Необходимо в этом определении обратить самое серьезное внимание на момент относительного тождества. Относительность указывает здесь на частичность, на неполноту тождества. Бесконечность не прямо отождествляется с нулем, так, чтобы уже появилась совершенно новая категория, но конструируется только лишь степень бесконечности, ее сокращение и убыль в связи с привхождением в нее инобытийных различий. Что же касается абсолютного тождества бесконечности и нуля, то тут действительно рождается совершенно новая диалектическая категория; и о ней должен идти разговор совершенно самостоятельно.

c) Непривхождение внешнего инобытия в бесконечность обусловливает также и характерную для нее эквивалентность части и целого. Эту эквивалентность мы уже вывели раньше как бы сверху, т. е. из более общих предпосылок. Но ее можно обосновать также и «снизу», анализируя отсутствие в бесконечности внешнего <…>, который как раз и вносит в нее это количественное дробление и наличие [отдельных] частей. Раз нет этого начала, разрывающего бесконечность на абсолютно изолированные одна от другой части, то наличная в чистой бесконечности раздельность остается чисто смысловой расчлененностью целого, пребывающей в абсолютном синтезе расчленяемого, без всякого перехода в какую бы то ни было механическую внеположность, которая бы превращала все расчленяемое в (…) и взаимно изолированное. Поэтому сама по себе бесконечность абсолютно <…> ни для какого дробления; и все различия, свойственные ей, нисколько не нарушают ее повсюдной и абсолютной самотождественности. В ней различаются, например, центр и периферия, но они в то же время решительно совпадают, и нет никакой возможности понимать их как внешнераздельные точки. В ней различаются движение и покой, подвижные и покоящиеся точки, но в го же время эти точки целиком и окончательно совпадают, так что в бесконечности все решительно и движется, и покоится в одной и той же степени. И т. д., и т. д. Словом, в бесконечности всякая раздельность не есть разрыв, но полная синтетическая собранность и самотождество, приводящая к абсолютной эквивалентности в ней целого с отдельными частями.

9. Итак, последняя диалектическая формула бесконечности может быть представлена в следующем виде: бесконечность есть тождество внутреннего числового инобытия с его собственным инобытием, взятым во всем предельном напряжении. Или: бесконечность есть внутренний синтез числового инобытия с его всецелым алогическим становлением. Или: бесконечность есть число, в котором целое и часть абсолютно эквивалентны друг другу.

§ 98. Продолжение (о форме бесконечности).

Прежде чем расстаться с анализом категории бесконечности, вполне уместно расширить наше исследование до таких пределов, в которых уже намечались бы и конкретно-физические выводы. Разумеется, в труде, посвященном диалектическим основаниям математики, все эти темы могут быть свободно обойдены. Однако только на этих геометрических и конкретно-физических проблемах становится ясным все чудовищное своеобразие этой категории, столь упорно замалчиваемое и затираемое в обычном и популярном сознании. Как ни говорят математики, что с бесконечностью нельзя оперировать аналогично с конечными величинами, тем не менее, переходя к конкретно-физическим и геометрическим проблемам, мыслители, и большие и малые, забывают это золотое правило теоретической математики и начинают рассуждать так, как будто бы никакого своеобразия в категории бесконечности не было. Попробуем не развивать целиком соответствующее учение, а только всего наметить некоторые приблизительные вехи для будущего анализа этой величайшей проблемы о бесконечности в геометрическом и конкретно-физическом смысле, что не может не превратиться в проблематику формы бесконечности, ибо бесконечность и сама по себе есть прежде всего некая форма и обладает она в обязательном смысле некой определенной формой, которую очень трудно, но необходимо хотя бы предварительно формулировать.

О форме бесконечности

1. Бытие в целом есть или ничто, или нечто. Если оно ничто, то не существует самого понятия бытия, и оно есть только собрание бессмысленных звуков, и ни о чем нельзя сказать, что оно существует. Если же бытие есть нечто, то ему принадлежит какая-нибудь существенная для него качественность, оно есть какая-то единичность, и в этом смысле – неделимость. Абсолютная неделимость есть точка. Следовательно, бытие в целом есть некая точка. Бытие в целом есть или ничто, или точка, точка как точка и точка в своем развитии, развертывании и движении, построяющем новые и новые фигуры бытия. Бытие–одно. Это одно содержится в каждой его точке, и, следовательно, бытие есть цельность. Бытие как точка содержит эту точку в каждом своем моменте, и все эти точки слиты в одну точку. Бытие как точка есть одновременно и одна-единственная точка, и бесконечное количество точек, раздельных одна от другой и слитых одна с другою – одновременно. Точка, находящаяся сразу везде, есть одна и единственная точка.

2. Линия, являющаяся окружностью круга, сильно изогнута, если радиус круга невелик. Если радиус делается больше, то окружность круга получает меньшую кривизну и выпрямляется. Если радиус бесконечно велик, то окружность круга делается прямой линией. Прямая есть круг с бесконечно большим радиусом. Или иначе: прямая и замкнутая кривая в бесконечности есть одно и то же; прямая, продолженная в бесконечность, искривляется в замкнутую кривую и возвращается в исходную точку.

3. Если взять треугольник и его вершину отдалять от основания, то угол при вершине делается все меньше и меньше. Если вершина будет удалена в бесконечность, то угол при вершине обратится в линию. Итак, в бесконечности угол и прямая есть одно и то же. Другими словами, прямая, продолженная в бесконечность, необходимым образом имеет по крайней мере два разных направления. Однако поскольку движение вершины треугольника может начаться с любого расстояния от основания, постольку с прямой может быть отождествлен решительно любой угол. Следовательно, прямая линия, продолженная в бесконечность, имеет бесконечное количество направлений.

4. Шар, имеющий бесконечно большой радиус, очевидно, имеет нулевую кривизну своей периферии, т. е. шар с бесконечно большим радиусом не отличается ничем от обыкновенной прямой линии. Другими словами, прямая линия, продолженная в бесконечность, есть также и шаровое тело, шар.

5. Шар есть или ничто, или нечто. Если шар есть нечто, то он есть нечто в каждой своей точке, ибо в противном случае он распался бы на некоторые или на бесчисленное количество разных тел. Если же шар есть шар в каждой своей точке, то в смысле шаровости ни одна его точка ничем не отличается от другой.

Следовательно, шар в смысле своей шаровости, т. е. шар, взятый как шар, как таковой, как шар в своей сущности, есть не более как точка. Шар, взятый также и с бесконечно большим радиусом, есть тоже только точка.

6. Итак, в бесконечности точка, линия, угол, круг и шар есть одно и то же.

7. Что значит двигаться по бесконечности или в бесконечности?

a) Двигаться по бесконечности от точки A до точки B–значит проходить по прямой A B.

b) Двигаться по бесконечности от A к B–это значит описать замкнутую кривую через точки B и A и вернуться в ту же исходную точку A.

c) Двигаться по бесконечности от A к B–значит сразу же по выходе из точки A пуститься одновременно по разным направлениям, причем эти направления даны решительно во все стороны и, кроме того, этих направлений бесконечное количество. Двигаться по бесконечности вперед от A к B–это значит одновременно и двигаться назад, и двигаться вправо, и двигаться влево, причем между этими четырьмя основными направлениями – бесконечное количество промежуточных направлений. И потому двигаться по бесконечности от A к B–это значит сразу двигаться решительно во всех возможных направлениях, и притом одновременно.

d) Так как в бесконечности прямая и кривая есть одно и то же, то двигаться в бесконечности – значит двигаться не только во всех возможных направлениях, но и по прямым и кривым, одинаково удаляясь от A к B и возвращаясь от B к A.

e) Поскольку всякое удаление от A к B есть одновременно приближение от B к A, постольку тело, двигающееся от A к B, не удаляется от A к B и не приближается от B к A, т. е. оно находится в покое. Двигаться по бесконечности от точки A к точке B–значит пребывать в покое в точке A.

f) Точка есть шар, и шар есть точка. Но двигаться в пределах точки – это значит быть на одном и том же месте, т. е. покоиться, так как точка не имеет измерений. Следовательно, двигаться по бесконечности в шаре (а вместе с тем и по любой линии, прямой или кривой, и в любом направлении) – значит пребывать неподвижным, быть в абсолютном покое.

g) Если тело движется с бесконечной скоростью, оно сразу находится во всех точках бесконечности, т. е. сразу охватывает все места бесконечности, всю бесконечность как таковую. Но бесконечность есть бесконечность потому, что она охватывает все и, кроме нее, ничего не существует. Но если нет ничего, кроме бесконечности (ибо в ней уже все), то нельзя выйти за пределы бесконечности. Поэтому двигаться по бесконечности с бесконечной скоростью – значит охватывать всю бесконечность и никуда не двигаться за ее пределы. Но это значит покоиться. Итак, тело, двигающееся с бесконечной скоростью, пребывает в абсолютном покое и в полной неподвижности.

8. Точка, линия, окружность и шар есть в бесконечности одно и то же. Если точка и линия есть одно и то же, то двигаться по окружности – значит быть в неподвижности, или, что то же, быть сразу во всех точках окружности. Но радиус есть прямая, а прямая есть точка. Следовательно, и двигаться по

радиусу, от центра к периферии, – значит, во-первых, двигаться по некоей новой окружности, которая, как всегда, есть только точка, а, во-вторых, это значит быть в неподвижности, или, что то же, быть сразу во всех точках радиуса. Отсюда следует, что центр бесконечного шара находится сразу и одновременно и в любой точке его любого радиуса, и в любой точке его периферии. В бесконечности центр и любая точка как внутреннего, так и периферического значения есть одно и то же, а граница и конец бесконечности находится в любой ее точке.

9. Реальный материальный мир есть реализация и материализация бесконечности, или реальная и материальная бесконечность. Материя есть материал, из которого состоит реальный мир, и – инобытие, в котором осуществляется бесконечность. Поскольку же здесь совершается переход в инобытие, постольку возможна та или иная форма осуществления бесконечности, то или иное ее напряжение, та или иная ее степень, в то время как сама по себе она есть предельное понятие. Реальный материальный мир есть приближенная величина, относящаяся к бесконечности как к пределу и могущая приближаться к нему с какой угодно точностью.

10. Существует разная степень бесконечности и, следовательно, разная скорость движения, разная степень взаимопроникновения и вездеприсутствия, разная степень совпадения всех геометрических фигур в одной неделимой бесконечности.

a) Мир, данный как бесконечность, двигающийся с бесконечной скоростью, очевидно, не занимает пространства, так как все элементы такого мира находятся один в другом, а пространство есть то, что, наоборот, разделяет один элемент от другого. Но поскольку такой мир все-таки есть нечто, то его структура нематериальна и есть мнимая величина. Назвать такой мир миром не вполне целесообразно. Это нечто над-мирное.

b) Мир, данный как бесконечность с той или иной скоростью движения, уже приобретает ту или иную пространственную объемность. Это прежде всего нулевая объемность, т. е. совокупность тел или состояние тела, когда объем его равен нулю. Это есть свет. Свет есть тело с объемом в нуль, и нулевая объемность существенна для пространственной границы мира. Мир в пространственном смысле кончается там, где объем составляющих его тел равен нулю.

c) Дальнейшее сокращение движения должно привести к расширению объема и уменьшению массы. Чем тело движется медленнее, тем объем его больше, а масса меньше. Сюда относятся только видимые нами тела, имеющие ту или иную скорость движения и ту или иную массу. Логически и физически они суть та или иная степень уплотнения и разрежения света. Доказано, что природа света и природа т. н. материи одна и та же, поскольку в основе «материи» заложена электрическая заряженность, отличная от света только формой и количественной стороной движения.

d) Наконец, тело, скорость которого есть нуль, а объем бесконечно велик, есть пространство, та степень разрежения[163] света, когда он превращается в тьму, и та степень его утончения[164] когда каждый момент бытия является абсолютно внеположным в отношении всякого иного момента. Пространство есть, таким образом, материя, данная в абсолютном распылении и взаиморазорванности, подобно тому как в теплоте и электричестве дана та или иная степень собранности и взаимопроникновения расторгнутых элементов бытия, создающая реальные вещи, а свет есть та степень этой собранности, когда она уже граничит с фиксированием ее смысловой структуры, т. е. когда делается видимой. Чистое пространство и вещи, в нем находящиеся, осязаются, свет видится, а дальнейшие модификации света в сторону большей скорости мыслятся.

11. a) Материальный мир в целом есть нечто. Стало быть, он отличается от всего иного, т. е. того, что не есть он. Но отличаться от чего-нибудь материально – значит иметь материальную границу. Потому материальный мир, если он есть, имеет материальную границу.

b) Граница есть только тогда граница, когда при взгляде на нее прекращается то, что было внутри нее.

Другими словами, если существует граница мира, то это возможно только тогда, когда невозможно материально выйти за ее пределы. Следовательно, граница материального мира, если она реально есть, должна своей собственной структурой обеспечить иевыходимость вещей за ее пределы.

c) Обеспечить невыходимость материальных вещей за пределы материального мира возможно только тогда, когда вещь, стремящаяся выйти за пределы мира, силою самой границы и пространства, к ней прилегающего, изгибает путь своего движения и начинает двигаться по периферии. Следовательно, по крайней мере у границы мира пространство должно быть так искривлено, чтобы силою самого пространства тела или превращались в нулевую объемность, т. е. в световые тела, и двигались по периферии мира, не выходя за его пределы, или начинали двигаться в каком-нибудь ином, например в обратном, направлении.

d) Итак, 1) мир пространственно ограничен, 2) на границе мира объем всякого тела равен нулю, а его скорость и природа равны скорости и природе света, 3) у границы мира пространство имеет кривизну, обусловливающую такую деформацию телу, чтобы оно или получило нулевой объем, или стало двигаться в пределах мира, соответствующим образом искрививши путь своего движения.

12. Пространство и материя не есть раз навсегда данная неподвижная субстанция, но – только форма осуществления вещей, и природа пространства и материи зависит только от природы самой вещи. Однако вещи имеют разное значение и разное смысловое строение; следовательно, и пространство, материя, где существует данная вещь, также имеет разное смысловое строение.

163 В рукописи: разрешения.
164 В рукописи: уточнения.

Пространство, взятое само по себе, сжимаемо и расширяемо, разрежаемо и уплотняемо наподобие газообразного вещества; и нет никакой принципиальной разницы между пространством и материей. Одно есть степень[165] уплотнения или разрежения другого.

13. Вещи, взятые по своему чистому смысловому содержанию, не находятся ни во времени, ни в пространстве; и к ним неприменимы пространственно-временные свойства, так же как они бессмысленны в отношении таблицы умножения. Но реальный мир состоит из вещей пространственных и временных; здесь вещи погружены в поток становления. Потому движутся, собственно говоря, не вещи, но их инобытийная среда, в которую они погружены и которая является нам как пространственно-временное становление и трактуется нами как «материя».

14. Если сосредоточиться на вещах как таковых, т. е. на их смысле, – становление их исчезает. Но если сосредоточиться на их инобытийной среде, то, взявши один из ее моментов, легко проследить, как он изменяется при переходе от одной смысловой области в другую. Если представить себе, что некая жидкость, или газ, или электрический ток, проходит через какую-нибудь среду с разнообразной степенью плотности и принимает разный вид, форму, плотность и напряжение в связи с особенностями и местными отличиями этих разнообразно уплотненных и различно функционирующих областей, то реально изменения[166] будут здесь происходит не с самими этими областями, но именно с гем, что через это проходит, причем качество и направление происходящих тут изменений будут зависеть всецело от природы проходимых областей данной среды. Точно так же и пространство меняется в своей внутренней структуре в зависимости от временных судеб вещи, осуществленной тут пространственно.

15. В любой точке бесконечности совпадают периферия и центр, и любая точка бесконечности движется сразу во всех направлениях с бесконечной скоростью, т. е. покоится. Эта предельная картина структуры бесконечности может с любой точностью и приближением осуществиться в любой точке материального мира. В любой точке материального мира центр может совпасть с периферией, и в любой точке может наступить абсолютное противостояние одного элемента другому. Судьба вещи в пространственном и материальном плане, таким образом, зависит всецело от внутреннего смысла вещи; и любая вещь, осуществляясь во временном становлении, может превратиться и в безмерное, неограниченное пространство, расплыться в нем, и в относительно устойчивую, осязаемую объемность, и в световое, безобъемное тело и, наконец, стать мнимой величиной, причем все это возможно в любой точке пространственного мира.

16. Вопрос о границе и форме мира не есть абсолютная и навсегда данная установка. Каждая область и каждый участок мира имеет свою собственную границу и свою собственную форму. В точке А материального мира этот мир дан, например, как бесконечное, неограниченное пространство, о границах

165 В рукописи: стержень.
166 В рукописи: применения.

которого бессмысленно и спрашивать. В точке В материального мира этот мир дан, например, как шарообразное тело с теми или иными формами кривизну внутришарового пространства. В точке С этот мир может иметь форму конуса или цилиндра, а в точке D этот мир может совсем не иметь никакой формы и никакого объема. Переход от точки А к точкам В, С, D и т. д. возможен, таким образом, только как внутренняя деформация вещи, т. е. в последнем счете как результат изменения ее внутреннего смысла, а самое наличие этих точек А, В, С, D и т. д. есть результат смыслового становления мира, взятого как целое.

17. Перейти от точки А к точкам В, С, D и т. д. можно только во времени. Следовательно, природа вещи и ее внутренняя и внешняя структура есть функция ее изменения во времени, в частности функция движения. Время же вещи в свою очередь есть функция смысла вещи. Для бабочки, живущей один день, этот один день есть вся возможная для нее вечность. Для других существ будет и другая вечность. Время так же сжимаемо и расширяемо, как и пространство. Пространство и время объединяются в движении. Поэтому судьба, форма, граница и структура вещи зависят от ее движения, т. е. от ее абсолютного положения в мире как абсолютном целом. Нет безразличных мест в пространстве, но вещь везде разная – в зависимости от характера места, или, что то же, пространственное место находится во всецелой зависимости от заполняющей его вещи.

18. Пространство, место, время, движение, форма, структура и путь движения вещи есть осуществление ее смысла, равно как и о месте в целом можно высказывать все эти категории, в зависимости только от смысловой судьбы мира в целом. Поэтому пространство и время со всеми их бесконечно разнообразными качествами есть результат внутреннего содержания самих вещей. Вещь, утерявшая свой актуальный смысл и затемнившая свою идею, имеет свое вещественное тело столь же пассивным, раздробленным и темным. Распадение и внутренняя вражда элементов бытия, пребывающих только во внешней механической связанности, вызывают к бытию мертвое и механическое тело бесформенного и темного космоса. Преодоление внутренней вражды различных элементов бытия должно вызывать и органическую связанность тела, живой его организм, почему уже в растительном и животном организме дана уже совсем иная организация материи и пространства, чем в неживой природе. Дальнейшая судьба мира, а стало быть, его форма, граница, тип и скорость движений, будет зависеть всецело от внутренних судеб и смыслового содержания высших представителей самособранного бытия.

19. В настоящее время на очереди не натуралистическое, а социологическое мировоззрение. Представление об основах мира как о материальной, механической вселенной, как о внутренне мертвом, хотя и внешне движущемся механизме, есть идея, созданная не античностью, душа которой – пантеизм, и не Средними веками, утверждавшими в основе мира божество как абсолютную жизнь и людей, но исключительно Новым временем. Это всецело создание капиталистической Европы, обездушившей мир и природу, чтобы перенести всю жизнь, всю глубину и ценность бытия на

отдельного субъекта и тем его возвеличить. Сущность новоевропейской философии заключается в разрыве субъекта от объективного бытия, в переносе всех ценностей объективных глубин на субъекта и в обретении этой могучей, гордой, но одинокой личности, мечущейся по темным и необозримым пространствам опустошенного мира и стремящейся вдаль, вечно вперед, к туманной неизвестности, что[167] только так и мог утвердить себя субъект, потерявший опору в твердом объекте и превративший все устойчивое в сплошное становление и искание. Параллельно этому наука в новой европейской культуре – и большею частью и вся философия – постулируют бесконечную, необъятную, оформленную только внешнемеханически вселенную в основе всех вещей, и в том числе всей истории и всего человечества. Это всецело классовая буржуазная астрономия и космогония, подлинное и оригинальное создание новоевропейского капиталистического духа.

20. Современная мысль уже пережила кризис этого миросозерцания, которое нужно назвать натуралистическим. Она беременеет новым, социологическим мировоззрением, по которому не история совершается в природе, но природа – в истории и не природа раньше и принципиальнее истории, но история есть подлинное и изначальное бытие, а природа есть только момент в истории. Если марксизм критикует всякие натуралистические объяснения и требует объяснения социологического, то или это проводить[168] всерьез и принципиально – тогда не социальные явления надо объяснять природными, а, наоборот, природу и мир объяснить как результат социальной жизни людей, или же, как это делает большинство, на глубине души все-таки верить в то, что внешнематериальный мир есть абсолютная субстанция, не зависящая ни от какого человечества, и что этого человечества когда-то совсем не существовало и, возможно, когда-нибудь оно прекратит свое существование (например, в результате какой-нибудь космической катастрофы), и тогда марксизм падает как последовательная и оригинальная система социологической мысли. Но если человек – первее мира, и социология – первичнее астрономии, и если в основе природы лежит какая-то история, и основа мироздания социальна, а не просто внешне-и мертвофизична, то тогда историзм и социологизм есть действительно универсальные методы.

