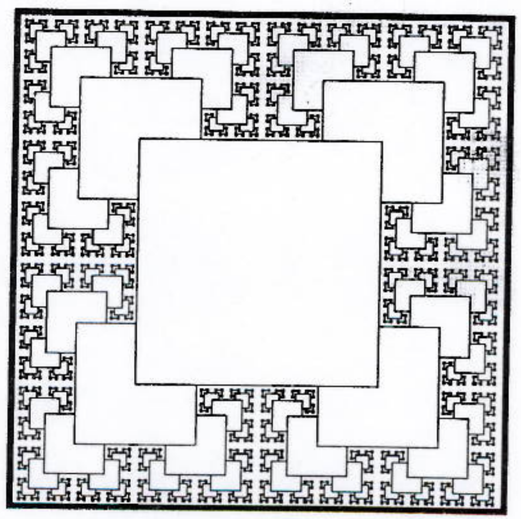
ГРИГОРЬЕВСКИЕ ЧТЕНИЯ

ЧИСЛО
В НАУКЕ
И ИСКУССТВЕ

Сборник
материалов
конференции



МОСКОВСКОЕ МУЗЫКАЛЬНОЕ ОБЩЕСТВО

Число в науке и искусстве

Сборник материалов 9-й конференции
из цикла «Григорьевских чтений»

Москва
2007

ББК 87.3
Ч67

Ответственные редакторы:
М.С. Скребкова-Филатова, В.Е. Еремеев,
И.Д. Григорьева

Ч67 **Число в науке и искусстве:** Сборник материалов конференции. М.: АСМ, 2007.

ISBN 5-87232-035-3

Сборник содержит материалы научно-практической конференции «Число в науке и искусстве», состоявшейся в середине марта 2006 г. в Центре современного искусства и Доме композиторов. Данная конференция является девятой в цикле «Григорьевских чтений», посвященных памяти известного музыкального деятеля, профессора Московской государственной консерватории В.Ю. Григорьева (1927–1997). Среди авторов статей настоящего сборника – специалисты различных областей знаний – музыковеды, философы, физики и др.

Издание предназначается для широкого круга читателей, интересующихся проблемами междисциплинарных исследований.

ББК 87.3

ISBN 5-87232-035-3

М.С. Скребкова-Филатова

УЧЕНИЕ ПИФАГОРА И СОВРЕМЕННОСТЬ
(о заметках В.Ю. Григорьева)

Среди богатого творческого наследия профессора Московской консерватории В.Ю. Григорьева есть одна рукопись – заметки, посвященные Пифагору, выдающемуся ученому древности, который известен нам в первую очередь как философ и математик. Автор отмечает, что еще древнегреческий историк Геродот считал, что «Пифагор – мудрейший из эллинов», и в наше время многие идеи Пифагора не потеряли значимость. Учитывая это, в своих заметках В.Ю. Григорьев касается деятельности Пифагора не только в области математики, но и в других областях: взаимосвязей математики и музыки, астрономии, этики и т.д. Актуальность этих заметок в том, что в них прослежены глубокие исторические связи между представителями мыслителей древности и современности.

Для нашего времени характерны многочисленные примеры пересечений и синтезов между различными сферами знаний (биологии и физики, математики и лингвистики и т.д.). Такие синтезы возникают сейчас особенно интенсивно в связи с бурно развивающимся компьютерным моделированием. Но дальние исторические истоки синтезов лежат в трудах мыслителей давно ушедших эпох, и одно из самых важных имен на этом пути – имя Пифагора.

Достаточно подробно и красочно повествуя о жизни и деятельности Пифагора, В. Григорьев ставит на первое место его заслуги в исследовании и осознании глобальных закономерностей, которые лежат в основе Космоса и музыки, в создании учения о гармонии небесных сфер. «Он открыл мистическую сущность числа как объективного, данного человеку особого языка, выражающего скрытую сторону мира его душу» – пишет Григорьев, упоминая о словах Св. Августина, также считавшего, что бог говорит с людьми лишь двумя языками – языком математики и языком музыки.

Именно эти параллели, приведены в заметках и являются особенно интересными для современников. «Мне представляется», – пишет автор, – «что ни один великий философ Древности не прошел мимо музыки. Вслед за Пифагором – Аристоксен, Платон, Аристотель, Птолемей и многие другие отводили музыке роль одной из фундаментальных закономерностей мира» – утверждает отечественный ученый и приводит созвучные высказывания мыслителей более позднего времени. Так, математик Лейбниц писал: «Музыка – бессознательное математическое упражнение души человека». Композитор Энеску утверждал: «Композитор является математиком… математический дух… проникает в его сознание». Писатель Ст. Лем призывал гармонически уравновесить технологическую и духовную, связанную с искусством, стороны развития человеческой цивилизации.

В биографии Пифагора В. Григорьев упоминает двух учителей его ранней юности – певца-аэда, обучавшего его тайнам музыки, и философа, привившего ему стремление к наукам. Возможно, именно это счастливое сочетание таких разных сфер обучения, которое раскрывалось талантливыми педагогами, и сумело сформировать синтетические, широчайшие интересы гениально одаренного молодого грека.

Эта разносторонность многократно усилилась благодаря путешествиям Пифагора и его встречам с различными учеными людьми на Крите, в Египте, в Вавилоне, где были заложены математические, астрономические, архитектурно-инженерные знания ученого. Возможно, у мудрецов Индии он овладел учениями древнего Востока.