21. Этот метод не может быть только методом мысли. Если подлинно мир и космос социальны, то мир, космос есть результат социальной жизни мира в целом. А так как социальная жизнь есть прежде всего человеческая жизнь, то состояние мира и природы есть результат самодеятельности человеческой жизни. Марксизм хочет не только изучать и понимать жизнь и природу, но и переделывать ее, а пролетариат прямо заявляет, что он «новый мир построит». В таком случае марксизм должен признать, что материальный мир, его форма, граница, характер и направление всех совершающихся в нем движений есть результат определенного внутреннего состояния социального человека и что

167 Так в рукописи.
168 В рукописи: приводит.

этот социальный человек, т. е. человечество в целом, рано или поздно внутренними жизнями своей смысловой судьбы переделает мир так, как ему захочется. Преодолевать пространство, когда само пространство мыслится в виде количественной и абсолютной субстанции, и рационализировать процессы во времени, когда все слепо верят в бессилие человека перед протеканием самого времени и когда никто не умеет сжать или расширить время, вернуть прошлое и ускорить наступление будущего, – все эти задачи, может быть, велики относительно, как результат процесса неустанно разбирающей человеческой мысли, но они жалки в сравнении с самим принципом пространства и времени и есть не преодоление пространства и времени, но буржуазное раболепство перед ними и смиренное послушание перед их дикой, ничем не оправданной насильственно-механической властью. Мы изменим природу и космос так, как нам будет нужно, а не будем пугаться в них, как ребенок в своей детской. Природа изменится сама и космос получит новую форму своей границы, примет новый лик, в то самое мгновение как только мы сами всерьез переменимся и человечество станет иным.

3. ВНЕШНЕ-ВНУТРЕННЕЕ ИНОБЫТИЕ

§ 99.а) Рациональное число.

1. До сих пор нами рассмотрены две диалектические триады числовых категорий: 1) положительное число, отрицательное число и нуль, 2) целое число, дробное число и бесконечность. Мы знаем теперь взаимную связь категорий как внутри каждой из этих двух триад, так и между ними. Внутри первой триады связь трех категорий осуществляется как внешняя судьба смысловой субстанции (или факта) числа: этот факт сначала утверждается, потом отрицается, потом нейтрализуется. Внутри второй триады связь категорий происходит в сфере внутреннего инобытия числа. Сначала оно утверждается и субстанциально отождествляется с самим числом; потом оно отрицается, переходит в новое становление, рассыпается и, следовательно, дробится; наконец, оно нейтрализуется, отождествляя внутреннюю цельность числа с его дробящимся становлением, и создает структуру упорядоченной бесконечности. Также мы коснулись и взаимной связи обеих триад. Эта связь заметнее всего в первых членах триад. Именно, мы уже указали, что целое есть антитезис положительного числа в том смысле, что оно вместо внешне-объективной положенности числа на стадии положительного числа дает его внутренно-субъективную ут-верждённость и выявленность. Если внутри первой триады движение совершается по пути внешней судьбы числа, то переход от всей первой триады ко второй есть движение вообще от всего внешнего положения числа к его внутреннему содержанию. И это видно на каждой паре соответствующих категорий, и прежде всего на паре первых членов.

§ 99.а) Рациональное число.

Первые члены двух изученных нами триад–положительное число и целое число – яснее всего являются взаимной смысловой антитезой: чтобы перейти от первого ко второму, надо действительно оторваться от внешних движений числа и сосредоточиться на его внутреннем содержании; только тогда мы сможем судить, целое ли число перед нами или дробное; целость – характеристика того, что внутри данной формы, а не вне ее. Несколько менее ясна антиномия второй пары – отрицательного числа и дробного числа. Эта антиномия затемняется тем, что отрицательное число понимают слишком грубо вычислительно и не понимают всей его идеальной мыс-лимости (в сравнении с реальной фактичностью положительного числа). Отрицательное число в той же мере есть антитеза положительного, как и дробное – в отношении целого. Переходя в отрицательное число, положительное становится как бы чем-то ограниченным, наталкивается на какую-то границу; и точно так же целое число, переходя в дробное, превращается в делимую числовую объемность, в ту или иную ограниченность, ведущую к дроблению. Отрицательное и дробное – оба ведут к ограничению и, следовательно, дроблению, но первое устанавливает самое основание этого отрицания и ограничения, т. е. саму отрицательность, а второе идет дальше в развитии этой отрицательности и переходит к ее внутреннему содержанию, к ее внутренно-инобытийному раскрытию, разбивает и расчленяет чистую отрицательность, выявляет ее внутри. Ясно, что дробность есть антитеза отрицательности в общей сфере ограниченности и идеальной значимости числа, данного как смысловая субстанция и вещь. Необходимо также ясно представить себе и последнюю антиномию – нуля и бесконечности. Эта антиномия есть антиномия «всего» и «ничто»; и она настолько очевидна, что едва ли нуждается в дальнейших комментариях.

Сам собой вытекает из всего предыдущего анализа и порядок нашего дальнейшего исследования. Именно, 1) если есть сфера внешнего инобытия числа и сфера внутреннего его инобытия, то диалектика требует, чтобы была и третья сфера, объединяющая обе первые, сфера, где уже нельзя было бы разъединить внешнее от внутреннего и где обе эти категории слились в одну до полной неразличимости. Далее, если [есть] такая новая сфера чисел, то диалектика требует, чтобы и она имела триадическое строение; и, следовательно, необходимо нам найти по крайней мере три типа этих синтетических чисел, сливающих в себе свойства первых двух триад и находящихся во взаимном диалектическом отношении. И наконец, 3) необходимо, чтобы эти три категории числа не только между собою находились в диалектическом взаимоотношении, но чтобы каждая из этих категорий была синтезом для соответствующей пары первых двух триад. Стало быть, если первые три категории обозначить через I.II.III, вторые – через IV.V.VI, а третьи – через VII.VIII.IX, то VII, являясь тезисом третьей триады, должна быть синтезом для I и IV; VIII, являясь антитезисом третьей триады, должна быть синтезом II и V; и IX, являясь синтезом третьей триады, должна быть и синтезом для III и VI. Только при таком всестороннем диалектическом взаимоотношении этих девяти типов числа можно говорить, что эти типы даны у нас действительно диалектически и что они на самом деле суть диалектические категории какого-то одного и единственного числового всеединства.

Наметивши этот порядок дальнейшего исследования, перейдем к характеристике трех остающихся категорий, или типов, числа.

2. Задание мыслить первую из этих категорий совершенно ясно: она должна совместить «положительность» и «целость», или, говоря более отвлеченно, но, кажется, более понятно, – совместить утверждение числа как некоего факта и утверждение числа как некоего внутреннего содержания. Тут должно повториться явление, общее всякому диалектическому переходу от внутреннего к внешнему. Вспомним это обычное в общей диалектике смысловое обстояние. Если совершается переход от внутреннего к внешнему (или обратно) и обретается категория, в которой внутреннее и внешнее тождественны, то прежде всего внешнее оказывается не только явлением внутреннего, но и проявлением внутреннего. Все, что есть внутри данной сферы, оказывается уже и вне этой сферы, на ней, на ее поверхности; а все, что на поверхности, оказывается внутри. Оказывается, что внутреннее содержание числа или вещи может быть извлечено из их недр на внешнюю поверхность путем некоторых планомерных операций и это извлечение дает вполне адекватное соответствие обеих сфер, внутренней и внешней. В применении к числу удобнее и яснее будет, если мы употребим термин «соизмеримость» вместо более отвлеченного и более пустого – «соответствие», или «проявление». Именно, внутреннее содержание числа и его внешняя утвержденность в случае их синтеза оказываются взаимно соизмеримыми. То, что внутри, может здесь измеряться чисто внешними мерами, и это измерение осуществляется вполне точно и адекватно. То, что внутри, можно получить при помощи определенных и четких действий; и то, что вне, есть не что иное, как только так или иначе измеренное внутреннее.

Число, представляющее собою тождество своего внутреннего и внешнего содержания, есть рациональное число. Всмотримся ближе в эту новую категорию.

3. Что в математике мы именуем рациональным числом? В основном понятие рационального сходится здесь почти точно с обычным общефилософским и .даже обыденным пониманием этого термина. Когда мы говорим о «рационализме», о «рациональном доказательстве», о «рациональном обосновании», мы имеем в виду полную взаимную приспособленность и соответствие между «[ratio]», т. е. рассудком (или разумом), и тем, что берется как предмет этого «[ratio]», соответствие между «идеями» и «вещами». Известна формула старого рационализма, коротко выражающая его сущность: «Порядок и связь [вещей]–те же, что порядок и связь идей». С точки зрения подобного учения, «идеи»[169] вполне точно и правильно, вполне адекватно выражают сущность вещей, бытия; внутреннее содержание вещей вполне выразимо в идеях, идеи и вещи абсолютно соизмеримы между собою. В

169 В рукописи: идей.

понятие рационального мы здесь вкладываем, следовательно, прежде всего указание на рассудочную соизмеримость, чисто логическую измеренность бытия. Мыслятся два плана бытия, измеряемый вещественный и измеряющий рассудочный, и требуется, чтобы оба они выражали друг друга, чтобы получалось действительно измерение, и притом абсолютно точное. То же самое понятие рациональности имеется в виду, когда говорят в математике о рациональном числе.

В рациональном числе тоже нет плоскостной точки зрения. Рациональное число не плоскостно, но рельефно, ибо оно обязательно совмещает в себе три слоя – измеряющее, измеряемое и измерение. Рациональное число говорит нам о том, что измеряемое измеряется и что по мере[170] этого процесса измерения получается именно измеренное, вполне адекватно и точно измеренное, нечто, целиком перешедшее в измеренное и отдавшее себя измерению, то, что ничего не утаило из своего содержания от измеряющего и все передало из себя на волю измеряющего. Эти три слоя совершенно неискоренимо присутствуют в рациональном числе, и без них невозможна такая категория.

Внутреннее содержание числа, которое входит в синтез с внешним его фактом для порождения рационального числа, берется на стадии целости. Целость есть то внутреннее, что подлежит выразить внешне, и притом с абсолютной точностью. Но в распоряжении «внешнего» находится на изучаемой стадии только утвержденность, положенность числа; число здесь утверждается, как бы кладется или ставится на некую плоскость, наподобие куска камня или дерева. Из этих положенностей или утвержденностей или, вернее, при помощи их надо получить и выявить все внутреннее содержание числа, т. е. его нераздельную и неделимую целость. Совершенно ясна модификация первых двух категорий, вступающих в этот интимный союз, порождающий сферу рациональных чисел. Положенность и утвержденность числа, давшая нам раньше категорию положительного числа, теперь совсем теряет эту свою функцию, имевшую место в первой триаде в силу господствующей там смысловой ситуации. Эта сплошная утвержденность, призванная здесь выразить внутреннюю сущность числа, перестает быть изолированным фактом, который, противостоя абсолютному числу (т. е. никак не положенному), является тем самым как число положительное. Здесь эта утвержденность функционирует до тех пор, пока она не выразит всего внутреннего содержания; и, следовательно, выходя из состояния изолированного факта числа, она превращается в целую систему фактов, в целую систему утвержденностей, в некий определенный порядок и связь этих утвержденностей. Но положить что-нибудь в числовом смысле – значит утвердить его как некое одно, как единицу. И если изучаемая категория превратилась в целую систему «полаганий», то это значит, что внутреннее, подлежащее внешнему выражению, выражается здесь некоторой суммой операций над[171] единицей. Внутреннее содержание, выступая вовне, полагает

170 В рукописи: в размере.
171 В рукописи: под.

себя как себя определенное число раз и тем самым превращает себя не только в измеряемую величину, но и в нечто соизмеримое в смысле составленности из отдельных полаганий, из отдельных единиц. Рациональное число есть число, адекватно, т. е. абсолютно точно, составленное из единицы, из тех или иных действий с единицей. Таков результат необходимости синтеза с внешней положенностью числа. Внешняя положенность, синтезируясь с внутренним числовым содержанием, требует составленности этого внутреннего содержания из единицы.

Но в синтезе участвует внутренняя сторона числа, и притом, как мы знаем, участвует она на стадии целости. С внешней положенностью числа синтезируется здесь именно целое число. Что это вносит в общее содержание изучаемого синтеза? Этим вносится в результат измерения прежде всего целость как таковая, а кроме того, и целость в ее развернутом виде, т. е. вносится также и наличие частей, но с точной фиксацией зависимости их от целого и, следовательно, наличия целого в каждой отдельной части. Конкретно говоря, вхождение в изучаемый синтез категории целого числа обусловливает собою применение здесь таких арифметических действий, которые приводили бы или просто к целым числам, или к таким дробным, которые состояли бы из целого количества целых же частей числа. Обычно это выражается так, что рациональное число определяют как число, образованное путем четырех арифметических действий и возвышения в степень. Конечно, рациональным числом будет и то, которое получено путем извлечения корня, но только требуется, чтобы этот корень тут действительно извлекался. Общая идея, стало быть, здесь та, чтобы соблюдался именно принцип целости – как вообще (в случае целых чисел), так и в развитом виде, когда образуются целые части и этих частей берется целое же количество (результат деления и извлечения корня). Если внешняя положенность внесла в рациональное число составленность его из единицы, то внутренняя целость, входящая в синтез для порождения рационального числа, вносит сюда определенный метод этого составления из единицы, а именно–те арифметические действия, которые базированы на категории целости. Можно и просто вместе с математиками сказать, что рациональное число есть то, которое составлено из единицы путем сложения, вычитания, умножения, деления и возведения в степень, и только надо понимать, из каких логических предпосылок вытекает самая возможность такой синтетической категории. Предпосылки эти – участие «положительности» и «целости».

4. Аналогия с измерением является основанием для усвоения всей диалектической сущности рационального числа. Если мы соблюдаем ту простую картину, которую представляет собою всякое измерение, и не исказим этого житейски очевидного явления различными теоретическими привнесениями, то это даст нам ключ и к пониманию диалектики рационального числа. Что мы делаем, когда что-нибудь измеряем? Во-первых, мы уже знаем или должны предварительно знать то, чем мы производим измерение. Пусть это будет метр, аршин, верста, но мы должны знать, чем же

мы, собственно, мерим, должны знать принимаемую нами единицу измерения. Затем, во-вторых, если измерение действительно происходит, мы должны эту единицу применить к измеряемому, уложивши ее в этом последнем так, чтобы она, повторенная известное число раз, заполнила все протяжение измеряемого. И наконец, в-третьих, измерение только тогда осуществляется, когда получен ответ, сколько же раз наша единица поместилась в измеряемом. Этот простой факт измерения, стало быть, требует, 1) чтобы было известное число полаганий, 2) чтобы полагания эти исчерпывали внутреннее протяжение измеряемого и 3) чтобы было известно, как именно это исчерпывание[172] происходило. Точно такая же картина, и житейски очевидная, и диалектически синтетическая, предстоит нам и в рациональном числе. Рациональное число – то, которое измерено единицей и которое выявило свое внутреннее содержание (в числе оно всегда прежде всего чисто количественное) в виде ряда действий с этой единицей. Рациональное число – четкая картина той или иной комбинации единицы. И три смысловых слоя – внутренняя целость, внешняя единичная положен-ность и тождество того и другого в виде измеренного числа, в виде соизмеримости его с единицей, – эти три слоя с полной очевидностью и непреложностью входят в самую сущность рационального числа.

5. Отсюда точная диалектическая формула этой категории гласит следующее: рациональное число есть тождество внутреннего и внешнего инобытия числа, когда первое взято на стадии целости, а второе–на стадии положительной утвержденности.

§ 100 b) Иррациональное число.

Усвоивши эту простую структуру рационального числа, нетрудно перейти и к тому типу числа, который доставил немало затруднений для своей формулировки, хотя чисто количественно и счетно он, конечно, понятен так же, как и вообще всякий другой тип числа. Мы имеем в виду иррациональное число. После вышеприведенных рассуждений ему можно предоставить только вполне определенное место в диалектической системе.

1. К раскрытию понятия иррационального числа можно подойти, согласно намеченному выше плану исследования, двояко: во-первых, со стороны категории рационального числа и, во-вторых, со стороны категорий отрицательного и дробного числа. Разумеется, на самом деле это есть один и тот же–диалектический – подход и различие здесь между двумя точками зрения только внешнее, вытекающее просто из необходимости распределять один и тот же материал по разным признакам. Однако эти два подхода, как сказано, вполне уместно различать.

Что такое иррациональное число в сравнении с рациональным? Оно есть его антитезис. И раз это так, то тем самым рисуется уже совершенно специфическая характеристика иррационального числа, поскольку всякий вообще антитезис по одному только тому, что он антитезис, уже есть вполне

172 В рукописи: исчезновение.

специфическая диалектическая структура. Так как антитезис есть инобытие, то иррациональное число есть инобытие рационального, переход его в свою противоположность. Переход же в инобытие может осуществиться только тогда, когда уничтожится основная сущность рационального числа, а именно взаимная соизмеримость внутреннего содержания числа и его внешнего инобытия. В иррациональном числе уничтожена эта соизмеримость, и внутреннее числовое содержание никогда не может здесь целиком выразиться вовне. Все, что мы сказали выше об этом соответствии внутреннего и внешнего, здесь вполне перестает существовать; внешнее бессильно изнемогает в попытках выразить внутреннюю сущность. Внутренняя сущность не может целиком вылиться вовне, и всегда остается тут нечто невыраженное и невыразимое, что бы мы ни предпринимали в целях этого выражения. Ясно, что тем самым ни внутренняя сущность числа, ни его внешнее выражение уже не могут быть теми же самыми, что и в рациональном числе. Что бы ни выражало рациональное число, его внутреннее содержание всегда будет чем-то целым, так как иначе не осуществится сама рациональность, которая является здесь целью. Рациональность есть всегда сведенность начал и концов, законченность, закругленность, обозримость, осязаемая структурность и раздельная полнота. Все это возможно, когда самая сущность выражаемого целостна и, так сказать, способна, в смысловом отношении способна породить из себя целостные и законченные формы. С другой стороны, какими бы средствами ни выражалось рациональное число, оно всегда выражается первыми пятью действиями над единицей, так как иначе здесь исключался бы принцип твердой положенное™ и утвержденное™ рационального числа. Совсем другую картину мы находим в случае с иррациональным числом. Дело в том, что в диалектике каждая смысловая структура получает совершенно разный смысл в зависимости от того, какое место занимает эта структура в общей системе. Нельзя, например, сказать, что внутреннее содержание числа, которое берется в целях внешнего выражения, является в случае рационального числа само по себе целым, а в случае иррационального числа оно, оставаясь само по себе целым, лишается возможности быть выраженным. Так говорить и так понимать диалектику – совершенно неправильно. Целостно внутреннее содержание в рациональном числе не само по себе, но потому, что оно здесь дано в адекватном внешнем выражении (равно как и адекватность выражения здесь дана[173] не сама по себе, а потому, что это есть выражение целого и оформленно-четкого, едино-раздельного). Точно так же–целостным внутреннее числовое содержание никак не может остаться в иррациональном числе, и это только по одному тому, что здесь мыслится невозможность адекватного внешнего выражения. Нельзя тезис и антитезис в диалектической триаде понимать так, что тезис остается сам по себе, а антитезис–сам по себе. В синтезе дано настолько интимное взаимопроникновение того и другого, что оба они получают в его свете совершенно новое содержание и совершенно несводимы на свою старую смысловую сущность. В иррациональном числе внутреннее числовое

173 В рукописи: даже.

содержание никак не может остаться целостным и внешняя числовая выраженность никак не может остаться голым, изолированным полаганием факта. Тем самым [выходит], что иррациональное число занимает новое место в системе, т. е. является не рациональным числом, а его антитезисом, тем самым получается необходимость и для тезиса с антитезисом, из которых образовалось рациональное число как синтез, превратиться в новые категории, противоположные старым в той же мере, в какой иррациональное число противоположно рациональному.

Вот тут-то и выясняется необходимость второго подхода к анализу иррационального числа, т. е. необходимость привлечения категорий отрицания и дробности, являющихся как раз противоположностью старых категорий полагания и целости. Ведь та новая триада, которую мы сейчас анализируем, – рациональное, иррациональное, мнимое–вся целиком есть синтез внутреннего числового и внешневыраженного числового содержания, так что и рациональное есть синтез и тождество внутреннего и внешнего, и иррациональное есть синтез и тождество внутреннего и внешнего, и так же – мнимое. Но рациональное есть тезис этого тождества, иррациональное – антитезис, а мнимое, как увидим дальше, окажется синтезом этого тождества внутреннего и внешнего. И эта разница положения в диалектической системе обусловливает собою и различие тех смысловых предпосылок, из которых вытекают эти три вида синтезов. Когда мы переходим к иррациональности, то сталкиваемся уже не с полаганием и целостью, т. е. не с целостным полаганием, или полаганием целости, но с отрицанием дробного свойства (или с дробным отрицанием бытия). Формулируем же это диалектическое обстояние подробнее.

2. Итак, иррациональное число возникает как синтез отрицания и дробности. С первого взгляда этот синтез имеет весьма странный вид, но это потому, что обе эти категории, «отрицание» и «дробность», обычно понимают слишком арифметично, т. е. слишком счетно и количественно, не учитывая всей полноты их диалектической и просто логической значимости. «Отрицание» только в соединении с простым арифметическим числом получает свою обычную вычислительную значимость; само же по себе оно гораздо шире по смыслу, и этот широкий смысл и надо иметь в виду в наших рассуждениях. Отрицание, как мы видели, есть переход от утверждения в сферу, где этого утверждения нет, но где дано оно только категориально, в становящемся виде; оно тут только стремится быть утверждением, но не может им стать. Оно как бы вот-вот станет утверждением, но никогда не может им стать фактически. Мы уже видели, анализируя категорию отрицательного числа, что отрицание здесь нельзя понимать в абсолютном смысле; оно может стать в каждое мгновение утверждением, и потому оно тут – относительное отрицание[174]. Лучше всего проявляется чистое отрицание в процессе становления. Когда вещь А дана в процессе становления, то каждое мгновение этого становления есть новое и небывалое в сравнении с предыдущим мгновением, оно есть его инобытие, и это иное и новое нарастает каждое мгновение, каждый момент. Поэтому

174 В рукописи: отрицательное.

каждый момент тут есть отрицание другого, предыдущего; и все моменты, вместе взятые, т. е. все становление вещи целиком, в некотором смысле вся вещь целиком, есть сплошное отрицание и каждого отдельного момента, и всей вещи целиком, проходящей через эти моменты. Чистое становление, которое мы потому и называем алогическим становлением, и есть наиболее отчетливая форма диалектического отрицания. Возьмем эту наиболее отчетливую форму отрицания и запомним ее внутреннюю сущность. Нашим тезисом, который войдет в иррациональность, будет именно чистое отрицание, чисто алогическое становление, когда нет никакого и нигде устойчивого состояния и когда все неизменно и сплошно течет, без всяких задержек и без всякой раздельности. Если припомним, то именно такое чистое отрицание, прибавленное к чистому и абсолютному числу, превращало его в отрицательное число.

Теперь посмотрим, что вносит в изучаемый нами иррациональный синтез вторая категория – категория дробности. Дробность тоже нельзя понимать чисто счетно и количественно. Будем все время помнить, что мы занимаемся здесь не математикой, но философией математики и нас интересуют здесь не математические операции сами по себе, но их смысл, их трансцендентальная значимость. Последняя всегда сложнее, необычнее, часто удивляет своим оригинальным характером, в то время как сама-то вещь, значимости которой мы доискиваемся, проста, вполне понятна и даже обыденна. Также и в отношении дробности соблюдем нашу обычную позицию смысловой диалектики и не будем соблазняться банальностью и общепонятностью самого факта, который здесь осмысливается. Дробно то, что имеет какое-нибудь внутреннее содержание, не может быть дробным то, что не имеет ничего внутреннего. Кроме того, это внутреннее должно быть здесь противопоставлено самому себе, т. е. оно само должно перейти в инобытие и получить в связи раздельность. Это мы уже хорошо знаем из анализа категории отрицательного числа. Такая характеристика дробности с безусловной необходимостью входит в иррациональность. Но прежде чем ввести эту дробность непосредственно в категорию иррационального числа, необходимо отчетливо представить себе взаимоотношение «отрицания» и «дробности».

Это взаимоотношение, поскольку дробность представлена у нас как антитезис отрицания, сводится к тому, что дробность есть раскрытие отрицания, выявление его внутренней сущности. Когда мы говорим о чистом[175] отрицании и не вводим в него никаких посторонних моментов, оно является только голым принципом, внут-ренно не раскрытым и утвержденным в своей голой принципиальности. И пока это так, мы имеем только чистое становление, т. е. становление неизвестно чего и неизвестно какое; это становление тут ничем не заполнено, и неизвестно его направление. Но вот оно приходит в свое инобытие. Из голого факта отрицания оно превращается в раздельный, расчлененный факт становления; становление получает внутреннее содержание; в нем возникают точки, уже отличные одна от другой, и определенная связь между этими точками; становление превращается в едино-

175 В рукописи: частом.

раздельную структуру и, следовательно, раскрывается, расцветает. И это-то и значит, что отрицание перешло в дробность. Голое отрицание было только некоей алогической силой; дробность же есть уже результат этой силы; алогическая сила становления пробила собою цельные и устойчивые стены смысла, и это привело к дроблению стен, привело к дробности. Так дробность, будучи антитезой отрицания, раскрывает это отрицание, обнаруживает его внутренний смысл и выстраивает его структуру.

Теперь мы сделаем все, чтобы быть в состоянии формулировать зарождение иррационального числа из недр антиномии отрицания и дробности.

3. Что получится при соединении стихии отрицания и стихии дробления? Отрицание есть в своем чистейшем виде становление, алогическое становление. Оно призвано выражать вовне внутреннюю сущность числа. Не раздельные акты четкого полагания есть метод внешнего выражения (как в случае с рациональным числом), но именно нерасчленимая и безразличная, сплошная тяжесть алогического становления. Стало быть, иррациональное число, куда[176] отрицание должно войти как один из двух необходимых порождающих моментов, во внешнем отношении есть прежде всего нечто становящееся, т. е. нечто, невыразимое никаким раздельным, расчлененным, конечным числом. Иррациональное число есть такое, когда никакие усилия арифметических действий не могут превратить единицу в ту или иную структуру, аналогичную данной иррациональности. Иррациональное число внешне есть всегда алогическое становление, т. е. оно всегда процесс, имеющий целью нечто выразить, но никогда не могущий выразить его адекватно. Иррациональное число поэтому требует бесконечное количество внешних актов счисления, чтобы адекватно выразиться вовне; и так как это количество практически никогда не выполнимо и не достижимо, то иррациональное число никогда и не имеет законченной внешней формы. Оно – всегда процесс, всегда становление, и притом алогическое становление (поскольку для него нет никаких фактически достижимых пределов и границ). Пусть мы имеем иррациональное число $\sqrt{2}$. Сколько бы знаков мы ни получили при извлечении этого корня и с какой бы точностью мы его ни вычисляли, мы никогда не получим точного выражения для этого корня, ибо корень этот не есть четкий, пребывающий в покое числовой факт, но всегда – только процесс и алогическое становление. Вычисливши его с точностью до $\frac{1}{1000000}$ мы получим число 1,414214, каковое, конечно, совсем не выражает заданного корня в точности, почему мы и ставим обычно после всякого такого извлечения корня многоточие, выражая этим идею бесконечного процесса, через который должно быть выражено иррациональное число.

Но и рациональное число есть не только чистое отрицание, или алогическое становление, но оно есть еще и дробность. Дробность переносит центр тяжести на внутреннее содержание числа и дает характеристику того внутреннего в числе, что именно должно быть выражено при помощи

176 В рукописи: когда.

бесконечного алогического процесса. В чем же заключается внутренняя сущность иррациональности, если внешне последняя есть бесконечное алогическое становление?

Эта внутренняя сущность может являться только частично. Другое дело – в случае с рациональным числом. Там внутреннее целиком проявлено во внешнем, и в нем уже не остается ровно ничего, что было бы не проявлено. В иррациональном же числе всегда остается нечто невыявленное и невыраженное, а при ближайшем рассмотрении оно оказывается даже и совсем невыразимым, недостаточным для адекватного выражения. Однако нечто здесь все-таки выражается. И не только нечто здесь выражается, но это выражение может простираться как угодно далеко, и внутренняя сущность числа может быть выражена с любой точностью, хотя и не с абсолютной. Если бы речь шла не о числе, а о какой-нибудь вещи, то невыразимая тайна ее обладала бы предметным характером и говорила бы о каких-то неведомых еще судьбах данной вещи. Но математика оперирует только с числом, и поэтому невыразимое имеет здесь исключительно числовой характер. В математике мы не можем назвать невыразимую стихию числа каким-нибудь собственным именем, ибо этого имени здесь нет. Мы можем здесь только чисто формально сказать, что выражаемое в иррациональном числе не выражает всей его внутренней сущности целиком и что она является здесь только отчасти, только частично, что она должна дробиться, чтобы быть выявленной. Вот почему, математически рассуждая о внутреннем содержании иррационального числа, можно сказать только то, что оно дробно, что оно есть дробность, а не целость и что только так понимаемое внутреннее содержание числа и может находиться в диалектическом синтезе с алогическим становлением. Будем помнить, что иррациональное число, как и рациональное, тоже есть синтез внутреннего и внешнего в числе, но что этот синтез должен говорить о невыразимом и невыража-емом в числе, т. е. о частичном выражении. Это и побуждает диалектика считать дробность тем внутренним, которое внешне выражено как иррациональное число.

4. Эта последняя мысль требует специальной фиксации. В иррациональном синтезе точно так же мы находим тождество внутреннего и внешнего, как и в рациональном. И не в том разница с рациональным числом, что в последнем налично это тождество, а в иррациональном его нет. В иррациональном числе это тождество вполне присутствует с той же силой, что и в рациональном числе. Но тут–совершенно иной тип тождества, оно–другое по своему смыслу, хотя формально-диалектически оно – ровно такое же тождество, что и в рациональном числе. Смысл же этого нового тождества заключается в том, что оно есть инобытие первого тождества, что первое тождество переходит здесь в свою противоположность и тем раскрывает свое внутреннее содержание. Поэтому и диалектические элементы, из которых рождается это новое тождество, иные, чем раньше, а именно противоположные тем; и поэтому нам пришлось говорить именно об отрицании, а не об утверждении и о дробности, а не о целости. Отрицание и дробность слиты

здесь так же крепко и столь же интимно и неразрушимо в синтетическое тождество, как и полагание слито в синтез с целым числом в случае рациональности.

Когда говорится о невыразимости внутреннего, то, во-первых, эта невыразимость не утверждается здесь абсолютно, так что по крайней мере в некоторых отношениях тут необходимо устанавливать полное тождество внутреннего и внешнего. Однако если бы даже невыразимое принималось здесь в абсолютном смысле, то с диалектической точки зрения и в этом случае устанавливалось бы некое тождество между внутренним и внешним, так как только в дуалистической метафизике признается полная разорванность внутреннего и внешнего, что совершенно не выдерживает никакой диалектической критики. Когда мы говорим, что вещь невыразима, то этим самым мы нечто о ней все-таки выражаем; и, значит, она как-то, хотя бы и очень мало, выразима; и о ней нечто, хотя бы и очень незначительное, все же можно сказать. Но раз о вещи можно утвердить хотя бы некое малейшее смысловое качество, то отсюда выводимы решительно все диалектические категории. И поэтому, строго говоря, с диалектической точки зрения не может быть никакой вещи, абсолютно непознаваемой; и, значит, хотя бы в некотором отношении всегда можно установить то или иное тождество между невыразимым и выражаемым в вещи. Итак, внешнее отрицание и внутренняя дробность вполне тождественны в рациональном числе; и это тождество внутреннего и внешнего как раз и показывает здесь, что внутреннее невыразимо целиком и выразимо только частично, а внешнее не есть устойчивая и цельная картина, а только вечно изменчивая и приблизительная величина.

Итак: иррациональное число есть тождество внутреннего и внешнего инобытия числа, когда первое взято на стадии дробности, а второе–на стадии алогически становящейся отрицательности.

Или короче: иррациональное число есть тождество внутренней дробности и внешней алогически становящейся отрицательности.

5. В особенности ясна природа иррациональности, если ее применить геометрически. Возьмем прямоугольный треугольник, у которого оба катета содержат, например, по 1 единице измерения. Если один катет =1 см и другой– тоже 1 см, то, по теореме Пифагора, гипотенуза должна равняться $\sqrt{2}$. Хотя это есть число иррациональное, но тем не менее гипотенуза – нечто вполне реальное; это самая обыкновенная линия, которую можно измерить как угодно точно, и только вся особенность ее в этом отношении заключается в том, что длина ее несоизмерима с длиной катета. Возьмем квадрат и в нем диагональ. Диагональ квадрата, выраженная через сторону, равняется стороне, умноженной на $\sqrt{2}$. Опять тут иррациональная величина вполне реальной геометрической линии. Возьмем квадрат, вписанный в круг. Если считать радиус круга за единицу, то расстояние от центра круга до точки пересечения, например, вертикальной стороны квадрата с горизонтальным диаметром будет равняться $\frac{1}{\sqrt{2}}$ и, таким образом, на одной и той же линии окажется и отрезок, равный

радиусу круга, т. е., по условию, единице, и отрезок, равный $\frac{1}{\sqrt{2}}$. *На одной и той же линии помещаются и рациональные, и иррациональные точки*. Все эти примеры, которых можно приводить сколько угодно, при всей своей элементарной простоте вскрывают весьма глубокое и в сущности весьма таинственное явление – совмещение рациональности и иррациональности на одной и той же прямой линии. Что это значит и как это возможно? Очевидно, иррациональных точек может быть здесь сколько угодно, равно как и рациональных. Расположены те и другие на одной и той же линии одинаково густо, и они в полном смысле перекрывают одни других. Объяснить эту таинственную структуру иррациональной величины можно только на основе вышепроизведенного диалектического исследования.

А именно, это взаимное перекрытие рациональных и иррациональных точек на одной и той же линии показывает прежде всего, что мы имеем здесь дело не с отдельными изолированными полаганиями и утвержденностями, но с алогически отплывающей бездной бесконечного количества становящихся точек. Тут все как бы слито в одном нерасчлененном потоке становящейся линии; и как бы мы его ни измеряли, т. е. какие бы конечные и изолированные единицы меры мы к нему ни применяли, он все равно остается неизмеренным и, стало быть, неизмеримым. Но во-вторых, так же ясно, что эта непрерывная текучесть пронизывается вполне определенными сечениями, отдельными от тех сечений, которые произведены со стороны рационально размеренных количеств. Ясно, таким образом, что есть сама линия, есть ее перекрытие новым слоем, создающим ее алогически становящуюся отрицательность, и есть сечение этой отрицательности – мерами, цельными друг в отношении друга, и мерами, дробными друг в отношении друга. Когда алогическое становление рассекается дробными мерами, то последние в условиях становления превращаются в те или иные дробящиеся структуры. И следовательно, поскольку внешняя алогическая перекрытость линии действует во всем этом диалектическом обстоянии на первом плане, настолько внутренне, изнутри определяющая дробная структура выступает тоже на первый план, внедряясь во внешний алогический поток в виде тех или иных вполне реальных дробящихся структур.

Это и есть иррациональность.

§ 101. Постоянная, переменная, непрерывная и прерывная величина.

1. а) Можно еще продолжить характеристику иррационального числа, пользуясь также одним из приемов общей диалектики. Прием этот заключается в том, что, получивши синтез, вновь начинают рассматривать тезис и антитезис, но уже в свете полученного синтеза; также и самый синтез в свете синтеза получает иную характеристику, детализирующую то, что было выведено раньше. Такой метод есть не что иное, как углубление и детализация полученного синтеза, что можно было бы достигнуть и без этого

педантического приема, а просто путем более подробного раскрытия полученного синтеза. Но педантизма тут нечего бояться, так как порядок и система, вносимые им в хаос математических представлений, никогда не могут быть вредными. Раз есть А и есть В и они тождественны с С, то это возможно только тогда, когда и А, и В, и само С могут быть представлены в свете полученного С и когда станет ясным, что же, собственно, случилось с А и В, когда они вступили в общее тождество и слились до неразличимости в С. Этот прием вносит весьма интересную детализацию изучаемого синтеза: отрицание–дробность – иррациональность; и мы получаем тут ряд очень важных и ходовых понятий математики.

b) Итак, что такое отрицание в свете иррациональности? Так поставленный, вопрос этот звучит не совсем понятно и требует разъяснений. Еще и еще раз вспомним, как диалектика понимает отрицание. Чистое отрицание есть становление, алогическое становление. Когда это становление было отождествлено с абсолютным числом, оно само абсолютизировалось и как бы остановилось, замерло на месте, превратившись в то, что математика называет отрицательным числом; но сейчас мы не связаны абсолютным числом, а берем отрицание само по себе, т. е. берем его как чистое алогическое становление. Во что оно превращается, если мы его станем рассматривать в свете иррациональности? Другими словами, что нужно сделать с чистой отрицательностью алогического становления, чтобы получить из него иррациональность? Собственно говоря, алогическое становление уже само по себе есть нечто иррациональное, хотя еще и не есть иррациональное число. Иррационально оно потому, что оно внутренно нерасчленимо, сплошно, да и само название «алогическое», употребляемое нами все время, есть то же, что и «иррациональное», хотя, повторяем, это еще не значит, что отрицательно данное[177] становление тем самым есть уже иррациональное число. Однако если чистая отрицательность становления есть нечто иррациональное, то вопрос о ней как о данной в свете иррационального может быть только вопросом о том, что делается с отрицанием, если внести в него именно момент числа, момент устойчивой числовой структуры, какую мы нашли в иррациональном числе. Чтобы не [сбиться] с ясного диалектического пути, будем твердо помнить, что это не может быть внесением в отрицательность структуры абсолютного числа, что мы уже имели в случае с отрицательным числом. Когда мы берем чистую отрицательность и объединяем ее с абсолютным числом, мы, как надо помнить, получаем отрицательное число. И сейчас речь не об этом. Мы вносим в чистую отрицательность момент не абсолютного числа, т. е. момент не того числа, о котором нельзя сказать ни того, что оно положительное или отрицательное, ни того, что оно целое или дробное, и т. д. (стало быть, число просто), но как раз – момент иррационального числа. И поэтому в результате должно получиться уже никак не просто отрицательное число, а нечто другое. А так как в отрицательности уже есть иррациональность и мы не уничтожаем ее отождествлением с абсолютным числом, то внесение в нее момента

177 В рукоиси: отрицательно-данное.

иррационального числа есть не что иное, как внесение момента числа, но без остановки становления, являющегося сущностью отрицания, а, наоборот, с сохранением этого становления, поскольку без него немыслимо вносимое сюда иррациональное число.

Но что же получается? Надо внести устойчивую числовую структуру в стихию чистого становления. Прежде чем к этому приступить, сделаем еще одно предварительное замечание или, вернее, напоминание. Иррациональное число трехсоставно: в нем есть измеряемое, измеряющее и само измерение. То же и в рациональном числе. В рациональном, иррациональном и мнимом числе есть внутреннее содержание, внешнее инобытие и тождество того и другого в едином выразительном лике. Следовательно, внося в чистую отрицательность и в становление момент устойчивой числовой структуры, как она входит в иррациональное число, мы вносим сюда и антитезу внутреннего и внешнего, даваемую с точки зрения того или иного определенного их взаимоотношения. Значит, получится становящееся число, являющее в процессе своего становления определенное взаимоотношение своего внутреннего и внешнего содержания. Вот к какому результату мы приходим, если начнем рассматривать чистую отрицательность действительно в свете иррационального синтеза.

2. Теперь мы можем перейти и к терминологической фиксации изучаемой диалектической позиции. Число, рассмотренное с точки зрения [тождества] внутреннего и внешнего в условиях чистого становления, есть переменная величина. Эта категория переменной величины, как она ни проста сама по себе, требует диалектического разъяснения, потому что эта простота есть простота только вычислительная, а не диалектическая. Диалектически же формулировать эту категорию не так уж просто. Сущность переменной величины, как она употребляется в математике, сводится также к трехсоставной структуре, поскольку самая категория ее возникает на почве внесения сюда момента иррационального числа. Эта трехсоставность выявлена здесь в том смысле, что 1) переменная величина в основе своей содержит некую внутреннюю числовую структуру, что 2) эта структура может принимать те или иные числовые значения, являющиеся по сравнению с нею самою внешним ее выражением, и, наконец, 3) что эта структура не только может принимать разные числовые значения, но и фактически принимает их и в действительности, таким образом, совершенна и не остается неизменяемой. Ни один из этих моментов не может быть исключен из понятия переменной величины, но они возникают лишь на почве сравнения чистого становления с синтетической внутренно-внешней структурой; когда мы говорим, что радиус в круге есть величина постоянная для данного круга, то это постоянство возможно только как результат сравнения численного, т. е. внешнего, значения радиуса с самим радиусом, понимаемым как некая внутренняя значимость. И когда мы говорим, что расстояние от центра тяжести качающегося маятника до точки его равновесия есть величина переменная в процессе качания, то и тут самое суждение об этой переменной величине возникает только в результате сравнения величин этого расстояния с самим расстоянием, взятым в наибольших размерах. Везде тут эти три слоя –

внутренний, внешний и возникающее из их сравнения тождество – имеются в элементарно очевидном и непререкаемом виде.

3. Но и само понятие переменной величины все еще настолько обще, что вполне возможна и необходима также и дальнейшая детализация. Прежде всего само собой понятно, что раз есть переменная величина, то должна быть и постоянная величина. Постоянную величину иногда и определяют в математике как переменную, приращение которой равно нулю; постоянная величина есть, таким образом, вид переменной величины. И нет нужды распространяться в трехсоставности категории постоянной величины, потому что если отношение окружности к диаметру во всех кругах одинаково и есть величина постоянная, то утверждать это можно, естественно, только когда 1) есть в уме само это отношение, 2) есть отвлеченная мысль о возможности этому отношению меняться в связи с размерами круга и 3) есть полная фактическая невозможность для этого отношения быть изменчивым. Это элементарно очевидно. Очевидно также и то, что постоянная и переменная величины находятся между собою в состоянии взаимной противоположности, что если одну из этих категорий принять как тезис, то другая будет обязательно антитезисом. Будем считать постоянную величину тезисом той общей сферы становящейся отрицательности, которая рассматривается нами в свете иррационального числа. Тезис всегда ведь есть только потенция антитезиса и как бы сам антитезис, но в нулевой форме. И естественно постоянную величину принять как тезис и переменную как антитезис, хотя в порядке нашего исследования и ради определенных целей понятности мы пришли сначала к переменной величине и хотя ровно с тем же правом можно было бы переменную величину считать тезисом, а антитезисом – постоянную. Интереснее другое. Интереснее вопрос, что же получится из соединения постоянной и переменной величин в один единый диалектический синтез. Интереснее то, какая новая категория возникает, если мы зададимся целью дать внутренно-внешнее тождество алогически становящегося числа, являющегося сразу и постоянной, и переменной величиной. Перейдем к этому.

4. Тут возникает одно из фундаментальных понятий всей математики, и в особенности математического анализа; и здесь мы должны соблюсти сугубую осторожность, субтильность диалектического исследования. Именно, здесь рождается категория непрерывности, непрерывной величины.