В основе «Пифагорийского союза» («общего товарищества»), созданного ученым, лежали строгие правила жизни и поведения. Главным из них было стремление к прекрасному, к наукам и искусствам. И, как пишет В. Григорьев, все это создает легендарный образ Пифагора, соединявшего в себе синтетические черты: он был мыслителем и музыкантом, политиком и общественным деятелем, основателем древней эстетики и этики поведения, исследователем в областях физики, акустики, математики, астрономии, философии, врачевания. Его имя, как считалось, происходило из утверждения «Мудр, как Пифия».

Диалектичность и синтетичность как принципы мышления позволили Пифагору создать учение о числе и музыке. Он считал, что «число владеет вещами», т.е. абстрагирует знание, обобщая конкретные факты. Выделяя главные стороны учения Пифагора, В. Григорьев подходит к ним как бы с разных позиций, подчеркивая при этом, что «в музыке соединились магия числа, магия воздействия на духовный мир человека, магия гармонии, пронизывающее все живое».

Один из аспектов взаимосвязей музыки и математики, раскрытый в заметках В. Григорьева, можно назвать акустическим. Он основан на том, что Пифагор делил звучащую струну щипкового инструмента монохорда на части и определял музыкальные интервалы в зависимости от частей струны – кварту, квинту, октаву. Он вычислил звучание тона и полутона, сформировал понятия консонансных и диссонансных звуковых соотношений. В наше время совершенными консонансами считаются (со времен Пифагора) интервалы примы, кварты, квинты, октавы.

Непосредственно связан с акустическим другой аспект – ладово-мелодический. Пифагор составлял лады из тетрахордов, т.е. четырехзвучных комплексов, лежащих в основе настройки кефары и лиры. Тетрахорды составляли, по Пифагору, связь, лад, гармонию и, соединяясь, образовывали 3 основных греческих лада – дорический, фригийский, лидийский (надо заметить, что лады, имеющие те же названия, в наше время строятся иначе). В. Григорьев выделят еще один аспект в учении Пифагора, указывающий на этические значения ладов. Так дорийский лад считался, мужественным, фригийский – страстным, лидийский – печальным, «женским» Опираясь на этические свойства ладов Пифагор, отмечает В. Григорьев, применял их в медицинских целях: например, наигрывал мелодии в этих ладах для успокоения возбужденных людей.

Наиболее важным открытием Пифагора в сфере отношений музыки и математики было понимание того, что в основе обеих сфер лежат более глубокие общие закономерности. «Он определяет гармонию как «единство многообразного и согласие противоположного» – пишет В. Григорьев. Такой подход восходит уже на философский уровень.

В заметках приведена «таблица противоположностей», созданная Пифагором. Она в основе своей дихотомична, хотя, конечно, охватывает далеко не все возможные категории. Пифагор указывает 10 пар и считает, что при сочетании каждой пары возникает новое качество (например, левое и правое создает симметрию». Главная пара – предел и беспредельное – при сочетании, как утверждает Пифагор, дает число. «Без него невозможно ничего точно ни понять, ни познать» – приводит мысль Пифагора в заметках автор.

Обобщая взгляды Пифагора, В. Григорьев подчеркивает его стремление к познанию глубинных принципов в строении мира. «Получение неожиданных соотношений числа и музыкального звука, соединение, казалось бы, несоединимых структур – слухового восприятия и логических, математических методов анализа, было волнующим открытием для Пифагора и натолкнуло его на поиск более общих закономерностей» – пишет в заметках В. Григорьев. К «общим закономерностям» относится и «таблица противоположностей».

Одним из аспектов математических исследований Пифагора В. Григорьев называет создание математических тетрад. И музыкальные тетрахорды, и математические тетрады (основа музыкальных ладов) понимались Пифагором как магическая величина, данная человеку богами. Пифагор выделяет важнейшие, по его мнению, основополагающие числа: 1, 2, 3, 4, которые связаны с главными понятиями пространства в мире. Число «1» – точка; «2» – линия, соединяющая две точки; при числе «3» возникает треугольник, т.е. плоскостная фигура; число «4» создает пирамиду, т.е. объем, а он содержит четыре основных мировых элемента – огонь, воду, воздух, землю. По Пифагору, «из них, претворенных (взаимодействующих) и совершенно измененных, и состоит мир». Сумма же основных чисел 1 + 2 + 3

+ 4 равна 10, и это число является основой Космоса, Вселенной, как считал греческий ученый.

Математическая тетрада – магическое число, «держатель ключа природы», а душа человека – «самодвижущийся мир», имеющий числовое значение 4, она бессмертна и непознаваема, как учил Пифагор, имеет форму «совершенного куба». Тетрада в математике является основой тетрахордов в музыке.

Таким образом, все стороны многоаспектных взглядов Пифагора на мир, как сказано в заметках, неизменно опираются на мысль о единстве мира и законы чисел, числовых пропорций. Это относится и к пифагорейской теории Космоса. Автор рассматривает взгляды Пифагора в этом аспекте, приводя данные о том, что в основе космической структуры, по мнению Пифагора, лежат не только численные, но и звуковые отношения.

Поскольку окружность является самой совершенной линией, а шар – совершенным телом, Пифагор строит свою модель мира: она геоцентрична, все движется вокруг Земли, находящейся в центре Вселенной. «Наивный абстрагирующий взгляд оказывается "угадывающим" реальность окружающего мира, ибо опирается на глубокие внутренние закономерности» – пишет В. Григорьев. Действительно, несмотря на наивность, взгляды Пифагора вместе с тем были передовыми для своего времени: понимание шарообразности небесных тел и круговых орбит – прогрессивно и перспективно.