а) Что непрерывная величина есть вид переменной величины, это ясно само собой. Непрерывно то, что меняется или что может меняться. Перемена логически предшествует непрерывности, ибо перемена может быть и непрерывной, и прерывной. Но должно быть столь же ясным и то, что непрерывность есть также вид постоянства. Чтобы быть непрерывным, надо, во-первых, меняться. Но поскольку не всякое изменение непрерывно, необходимо еще дополнительное условие. Необходимо, чтобы вещь не только переходила от точки А к точке В, но чтобы этот переход не приводил вещь к разрыву, т. е. чтобы точка А в то же время не отрывалась от точки В. Как это ни странно с иной точки зрения, но непрерывность – только там, где действительно нет ни малейшего перерыва между отдельными моментами изменения вещи. Иначе для чего и употреблять такой термин? Однако отсутствие перерыва между отдельными моментами изменения есть в конце концов какое-то отсутствие различия между ними. Они различны так, что в то же время остаются вполне тождественными между собою, как и тождественны они – в меру своего различия. Но величина, которая меняется так, что между отдельными моментами ее изменения нет ровно никакой разницы, уже не есть величина переменная. Это, наоборот, величина вполне постоянная. И таким образом, постоянство и изменение должны в одинаковой мере войти в непрерывность, которая и есть такое изменение, что изменяющееся остается постоянным, и такое постоянство, что постоянное пребывает в измененном. Непрерывность без изменения есть только абстрактное и неподвижное тождество разных теоретически установленных смысловых моментов; в ней нет никакого движения, так что неизвестно, как же происходит переход от одного момента к другому в случае, именуемом как непрерывное движение. Непрерывность без постоянства есть чисто алогическая стихия, в которой становится неизвестно что и в которой нет никакого расчленения, так что неизвестно, что же именно непрерывно. В обоих случаях непрерывность вполне перестает быть непрерывностью и становится прерывностью. Итак, непрерывность есть безусловное тождество постоянства и изменения.

b) Мало этого. Можно ли непрерывность назвать только безусловным тождеством постоянства и изменчивости? Такое определение и наименование было бы совершенно правильным, если бы всегда отдавался точный отчет в употреблении терминов «постоянство» и «изменчивость». Обычно не обращают внимание на то, что оба эти понятия указывают не на плоскостную, но рельефную, а именно трехсоставную, структуру. Постоянным и переменным может быть только то, в чем есть противоположность внутреннего и внешнего и в чем эта противоположность определенным образом уравновешена. Как мы уже видели, переменно то, что, во-первых, есть нечто само по себе, – скажем, число, – а во-вторых, принимает разные внешние значения, – скажем, количественные размеры. Тогда, зная, что эти значения здесь наличны фактически или потенциально, мы именуем данную величину переменной. Раз переменная и постоянная величины вошли в непрерывную величину, то тем самым в последнюю вошла и уравновешенная антитеза внутреннего и внешнего. Непрерывно то, в чем внутреннее и внешнее так совпали в единое нерушимое тождество, что уже нельзя сказать об этом тождестве, постоянно ли оно или переменно, и необходимо говорить, что оно в одинаковой мере и постоянно, и переменно.

Что было бы, если бы имелось только одно тождество постоянства и изменчивости, и в это тождество не вносилась бы антитеза внутреннего и внешнего, и понятия постоянства и изменчивости обладали бы чисто плоскостным характером, не указывая ни на что внутреннее и внешнее? В этом случае мы имели [бы] голое и пустое становление, которое хотя и мыслится вначале как непрерывное, но не есть сама непрерывность, ибо может быть и прерывным. Становление плоскостно, поскольку в нем совершенно не ставится вопроса о характере становления. Оно, взятое само по себе, не структурно, ибо оно – лишь первый результат синтеза бытия и небытия; и та реальность, которая ему свойственна (а реальность тут не может не быть, поскольку тут тоже налична трехсоставность бытия, небытия и самого становления), совсем не та, которая давала бы структуру уже готовому становлению. Становление, взятое без антитезы внутреннего и внешнего, есть только принцип, в то время как непрерывность есть уже приложение этого принципа. Становление не структурно как становление; непрерывность же есть определенное структурное оформление самого становления. В становлении поставлен вопрос: перешло ли бытие в небытие или нет? И разрешен положительно: да, бытие здесь перешло в небытие и синтезировалось с ним. Совсем другой вопрос стоит в сфере непрерывности. Если бы здесь стоял такой вопрос, то в сфере непрерывности шла бы речь о том, стоит ли на месте данная вещь или развивается. Но разве этим мы интересуемся, когда говорим о непрерывности? Тут вовсе дело не в том, движется ли данная вещь или покоится. Этого очень мало для понятия непрерывности. Дело здесь в том, что вещь уже пребывает в становлении, что становление здесь уже сформировано и не прекращается ни при каких условиях, и только говорится о том, какое же именно тут становление, какова структура этого становления. Именно, в сфере непрерывности ставится такой вопрос: если мы будем придавать становящейся величине то или иное значение, то будет ли эта становящаяся величина функционировать по-старому или нет? Становление уже налично, уже действует, и спрашивается: всегда ли одинаково оно будет действовать, если оно будет действовать в том или ином направлении, или же это направление действия оказывает влияние на самое действие? И когда имеется в виду непрерывность, ответ гласит: никакое направление становления, т. е. никакое оформление его в количественные отношения, не действует на становление как на становление, и последнее остается самим собою в течение всего своего протекания через разные количественные значения. Тут ясно происхождение антитезы внутреннего и внешнего. Как в переменной величине наличны, во-первых, сама числовая структура, а во-вторых, ее количественные значения, так в непрерывной величине наличны, во-первых, становящаяся числовая структура, а во-вторых, те или иные ее количественные значения. Как в случае с переменной величиной мы устанавливаем подвижность ее количественных значений при неподвижности внутреннего остова, носителя этих значений (например, в формуле пути S падающего в пустоте тела в зависимости от времени t, $S=\frac{1}{2}\cdot g_0 t^2$ где g_0 = 981 см/сек., мы имеем переменные величины S и t при неподвижности самой формулы для g_0) так и в случае с непрерывной величиной мы устанавливаем непрерывность ее количественных значений при неподвижности и прерывности внутреннего остова, носящего на себе эти непрерывно становящиеся значения, т. е. при неподвижности самого принципа становления, в которое погружена данная величина. Упомянутая формула для пути падающего тела – и в случае толкования величин как переменных, и в случае толкования их как непрерывных – одинаково предполагает один основной и первоначальный факт, а именно, что тело падает. И только этот общий для обоих случаев и внутренний для своей внешней значимости факт по-разному проявлен вовне. Когда мы говорим о непрерывной величине, то точки применения к ней той или иной количественной значимости настолько близки одна другой, что они уже готовы слиться и фактически сливаются. В этом и заключается вся особенность непрерывности, а противоположность (уравновешенная) внутреннего и внешнего равно в той же мере свойственна непрерывной величине, как и просто переменной.

5. Если мы вспомним те рассуждения, которые обычно сопровождают в математике тему о непрерывных величинах и функциях, то легко убедиться, что эти рассуждения возможны только на основе развитого здесь диалектического учения.

Элементарное определение непрерывной величины сводится в математике к тому, что разница между двумя значениями данной величины может стать меньше любой заданной величины. Если данная величина именно такова, что к любой точке ее становления применимо условие исчезающе малого расстояния ее от соседней точки, то эта величина – непрерывна.

Уже тут выясняется необходимость вводить в понятие непрерывности как тождество постоянного и переменного, так и тождество внутреннего и внешнего. Первое тождество образует собою всю стихию алогического становления, без которого не могло бы происходить движение, но [с] исчезающе малым расстоянием; второе же тождество обусловливает собою антитезу самой величины с теми или другими ее отдельными значениями.

Далее, хотя мы еще не раскрыли понятия функции, все же можно, базируясь не на диалектическом, а пока на чисто математическом ее понимании, привлечь сюда и обычное определение непрерывной функции. Как известно, функция называется непрерывной в данной точке тогда, если ее значение в данной точке может быть с какой угодно точностью выражено через всякое другое ее же значение при условии достаточной близости аргументов к этой точке, другими словами, для непрерывности функции <f(x)> необходимо и достаточно, чтобы если есть какое угодно малое положительное число ε, то всегда существует тоже другое число [δ], в силу которого для всех точек, где *</x–a/<δ>* , существует также неравенство

</f(x) – f(a)/<ε> ·

Иначе:

$$< \lim_{x \to a} f(x) = f(a) = b > .$$

В точке [b] функция указывается тем пределом, к которому стремятся значения любого ряда чисел, стремящихся к пределу. Если <*f*(*x*)> стремится к [*b*] как к своему пределу, то этот предел равен как раз значению функции от [*x*], когда [x] станет равным [a]. Это определение непрерывной функции обязательно предполагает, что 1) уже есть становление двух величин, т. е. тождество постоянства и изменчивости, становление функционально связанных между собою величин, что 2) это становление облекается в новую форму, принимая те или иные значения, откуда антитеза внутреннего и внешнего, и, наконец, что 3) эта новая форма развивается так же последовательно, как и само становление, теоретически взятое. Иначе говоря, в непрерывной функции точно так же, как и вообще в непрерывной величине, чистый алогизм и не-расчлененное становление объединяются с антитезой внутреннего (основная структура) и внешнего (отдельные количественные значения) содержания.

Говоря о том, как определяется непрерывность в математике, стоит привлечь рассуждение Дедекинда о сечениях в области вещественных чисел, с которым мы уже столкнулись выше, в [§ 60.7]. Аксиома непрерывности вещественных чисел гласит, как мы помним, следующее. Пусть мы имеем две области вещественных чисел А и 5, о которых известно, что каждое вещественное число принадлежит или к А, или к В и что всякое число а из А меньше всякого числа b из В. Называя эту границу, делящую область всех вещественных чисел, разделом или сечением, получаем следующую аксиому непрерывности вещественных чисел: **сечение Дедекинда в области вещественных чисел определяет всегда одно, и только одно, вещественное число [с] так, что всякое [а < с], всякое [b > с]**. Сразу как будто бы не видно тождество этой аксиомы непрерывности с развитым у нас учением о непрерывности. Но отдадим себе отчет в том, что значит эта аксиома. Тут имеется в виду та самая диалектика границы, которая развивается в общей диалектике. В общей диалектике доказывается, что 1) граница есть часть ограниченного и что 2) граница в то же время есть часть ограничивающего, т. е. что граница отличается от ограниченного и ограничивающего и граница тождественна с тем и другим. Это обеспечивает для границы и способность ее отделять одну область от другой, и в то же время незанимаемость ею никакого специального места, которое бы имело хоть какие-нибудь размеры. Такую границу, или сечение, можно провести в любом месте общей сферы вещественных чисел, и во всяком таком месте все числа, примыкающие с одной стороны, подходят к этой границе настолько близко, что вполне сливаются с нею, равно как и все числа, примыкающие с другой стороны, тоже подходят к ней настолько близко, что вполне сливаются с нею. Это строение сферы вещественных чисел и называется непрерывностью. Существует только одна и единственная точка, разделяющая обе сферы чисел. И если бы общая сфера вещественных чисел была бы прерывна, то граница, отделяющая здесь одну область от другой, отнюдь не везде была бы равна точке. В местах разрыва эта граница имела бы то или иное протяжение, которое измерялось бы уже линейными мерами, а не оставалось бы просто точкой, не имеющей ни одного измерения.

Теперь спросим себя: можно ли утверждать существование раздела Дедекинда и, стало быть, можно ли утверждать непрерывность вещественных чисел, если мы не будем знать ничего о количественном значении чисел a и b, входящих в ту или иную область чисел A и ΒΊ Совершенно понятно [178], что общая линия, символизирующая нарастание вещественных чисел при передвижении слева направо, должна быть здесь еще раз перекрыта новым слоем исчисления, который бы показал, что реальные количественные значения отдельных ее точек могут приближаться друг к другу как угодно близко, вплоть до полного слияния. Стало быть, оба основные момента, входящие в понятие непрерывности, здесь налицо – алогическое становление и определенным образом уравновешенная противоположность внутреннего и внешнего.

То же самое необходимо сказать и о той теореме, т. н. теореме включения, которая является прямым выводом из аксиомы непрерывности. Пусть нам даны интервалы прямой так, что они оказываются вложенными один в другой, причем длины этих интервалов уменьшаются как угодно много и становятся меньше всякой любой заданной величины. В таком случае и возникает теорема включения: существует всегда одна, и только одна, точка, которая принадлежит всем интервалам одного включения. Интервалы включения стремятся к этой точке. Здесь еще виднее то перекрытие, которому подвергается данная линия, когда мы укладываем на ней все меньшие и меньшие интервалы. Из этого перекрытия ясно и само доказательство этой теоремы. Доказательство это заключается в том, что если бы было две таких точки включения, а не одна, то длина всех интервалов не могла бы быть меньше расстояния между этими точками или в крайнем случае равнялась бы ему, а мы условились, что длина интервала может стать меньше любой заданной величины. Все время, значит, идет разговор, во-первых, об определенной линии, а во-вторых, о ее новом перекрытии, и, в-третьих, устанавливается определенное отношение между тем и другим. Первое, конечно, есть внутренний остов для второго, являющегося чем-то внешним и, отвлеченно рассуждая, даже необязательным; третье же есть специальное тождество первого и второго. Все три момента разыгрываются, кроме того, всецело в сфере чисто алогического становления (в данном случае бесконечно дробящихся интервалов).

6. Три категории – постоянная величина, переменная величина и непрерывная величина – освещены нами достаточно для наших целей. Все они определены как синтетическое тождество внутреннего числового содержания и его внешнего фактического осуществления, в чем их полная аналогия с иррациональным числом. И все они являются не чем иным, как стихией алогически становящейся отрицательности, рассмотренной в свете иррационального числа, или – иррациональным числом, рассмотренным в свете алогически становящейся отрицательности. Наметили мы и между этими тремя категориями определенное взаимоотношение. Они связаны между собою как

178 В рукописи: не понятно.

диалектическая триада, в которой постоянная величина, являясь тезисом, полагает собою упомянутое тождество как «неподвижное», т. е. как различно-самотождественное бытие, переменная же, являясь антитезисом, дает это тождество как подвижное инобытие, точнее, как устойчиво подвижное инобытие; и наконец, непрерывная величина, являясь синтезом бытия и инобытия в некоем новом становлении, утверждает общую определенную единичность внутренней дробности и внешней отрицательности как синтез постоянного и переменного. В точных диалектических формулировках эти три категории имеют следующий вид. Общей сферой для них является алогически становящаяся отрицательность, рассмотренная как иррациональное число, т. е. как тождество внутренней дробности и внешнего алогического становления, или, наоборот, – это самое тождество, рассмотренное как алогически становящаяся отрицательность. Отсюда и – наши формулы.

Величина [постоянная] есть тождество внутренней дробности и внешней алогически становящейся отрицательности, данное как алогически становящаяся отрицательность– в своем (неподвижном) самотождественном различии.

Величина [переменная] есть тождество внутренней дробности и внешней алогически становящейся отрицательности, данное как алогически становящаяся отрицательность в своем (подвижном покое].

Величина [непрерывная) есть тождество внутренней дробности и внешней алогической отрицательности, данное как новое алогическое [становление]. Или: непрерывная величина есть тождество внутренней дробности и внешней алогической отрицательности, данное как синтез постоянной и переменной величин.

Короче: **постоянная величина есть иррациональность в своем самотождественном различии, переменная–иррациональность в своем подвижном инобытии; непрерывная величина – иррациональность как становящийся синтез** (или определенная единичность) **постоянной и переменной величин.**

Все эти определения и введенные для них термины надо понимать исключительно так, как это было разъяснено в предыдущем анализе. Всякое малейшее отклонение от принятого выше понимания терминов способно превратить все эти формулы в полную бессмыслицу. Так, нельзя «отрицательность», «отрицание» понимать чисто арифметически или алгебраически. Отрицание здесь есть диалектическое инобытие утверждения, а не просто действие, которое в математике обозначается знаком минуса. Для подчеркивания этого обстоятельства в формулу введены слова «алогическое» и «становящееся», хотя, строго говоря, достаточно было бы употреблять только один из этих терминов. Нечего, далее, удивляться, например, тому, что момент «дробности» введен в определение постоянной величины. Постоянство как противоположность изменчивости содержит в себе последнюю на стадии нуля, т. е. потенциально. А всякая изменчивость возможна только там, где имеется частичная проявленность, т. е. некое дробящееся и, следовательное, дробное основание. Так же и «бытие» нужно понимать в этих формулах так, как мы понимаем эту категорию в общей диалектике: бытие здесь – твердо полагаемое нечто, устойчивое или, вернее, пока еще не перешедшее от чистой положенности ни в какие иные качественные обстояния. Это именно и закрепляет алогическое становление на одной точке и превращает его длительную стихию в неподвижную значимость постоянного количества. И т. д. и т. д. Разъяснять эти термины во второй раз не стоит. Нужно только напомнить, что эти термины взяты в строго определенном и специфическом значении. А даже если лучше было бы употребить какие-нибудь другие термины, то от этого существо дела не изменилось бы. Важна в конце концов не словесная оболочка термина, а его внутренняя смысловая значимость.

7. Три изученные категории возникли как рассмотрение в свете цельной иррациональности – первого момента, входящего в иррациональное число, а именно в свете отрицания. Но мы знаем, что иррациональность есть синтез внешнего отрицания и внутренней дробности. Последняя также может быть рассмотрена в свете иррациональности. И что же получится из этого? Надо, стало быть, взять дробное число, но – погрузить его в стихию иррационально становящегося тождества постоянства и изменчивости. Когда мы сделали вывод трех указанных категорий, мы погружали иррациональность в чистое становление; алогически становящаяся отрицательность застигала там чистую иррациональность и превращала ее в непрерывно текучую форму становления, т. е. в непрерывность. Теперь, наоборот, выступает не внешнее алогическое становление на первый план, но внутренняя дробность, и она является здесь главным предметом внимания. Но в иррациональности главное – это определенным образом данное тождество внутреннего и внешнего. При выводе трех разнообразных категорий это тождество внутреннего и внешнего дано внешними и притом алогически становящимися средствами. Теперь же мы должны дать это тождество внутреннего и внешнего внутренними и притом дробно осмысленными средствами. В первом случае все отдельные моменты текучей иррациональности сливаются в одну непрерывную массу, во втором же случае те или иные (а может быть, и все) моменты текучей иррациональности разрываются ввиду привхождения дробящей силы внутреннего числового содержания. В первом случае мы, придавая те или иные количественные значения данной величине, убеждаемся, что любая точка становления этой величины способна подвергнуться той или иной количественной значимости без риска прервать равномерное протекание самой величины в смысле возрастания или убывания. Мы сравниваем тут возрастание или убывание величины с самой величиной и убеждаемся, что величина продолжает везде действовать так же, как и раньше. Иная картина – в новом случае, когда привходит внутренняя дробность. Тут тоже продолжается непрерывное протекание величины в том или ином направлении. Но тут, начиная сравнивать эти нарастающие значения величины с самой величиной, мы находим, что отнюдь не всегда и не везде эти значения обладают способностью соответствовать равномерному действию самой величины. Сама величина, т. е.

ее внутреннее содержание, дробна; и потому надо, чтобы эта дробность как-нибудь отразилась на непрерывном протекании величины. Должна получиться дробная, т. е. частичная, непрерывность, а не та полная, которой раньше соответствовала в качестве внутреннего числового содержания целость. Но что такое частичная непрерывность? Частичная непрерывность есть прерывность. В прерывной величине мы и находим такую иррациональность, которая дана как внутренняя дробность числового содержания.

В прерывной величине, как и в непрерывной, имеется обычная антитеза внутреннего и внешнего, синтезированная как рациональное и как иррациональное число. Но когда эта антитеза залита внешне-становящимся материалом, тогда в ней не проявляется никакое начало, которое бы вносило ту или иную раздельность или расчлененность в образующийся общий непрерывный поток становления величины. Когда же начинает выступать дробность вместо алогического протекания, непрерывность начинает внутренне различаться и разделяться и – переходит в свою противоположность, в величину прерывную.

Таким образом, **прерывная величина есть тождество внутренней дробности и внешней алогически становящейся отрицательности, данная как внутренняя дробность.** Или короче: **прерывная величина есть иррациональность, данная как внутренняя дробность.**

Можно и здесь расчленить понятие на три последовательных диалектических этапа, отграничивая непрерывность сначала извне и тем полагая для нее прерывные границы, потом – внося дробление вовнутрь непрерывности и тем полагая различные границы внутри нее самой и, наконец, – давая чистое и общее понятие дробной непрерывности, или прерывности вообще. В первом случае мы получим непрерывность в определенных пределах, т. е. между определенными точками; во втором – непрерывность в одной точке и в третьем, наконец, – прерывную величину в общем и собственном смысле слова.

Кажется, примеры прерывной величины для демонстрации вышеизложенного понятия прерывности излишни. Но все-таки возьмем какую-нибудь прерывную функцию и отметим на ней указанные нами моменты этой категории. Пусть имеется функция $tg\ \alpha$; при возрастании а от 0° до 90° тангенс возрастает от 0 до $+\infty$. При дальнейшем[179] увеличении а от 90 до 180° тангенс изменяется от $-\infty$ до 0. В моменте, когда угол равняется 90°, происходит разрыв тангенса и он [от] $+\infty$ мгновенно переходит к $-\infty$. Имея это в виду, спросим себя: что нужно для осуществления этого разрывного момента и какие категориальные моменты его конструируют? Нужно, во-первых, чтобы речь касалась становления и, во-вторых, не просто становления, но становящегося а, [что] должен быть переменной величиной. В-третьих, этот а не просто есть переменная величина, но он должен и фактически меняться, причем это изменение есть опять-таки не просто изменение, но изменение, в котором бы целиком воплощалось становление как таковое, т. е. изменение непрерывное. И

179 В рукописи: идеальнейшем.

вот, наконец, когда a непрерывно изменяется от 0 к 90°, мы, наконец, вдруг замечаем это удивительное[180] явление, что данная функция tga разрывается и лишается своей непрерывности. От чего это зависит? Это зависит исключительно от внутреннего чисто смыслового содержания тангенса, который именно потому, что он – тангенс, производит разрыв в точке 90°. Стало быть, необходимо, в-четвертых, чтобы внешнее непрерывное изменение получало отдельную структуру от внутренней значимости этого tga. В данном случае эта внутренняя значимость действует как <…> и – в определенной точке разрывает протекание *tg α*. На этом примере совершенно ясно участие в категории прерывной величины таких моментов, как становление, изменение, непрерывность, внутреннее и внешнее и синтез внутреннего и внешнего.

Между прочим, на этом примере с тангенсом прекрасно видно то диалектическое понимание дробности, которое мы употребляем здесь и употребляли раньше. Дробность у нас не есть просто арифметическое понятие. Дробность есть целость, данная в своем инобытии так, что имеется только это инобытие целости, а не сама целость. В этом смысле тангенс есть дробящая и дробящаяся стихия, потому что ее внешний результат приводит к разрыву и дроблению цельного, структуры становления.

§ 102. Предел

Если мы рассмотрели первый момент иррационального числа (становящуюся отрицательность) в свете самого иррационального числа (и получили три особые категории – постоянной, переменной и непрерывной величины), если мы, далее, рассмотрели второй момент иррациональности (внутреннюю дробность) в свете самой иррациональности (и получили еще новую категорию– прерывной величины), – то теперь необходимо рассмотреть само иррациональное число (как синтез внешней алогически становящейся иррациональности и внутренней дробности) в свете самой же иррациональности. Что значит рассмотреть иррациональность в свете самой иррациональности, т. е. рассмотреть ее как таковую, в ее существе, в ее первоначальном и чистейшем существе? Это значит рассмотреть самый исток иррациональности, определить ее исходную сущность, найти самый ее перво-принцип. Иначе можно сказать так. Поскольку эта новая структура есть синтез, она должна быть границей для первого момента, для тезиса триады. Граница должна дать первоначальное очертание сущности, отразить[181] ее смысловую природу, ясно отличить ее от всего, что не является ею. Найти перво-принцип– это и значит уметь провести границу или быть в состоянии сказать нечто, отличивши это нечто от всего прочего. Так вот и возникает вопрос: где же нам искать самый перво-принцип иррациональности и, стало быть, где же находится смысловая граница, определяющая эту иррациональную сущность и дающая ее определенную и специфическую значимость? Где эта смысловая законченность

180 В рукописи: убывательное.
181 В рукописи: отрезвить.

иррациональности и как называется этот новый синтез внутренней дробности и внешней алогически становящейся иррациональности, синтез, уже освобожденный от самой иррациональной текучести и являющийся лишь ее перво-принципом, ее внутренней закономерностью и исходным первоначалом?

Этот перво-принцип и эта внутренняя закономерность иррациональности есть предел, вернее, то, что в математике называется пределом.

2. Эта фундаментальнейшая категория всей математики требует четкого разъяснения, и тут диалектика должна показать всю свою силу и основательность. Иррациональность имеет свой первоисток в пределе. Предел – внутренний исходный перво-принцип иррациональности. Чтобы усвоить это учение об иррациональности, надо произвести ряд отграничений.

а) Предел не есть просто голая и абстрактная идея числа, изолированно пребывающая сама в себе. Если взять ряд, члены которого образованы по типу

<u_n= $1-\frac{1}{[n]+1}$ > т.е., полагая [n] = 1, 2, 3…, взять ряд $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$ и т. д., то на основе

<...> = $1-\frac{1}{[n]+1}$

легко видеть, что пределом этого ряда является <…>[182].

1. Равным образом, если взять ряд[183]

<un = 1 – $1-\frac{1}{2n}$ >,

то при возрастании n до бесконечности мы получаем в качестве предела 0. Эта единица и этот нуль, являющийся пределами двух последовательностей, сами по себе взятые, отнюдь не есть пределы. Смысл единицы есть просто единица, и ни о каком пределе тут нет ровно никакой речи. Так же и относительно нуля. Пределом 0, 1 и всякое другое число становится не само по себе, не в силу своей чисто абстрактной значимости, но исключительно лишь в силу того, что оно является *некоей притягивающей силой* для других величин, т. е. в силу того, что оно перестает быть изолированным и голым числом, но заряжается некоей числовой заданностью и как бы издали привлекает к себе целую бесконечность определенным образом расположенных величин. Так, в первом примере единица, являясь пределом последовательности, тянет к себе эту последовательность, притягивает к себе наподобие некоего магнита целую массу каких-то своеобразных математических точек. И об этом мы знаем не просто из числового значения единицы (не имеющего, понятно, никакого отношения к последовательности или пределу), но из характера той смысловой сферы, в которую погружена эта единица. Значит, в определение предела мы обязаны внести момент закономерности протекания последовательности, постепенно осуществляемой по мере дальнейшего распространения этого

182 В рукописи: пропуск, из содержания можно предположить, что речь идет о «единице».

183 Если предыдущий ряд реконструируется однозначно, то ниже дается лишь один из возможных рядов с пределом О.

протекания. Предел есть всегда та или иная размерность, расположенность и упорядоченность процесса, динамический смысл и закономерность построения последовательности. Предел не есть просто ординарное голое число или величина, но он есть смысловой первоисток числового становления. Отсюда начинает становиться понятным, что предел есть в некотором роде иррациональность, рассмотренная как иррациональность же, т. е. он есть иррациональное становление – с точки зрения не просто своего протекания и текучести, но с точки зрения смысловой закономерности этого становления. Это есть сомкнутая и неразвернутая закономерность числового становления, смысловая заряженность этого становления, методический его перво-принцип – и чистая возможность.

Но точно так же предел не есть и та или иная приближенная величина, возникающая на его основе. Эта приближенная величина не есть самый предел, но именно лишь приблизительное выражение предела. Если взять число π, то это π не есть ни 3,14, ни 3,145, ни 3,1415 и т. д. Никакое приближение, как бы оно далеко ни шло, не есть самый предел, но лишь приближение к пределу. Отдельные приближенные выражения предела суть конечные, изолированные количества, никуда не стремящиеся и ни для чего не являющиеся целью и предельной причиной. Предел виртуален, или, что то же, предел есть смысловая цель и задание для некоего числового становления. Каждое же отдельное выражение предела ровно ничего не говорит о самом пределе и, само по себе взятое, ничем принципиально не отличается ни от какого любого числа вообще. Если число, точно выражающее предел, например е, не есть обыкновенное число, но указывает лишь смысловой перво-принцип и потенциальную закономерность становящегося ряда, то число, приблизительно выражающее предел, также есть особое число, если его связывать с пределом, а именно число, стремящееся к пределу, притягивающееся к пределу. Само по себе число 2,1718 не есть предел, выражаемый знаком e, но если рассматривать его в контексте предельных отношений, то оно влечется к пределу так же, как предел является для него неким смысловым магнитом. Итак, предел не есть ни число, точно его выражающее (если брать его само по себе, т.е. как просто число, как таковое), ни число, приближенно его выражающее (если брать его тоже в изолированном виде), ибо предел есть смысловым образом заряженный перво-принцип становления, а не отдельные становящиеся моменты, хотя бы и взятые в самом конце становления.

c) Вполне понятно и то, что предел не есть само становление. Когда мы имеем числовую последовательность, то это есть становление к пределу, но не самый предел. И тут также нельзя оперировать изолированными величинами, хотя бы даже это были и все величины, относящиеся к данной области. Взять все моменты, из которых состоит становление данного ряда, совсем не значит взять предел этого ряда. Это будет ряд, которому свойствен какой-то предел, но не самый предел. Тут также не хватает смысловой заряженности и потенциальной осмысленности, и тут также это заменено изолированной структурой (ибо становящийся ряд, взятый как таковой, тоже есть некая неподвижность); становится становящееся, но само становление не становится, оно неподвижно, как и огонь жжется, но огненность есть отвлеченное понятие, оно не огонь и не жжется. Нужно брать не становление, но его исходную закономерность, развертывающуюся в определенной последовательности, потенциальную упорядоченность становления.

d) Не поможет тут также и антитеза внутреннего и внешнего, ибо эта антитеза слишком обща и она входит уже в простое рациональное число, не говоря уже об иррациональности. Предел не есть только внутреннее для приближенного выражения предела как для чего-то внешнего. Конечно, такое <…> вполне правильно, и предел есть на самом деле нечто внутреннее, по отношению к чему всякое приближенное его выражение оказывается чем-то внешним. Но это не только так, и тут еще нет логического определения предела. Это один из моментов определения, но не само определение.

e) Наконец, предел нельзя понимать и как нечто обязательно иррациональное. В вышеприведенных примерах, где пределом оказывается 1 или 0, совершенно ясно, что ни 1, ни 0 не есть иррациональность. Наоборот, эти величины вполне рациональны. Однако предел не есть и нечто обязательно рациональное. Исток рациональности не есть нечто иррациональное. Тут опять вполне уместна аналогия с огнем, который хотя и жжется, но понятие огня не жжется, или с треугольником, который хотя и треуголен, но сама треугольность, понятие треугольника отнюдь не треугольно[184]. Но точно так же нет никаких оснований считать предел и <…> обязательно рациональным. Точное числовое выражение предела может быть рационально (как в вышеприведенных примерах 0 и 1), но мы уже знаем, что точное числовое выражение предела как раз не есть предел.

3. После всех этих отграничений понятие предела становится гораздо более ясным и по крайней мере выясняется та область, где нужно искать определение предела.

Основной вывод предыдущих отграничений сводится к следующему. Предел есть закономерность алогического становления, находящаяся не вне его и не в каком-нибудь отдельном его моменте, но имманентно присущая всему становлению и внутренне оформляющая его протекание. Это, собственно говоря, и есть определение предела. Однако дадим это определение в более расчлененной форме.

a) Ясно до всякого рассуждения, что 1) предел может существовать только там, где даны не просто устойчивые и взаимно изолированные числовые структуры, но – только там, где налична стихия становления. Алогически становящаяся отрицательность только и может обеспечить продвижение к пределу, и без этого становления предел превращается просто в обыкновенное неподвижное и изолированное число. Далее, что такое становление? Становление есть отвлеченное тождество бытия и инобытия, и в нем еще не раскрыто ни то, что становится, ни то, как оно становится. Необходимо, следовательно, чтобы было то, что становится, т.е. необходимо, чтобы

184 В рукописи: отрицательно.

становление потеряло свой плоскостной (в смысле предметного безразличия) характер и стало рельефным, перспективным. Для этого надо, чтобы 2) становление было изменением, т.е. чтобы была налична та величина, которая становится, и чтобы становление стало предметно расчлененным. Предела здесь, конечно, еще нет, так как неизвестно еще о способах данности этого изменения. Покамест известно только то, что есть какая-то величина, которая как-то меняется, т. е. есть числовая антитеза внутреннего и внешнего. Спросим себя: можно ли мыслить предел без того, чтобы каждый отдельный момент становления не приближался к этому пределу? Конечно, вполне можно себе представить, что переменная величина стремится к своему пределу прерывно, но тем не менее, проходя через прерывную область, она все же должна приближаться к пределу. Прохождение через прерывную область все же как-то приближает ее к пределу. Нужно только, чтобы в более глубоком смысле непрерывность все же была налична. Если есть прерывность в абсолютном смысле, то это значит, что становление мыслится здесь прерванным в абсолютном смысле, т. е. и предел мыслится как переставший быть пределом. Так нельзя представлять себе существо предела. 3) Становление должно быть не только изменением, но и непрерывным изменением–для того, чтобы образовалось само понятие предела.

b) Будем вдумываться дальше. Что еще надо присоединить сюда и чего не хватает для получения предела? Пусть у нас есть некое непрерывное изменение величины. Не всякая непрерывность имеет предел. Функция синуса, или синусоида, например, возвращается периодически в одни и те же точки и ни к какому пределу не стремится. Значит, из одной непрерывности мы предела не получили. Чего же тут еще не хватает? Очевидно, наша непрерывность должна получить какую-то определенную структуру, и в этой структуре непрерывности, по-видимому, и кроется вся диалектическая загадка предела. В понятии предела мыслится еще направление процесса. Непрерывное изменение должно быть направлено в определенную сторону, чтобы стремиться именно к пределу. Но для этого необходимо, чтобы мы при всей непрерывности изменения все же различали один момент непрерывности от другого. Если мы это различение производим, то мы получаем возможность сравнивать один момент непрерывного изменения с другим; а если есть возможность сравнивать, то есть и возможность судить о направлении изменения. Но что значит различать один момент непрерывности от другого? Это прежде всего значит, что непрерывность везде разная, т.е. что эта непрерывность внутренне прерывна, что она имеет прерывную структуру. Из недр этой непрерывности должна выбиваться наружу, на внешнюю поверхность непрерывного изменения, такая структура, которая бы обеспечила дробление единого непрерывного процесса на любое количество отдельных моментов, определяющих при их взаимном сравнении общую направленность процесса. Эта дробящаяся непрерывность обусловливает собою особую направленность изменения, хотя уже сейчас видно, что и этого еще недостаточно для конструирования категории предела.

4) Должно быть, стало быть, не только становление, изменение и непрерывность, но еще и такое непрерывно-изменчивое становление, которое по своему внутреннему смыслу дало как становление дробящееся.

c) Не может быть только дробности. Чистая прерывность помешала бы понятию предела. Пробивающаяся изнутри дробность, определяя собою прерывные точки общего процесса становления, не может мешать тому, чтобы непрерывность все же продолжала как-то функционировать. Это, мы сказали, прерывность относительная, т.е. она как-то объединяется с непрерывностью. 5) Предел возникает на почве объединения непрерывных и прерывных моментов становления, направленного к пределу; и стоит только удалить один из этих моментов, как предел тут же сразу и уничтожается, – при удалении непрерывности перестает существовать движение и приближение к пределу, и при удалении прерывности исчезает возможность судить о самом наличии этого приближения. В обоих случаях предел перестает быть пределом или перестает функционировать как предел.

4. a) Можно ли удовлетвориться этим? И этого мало. Непрерывно меняющееся становление, имеющее определенную прерывно-непрерывную структуру, оказывается той или иной комбинацией прерывности и непрерывности. Когда идет речь о пределе, мы, однако, не принимаем во внимание эти прерывные или непрерывные моменты как таковые, хотя им и свойственна определенная структура. Предел – легче и как бы идеальнее всей этой массивной телесности реального становления, т. е. реально построенного числового ряда, или последовательности. Он есть сама комбинация или, вернее, сама ском-бинированность этих моментов, а не самые эти моменты, хотя бы и определенным образом скомбинированные. Существует то или иное чередование прерывных и непрерывных моментов становления, и существует определенный порядок этого чередования, определенный план и закон этого чередования. Вот он-то и интересен для конструкции предела, а не сама стихия становления. Этот план или фигурность становления внедрены в самую гущу становления, и в реальной числовой последовательности они неразрывны – этот план и то, что ему подвержено. Однако, в порядке абстрагирования, ничто не мешает эту смысловую фигурность извлечь из самой последовательности и формулировать самостоятельно. В таком виде, т. е. в виде смысловой закономерности чередования прерывных и непрерывных моментов, становление уже гораздо ближе к пределу, который и надо определить, как 6) структуру, или комбинацию, прерывности и непрерывности.

b) Еще один шаг, и мы получаем точное определение предела. Упомянутая структура, или комбинация, вполне имманентна потоку становления. Но она не только имманентна. Имманентизм становлению есть все же некоторая распределенность по этому потоку становления, распростертость в течение потока. Но подобно тому как упомянутая структура прерывностей и непрерывностей извлечена из глубины становления и совлечена с него в некую самостоятельную данность, так необходимо из этой самостоятельно данной структуры тоже извлечь ее идею и смысл и не только извлечь, но и совлечь в новую самостоятельную данность. Всякая фигурность содержит ведь свое целое или свою целость в каждой своей точке, так что сама-то по себе эта цельность имеет вполне определенное и самостоятельное значение. Нужна ли для конструкции категории предела та фигурность со всеми подробностями своего строения? Конечно, не нужна. Надо сжать эту структуру до максимальной плотности – так, чтобы она превратилась вместо развернутого вида в одну заряженную смысловую точку, в одно напряженное задание, готовое излиться каждое мгновение вовне и предопределить собою числовую последовательность–любой длительности и протяжения. Структура непрерывно-прерывного ряда должна исходить из одной напряженной точки, которая не есть уже ни просто прерывность, ни просто непрерывность, но 7) закон и происхождение, рождающее [лоно] и перво-принцип, осмысливающий собою развитую непрерывно-прерывную структуру становления.

5. Это, наконец, и есть предел в математическом смысле слова. И из этого анализа вполне выясняется диалектическое место предела. Первый из указанных пунктов, становление, заставляет признать существенную роль категории отрицания, вернее, алогически становящейся отрицательности. Второй пункт, изменение, вносит в становление антитезу внутреннего и внешнего, которая, в соединении с третьим пунктом, непрерывностью, свидетельствует о том, что с категорией отрицания тут ставится в ближайшую связь именно иррациональность. Непрерывная величина, как мы знаем, и есть синтез внутреннего и внешнего в условиях иррациональной текучести этого синтеза. Иррациональность, стало быть, погружена здесь в стихию алогически становящейся отрицательности. Четвертый пункт, внутренняя дробность, свидетельствует об участии в категории предела – второго момента иррациональности (кроме чистого отрицания); и предел оказывается так же заинтересованным во втором диалектическом моменте иррациональности, во внутренней дробности, как и в первом, в чистой отрицательности. Пятый и шестой пункты из вышеупомянутых, т.е. чередование непрерывности с прерывностью и фигурная структура этого чередования., подчеркивают синтетическую природу предела и его категориальную самостоятельность, а седьмой, момент перво-принципности, доказывает, что речь идет об иррациональности в ее смысловом перво-истоке, что предел есть перво-единство алогически и непрерывно становящейся числовой дробности. Отсюда и диалектическая формула предела.

Предел есть тождество внутренней дробности и внешней алогически становящейся отрицательности, данное как таковое в своем исходном перво-принципе. Или: предел есть иррациональность, данная в своем исходном перво-принципе. Или еще: **предел есть закон (или метод) построения иррациональности, потенциальная закономерность иррациональной стихии.**

§ 103. Продолжение

Если мы пересмотрим основные определения в математике, относящиеся к учению о пределах, то нетрудно будет убедиться, что математика здесь также работает категориями, которые только что были развиты, хотя и формулирует их, конечно, чисто математически, а не диалектически.

1. Прежде всего стоит обратить внимание на интересное определение точки скученности, или точки сгущения. Для этого нужно знать, что такое окрестность. Если мы имеем некую точку A и имеем некую величину ε, могущую стать меньше любой заданной величины, то интервал $A - \varepsilon \ldots A + \varepsilon$ называется окрестностью точки A. Так вот, *точка A называется точкой сгущения множества, если в любой сколько угодно малой окрестности A лежит еще бесконечное количество точек.*

Так, для последовательности $1 \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{4} \ldots$ точкой сгущения является 0, а для последовательности, содержащей 0 и 1, а также числа, построенные по закону $\frac{1}{n}$ и $1+\frac{1}{n}$ (при n целом и положительном), существуют две точки сгущения, а именно 0 и 1, в то время как числа $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, будут здесь т.н. изолированными точками, т.е. в окрестности которых совсем нет точек данной последовательности. Это скромное на первый взгляд утверждение о точках сгущения по своему логическому составу предполагает решительно все те категориальные моменты предела, которые мы выше установили. Тут и антитеза внутреннего и внешнего, перекрытие окрестности внешним точечным слоем; тут и непрерывно алогически становящаяся отрицательность – в переходе от одной точки бесконечного множества к другой на исчезающе[185] малом расстоянии; тут и внутренняя дробящая сила – в допущении возможности бесконечного количества точек при прогрессирующем уменьшении окрестности; тут и определенная закономерность строения этого алогического скопления бесконечности – в расположенности точек на исчезающе малых расстояниях. Последнее–смысловая закономерность бесконечного скопления точек – в понятии точки скученности еще не так развито и поставлено, как в прежних математических дефинициях, относящихся к пределу. Однако уже и здесь эта специфическая закономерность, порождаемая пределом, чувствуется вполне ощутительно.

Стоит только обратить внимание на то, что т*очка скученности в случае, когда она для данного бесконечного множества является единственной и потому и предел этого бесконечного* <.···>, – как уже становится ясной вся важность этих рассуждений для понимания категориальной структуры предела вообще.

2. Более резко этот момент смысловой закономерности ряда, стремящегося к пределу, выражен в известной теореме Больцано – Вейерштрасса. Она гласит: «Каждое ограниченное бесконечное множество

185 В рукописи: но исчезание.