В. Григорьев описывает представление Пифагора о небесной шарообразной сфере, сходной с рядом хрустальных шаров, вложенных друг в друга и вращающихся вокруг шарообразной Земли (позднее в центре мироздания пифагорейцы помещали Гестию, «космический очаг», вокруг которой вращались планеты и Солнце). Движения планет вызывали, по мнению греческого ученого, звуки в Космосе. Он считал, что Земля издает основной звук – приму, Луна – кварту, Солнце – квинту, звезды – октаву (это зависело от их удаленности от Земли, как думал ученый). Такое музыкально-интервальное сочетание было названо им «музыкой сфер», построенной на звуковых соотношениях совершенных консонансов. «Музыку сфер» мог слышать и воспринимать лишь Посвященный – человек, к числу которых Пифагор относил и себя.

Мысль о «музыке сфер» поддержал позднее и Аристотель: «Когда несутся Солнце, Луна и еще столь великое множество таких огромных светил со столь великой быстротой, невозможно, чтобы не возникал некоторый необыкновенный по силе звук» – приводит Григорьев мнение Аристотеля о строении Вселенной.

Пифагор считал, что земная музыка – слабое отражение «музыки сфер», ее гармонии; однако, поскольку человек – часть мира, то в душе его

всегда должна звучать мировая звуковая гармония. Поэтому в Древней Греции главным искусством, как пишет автор, считалась музыка. В заметках приводится особый числовой ряд, созданный Пифагором для исследования небесных сфер: 1 – 2 – 3 – 4 (= 2^2) – 9 (= 3^2) – 8 (= 2^3) – 27 (= 3^3). Этот ряд основан на тетраде и ее преобразовании и соответствует дорийскому ладу. Так в учении Пифагора о Космосе соединялись математика и музыка.

В заметках прослежены «музыкально-космические» учения и в более поздние времена. Так, И. Кеплер в работе «Гармония мира» (XVII в.) прямо пишет о том, что «небесные движения есть не что иное, как ни на миг не прекращающаяся многоголосная музыка». В. Григорьев приводит «мелодии» каждой из планет солнечной системы, предложенные Кеплером, поясняя при этом, что расшифровка этих «мелодий» весьма произвольна и тенденциозна: автор заметок называет их «спекуляциями ума».

В заметках В. Григорьева сделаны выводы об исключительной роли гениального ученого Древности Пифагора в истории науки и культуры. Его достижения в области астрономии, математики и особенно взаимодействий их с музыкой, неоспоримы. Оценки, которые позднее дали ученые открытиям Пифагора, свидетельствуют о грандиозности его фигуры. Признавая его колоссальные заслуги в математике («исследование теорем с нематериальной, интеллектуальной, абстрактной точки зрения», как отмечал Прокл), многие, однако, не были согласны с мнением Пифагора, который считал, что музыку следует «постигать разумом, а не чувством». Он «судил о музыке не по слуху, а на основе математической гармонии» – говорил Плутарх.

Исследуя различные, даже несколько противоречивые взгляды ученых на воззрения Пифагора, В. Григорьев делает очень интересный вывод: «конечно, многие из учения Пифагора может показаться ныне для нас наивным и устаревшим, ушедшим в прошлое. Но не надо спешить. Так ли мы хорошо знаем устройство мира и человека, не ждут ли нас еще многие неожиданности и открытия. Не станем ли мы, наконец, слышать гармонию небесных сфер?»

И действительно, в сфере взаимосвязей математики и музыки, казалось бы, разработанной и изученной достаточно подробно, таится еще множество аспектов и направлений. Недаром автор приводит слова А. Эйнштейна о подобии между гармоническим спектром колеблющейся струны и спектром излучения атома («музыка микромира»). Он указывает также на современные научные данные о том, что каждая планета содержит свой «спектр звуков, а все вместе укладывается в знаменитые тетрады Пифагора». Есть данные и о том, что, как пишет В. Григорьев, «этот же эффект скрыт и при изучении молекулы нашей ДНК».

История глубинных числовых основ между самыми разными сторонами мира, была начата Пифагором. «Открытие Пифагора было первым примером установления числовых связей в природе. Поистине, должно быть удивительно вдруг неожиданно обнаружить, что в природе есть факты, которые описываются простыми числовыми отношениями» – это слова физика Р. Фейнмана.

Открытие Пифагором этих всеобщих принципов преломлялось и в сфере связей математики и музыки. Среди тех, кто развивал эту сферу, можно назвать имена: Боэция и Царлино, Эйлера и Декарта, Рамо, Форкеля, Римана, Кшенека, Маццолы, Ксенакиса и многих других.

В настоящее время выявляется еще один аспект подобных связей – компьютерные исследования музыкального творчества композиторов и исполнителей.

Заметки В. Григорьева заканчиваются вопросом: «Не идет ли и серьезная музыка по пути все более явственного выражения незримой «Песни Космоса», зовущей человечество в таинственные, непознанные глубины мира и человеческого духа, куда впервые заглянул Пифагор?»

Ю.Н. Рагс

ПОЛИСИСТЕМНОСТЬ ЧИСЛОВЫХ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ В ИСКУССТВЕ МУЗЫКАНТА-ИСПОЛНИТЕЛЯ

Числа в музыке используются повсеместно. Без них трудно себе представить не только педагогическую деятельность, но и само творчество музыкантов. С их помощью организуются, упорядочиваются почти все процессы в музыкальном искусстве. И в исполнение они входят на равных правах с тем, что делается в сочинении и теории музыки.