точек имеет по крайней мере одну точку скученности». Собственно, тут можно говорить и о неограниченном множестве, так как ничто не мешает находить еще новые точки и даже бесконечное их количество – в окрестности той точки, которая именуется бесконечностью. Другими словами, бесконечную точку тоже нужно считать точкой сгущения. Итак, имеется ли ограниченное или неограниченное множество, в нем всегда есть хотя бы одна точка сгущения, или скученности. Но что это значит? Это значит прежде всего, что тут мы представляем себе перекрытие некоей области, или интервала, бесконечным количеством точек; и, таким образом, уже по одному этому здесь у нас двухплановая структура, не считая момента, объединяющего эти два количественные плана, – т. е. опять тут все та же антитеза внутреннего и внешнего. Эта антитеза заполнена здесь непрерывным и алогическим становлением. И вообще тут обнаруживаются все те моменты, которые нами уже получены. Но тут гораздо ярче, чем в предыдущем понятии точки скученности, выражен момент структурного построения бесконечного множества. А именно, оказывается, что только тогда точки могут оказаться входящими в бесконечное множество, когда все они притягиваются к каким-нибудь центрам или хотя бы только к одному такому центру. Этот центр, или эта точка сгущения, определяет собою специальную структуру взаимного расположения точек, т. е. такую структуру, когда расстояния между точками исчезающе малы. Это есть вполне определенная структура множества; и вот она-то и предопределена пределом. Предел как бы издали располагает особым образом точки бесконечного множества; он есть как бы принцип построения того числового поля, которое именуется данным бесконечным множеством.

3. Еще ярче эта принципная природа предела выражена в признаке Кохии для сходимости ряда, т. е. для наличия в данной последовательности предела. Как известно, признак, установленный Коши для сходимости ряда, гласит следующее. Пусть мы имеем последовательность

$$<u_1, u_2, \dots u_N>$$

где [N] может стать сколько угодно большой величиной. Если абсолютное значение любой разницы $<u_n – u_m>$ может стать меньше сколь угодно малого количества [ε], то упомянутый ряд сходится. Или, точнее, как бы мало ни было [ε], должно существовать такое [N], чтобы для всякого $<n>N>$ и для всякого $<m>N>$ было

$$</u_n – u_m/<\varepsilon>.$$

Это условие необходимо и достаточно для сходимости ряда. Предел, стало быть, превращает последовательность чисел в такую упорядоченность, что между двумя его достаточно далекими от начала членами разность может стать менее любой заданной величины. Он создает последовательность как некую текучую иррациональность, распределенную так или иначе в зависимости от числовой величины предела. Упомянутая закономерность и перво-принципность предела на учении Коши о признаке сходимости заметна еще ярче, чем в предыдущих примерах.

4. Особая, специфическая структура сходящегося ряда, выраженная как некий определенный принцип, хорошо, – пожалуй, даже лучше, чем у Коши, – формулирована в признаке сходимости Даламбера. Как известно, по Даламберу, сходимость будет в случае, когда предел отношения между соседними членами ряда <u_n+1> и <u_n> при < $n\to\infty$ >, будет выражаться правильной дробью

$$< \lim_{n\to\infty}\left|\frac{u_{n+1}}{u_n}\right|=q >;$$

при <$q<1$> – ряд сходится; когда ($q>l$) – ряд расходится; когда <$q= 1$> – ряд неопределенный в смысле сходимости. Тут дано представление о подвижном отношении, пробегающем по ряду и рисующем его определенную полную структурность, зависящую от характера предельной устремленности этой структуры.

§ 104. Переход к мнимости

1. Теперь мы подошли к огромному и принципиальнейшему вопросу, который до сих пор не нашел для себя почти никакой философской формулировки и остается по настоящий день чисто математической теорией, определяемой только одними математическими интуициями, без всяких признаков логической обработки. Тем не менее, <…> философское понимание этой области имеет фундаментальное значение для диалектического построения всей математики. И это есть проблема мнимых (комплексных) величин.

Диалектика имеет целью конкретное логическое конструирование предмета. Диалектика числа должна дать адекватно логическую конструкцию числа – со всей конкретностью его построения. Конкретность же чего бы то ни было возникает только тогда, когда дан и осмысленно обоснован его реальный образ, его оформление в смысле живого предметного лика.

Те три типа числа, которые возникают на почве внешнего гипостазирования числа (положительное, отрицательное и нуль), равно как и три типа, возникающие из внутреннего гипостазирования (целое, дробное, бесконечное), не могут претендовать на полную конструкцию смыслового образа числа. Эти числовые типы принципиально односторонни. Разумеется, в них не может не быть своего собственного оформления и своего собственного, специфического лика, ибо иначе они не были бы и самими собой. Однако тут нет конкретного оформления с точки зрения отражения в смысловой сфере полного лика числа.

Только там, где в числе привлечены сразу и его внутренняя и его внешняя стихия, может быть впервые поставлен вопрос о конкретном лике, или образе, числа. Это элементарно очевидно. Только с привлечением внутреннего содержания числа к его внешне субстанциальной данности может начаться рассуждение о границе числа, об очертаниях числа, о его конкретном образе и форме. Но и тут не всякая конструкция в одинаковой мере выстраивает конкретный образ числа.

2. В рациональном числе, там, где впервые зародилась антитеза внутреннего и внешнего, граница между этим внутренним и внешним не может, конечно, не наличествовать (иначе не было бы и самой антитезы), но она тут только присутствует, наличествует, существует, а не положена диалектически. Рациональное число уже предполагает, что такая граница есть, но пользуется оно этой границей как некоей абсолютной данностью, положенной неизвестно кем и чем и имеющей неизвестное происхождение. В понятии рационального числа ровно ничего не говорится о том, какова эта граница и какие смысловые категории затронуты для ее порождения. В рациональном числе 1) положена сама эта антитеза и 2) дана эта антитеза на стадии неразвернутого тезиса, т. е. когда внутреннее и внешнее прикреплены одно к другому в качестве отвлеченных принципов и внешнее еще не расползлось в бесконечность становления и не увлекло с собою внутренней структуры числа. Граница, таким образом, здесь вполне на месте, но о ней ничего не известно, кроме того, что она существует. В рациональном числе фигурирует только самый факт границы, и, как всякий факт, он есть тут абсолютная данность, еще не возведенная на степень понятия, не вобранная в сферу чистого смысла.

Иррациональное число также немыслимо без антитезы внутреннего и внешнего, без различения внутреннего и внешнего и, стало быть, без наличия границы между ними, т. е. немыслимо без границы вообще. Однако и здесь нельзя говорить о том, что граница положена как смысловая категория. Единственное отличие иррациональной границы от рациональной – то, что здесь она дана в становлении, в движении. В рациональном числе граница существует между взаимно прикрепленными сторонами, внутренней и внешней. В иррациональном же числе внешнее инобытие перешло в становление и увлекло с собою внутреннюю стихию, отчего последняя утеряла свою целостность и превратилась в дробность. Но эта становящаяся граница здесь так же не фиксирована категориально, как и неподвижная граница в рациональном числе. Она предполагается здесь уже данной и используется как данность, хотя и неизвестен тот смысловой акт, в результате которого она идеально возникла.

3. Однако в пределах иррациональных структур уже намечается разная степень конкретности границы и оформления. В чисто иррациональном числе граница только становится, и больше ничего о ней тут не известно. Но в понятии непрерывности эта становящаяся граница внутреннего сливается с самим числом и, таким образом, полагается вместе с ним, полагается в меру его собственной положенности. Раньше граница вовсе не была положена, а бралась готовой, как положенная неизвестно каким смысловым актом. В непрерывной величине она слита с числом настолько интимно, что ее становление оказывается уже становлением самого числа, а положенность числа оказывается уже и положенностью ее самой. В непрерывности стихия границы, т. е. сама очерченность, оформленность, вошла во внутреннее содержание числа и объединилась с ним, и получилась некая оформленность, или образность, но –

пока на[186] стадии текучего и алогического, сплоченно-неразличенного становления. Если бы граница, очерченность, образность были положены как такие, мы имели бы категориальную структуру границы, и диалектика числа как конкретного смыслового образа была бы в основном закончена. Но тут граница и очерченность положены вместе с самим числом, и потому предстоит еще диалектика разделения этих двух моментов, прежде чем будет получена чистая и конкретная смысловая фигурность числа.

В непрерывной величине фигурность числа положена вместе с самим числом и алогически расплылась в нем. Прерывная величина вносит различения в эту алогическую растворенность фигуры числа в самом числе. В категории же предела впервые останавливается это бесконечное алогическое стремление и фиксируется как некая ставшая структура. Оформленность и образность, вошедшие в непрерывной и прерывной величине внутрь структуры и придавшие ей определенную смысловую содержательность (пока на стадии алогического становления), в понятии предела впервые фиксируются в своей едино-совокупной положенности, в своей ставшей, а не просто становящейся смысловой данности. Оттого предел есть ставшая фигурность внутреннего и внешне положенного числа, пребывающего во взаимно несоизмеримом подвижном алогизме. Предел есть положенность такой границы, такой структуры и числового очертания, когда этими границами и структурами определяется алогический процесс становления числа, по существу своему бесконечный. Непрерывность и прерывность слиты здесь в один процесс стремления выразить некую общую структуру становления, и эта структура и есть граница, предел – и в общем, и в специально-математическом смысле этого последнего слова.

4. Итак, мы получили до сих пор оформление числа, положенное в неразрывном единстве с самим числом, с его внутренно-внешним содержанием. Разная степень конструкции этого оформления зависит от разной степени конкретности самого числа. Ниже (§ []) мы увидим на трех типичных пределах – <…> как эта нарастающая конкретность числа, взятого вместе с его фигурностью, чувствуется вполне осязательно. Если предел <…> есть стихия числа (единицы) в его общеэнергийной выявлен-ности, где сама явленность, т. е. сама очерченность и фигурность, еще пока растворена во внутрённо-внешнем содержании числа и где нет раздельного фиксирования формы как таковой и числа как такового, то в пределе (…) начинается, рождается, а в пределе (…) завершается и наглядно рисуется такая оформленность числа, которая хотя и пребывает в полной с ним неразрывности, но уже осязательно на нем обрисовывается, выпукло на нем выступает и оказывается в значительной мере доступной для изолированного созерцания. В понятии (…) дано наиболее наглядно это совокупное содержание границы величины и ее внутреннего содержания – в конкретно выявленном взаимоотношении того и другого. Здесь наиболее зрелый плод совокупного полагания вещи вместе с ее смысловой образностью и очерченностью.

186 В рукописи: по.

5. Следовательно, остается только отбросить то, ради чего данная образность есть образность, и мы получим уже чистую самостоятельную числовую образность, созерцаемую не на чем-нибудь другом и не в отношении чего-нибудь другого, а вполне самостоятельно, образность как таковую, как новую и самодовлеющую субстанцию. В категориях непрерывности, прерывности и предела числовая образность была хотя и положена, но эта положенность была связана здесь с формой и степенью положенности самого числа и потому получала не общую, а частную, вполне специфическую структуру. Это мешало числовой образности быть свободной структурой, и ее нельзя было вписать в таблицу основных математических категорий как самодовлеющую. Она тут пока еще играет второстепенную роль, и значение ее вполне прикладное. Но исключим из этого едино-совокупного обстояния образа-вещи числа его «вещественную» стихию и сосредоточимся на образности как таковой, на образности как самоцели, и – мы получаем уже совершенно новую категорию числа, вполне свободную и самоцельную; и тут уже не будет антитезы внутреннего и внешнего как основного и единственного фактора (при котором граница была бы чем-то второстепенным, хотя и само собою разумеющимся), но тут будет обратная тому ситуация: основную и единственную роль играет здесь сама граница, сама образность и оформление, а антитеза внутреннего и внешнего оттесняется здесь назад и начинает играть роль только смыслового фона, совершенно необходимого и очень нужного, но второстепенного и как бы окаймляющего выпукло данную и резко выступившую вперед очерченность и фигурную сконст-руированность.

Число, данное как *чисто смысловая образность и фигурность числа, как отделенная от его внутренно-внешнего содержания чистая его структурность, и есть мнимое, или комплексное, число.*

К анализу этой глубочайшей категории математики мы теперь и обратимся.

§ 105. [c)] Мнимая (комплексная) величина. Общее понятие

Мнимая величина может быть рассматриваема с разнообразных точек зрения, и в самой математике дается отнюдь не какое-нибудь одно-единственное ее определение, хотя, безусловно, все эти различия являются только разными сторонами одной и той же диалектической конструкции, и надо уметь их так связать, чтобы действительно получалась единая конструкция.

1. Одно из самых первых и элементарных определений мнимой величины – это то, что обыкновенно обозначается как i и представляет собою квадратный корень из отрицательной единицы, $\sqrt{-1}$. Это вполне слепое определение мнимой величины, получаемое как необходимое завершение понятия числа, совершенно не раскрыто в математике по существу; и, кажется, можно с полным правом сказать, что никто ровно ничего не понимает в этом выражении $\sqrt{-1}$. В руководствах по математике эта мнимая величина трактуется просто как необходимое следствие из желания проводить любые действия над любыми

величинами. Если бы мы не извлекали квадратного корня из отрицательных величин, то в силу этого отпали бы весьма значительные операции, появляющиеся тем не менее вполне естественно, в порядке самых обыкновенных вычислительных приемов. Операция извлечения корня из отрицательной величины появляется вполне естественно, и поэтому волей-неволей приходится считаться с нею. Но что она значит, что это, собственно, значит–извлечь квадратный корень из отрицательного числа – этого, можно сказать, ровно никто не знает. И потому это пресловутое *i* вводят нехотя, как бы стыдясь столь неприличной вещи, и если вводят, то сейчас же стремятся избавиться от этого *i* и перейти к «вещественным» числам и операциям.

Это наивное и смешное отношение к числу *i* было результатом определенной эпохи вульгарного материализма, видевшей конкретное только в вещественном и не подозревавшей того, что подлинная конкретность не в грубом веществе, но в диалектике бытия в жизни, в рождении и пребывании живых противоречий действительности. Поэтому нашей задачей является не стыдливо и боязливо прикрыть этот досадный символ i и сделать вид, что тут нет ничего особенного и что даже самое это / как бы не существует, а, наоборот, дать себе отчет в полной ясности мысли о природе мнимой величины и без всяких ограничений и стеснений вскрыть решительно все те категории мысли, которые вошли в это i и определили собой его общелогическую и, в частности, диалектическую структуру.

2. Что такое (–1) и что такое «квадратный корень»? Единица есть полагание, утверждение. В отличие от всякого другого числа единица есть полагание как такое. Положительная единица есть фактическая субстанция, единица же сама по себе есть полагание мысленное, смысловое; это идеальная субстанция. Отрицательная единица есть отталкивание[187] от положительной единицы, т. е. от фактически положенной субстанции, и – отталкивание снова в идеальную, смысловую область, и притом с новым содержанием. Отрицательная единица, как мы знаем из диалектики отрицательного числа, есть не просто идеальная единица (иначе она ничем не отличалась бы от абсолютной единицы), но такая «идеальная», которая возникла на основе «реальной» единицы. Она существует, но не в том смысле, как существует положительная единица; она существует только в чистой мысли, и притом не как чистая мыслимость просто (ибо в чистой мыслимости нет никакого отрицания), но как чистая мыслимость, отталкивающая реальную данность. Это такая мыслимость, т. е. такое оформление реальной субстанции, в результате которого последняя мыслится отсутствующей. Уже по одному этому (– 1) есть некое представление единицы, вернее, некий ее образ. Ибо та единица, которая существует в реальной единице как именно единица, но в то же время отталкивает от себя реальную положенность самой единицы, – такая единица есть образ, смысловая структура единицы, идея единицы. Ведь в бытии есть или факты, или идеи, или объединение того и другого – больше нет ничего.

187 В рукописи здесь и ниже: отталкновение.

Однако в этом смысле отрицательная единица разделяет судьбу вообще всех отрицательных чисел. Отрицательность есть вообще некая мыслимость по сравнению с положительными числами, которые всегда даны как реальность. «Мнимость» есть, конечно, мыслимость, но не просто одна голая мыслимость. Тут возникает вопрос о квадратном корне.

3. В диалектике операции извлечения корня мы увидим, что извлечение корня и возведение в степень относятся к области алогического становления, в частности к области органического роста бытия, в отличие от остальных арифметических действий, которые мыслятся как механические или усложненно-механические. Возводя в степень, мы заставляем данное число повториться в каждом своем элементе; а извлекая корень, мы находим в нем то первоначальное основание, в подлинном смысле «корень», из которого [бытие] появилось путем самоповторения во всех своих отдельных элементах. Это и есть признак организма – вещественное, субстанциальное повторение целого в каждой отдельной части и вытекающая отсюда невозможность существования этих частей в изолированном виде. Что значит в этом смысле извлечь квадратный корень?

Это значит найти такое первоначальное основание отрицательности, откуда она появляется путем однократного самоповторения во всех своих основных элементах. Откуда появляется мыслимость единицы (отстраняющая реальную субстанцию единицы) и откуда само отрицание, если процесс этого появления есть некое самоповторение? Отрицательная единица есть чистая мыслимость единицы, отстраняющая, отталкивающая реальную единицу; откуда происходит это отстранение и отталкивание, и почему оно есть результат некоего самоповторения, и что именно повторяет тут себя самого в себе же самом?

4. Вот тут-то и рождается категория твердой очерченности и оконтуренности числа, той его абсолютной неупругой структурности и образности, перспективности, которая впервые и рождает самое число. Как возможно отрицание чего-либо? Только путем проведения границ, точно отделяющих его от всего иного. Мыслить отрицание единицы – значит мыслить ее границы со всем прочим, что не есть она сама, границы, отделяющие ее от всего прочего. Значит, корень отрицания единицы есть корень, из которого вырастают границы единицы, отделяющие ее от всего прочего. А квадратный корень из отрицательной единицы есть корень, из которого вырастают границы единицы, если их повторить на всем их протяжении. От чего отталкивается мысленная единица, когда она функционирует как отрицательная? Она отталкивается от <…> субстанции единицы, но это может значить только то, что реальная субстанция единицы имеет твердые контуры, от которых и происходит отталкивание. Раз ставится вопрос об отталкивании, то тем самым предполагается, что есть нечто твердое, от чего и происходит отталкивание. Следовательно, реальная субстанция мыслится здесь как твердая, т. е. имеющая определенную негибкую форму. Надо, чтобы эта форма была; и надо, чтобы от этой формы мы отошли и созерцали ее издали, чтобы вообще могло состояться

суждение о границах и, значит, об отрицании. Когда проведены границы, то, как это ни необходимо для четкого созерцания предмета, границы, сами по себе взятые, тем самым еще не фиксируются специально. Ограниченность имманентно сопровождает всякую мыслимость, но чтобы созерцать специально ограниченность, границы, надо выйти за пределы этих границ или, точнее, надо просто различать уже не просто всю вещь от инобытия, но только одну ее границу от инобытия, а это значит – еще раз повторить эту границу в ней же самой, т. е. изменить эти границы, сохраняя не форму, но[188] какую-нибудь (пусть хотя бы бесконечно-малую–этого вполне достаточно) величину. Это и значит извлечь квадратный корень из отрицательной единицы.

Таким образом, $\sqrt{-1}$ есть не что иное, как полагание твердо очерченной границы, или перспективно сформулированного образа, для отвлеченно взятой единицы, осуществление и утверждение оконтуренности единицы.

5. Тут еще не вскрыты все стороны мнимой величины, но покамест указана только одна существенная сторона. Однако тут вскрыто все, что содержится в конструкции $\sqrt{-1}$. Как скоро увидим, другие методы представления мнимой величины дадут и другие стороны в диалектике самой категории мнимого. Прежде чем перейти к этому, повторим еще раз в строго последовательной форме диалектику $\sqrt{-1}$.

a) Единица есть утверждение, субстанция, и отвлеченная, абсолютная единица есть утверждение[189] и субстанция в мысли, в идее, идеальное утверждение. Положительная единица есть новое утверждение, т. е. утверждение утверждения, реальное утверждение идеального утверждения. Отрицательная же единица есть новый переход в сферу идеи и смысла, но переход не с целью забвения реальности (тогда это была бы абсолютная единица), но с целью активного ее отрицания. «Минус единица» есть мысленная, идеальная единица, отталкивающая реальную единицу. Другими словами, (–1) есть оформление единицы, взятое в активном отстранении реальности единицы. Такое оформление реального, которое отстраняет саму реальность, есть чистая форма <…>, его смысловой образ.

b) Извлечение корня из какого-нибудь числа есть операция, отражающая то первоначальное ядро числа, откуда появилось само число через свое алогическое становление путем реального самоповторения и самоотражения себя самого в себе же самом, т. е. это есть арифметическое выражение живого роста организма. Извлечение квадратного корня из числа есть операция выявления его указанного ядра, когда оно дорастает до данного числа путем однократного самоповторения (самоотражения).

c) $\sqrt{-1}$, следовательно, есть выявление такого первоначального ядра и основания смысловой образности числа, когда оно дорастает до этой образности путем однократного самоповторения (самоотражения, самоотличения).

188 В рукописи: не.
189 В рукописи: утвержденная.

d) [1.] Это первоначальное ядро и основание числа должно поэтому претерпеть самоповторение, т. е. прежде всего самоотличение, но не то первоначальное самоотличение, без которого это ядро вообще не могло бы существовать «…) правилам диалектики), но то самоотличение, которое отличает от инобытия, не есть принцип, а уже утвержденный принцип, т. е. отличает реальность с определенными границами, самоотличение, которое отличает от инобытия самые границы числа; это самоповторение есть результат квадратности извлекаемого здесь корня. 2. Это основное ядро, или основание, числа должно здесь мыслиться как нечто твердое и абсолютно негибкое, ибо оно выдерживает на себе отталкивание, приносимое смысловой образностью (в случае отрицания), т. е., другими словами, искомое ядро, или основание смысловой образности, числа должно быть твердой, абсолютно твердой оконтуренностью числа, и только тогда эта последняя и может обусловить собою, путем самопротивопоставления, конкретно-смысловую образность числа.