Известно, что в глубокой древности числа в музыке имели гораздо большее значение, чем сейчас. Ученые и музыканты в своих поисках всемирной гармонии обращались к музыке, в отношениях между звуками хотели найти некие закономерности организации целого. Причем музыку напрямую связывали с арифметикой, и при этом ее как бы не считали отдельным искусством. Но все же постепенно музыка стала приобретать самостоятельность, стала искусством. И ее былая связь с арифметикой ослабевала. Самое главное, что мы сейчас утеряли многие смыслы использования чисел, их отношений.

Постепенно также изменилось отношение музыкантов к числам. Исчезали сакральность, космизм, мифологизм в понимании числовых связей. Музыканты или, вернее, изменяющиеся условия жизни общества, в кото-

рых жили музыканты, – в частности, возрастание рационализма – значительно снизили уровни понимания числа. Отношения к числам стало более деловым, можно сказать, – более прозаичным.

Сейчас музыканты, кажется, готовы посчитать буквально всё: отдельные звуки – их частоту, длительность, громкость, октавы, интервалы, звуки в аккордах; считают также различные отношения между звуками, количество частей в произведении. У пианистов и скрипачей сосчитаны даже пальцы, причем у скрипачей счет ведется только на правой руке, и начинается он с указательного пальца. Далеко не всегда эти процессы следует характеризовать как нечто положительное; в самих стремлениях к упорядочиванию отношений нередко видится отход от духовности музыки.

Рассмотрим, как ориентируются музыканты во всем этом, зачем им нужны какие-то сложности, как они сейчас используют числа. В данном сообщении также рассмотрим, как относятся друг к другу те элементы целостного произведения, которые могут быть просчитаны и какое значение они могут приобретать в этом счете.

Этот необъятный мир – мир числовых отношений в музыке – не имеет ни начала, ни конца, что, разумеется, не означает саму бесконечность. Для музыкантов сами числа не означают, что чем больше число, тем оно «важнее» или в чем-то превосходит меньшее. Скорее, эти числа для них представляют собой названия однотипных «предметов» внутри некой области. И никакой арифметики в музыке нет: никто не собирается одно множество звуков умножать или поделить на другое множество, так же как никто не отнимает из числа одной октавы число другой октавы. Числа по большей части лишь означают, что в музыкальном искусстве существует некий явный или скрытый порядок. Лишь в музыкальной акустике числа вступают в арифметические отношения; здесь можно, например, количество колебаний в секунду складывать, вычитать, умножать, делить и т. п.

Для нашего анализа выделим из этого сложного мира чисел некоторые простейшие области. Выделим:

1) нотную запись звучания как своеобразную модель музыки; эта модель дала мощный импульс развитию искусства, но сама она не является искусством, – в ней музыка предстает как бы *в разобранном виде* и, конечно, она не звучит, хотя видны почти все детали целого. Далее

2) кратко коснемся акустики – этих объективных представлений о реальности музыки, о реальностях звучания.

И, чтобы не усложнять задачу, отметим еще только один момент, а именно по возможности акцент будем делать на том,

3) что представляют собой числа в исполнительском искусстве.

Прима, секунда, терция, кварта (что по латыни означает первый, второй, третий, четвертый) и так далее – так со старых времен считали интервалы, а также звуки в аккордах, так их различали на глаз и на слух. Получилась *простейшая шкала измерений или* интервальная *«линейка»*. Таким образом, заметим, что счет в музыке ведется не только цифрами, но и их музыкальными «заменителями», например, слова *до*, *ре*, *ми*, *фа*, *соль* и так далее выполняют ту же роль, что числа – они определяют порядок звуков в определенной шкале.

Все было просто, и эта линейка хорошо работала, пока существовала только диатоника. С появлением «хроматики» музыканты поняли, что в «приме» нет ни одного *полутона* – этого измерительного интервала, а «секунд» в самой простой гамме имеется два варианта: в *малой* секунде содержится один полутон, а в *большой* секунде – их два. Поэтому систему или шкалу измерений приходилось постоянно «подправлять»; в нотной записи для этого были придуманы *диезы* и *бемоли*. *Полутоновая система «измерений»* расстояний между звуками – это еще одна система измерений.

В клавишном представлении (на рояле, органе, синтезаторе) так же, как, между прочим, и в нотной записи, отмеченных различий между секундами нет; *до мажорная* гамма играется по белым клавишам, и кажется, будто бы она устроена без различения в ней количества полутонов. Таким образом, на первый план выходит не число, не единицы измерения, а *гармоничность* построения гаммы. Числа, которыми обозначаются ступени гаммы, только отражают устройство этой гармоничности; это – *еще одна система измерений* в музыке, *ступеневая*. А вот в *ре мажорной* гамме, или в фа мажорной, на клавишах проглядывают все полутоны; очевидно, поэтому у детей возникают первые трудности – «до мажорная гармоничность» устройства где-то теряется.

Если посмотреть на эту же гамму в ее акустическом представлении, то можно заметить, что одинаковые интервалы в одной системе – *физической, акустической* – получают разные значения в герцах, но в другой системе – *музыкальной*, где герцы не используются, – одинаковые:

– так, количество Герц (т.е. единиц измерения частоты, равных числу колебаний в секунду) между соседними полутонами все время изменяется при движении по хроматической гамме вверх или вниз;

– по этой причине музыканты *в Герцах высоту звука не измеряют*; для их слуха важнее, то есть единственно возможное, – *геометрическая, а не арифметическая прогрессия частот*. Интервальный коэффициент полутона, то есть частное выражение геометрической прогрессии в отношениях между звуками, составляющими полутон, в равномерно-темперированном строе всегда одинаков и равен (примерно) 1,0595 (это – корень 12-й степени из числа «два»; здесь числом *два* выражается октава). Упомянутая выше «линейка» в этой системе учитывает особенности восприятия высоты звуков. На этом примере мы отмечаем различия между арифметическим под-

ходом и музыкальным.

В то же время не только в клавишном, но и нотном представлении эта «закономерность» не наблюдается. До мажорная *диатоническая* гамма, как уже говорилось, может быть сыграна только по белым клавишам; и в нотной записи, которая изначально была настроена на диатонику, в той же до этой гамме на клавишах нет различий между тонами и полутонами. Так, в до мажорной гамме в первой октаве ноты пишутся (снизу вверх): *до* – на первой добавочной линейке внизу, *ре* – под первой линейкой, *ми* – на первой линейке, *фа* – в промежутке между первой и второй линейками. Мерой для ступеней гаммы здесь выступают **одинаковые расстояния** между нотной линейкой и промежутком, или промежутком и нотной линейкой; однако мы уже «проходили», мы знаем, что между *до* и *ре* – целый тон, а между *ми* и *фа* – вдвое меньше. *Нотная или клавишная «линейки»* идеальны для диатоники, а для хроматики совершенно не годятся; и они, эти линейки, становятся какими-то «кривыми»!

Все так просто! Изобретенная великим Гвидо из Ареццо (около 992–1050 г.) система нотной записи музыки оказалась живучей на протяжении тысячелетия, а мы в наше время зачем-то «вылавливаем» в ней противоречия. И объясняем, зачем эти противоречия так нужны. Однако только детям, когда они начинают изучать элементарную теорию музыки, очень трудно понять, почему в одних гаммах нет «случайных» знаков – *диезов* и *бемолей*, а в других их бывает немало, и зачем одну и ту же, – по своему устройству (два тона, полутон, три тона, полутон), – гамму следует играть на рояле либо только по белым клавишам, либо, по-иному, добавлять к ним то одну, то две, то еще какое-то иное количество черных клавиш.

Впрочем, никто из музыкантов от этого не страдает. И гаммы, и трезвучия, и даже сложные (в техническом плане) музыкальные пьесы они играют спокойно и уверенно. Руки и слух их как бы сами собой «ведут». Так для немузыканта возникает загадка слуха: неясно, как возникает уверенность в необходимости, например, играть именно по таким клавишам, чтобы получилась прекрасная музыка. Так еще раз выявляется, что противоречия существуют не в музыке, а между музыкой и числами: *числа не могут проникнуть в музыку*. Так мы в нашем описании сталкиваемся с *расхождением между музыкальностью и арифметичностью систем*.

Слухом свободно преодолеваются и другие числовые трудности. В нотной записи и в слуховом представлении мы как бы не замечаем, что пальцы у музыкантов получают разные числовые обозначения. На правой руке у пианистов цифрой «один» обозначается большой палец, на левой же – тоже большой, но этот палец «смотрит» в обратную сторону, потому что наши руки «устроены» симметрично. И, поэтому, начинать гамму в левой руке приходится не с первого пальца, а с пятого. Цифрой «2» на правой руке отмечается указательный палец, и ему в До мажоре «надлежит» играть ноту «ре», а на левой нота «ре» играется 4-м пальцем. Все переворачивается! Более того, при игре одних и тех же диатонических гамм в правой руке нужно делать «подкладывания» пальцев в одном месте гаммы, а в левой – в каком-то ином. Тут уж исполнители гамм и педагоги учитывают симметричность расположения пальцев.

Подобные проблемы возникают и в игре на скрипке, на всех других смычковых инструментах. Только на 5-рядном баяне в партии правой руки нет такой аппликатурной проблемы: все однотипные гаммы, например, все мажорные от разных звуков (до мажор, ре-бемоль мажор, ре мажор и так далее), или все минорные от разных звуков, можно играть одной аппликатурой (или «пальцовкой»). В этом смысле баян, – изобретенный в XIX веке инструмент, – организован более совершенно.

Но рояль в угоду арифметике не переделаешь, – не сделаешь его клавиатуру, как у баяна! К тому же сами пианисты не обращают никакого внимания на подобные проблемы чисел. Можно сказать, что им эти числовые проблемы даже нравятся: нравится, например, то, что пальцы как бы сами собой различают разные тональности, так же как и слух различает тональности. С другими же инструментами во многих случаях дело обстоит гораздо сложнее, чем с фортепиано или с баяном.

«Пространство гаммы» на фортепиано позволяет ее играть в одном направлении – в горизонтальном вправо или влево, что для слуха означает вверх или вниз. А на скрипке эту же гамму (в 1-й позиции) приходился разделять между струнами по кусочкам. И для того, что перейти к более высоким звукам на одной струне, нужно палец передвинуть дальше от колков, то есть ближе к лицу играющего и использовать другой палец левой руки. Пространство изменилось, изменилось и направление движения руки на грифе в ходе управления высотой! Например, *до мажорная* гамма начинается на *баске*, продолжается на струне *ре* и заканчивается на струне *ля*. Тонкий музыкальный слух по тембру, по громкости различает эти переходы со струны на другую струну. Но, ничего, все привыкают и даже считают звуки скрипки красивыми. Так образовалась еще одна система отсчетов. Назовем ее условно *струнной грифовой системой*.