3 Наконец, поскольку это самопротивопоставление и самоотрицание мыслится, по условию, органически, как живой рост организма, оно должно пониматься так, чтобы указанное ядро, т. е. первоначальная, абсолютно-твердая оконтуренность, органически дорастало до конкретной образности числа, чтобы оно было живым скелетом живого числового тела. Это значит, что в той деформации, которую претерпевает [числовой] контур, целиком присутствует самый контур, т. е. то *целое, бывшее вначале, остается целым и для того нового, что из него получилось путем деформации.*

e) Сводя все вышеуказанное к одной максимально сжатой формуле, можно сказать так. Все, что мыслится, и, следовательно, также число, чтобы мыслиться, должно иметь свои границы, но это еще не значит, что тут фиксируются самые границы. Чтобы фиксировать самые границы, необходимо уже их отличать как таковые от всякого инобытия. Но это значит, что тут фиксируются не границы, но границы границ, т. е. форма границ, образ ограниченности. *Мнимая величина и [есть] форма и вид, образ ограничения числа, форма формы числа, число как смысловая перспектива.*

Эти пять тезисов с достаточной ясностью и полнотой вскрывают диалектическую структуру числа /, хотя, повторяем, само представление мнимости как √− 1 вызывает только образ из существенных сторон этой категории. Не трудно сообразить, что это за стороны. Ведь исходным пунктом тут является момент единицы. Все прочее, что творится, творится с единицей. Единица есть смысловое полагание, утверждение. Следовательно, образность числа, к которой мы пришли, взята здесь с точки зрения своей положенное™; очертания числа даны тут в своем субстанциальном полагании. Ведь во всяком предмете мысли есть материя, есть идея и есть синтез того и другого в цельной вещи. Материя обусловливает собою гипостазирование, утверждение идей.

И $[A]\sqrt{-1}$ дает как раз ту сторону числовой образности, которая есть ее субстанциальная положенность. Указанная форма формы числа дана тут пока на стадии полагания, утверждения, материальной данности. Следовательно, должна быть еще идея этой формы и образности, ее цельная вещественность. К этому теперь и перейдем.

6. a) По нашей основной таблице типов числа мнимая величина должна явиться, между прочим, *диалектическим синтезом нуля и бесконечности*. Этот вопрос надо проанализировать по существу.

Нуль есть синтез положительного и отрицательного числа, или, по общему правилу диалектического синтезирования, граница между положительным и отрицательным числом; проведя границу вокруг положительного числа и тем отличивши его от бесконечной стихии отрицательности, мы и получаем этот синтез – ограниченность положительного числа. Далее, бесконечность есть диалектический синтез целого и дробного; это – граница между тем и другим. Дробное – то, чем является целое в своем инобытии, если отнять само целое и взять только инобытийные корреляты целого. Если теперь перенести в это инобытие и само целое, то это целое окажется полной недостижимостью для тех частей, из которых состоит инобытие целого, потому что инобытие есть всегда неразделимость, а, подвергнутое счету, оно есть всегда неисчислимость. Потому граница, отделяющая целое от дробного в этом диалектическом синтезе, состоит из бесконечного количества точек; она есть, короче говоря, бесконечность.

Эти две границы, нуль и бесконечность, находятся, несомненно, в положении диалектического противостояния. Нуль, отделяя положительные числа от отрицательных, является только одной точкой, рассекающей общую систему чисел; бесконечность же является целой[190] бесконечностью таких чисел. Это, конечно, есть диалектическая антитеза. Для уточнения можно сказать, что достаточно уже только двух точек и достаточно, чтобы расстояние между этими точками было бесконечно мало, так как уже синтез бесконечности (т. е. синтез целого и дробного) осуществляется, ибо между двумя элементами множества, как бы они близко ни были между собой, всегда можно поместить еще одну точку. Это выражается в положении, что множество вещественных чисел повсюду плотно. Итак, каков синтез этих двух синтезов – нуля и бесконечности и [какова] граница, совмещающая в себе обе эти границы – границу в виде одной точки и границу в виде бесконечного количества точек?

b) Синтез должен объединить в себе и тезис, и антитезис. Другими словами, должна быть такая граница, которая есть и точка, и больше, чем точка («больше, чем точка» – это, как сказано, уже есть бесконечное количество точек). Должна быть граница, которая, оставаясь точкой, в то же время содержит в себе еще по крайней мере одну точку, отличающуюся от другой; должны быть, следовательно, две точки, которые являются в го же время [единством]. Что это значит и в чем тут дело?

Тут-то мы опять и должны призвать на помощь понятие числового контура, или числовой образности. Когда мы имеем некое <…> А, оно остается неоформленным вплоть до момента отличения его от не-А и отождествленным

190 В рукописи: целое.

с самим собою. Только когда мы скажем «А есть А», – возможным делается оформление этого А и четкое отличие его от всего прочего. Но, конструируя это содержание «А есть А», мы как-то должны отличать А от А, т. е. от него же самого; иначе самое это суждение «А есть А» окажется бессмысленным. Итак, А не только отличается от нс-А, но отличается и от самого себя, – это мы хорошо знаем из общей диалектики. Но из этой же общей диалектики мы знаем, что это значит – отличие А от самого себя. Это значит то, что А есть некое целое, имеющее части. Как целое оно отличается от себя как от состоящего из частей (целое отличается от совокупности своих частей). Следовательно, суждение «А есть А», в сущности, есть суждение «А как целое <.··.> А как совокупность частей». Но как раз это самое мы утверждаем, когда отождествляем границу в смысле нуля с границей в смысле бесконечности.

Граница в смысле нуля есть последняя неделимая целость точки, та самая развернутая точка, которая еще не имеет никаких частей. Такое целое мы в общей диалектике всегда и аналогизируем с неделимой точкой. Граница же в смысле бесконечности есть совокупность некоей суммы точек, – по крайней мере двух точек; тут – целое раздроблено, и раздробленные точки объединены в некую сумму. Стало быть, отождествляя (и, следовательно, синтезируя) границу-нуль с границей-бесконечностью, мы попросту категориально фиксируем границу-нуль, как бы говорим, что «граница-нуль есть граница-нуль», т. е. как бы проводим эту границу-нуль жирной линией, делаем ее твердой, абсолютно негибкой, создаем абсолютно крепкий контур, получаем эту самую границу границы, или форму границы, о которой шла речь выше.

c) Итак, мнимое число есть также диалектический синтез нуля и бесконечности.

[К] этому заметим, что в анализе понятия бесконечности мы сталкивались с одним недостаточным и неполным видом синтеза нуля и бесконечности, именно с умножением нуля на бесконечность. Это умножение дает неопределенную величину – как вещественную, так и мнимую. Однако этот синтез, как мы там указали, неполный. Нуль и бесконечность не функционируют тут как логические категории, но лишь как счетные величины. В то время как при диалектическом синтезировании обе категории входят в синтез вполне равноправно и равномерно, при счетной операции умножения сомножители отнюдь не равноправны. Всякое умножение имеет своей основной темой, главным своим предметом – множимое, и о нем тут только и идет разговор; множитель же только показывает, что с множимым творится в инобытийной сфере. Поэтому синтез перемножения – частичный, а именно счетно-количественный, а синтез диалектический– полный равномерный, а именно логически-категориальный.

d) Наконец, важно ощущать точную разницу между моментом числа выражаемым при помощи – 1, и его же моментом, выражаемым через синтез нуля и бесконечности. В первом случае в твердой оконтуренности и четкой смысловой фигурности, или образности, числа выдвигается, как мы знаем, момент полагания этой образности. Во втором случае, поскольку речь идет о проведении самой границы, о ее, так сказать, жирном черчении, нужно видеть противоположный момент образности, не субстанциальную ее положенность, но ее очерченность, картинность, что, несомненно, является чем-то противоположным первому случаю. Раз там субстанция числовой образности, то тут ее идея. И нет ли теперь такого представления о мнимой величине, где она сразу была бы дана и как субстанция числовой фигуры <…>, и как ее идея?

Таким синтетическим представлением мнимой величины является т. н. гауссовское представление мнимости.

§ 106. Гауссовское представление.

а) Гауссовское представление мнимости сводится к следующему. Пусть мы имеем в круге перпендикуляр, опущенный с какой-нибудь точки окружности на диаметр. В полученном таким образом прямоугольном треугольнике (с прямым углом, опирающимся на диаметр) этот перпендикуляр, как известно из элементарной геометрии, будет средним пропорциональным между обоими отрезками диаметра. Для простоты будем считать, что этот перпендикуляр будет совпадать тоже с диаметром и что радиус данного круга равен единице. Тогда, рассматривая оба диаметра как оси координат, мы получаем отрезок первого диаметра направо = + 1, отрезок того же диаметра налево от центра координат = –1, а отрезок второго диаметра поверх = $\sqrt{(+1)\cdot(-1)}=\sqrt{-1}=i$. Мнимое число, следовательно, есть квадратный корень из произведения положительной единицы на отрицательную.

Конечно, это понимание мало чем отличается от первого, где фигурирует просто $\sqrt{-1}$. Однако тут есть такое отличие, которым никак нельзя пренебрегать в диалектике. В чем тут дело?

Тут, прежде всего, два момента–умножение положительной единицы на отрицательную и извлечение из этого произведения квадратного корня. От первого способа представления мнимости $\sqrt{-1}$ этот способ отличается только прибавкой умножения подкоренной отрицательной единицы на положительную. Эта прибавка означает одно из двух (то и другое есть одно и то же): или положительная единица движется (утверждается) в отрицательной области, или отрицательная единица движется в положительной области. И в том и в другом случае подчеркивается двуплановость смысловой образности числа. Отрицательное число само по себе есть сфера идеальная по сравнению с положительным числом, наличие же положительного числа в этой отрицательной области, т. е. различие нового утверждения в сфере чисто смысловой, есть, конечно, усиление этой смысловой сферы в смысле ее выразительности и фигурности. Точно так же положительное число мыслится как нечто реальное в сравнении с отрицательным числом, наличие же отрицательного числа в этой положительной сфере вносит в нее, несомненно, момент смысловой оформленности и фигурности. Стало быть, оба случая, т.е. (+1)·(–1) и (– 1) (+1), в одинаковой мере вносят в основное представление i как $\sqrt{-1}$ момент [двойной] оформленности, выразительности, или фигурности; и тем самым здесь обусловливается то, что гауссовское представление мнимости заметным образом синтезирует в себе субстанциальное трактование числовой образности в $\sqrt{-1}$ и смысловое ее толкование в синтезе нуля и бесконечности, давая, таким образом, некое уже не просто субстанциальное, не просто смысловое трактование мнимости, но синтетически-вещественное трактование (поскольку «вещь» есть синтез «субстанции» и «смысла», или «идеи»).

2. Однако гауссовское представление мнимости гораздо богаче того, что мы только что сказали. Оно богаче не только своим геометризмом (он, конечно, есть нечто прикладное), но и наглядностью в более тонком, не прямо пространственном смысле. Именно, тут наглядно дано направление мнимости в сравнении с направлениями положительным и отрицательным. В более детальном понимании этого явления здесь три момента. Во-первых, это пересечение мнимой осью оси вещественных точек в нулевой точке. Во-вторых, это перпендикулярное направление мнимой оси в отношении вещественной. В-третьих, это общий смысл происходящего здесь перехода из линейной области в плоскостную[191].

3. Что касается первого момента, то он интересен как новое доказательство того, что мы имеем здесь дело с начерченным контуром. Ведь нуль уже сам по себе есть граница положительных и отрицательных чисел. И тем не менее через эту границу проходит еще одна граница, зависящая теперь уже вовсе не от того, что в точке – нуль, но совсем от другой причины. Величина эта определяется тем, что мы извлекаем квадратный корень из произведения положительной и отрицательной величины. Если с точки зрения нуля, как равновесия между утверждением и отрицанием, здесь был наличен просто факт границы, – потому что ведь и в положительном, и в отрицательном числе речь идет только о факте числа (или о его отсутст-вин), или, как мы говорили, о внешнем инобытии числа, – то с точки зрения операции извлечения корня из отрицательности эта граница дается здесь в своей начерченности, в своей картинности и фигурности. Оба эти момента здесь совпали, и мы имеем в нуле не просто границу вообще, но и очерченно-заполненную границу, начерченную, как бы жирно проведенную границу. Таким образом, мнимая величина, являясь в вещественном смысле нулем (потому-то мнимая ось и проходит через нулевую точку вещественной оси), в более общем смысле отнюдь не является просто нулем. Там, где нет ничего вещественного, оказывается, кое-что может существовать. Может существовать фигура вещи, ибо сама-то фигура вещи отнюдь не есть вещь и не есть даже [нечто] вещественное. Фигура вещи отличается от самой вещи, – иначе мы и не употребляли бы такого слова – «фигура», а просто говорили бы «вещь». Отличаться от чего-нибудь можно только тогда, когда отличное не есть то, от чего оно отлично, – иначе не осуществилось бы и само отличное. Итак, фигура вещи (а тем более числа) – невещественна, в вещественном смысле она–нуль. Без посредства вещества она уже есть нечто, некое самостоятельное смысловое бытие, в котором существует и своя, чисто смысловая, материя, и свои, чисто

191 В рукописи: последнее предложение не выделено.

смысловые, идеи, и свои синтезы того и другого. Это и выражено в гауссовском представлении мнимости.

4. Весьма интересен и второй момент в этом представлении– перпендикулярность линии мнимости к линии вещественных чисел. Что это значит? Перпендикуляр есть геометрическое место точек, равноотстоящих от данной прямой. Другими словами, это есть линия, таковым образом расположенная относительно другой линии. Но эта одинаковость расположения может быть выражена по-разному – смотря по тому, имеется ли в виду параллельность или перпендикулярность. Параллельность есть одинаковость расположения двух линий, когда они берутся в движении; это одинаковость движения (направления) разных линий. Понятие перпендикулярности предполагает обе линии (или по крайней мере одну из них) совершенно неподвижными, а имеется в виду содержание, статическое содержание одной линии и одинаковость расположения к этому другой линии. Перпендикулярность есть одинаковость расположения одной линии к статическому содержанию другой линии.

Перпендикулярность мнимой линии к вещественной, стало быть, означает, что мнимость находится в одинаковом расположении к статическому содержанию вещественной положительности и вещественной отрицательности. Мнимость абсолютно одинаково расположена в отношении положительного и отрицательного содержания. Но это и значит, что мнимость есть граница, начерченная между положительным содержанием числа и содержанием отрицательным. Ибо только граница одинаковым образом расположена как к ограничиваемому, так и к ограничивающему. Окружность круга, например, является абсолютно тою же окружностью, смотреть ли на нее изнутри, с точки зрения положительного содержания круга, или смотреть на нее извне, с точки зрения фона, окружающего данный круг. То самое очертание, которое ограничивает данный кусок пространства, оно же и – вырезывает этот кусок и из окружающего пространства. Вот это-то и зафиксировано в том, что линию мнимостей Iаусс понимает как перпендикулярную к вещественной линии в ее нулевой точке. Только так и можно диалектически понять природу этой мнимой перпендикулярности, если не ограничиваться одной арифметически-счетной точкой зрения.

5. Наконец, третий момент гауссовского геометрического представления мнимых величин заключается в следующем; и этот момент является самым важным, самым принципиальным и решающим. Дело в том простом факте, что если разница положительного и отрицательного на прямой есть не что иное, как разница ее направлений, то разница вещественного и мнимого предполагает выход вообще за пределы прямой и переход в новое измерение. Не будем говорить о перпендикулярности, а сосредоточимся пока вообще на переходе от линии к плоскости. Оказывается, мнимость потребовала в данном случае перехода от линии к плоскости. Что же это значит в философском отношении? Вспомним наши рассуждения о природе пространственного измерения (§ [55]). Мы установили, что всякое пространственное измерение в отношении другого

есть нечто алогическое, оно – чистое становление, причем эта инобытийность есть именно субстанциальная инобытийность, а не только смысловая. Ведь становление возможно и в пределах и данного отрезка прямой; и тут мы сталкиваемся с явлениями измеримости или неизмеримости, несоизмеримости. Это будет алогическое становление в пределах данной линии. Когда же мы переходим от линии к плоскости, то тут у нас совершается переход в такое бытие, которое субстанциально отлично от бытия линии, и это есть уже субстанциально самостоятельное алогическое становление. Так вот, мнимая величина требует субстанциального перехода в инобытие.

Но только ли это? Если бы здесь шла речь просто о переходе в другое измерение, то этот переход сам по себе ровно ничего не говорил бы о мнимости. Получилось бы два вещественных измерения, как обычно бывает, например, при измерении площадей, и больше ничего. Вся сущность вопроса в том и заключается, чтобы перейти от одного измерения в другое без реального перехода в это последнее. Правда, в иррациональном числе мы тоже перешли в другое измерение. Однако, повторяю, там не шла речь о субстанциально новом измерении. Там имелось в виду смысловое же становление внутри данного измерения. В нашем же случае мыслится субстанциальный переход в другие измерения, но реально не совершается, а только мыслится, преображается[192], или отображается. И там, и здесь, следовательно, дано только мысленное, смысловое представление измерения; но в первом случае (для иррационального числа) это есть смысл внутреннего же смысла данного измерения, во втором же случае (для мнимого числа) это есть смысл субстанциально нового измерения, зафиксированный в данном измерении.

Ясно, что это возможно только потому, что мнимая величина есть отрицание одного измерения в другом, представление одного измерения при помощи другого. Пусть я имею прямую и хочу говорить о плоскости только при помощи одной прямой, не переходя реально в эту плоскость. Это будет значить, что я оперирую с мнимыми прямыми (или, если угодно, с мнимыми плоскостями). Пусть я имею плоскость и хочу при помощи одних плоскостных категорий рассуждать о пространственном теле – у меня получатся мнимые плоскости. Наконец, я могу пространство четырех измерений изобразить при помощи трехмерного пространства. Тогда у меня получится усложненное трехмерное пространство, в котором будут участвовать мнимые величины.

И сколько бы измерений мы ни брали, всегда, когда зайдет речь о переходе одного пространства на другое, мы должны будем прибегать к помощи мнимых величин. Ясно: мнимая величина есть отображение в данном вещественном измерении какого-нибудь другого измерения. Данная вещественная величина получает здесь некое новое смысловое оформление, получает внутреннюю перспективу, некий смысловой рисунок, фигурность, не зависящую от того, что мы двигались внутри этой величины, ибо, пока мы были там внутри, мы не могли видеть ее внешнего контура и фигуры и самое большое – это могли только двигаться там в разных направлениях, т. е.

192 В рукописи: предображается.

устанавливать фигурность ее внутреннего содержания, а не фигурность ее вообще. Теперь мы взяли эту внутреннюю представленность величины, отошли от нее на некоторое расстояние и тем самым наметили возможность зафиксировать эту величину уже как таковую, со всей ее величий]ной фигурностью, на фоне окружающей действительности. Взять внутреннюю представленность величины из самой величины – это значит взять отрицательную единицу. Отойти от величины на некоторое расстояние, чтобы ее видеть, – это значит отличить ее от того, что ее окружает, т. е. перейти в отношении ее в сферу алогического становления, т. е. в новое измерение. И наконец, находясь в ртом новом измерении, обратить взоры на покинутую величину, с тем чтобы ее увидеть, т. е. с тем чтобы определить тот исходный пункт, который лежит в основе самой ее представленности, – это значит извлечь квадратный корень из отрицательной единицы.

Так понимание Гаусса дает нам возможность философски интерпретировать самый смысл перехода от линейного представления к плоскостному, перехода, содержащегося в самом существе мнимой величины.

8. Если коснуться исторической стороны дела, то справедливость заставляет отметить, что уже Валлис имел полное представление о том, что невещественные корни алгебраических уравнений располагаются по прямой, перпендикулярной к линии вещественных корней, так что уже у него мнимая величина была [в виде] среднего пропорционального между положительной и отрицательной величиной[193]. Валлис действовал в конце XVII в.; ровно через столетие, в 1797 г., К. Вессель выпустил на датском языке труд с таким же представлением мнимости, который, однако, стал известен широким кругам только после перевода его на французский язык уже в конце XIX в.[194] Незамеченной прошла и аналогичная работа Арганда[195] в начале XIX в.[196] И только Гаусс в 1831 г. своей знаменитой работой о биквадратных вычетах сделал изложенную геометрическую теорию комплексных чисел популярным достоянием всех[197]. Изучение взглядов Гаусса, однако, не дает ровно никакого философского результата, если ограничиться текстом самого Гаусса. Единственная мысль его заключается только в том, что мнимая величина есть среднее пропорциональное между + 1 и – 1 и что для ее представления необходимо из линейной области выйти в плоскостную. Этот принцип – колоссальной, решающей важности. Но всякому ясно, что он имеет чисто математическое значение; и для философии он не больше как сырой материал. Наша концепция мнимостей, кажется, впервые превращает это гауссовское понимание в чисто философскую теорию.

193 [J. Wallis. Treatise of Algebra both historical and practical. 1685.]

194 [C. Wessel. Essai sur la representation de la direction. Copenhague, 1897.]

195 В рукописи: Арогапа.

196 [J. R. Argand. Essei sur une maniere de representer les quantites imaginaires dans les constructions geometriques. Paris, 1806.]

197 [C. Gauss. Theoria residuorum biquadraticorum. Hottingae, 1832.]

§ 107· Некоторые детали

Чтобы не оставалось никаких неясностей в диалектической концепции мнимой величины, сделаем еще ряд добавочных замечаний.

1. Надо помнить, что кроме мнимой оси в нулевой точке вещественной оси и в этом же перпендикулярном направлении проходит еще также и вещественная ось (если брать прямоугольные координаты). Спрашивается: какая существует разница между мнимой осью и второй, вещественной осью (именуемой обычно «ордината», или ось у-ков)? Тут приходится волей-неволей стать на точку зрения развиваемой у нас теории мнимостей и сразу же отбросить всякое иное толкование. Но это обстоятельство остается весьма поучительным и требует четкого диалектического анализа.