По существу, и в пении происходит нечто подобное, хотя там «пространство» и прямее, и богаче, – даже как бы стереоскопичнее. Так, у некоторых певцов *до мажорная* гамма начинается в грудном регистре, дальше гамма продолжается через один или два *«переходных звука»*, то есть она звучит в «микстовом» регистре, потом идет «головной» регистр. Эти переходы певцы знают и слышат с древнейших времен. И тоже привыкают к ним. Числами здесь ничего не обозначается, но можно и здесь представить некую новую «линейку».

В пении с изменениями числовых значений также различается степень напряженности звучания: так, при переходе из первой октавы во вторую изменяется не только частота звука, но и громкость, и тембр звучания, а самое главное изменяется эмоциональная насыщенность звука. В третьей октаве (у теноров, у сопрано) эти изменения становятся слышными даже непосвященным. В акустических же замерах эти изменения не почти фиксируются. В этом примере мы еще раз фиксируем качественные различия в использованиях линеек разных типов.

Попутно хотелось бы обратить внимание и на возникающие в некоторых случаях для музыкантов иные реальные проблемы. Так, домристы или балалаечники, которым кроме своего инструмента приходится заниматься и по «общему фортепиано», приходится на каждом занятии не только переходить из одной системы чисел в другую, но также и менять представление о необходимом положении руки во время игры. При игре в оркестре на струнных щипковых правая рука поворачивается ладонью к телу музыканта и движется однообразно не только вниз, но и вверх. Именно эти движения вызывают звук. А на занятиях по общему фортепиано домристы должны перестраивать игровую технику: они, как и пианисты должны *ударять* сверху вниз по клавишам или *нажимать* на них. И далеко не сразу всем это удается. Так в музыкальном искусстве возникают еще и пространственные проблемы; о них никогда не говорят, хотя педагоги их знают.

Движения рук пианистов, скрипачей, баянистов, литавристов и других ударников, ног органистов – это проблема, которая вообще не рассматривалась. Ориентация рук в пространстве представляется поразительной. Без каких-нибудь всяких «линеек» (например, сантиметровых) музыканты очень точно и мгновенно «попадают» на нужную клавишу, кнопку. Нужно ли говорить, что само изучение линеек не имеет смысла. Искусство не нуждается в точных измерениях и научных выводах. Если у человека нет такой способности – ловко ориентироваться в пространстве, – то никто ему не поможет.

Весьма значительно отличаются друг от друга числовые и музыкально-слуховые представления в системе или шкале *длительностей*. В нотах все просто: есть целые, половинные, четвертные и иные другие ноты. Считай и играй! Однако никто не скажет, как нужно считать, сколько секунд, например, в одной четвертной ноте. Более того, если этот счет будет установлен по метроному Мельцеля, то остается неизвестным, как сосчитать естественные для окончания всей пьесы замедления темпа и, следовательно, увеличения длительностей каждой ноты, как играть *рубато*, как считать неизбежные во всяком исполнении ускорения темпа. Музыканты в этих вопросах целиком полагаются на интуицию.

Однако никакого хаоса здесь не существует. Каждый музыкант следует сложившимся традициям, согласует свои представления со стилем музыки, с жанром. Ровно, математически точно никто не играет, а если кто и натренируются в этом направлении, то его слушать никто не будет. Темповая ровность нужна только в танцевальной музыке; но и в рамках ее в каждом такте отдельные звуки могут «вести себя» довольно свободно. На этом основании появилось, например, понятие «свинга» в джазовой музыке.

Может быть, со временем потребуется «обсчитать» с большой точностью исполнение выдающихся музыкантов для того, чтобы быстрее понять особенности привлекательности их исполнения. Методика для этой сложной работы уже существует, но пока не только нет аппаратуры, но и потребностей в такой работе.

Еще одна проблема в этой сфере относится к полиритмике, полиметрике как способам организации и этого звукового пространства и времени. Серьезные работы по полиритмике выполнены украинским исследователем Борисом Деменко. Поэтому не буду останавливаться на числовых проблемах в этой области. Скажу только, что уже четко определены два подхода к практическому освоению полиритмики. Один из них назовем чисто математическим. Это когда в сложных для исполнения сочетаниях, например, 5 к 7 или 13 к 9 (как это бывает у Скрябина, у Шопена), стараются точно определить относительные связи между мелодиями или отдельными звуками и затем так же точно воспроизвести их. Другой, – интуитивный; музыкант по-отдельности выучивает партию правой руки и партию левой, затем соединяет обе партии; руки и слух как, например, в одном из Этюдов Шопена как бы сами собой «играют», помогают мыслящему музыканту.

В *нумерации сочинений* числовых проблем как бы не существует, можно на этом не останавливаться. Можно только указать на любопытные факты. Австрийский композитор В. Моцарт не заботился о нумерации своих сочинений; нумерациями «*опусов*» в его время еще никто не занимался. Поэтому сейчас для ориентации в творчестве великого композитора пользуются различными каталогами, сделанными исследователями, сумевшими определить, когда и что было сочинено композитором (Людвиг Кёхель в середине XIX в. составил «Хронологически-тематический указатель всех сочинений В.А. Моцарта»). Другой пример – Ф. Шуберт, который также не отмечал номеров своих сочинений и годы их создания (хотя в это же время Бетховен уже тщательно заботился о нумерации), но за Шуберта эту нумерацию делали издатели, а они, можно сказать не очень-то стремились к точности, достоверности. Наконец, можно отметить, что в наше время некоторые композиторы, как, например, С.С. Прокофьев, иногда применяют двойную нумерацию опусов; второе число ставят тогда, когда помечают вторую редакцию сочинения.