В самом деле, что тут происходит с вещественной осью и в чем же разница между обычной вещественной абсциссой и мнимой ординатой? Привлекая рассуждения, развитые раньше, будем думать так. Когда имеется в виду вещественная граница, это значит, что сама эта граница не фиксируется как таковая. Фиксируя границу как таковую, мы берем ее как чисто смысловую, а не как вещественную. Вещественная ось [есть] субстанциальное осуществление смыслового. Это дерево есть материальное осуществление некоего смысла, некоей идеи дерева. Стало быть, линия, точка и все, что существует, может быть чисто смысловым и чисто вещественным. Они, конечно, находятся в одном и том же месте и «имеют одно и то же направление», как и относительно дерева мы должны сказать, что идея дерева «находится там же», где и само дерево, и что она «имеет то же направление» своего действия и проявления, что и само дерево. И тем не менее это совершенно разные конструкции.

Если мы имеем в виду вещественную абсциссу, то так мы ее и чертим как вещественную, ничем не отличая, в смысле вещественности, от ординаты. Но когда мы имеем в виду мнимую ось, мы не ограничиваемся проведением простой вещественной ординаты, но углубляемся на фоне этой вещественной абсциссы в ее чисто смысловое содержание и берем ее не во всей ее вещественной и телесной осуществленное™, но только в ее принципиальной, смысловой структуре, в ее идеальном содержании и фигуре. Поэтому, хотя мнимая ордината имеет «то же» направление, что и вещественная, и хотя она проходит через гу же нулевую точку абсциссы, что и вещественная абсцисса, все же разница между той и другой – огромная, и не понимать ее значит вообще не понимать природы мнимой величины.

2. В этом учении о мнимости ум, не привыкший мыслить чистый смысл, встречается с трудностями, которые возможно преодолеть только путем длительного педагогического воздействия и самовоспитания. В самом деле, как мыслить это чисто смысловое, идеальное? Как отличить его от вещественного, которое так «понятно» всем и каждому? Тут мы можем только призвать на помощь некоторые аналогии, облегчающие представление мнимостей, но надо помнить, что настоящее понимание, как таковое, не имеет никакого отношения

ни к каким аналогиям, и оно должно функционировать без всякой помощи с их стороны. Учиться же на аналогиях всегда полезно.

a) Первая аналогия, которую можно было бы привести, есть аналогия с зеркалом. Видя предмет в зеркале, мы, несомненно, имеем некий его образ. Сказать, что в зеркале присутствует сама вещь, – можно, но ясно, что она присутствует здесь не своей субстанцией (иначе получились бы две вещи, а не одна вещь со своим отражением в зеркале), но лишь своей образностью. Спрашивается: где эта образность находится? Ответить на этот вопрос довольно затруднительно, – во всяком случае не легче, чем на вопрос о «местонахождении» идеального, смыслового. Пусть знатоки вещественности ответят на вопрос: где и как «находится» зеркальное изображение вещи? Сказать, что оно находится «в» зеркале – это значит ничего не сказать, так как и без этого ответа всякому ясно, что изображение находится в зеркале. Этот факт сам по себе вполне очевиден и несомненен. Речь идет совсем о другом: что значит этот очевидный и несомненный факт и как его объединить? Вещь занимает место, имеет определенный объем, вес, плотность, массу и т. д. Ничего подобного нет в зеркальном изображении вещи. И тем не менее то, что мы видим в зеркале, есть сама вещь, сама вещь в смысле ее образа. Эта образность и есть «мнимая» вещь, ибо под «мнимостью» мы и понимаем чисто смысловую образность вещи, которая, раз она именно чисто смысловая образность, не есть вещь и даже не есть нечто вещественное. Изображение вещи имеет свои собственные размеры, причем законы этой размерности не есть законы строения самой субстанции вещи. Изображение вещи в зеркале, как это легко созерцается, находится даже на том или на другом расстоянии от поверхности зеркала, т. е. от вещественной области, хотя это расстояние и оценивается как будто совсем иными мерами, чем вещественные расстояния. Словом, зеркальное изображение живет своей собственной жизнью и связано оно с вещественной стихией вещи тоже весьма своеобразно. Оно, строго говоря, нигде не находится, его вещественные размеры равны нулю, и оно есть смысловая образность вещи, ее «мнимое» изображение.

Так и нужно представлять себе мнимую величину. Она дана в веществе как бы перспективно, и ее контуры абсолютно не поддаются никакому вещественному воздействию; они абсолютно тверды и резко очерчены, и их нельзя стереть или подделать. Это и есть чистая и абсолютная граница и очерченность вещи, ее конкретно-смысловая фигурность и образность.

b) Вторая аналогия относится к более грубому представлению гнущейся, или проваливающейся, поверхности. Поверхность, например, покрытая воском, может воспринять на себя печать и путем продавливания тех или других линий дать изображение определенной вещи. В сущности, это почти та же аналогия, что и с зеркалом. Но только эту вдавленность надо понимать обязательно идеально и чисто смысловым образом. «Мнимое» изображение заставляет поверхность как бы проваливаться внутрь, и это проваливание – не пространственное, а образное, перспективное, некая смысловая печать вещи.

3. a) Подобные аналогии делают понятным и то, что в математике носит название специально комплексной величины. Если мнимая величина [есть i], а [x, y]– оси координат (причем [y] оказывается расположенным, согласно предыдущему, по мнимой оси, а [x]– по вещественной), то величина <x+yi) называется не просто мнимой, но – комплексной. Смысл этих [x,y] здесь, конечно, совсем другой, чем в обычных координатах. Обычно <y =f(x)>, т.е. имеется только одно независимое переменное [x] и [y]– от него функция. В случае с комплексным переменным – два независимых переменных, [x, y] и функцией является уже третья величина ζ, так что z = x+yi. Таким образом, здесь мы имеем определенный вещественный x в соединении с определенным мнимым y. Что значит это соединение? Так как мнимая величина есть смысловая образность числа, то, полагаясь на вещественную величину, она должна ее деформировать с точки зрения идеи, заложенной в этой образности. Вещественная величина должна здесь получить новый вид, новую форму, получить иные границы; она должна как бы отразиться в зеркале и из «реальной» вещественности превратиться в «мнимую» выразительность. Перпендикулярность мнимой оси обеспечивает здесь единообразие деформации вещественной величины во всем ее составе и смысловом содержании, и, таким образом, вся вещественная величина, во всем своем составе, одинаково подвергается этой новой смысловой обработке.

b) Будем брать указанную выше аналогию с зеркалом. Ось y-коъ в этом смысле есть линия, идущая от поверхности зеркала в его перспективную глубину. Слово «идущая», конечно, нужно понимать не вещественно, но изобразительно, ибо на то это и есть «мнимая» величина. Это – как бы показатель того, что вообще происходит со всяким предметом, если наблюдать его отражение в зеркале. Уже грубое наблюдение показывает, например, что, чем предмет находится ближе к зеркальной поверхности, тем больше размеры его зеркального изображения; и, чем он дальше от нее, тем это изображение меньше. Ось *y*-ков и есть показатель этого перспективного свойства зеркала вообще. Тут еще не ставится никаких реальных вопросов о той или иной вещи. Здесь дана только эта общая координата, являющаяся критерием зеркальной перспективы, подобно тому как абсцисса при движении от нуля слева направо является критерием абсолютной величины положительных чисел. При наличии такого перспективного критерия возникает вопрос уже и о применении его к той или другой вещественной величине. Эту вещественную величину дает здесь линия (функция) *x*. Беря эту величину и применяя к ней перспективный критерий мнимой ординаты, мы и получаем перспективное изображение данной вещи и обозначаем его через <*x+yi*).

c) Здесь необходимо, как и везде, учитывать математический формализм, основанный на том, что число есть «равнодушная к себе самой определенность». Какое бы содержательное построение математическая формула в себе ни отражала, она всегда дает такое построение чисто количественно, дает числовым способом, при помощи чистого числа, и потому сознательно отстраняет от себя все понятное содержание данного построения, беря его только постольку, поскольку из него можно получить ту или иную числовую комбинацию. Понятийное содержание дано тут постольку, поскольку оно определяет собою специальные взаимоотношения тех или иных числовых операций. Также и в случае с комплексными величинами перевод вещественной величины в мнимую область может быть дан только чисто формально, путем только одних числовых взаимоотношений, без всякого учета онтологического содержания и смысла затронутых тут вещественной и мнимой областей. И как же это делается?

d) Что происходит в зеркале? В зеркале происходит деформация вещи. Но математик сознательно отбрасывает от себя и знание того, что это за вещь (стол, стул и т. д.), и знание того, что такое зеркало, и даже знание самого процесса отображения. Все это содержательно понятные построения, которые отнюдь не «равнодушны» к своей определенности, а, наоборот, потому-то и интересны, что имеется в виду их содержательная и предметно-существенная определенность. Математика интересуется только одним: вот вещь, и вот ее деформация – какое отношение между ними? И при таком принципиальном формализме (а иначе это не была бы математика) весь вопрос сводится только к сравнению данных очертаний вещи с деформированным. Ясно, что основной категорией в этом сравнении будет категория направления, ибо все отличие деформированной вещи от самой вещи заключается только в том, что ее очертания приобретают здесь новое направление. Направление есть то формализи-рованное понятие, которое только и может употреблять тут математика. Возьмем все реальное изображение вещи в зеркале со всей его конкретностью и – забудем, что такое эта вещь, а сосредоточимся только на ее очертаниях. Сравнивая эти новые очертания вещи с первоначальным, мы тут не найдем ничего иного, как только разницу в направлении этих очертаний.

Если бы мы рассуждали чисто геометрически, то мы еще могли бы говорить об измерении, а не о направлении; и эта категория была бы все же ближе к содержательности онтологических установок. Но мы хотим говорить о комплексных величинах исключительно арифметически (или арифметически-алгебраически). Поэтому геометрия здесь есть только сфера приложения. Значит, приходится разыскивать более абстрактный термин для выражения перспективного строения числа. И таким термином является термин «направление».

4. [a)] Вот почему комплексная величина <$x+yi$> изображается при помощи вскрытого сложения. Вектор есть как раз такая величина, которая определенным образом направлена. Следовательно, мнимость, положенная на вещественную величину, с математической точки зрения попросту только меняет ее направление и больше ничего. Надо сложить вещественную и мнимую функции как векторы, чтобы получить искомое нами зеркальное изображение вещи. Мы тут накладываем одно направление на другое – попросту складываем оба эти направления – и получаем новую точку (и, следовательно, новое построение), которое будет уже не чистой мнимостью и не

чистой вещественностью, но отображенной, изображенной, перспективно осмысленной вещественностью – комплексной величиной.

b) Нечего и говорить о том, что «направление», которое имеется здесь в виду, есть направление совсем особого рода, не обычного вещественного характера. Это – направление в глубь зеркала, в глубину [мыслимости], направление нового измерения. Тут все время нужно иметь в виду аналогию с перспективой. Как в перспективе предмет уменьшается в своих размерах и тем самым происходит его оригинальная деформация с точки зрения созерцающего (хотя в вещественном смысле она и равняется только нулю), так и комплексная величина дает нам перспективную картину вещи, деформируя так или иначе ее контуры и давая им новый закон построения, без реального перехода в новую вещественность. Эта деформация может иметь уже сама по себе нулевое значение; тогда образ вещи будет вполне адекватно выражать реальные очертания вещи, нисколько их не деформируя, но это не помешает ему остаться чисто комплексной (или мнимой) величиной, так как образ вещи все равно не есть сама вещь и не есть нечто вещественное. Это смысловая, а не вещественная структура.

c) В том, как представляется в математике комплексная величина, дан, следовательно, анализ числа с точки зрения его образной структуры. Тут отдельно даны вещественные и образные моменты, т. е. [они] абстрактно выделены из общей числовой стихии и, кроме того, даны в целесообразном объединении, адекватно отражающем отношения, остававшиеся невскрытыми до этого анализа в нетронутой стихии числа.

5. Подводя итог развиваемого здесь учения о природе мнимого (или комплексного) числа и давая ему самую простую, самую ясную и самую краткую (все это, конечно, – с точки зрения диалектики) формулу, мы должны употребить термины, которые, по существу говоря, должны были бы появиться у нас уже с самого начала, поскольку того требовал порядок появления у нас диалектических категорий математики, но которые, ради ясности изложения, необходимо употребить именно теперь, когда уже вскрыты некоторые основные элементы категории мнимой величины.

[а)] Тут идет речь о рациональном и иррациональном числе и об их диалектическом синтезе. Мы ведь помним, что иррациональное число рассмотрено нами, кроме основной установки, также еще с точки зрения категорий непрерывности, прерывности и предела. После диалектики предела мы перешли прямо к диалектике мнимых величин, проследивши назревание этой категории еще в сфере учения о пределах. Но мы не связали всю категорию рационального со всей категорией иррационального. А между тем рациональное – иррациональное – мнимое есть вполне точная диалектическая триада[198] подобно тому как и триада нуль – бесконечность – мнимое также есть всецело диалектическая и рассмотрена нами по существу. Остается указать на синтетическую тождественность рационального и иррационального в мнимом,

198 В рукописи: природа.

и тогда эта категория мнимости в основном получит более или менее полное и существенное определение.

b) Мы знаем, что рациональное отличается от иррационального как понятие от вне-понятийного, как форма от оформляемого, как принцип от материала, подчиненного принципу. Само по себе рациональное есть только закон в отношении некоего материала, который подчиняется этому закону, или принцип и метод для некоей алогической массы, которая должна подчиниться этому закону или принципу. В этом сущность рационального во всесторонней взаимосоизмеримости отвлеченного и конкретного, так что все, что ни положено здесь отвлеченно, то тем самым дано и конкретно, так что тут нет ровно никакого противостояния или противоречия. Иррациональное, в котором конкретное распушено[199] размыто и тем самым получило изолированную свободу, является в отношении рационального чем-то алогическим, бесформенным, играющим роль простого материала (по аналогии, например, с сыпучими или жидкими телами, не имеющими своей собственной формы, но принимающими форму того или иного сосуда). Когда мы хотим объединить рациональное вместе с иррациональным, мы должны дать конструкцию, в которой бы оба эти принципа играли совершенно одинаковую роль. Необходимо, чтобы рациональное начало действовать взаправду как форма, а иррациональное – как оформляемое; и тогда обеспечено появление новой структуры, содержащей то и другое. Пусть мы имеем бесформенную кучу песку или глины, и пусть мы имеем отвлеченное понятие дома, человеческого жилья. Если мы захотели объединить то и другое, мы должны слепить из песка или глины дом. Что для этого надо? Для этого надо, чтобы бесформенная глина подчинилась отвлеченному понятию дома как некоей форме, принципу, как некоему методу оформления, а отвлеченное понятие дома перестало быть отвлеченным понятием и стало заданием и планом конкретной структуры.

c) Из этого объединения и получается наличность уже не просто формы и не просто оформляемого, но – само сформированное, которое в свою очередь предполагает сформированное, структуру. И вот эта-то структура и есть мнимое (комплексное) число. Мнимое число, чистая структурность числа не есть, таким образом, ни отвлеченное понятие числа (рациональное), ни материя числа (иррациональное), ни объединенность того и другого как факт (сделанная из глины вещь), но – объединенность того и другого как новый смысл, как смысл этого вновь появившегося факта, как конкретная структура факта. Это сделанность вещи из материала, хотя и не вещь и не материал вещи, определенная скомбинированность алогического материала, осуществимость отвлеченного закона и задания, принципа и метода, данная как новая смысловая физиономия факта.

d) Можно сказать еще и так. Выше (§ 106.5) мы уже отметили, что в моменте алогически становящегося инобытия, если этот момент брать как таковой, в чистом виде, нет ровно никакой разницы между мнимым числом и числом иррациональным. Оба они предполагают, что некая рационально-

199 Так в рукописи.

вещественная величина вбирает в себя свое инобытие. Но какое именно инобытие? Внутри самой числовой структуры тоже есть инобытие; оно, как таковое, уже не выходит за ее пределы и оставляет самую субстанцию этого числа нетронутой. Число может объединиться с таким своим внутренним инобытием. Получится та внутренно-внешняя структура, которую мы выше именовали пределом. Но значит ли это, что число вошло тут в синтез с инобытием в абсолютном смысле, с инобытием в его субстанциальности, в его абсолютной независимости и самостоятельности? Конечно, нет. Это инобытие – внутреннее отличение[200] числа; и тут число входит поэтому в синтез со своим же собственным внутренним содержанием. Можно, однако, дать инобытию абсолютную, субстанциальную свободу. Это будет значить, что в поисках такого инобытия мы должны покинуть уже все число, а не ограничиваться только распутыванием его внутреннего содержания. И вот синтез с таким инобытием будет уже синтез полный, абсолютный. Тут оба момента войдут в общий синтез действительно при полном равноправии. Это-то и есть комплексное число.

В рациональном числе тоже дан синтез бытия и инобытия, внутреннего и внешнего. Но этот синтез дан тут в свете первого члена, бытия, а инобытие тут подчинено ему, соразмеряется с ним. В иррациональном числе тоже дан синтез бытия и инобытия, внутреннего и внешнего. Но этот синтез предполагает здесь превалирование алогического инобытия, этой дробящейся внешности. Оба синтеза поэтому не могут быть окончательными. Первый, основанный на примере внутренней целостности, подчиняет все внешнее становление числа себе и считает его своим внутренним достоянием, в то время как оно свободно и от него само число не должно зависеть. Второй синтез, основанный на примере внешне-становящейся дробности, подчиняет все внутреннее себе и вовлекает его в стихию своего становления (тот предел есть не что иное, как закон самого же этого становления), в то время как это внутреннее[201] должно быть совершенно свободно и независимо ни от чего внешнего. Тогда наступает пора для третьего синтеза, когда бытие и небытие, или внутреннее и внешнее, объединяются на основании своего чистого синтеза, т. е. когда примат остается не за внутренним бытием, не за внешним инобытием, а именно за их равноправным синтезом. Тогда и рождается комплексное число. Его вещественная часть есть та самая внутренняя целостность, которая уже не поглощает ничего внешнего и ничему внешнему не подчиняется. Его мнимая часть есть та самая внешняя выраженность, которая нисколько не мешает вещественной части существовать в ее полной свободе и которая также и сама нисколько ей не подчиняется, происходя из источника, субстанциально нового в отношении ее (из другого измерения). Самый же синтез тем не менее не есть [ни] только внутреннее <…>, ни только внешнее бытие, но совершенно новая положенность нового числового бытия, – бытие перспективное, в котором уже нельзя различить, где предмет и где его становление, где внешняя и где внутренняя его структура и направление.

200 В рукописи: в отличие.
201 В рукописи: внутренно.

В рациональном числе установлен только самый факт перспективы без ее конкретной формы, т. е. факт внутренно-внешнего синтеза; поэтому внутреннее и внешнее, логическое и алогическое просто совпадают тут и больше ничего. В иррациональном числе установлено то растекание факта перспективы, та алогизация внешности, без которой эта внешность не может превратиться в гибкий и податливый материал для перспективного оформления; поэтому внутреннее и внешнее тут просто не совпадают, и нужно бесконечно долго (и в (…) и в буквальном смысле бесконечно долго) трудиться, чтобы достигнуть этого совпадения. В положительном числе дан не голый бесформенный факт перспективы и не голая, оформляемая, текучая ее материальность, но сама перспектива в своей конкретной оформленности, фигурности, определенности и разграниченности.

е) Таким образом, для понятия мнимости достаточно уже простой антитезы рационального и иррационального. Все прочее может считаться детализацией, конгруэнцией и демонстрацией этого основного определения мнимости.

6. В заключение нашего рассмотрения комплексного числа необходимо было бы указать на ряд чисто математических теорем и правил в области этого учения. Делать это, однако, в данном месте не очень целесообразно ввиду того, что большинство интереснейших построений с этим мнимым i требует еще исследования таких китов математической мысли, как <…>, т. е. предполагает исследование трансцендентных чисел, чего мы еще не предпринимаем. Таков интеграл Коши, выражающий значение аналитической функции внутри замкнутой области регулярности через значения функции на контуре области. Такова теория Абелевых, и в частности эллиптических, функций или теория автоморфных функций и т. д. Упомянем только ряд простейших положений теории комплексных чисел.

Таково прежде всего сложение комплексных чисел. Оно происходит по правилу обычного векторного сложения, через построение на слагаемых векторах параллелограмма. Как указывалось выше (§ [106]), это есть признак того, что комплексное число предполагает переход в иное измерение. Сложить два комплексных числа потому и равносильно сложению двух разнонаправленных вещественных векторов.

Комплексное умножение, предполагающее для множимого числа его растяжение и поворот, отличается от векторного (внешнего) умножения в вещественной области тем, что произведение остается здесь в той же плоскости и сама плоскость не получает никакого вещественного направления, как в умножении вещественных векторов.

Извлечение корня из комплексного числа геометрически есть не что иное, как деление окружности на то или иное число равных частей. А это в комплексных случаях должно предполагать переход окружности в иное измерение, т. е. [пониматься] как ее изгибание.

Известна теорема Коши: интеграл от регулярной аналитической функции, взятый по замкнутому контуру, равен нулю в области ее регулярности. Но, как известно, то же самое явление мы замечаем и в криволинейных интегралах. А криволинейный интеграл предполагает две вещественных переменных. Следовательно, и здесь мы наталкиваемся на тот факт, что комплексное число (или [мнимое]) соответствует переходу из одного измерения в другое.

Эту перспективность, лежащую в основе мнимой величины, нетрудно было бы показать и на многих других примерах как из математического анализа, так и из гидродинамики, теории[202] упругости, электромагнитной теории света, из теории потенциала и др.

202 В рукописи: корни