С каждым полувеком, с каждым десятилетием и более стремительно

музыкальное искусство интенсивно развивается в отношении техники сочинения музыки, в отношении исполнения ее. Не буду затрагивать проблемы сочинения, несмотря на то, что точные (числовые) подходы в ходе создания музыки занимают большое место, – это особая тема. А про исполнительские процессы следует хотя бы кратко сказать.

Вряд ли во время концертного исполнения музыкант способен на рациональный подход; он, как говорится, витает в облаках, когда создает эмоциональный образ. Но вот во время разучивания, поисков и расстановки наиболее интересных акцентов он должен многое продумывать. В фуге, например, ему приходится согласовывать между собой уровни громкости исполнения темы и *контрапунктов* или *противосложений*. Иногда эти противосложения «уступают место» теме, в других же случаях все нужно делать наоборот.

Таким образом, даже из этого краткого описания ясно, что числа в музыке занимают важное место. Правда, также с давних пор исследователям стало понятно, что далеко не всё в музыке поддается счету. Для отношений звуков по громкости пока еще не придуманы точные «линейки», а отдельные элементы в системе тембров, то есть, например, тембры флейты в отличие от тембров гобоя или кларнета, вообще не выстраиваются в ряд «по росту» или «по весу».

Но самое важное, как мы понимаем сейчас, состоит в том, что в принципе не могут быть сосчитаны смысл музыки, ее эмоционально-образная сущность. Никто не может сказать, что ***это*** произведение, по сравнению с каким-то другим, образнее или эмоциональнее на столько-то процентов или по художественному качеству на столько-то «сантиметров-километров» выше, длиннее. Так расходятся между собой рациональное и эмоциональное начала. И, тем не менее, эти начала в музыке всегда находятся в гармоническом единстве. Никакой «борьбы» между ними нет.

И.П. Прядко

ТРИАДИЧНОСТЬ И БИНАРНОСТЬ В ОТЕЧЕСТВЕННОЙ ЛИТЕРАТУРНОЙ ТРАДИЦИИ И НАУКЕ РУБЕЖА XIX–XX ВВ.

Эпоха конца XIX – начала XX вв. для России была переломной во многих отношениях. Это была эпоха исканий во всех областях духовной культуры. Важным направлением поисков в области отвлеченных наук, авангардной областью исследований стала логическая неклассичность. Именно представители русской школы логики активно развивали логику отношений, закладывали фундамент для паранепротиворечивой и интуиционистской логики [3, 7–8]. Новые научные взгляды формировались на определенной культурной почве, и эта почва культуры задала параметры отечественной логико-философской мысли. Одной из черт отечественной мысли является ориентация на систему тройственных сопоставлений, которая уже в древнейшую эпоху русской истории превратилась в общеупотребительную схему для художественного и научного освоения мира. В настоящей статье мы покажем, какое отражение тренарность находила в логических разработках начала XX века. Разумеется, в ходе анализа мы рассмотрим смежные проблемы, касающиеся динамики в различных специализированных областях культуры данного периода.

Простые атрибутивные суждения в формальной логике, как известно, делятся по качеству на два класса: на утвердительные и отрицательные; а по количеству имеют троичное деление, в соответствие с которым различают единичные, частные и общие суждения. Данная троичная классификация есть отражение в формальной логике реально существующего в мире отношения рода, вида и особи. Человеческая мысль оперирует как множеством предметов, так и единичными представителями этих множеств, а может, фиксируя различие внутри класса сходных предметов, обращаться к части некоторой общности. Создавая варианты неклассической логики, русский философ, психолог и литератор Н.А. Васильев в начале XX века обратил внимание на отличие логического смысла кванторононого слова «некоторые» в простых атрибутивных суждениях от общеупотребительного. В языке слово «некоторые» понимается только как «не все», в то время как в классической логике это слово имеет значение «хотя бы один, а может быть и все» [6, 14]. Предлагая новое деление простых атрибутивных суждений, Васильев тем самым выровнял триадичный ритм традиционной классификации еще одним качеством суждений – суждениями акцидентальными. В качестве субъектов данных суждений выступают понятия, охватывающие классы предметов. Новое качество суждений определялось тем, что названное в предикате свойство предмета Васильевым мыслилось отнесенным ко всему субъекту высказывания. В этой логике субъект суждения оказывался всегда распределен.

Классификация русского мыслителя отражает новое понимание соотношения общего и единичного, которое было характерно для периода рубежа XIX–XX вв. Взгляд на мир, где онтологическим статусом наделены общности предметов, где они понимаются как коллективные личности, обладающие самостоятельным бытием, находил выражение как в философии Серебряного века, так и в литературе, поэзии, литературной критике. Автор полагает, что обращение к литературной критике, к поэтическим

произведениям должно помочь раскрытию новаторского характера логических и философских выводов русских мыслителей Серебряного века.

Идеи трехкачественности можно обнаружить не только в логике Васильева, но и в его некоторых литературных произведениях. В стихотворении «Мне грезится безвестная планета» логик описывает идеальный мир, в котором остановлено время и царят безмятежность и благополучие. Этот мир освещается тремя солнцами:

Мне грезится безвестная планета,
Где все идет иначе, чем у нас,
Где три лукавых солнца волны света
Льют в каждый дня и ночи час,
Где каждый миг трепещут очертанья
И каждый миг меняются цвета:
То в пурпурном, то в синем одеянии
Скользит по небу красота.
Прошедшее не давит, не терзает;
Грядущее бесцельно не зовет;
Одно лишь настоящее ласкает
И полнотою жизни жжет [5, 170].

Образ трех разноцветных (а точнее – «разносветных») солнц напоминает древнеславянский орнаментальный мотив, который встречается в затейливой резьбе северных деревянных построек, в росписи прялок, высечен он и на намогильных крестах юга России. Орнамент с тремя солнцами связан с представлением древних о вечности: данное представление является одной из характеристик мифологического мировосприятия. Три солнца символизируют здесь суточный цикл: солнце на восходе, солнце в зените и солнце на закате, а также календарный цикл: солнце весеннее, летнее и осеннее (зима – это ночь года, поэтому зимнее солнце в триадичной классификации солнц не предусмотрено) [13, 142]. Древняя символика по своей сути отвечает смыслу стихотворения Васильева, в котором как в древнем мифе провозглашается выход за пределы реального времени, и вместо неостановимого бега этого времени существует ничем не ограниченное «теперь».

Трехчастная природа времени выражена не только в древней славянской орнаменталистике и в поэтике отечественного символизма. Триадичность временных ритмов находит отражение в грамматике, в частности, в глагольных формах. Это три традиционно выделяемые формы глагольного времени, три претеритные формы: аорист, имперфект, перфект греческого, церковнославянского и даже латинского языков, которым в культуре средневековья соответствовали и другие тренарные сопоставления:

аорист – имперфект – перфект
Божеское – человеческое – бесовское
духовное – душевное – плотское
мужское – среднее – женское

единственное – двойственное – множественное [9, 398].

К сказанному можно добавить триаду, представленную в работе П.А. Флоренского «Иконостас»:

лик – лицо – личина [14, 52–56]

И «логическую» триаду как аналог всем предыдущим:

истинное – индифферентное – ложное.

Остановимся на триаде прошедшего времени более подробно, так как она имеет прямое отношение к темам, обсуждавшимся в конце XIX – начале XX вв. Трехчастная структура времени связана с грамматическими воззрениями античных философов-александрийцев. Александрийские грамматики первыми предложили систематизацию греческого языка. По образцу александрийских учебников составлялись грамматические пособия по латинскому языку. Греческая грамматика александрийцев оказала влияние на церковно-славянскую литературную практику. Александрийская грамматика мыслила время единым. Настоящее – это момент, точка между прошлым и будущим. Аористом описываются события, о которых неизвестно, когда они начались и завершились. Перфект – это то, что закончилось только сейчас, но тем не менее уже прошло. Система времен у оппонентов александрийцев – «аномалистов»-стоиков являла собой четверицу времен. Стоиками времена мыслились как статичные состояния, и потому стоической системе времен была присуща симметрия – двум перфективным временам – плюсквамперфекту и перфекту; соответствовали времена инфекта – имперфект и презенс. Александрийцы же исходили из единства временного процесса. Они отвергали идею дискретности, которая была присуща грамматической философии стоиков. И у александрийцев возобладала мысль о троичности времен (о воззрениях античных грамматистов на природу времени см. [1, 129–131]). Именно александрийское представление о тройственной природе времени было усвоено церковнославянской традицией книжности. Но помимо времен «ограниченных» грамматическая практика использовала глагольную форму, означающую пребывание во времени безотносительно к какому-либо его моменту. Это «неопределенное» время выражалось глаголами аориста.

Поэт и филолог Вяч. Иванов в период революции сетовал, что новая власть, проводившая политику отказа от традиционных форм культуры, существенными элементами которой были церковнославянская книжность и язык, тем самым отвергала всякую семантическую и логическую сложность. Именно эта сложность, тонкая нюансировка мыслей и чувств находила отражение в языке религиозной культуры. В своем анализе последствий грамматической реформы 1918 г. Иванов следующим образом характеризовал достоинства древнего литературного языка: «Достойны удивления ткани, его (русский язык – И.П.) образующие, – присущие самому словесному составу свойства и особенности, каковы: стройность и выпуклость морфологического сложения, прозрачность первозданных корней, обилие и тонкость суффиксов и приставок, древнее роскошество флексий, различие видов глагола, неведомая другим живым языкам энергия глагольного аориста» [8, 145]. Необходимо сказать, что после книжных справ XVII–XVIII вв. в светском литературном языке в начале XX в. аориста уже не было. Но формы его содержались в церковных текстах, которые читались во время литургии. Церковнославянский язык оставался понятен большинству православных россиян. На эти реликтовые формы древней славянской книжности и языка, по-видимому, и указывал русский филолог.

Некоторые идеи, касающиеся отношений между единичным и общим, рассматриваются Васильевым в статьях, посвященных логическим новациям начала XX века. В своем выступлении на III философском конгрессе русский ученый принял активное участие в дискуссии вокруг прагматизма. Это направление мысли казанский логик оценивал не просто как новое набирающее силу философское течение, но как отражение национального характера англосаксов. Нацеленное на праксис сознание людей Запада не способно воспринимать отвлеченные истины, и потому «ретортой», методом оно заменяет содержание науки и философии. Между тем, русский мыслитель подвергает анализу не одни только философские взгляды западных авторов, видя в них своеобразное отражение национальных характеров. Коллективизму русских противоположен индивидуализм англосаксов. Подтверждение своих выводов ученый ищет в других областях культуры.

В литературном наследии Васильева имеется несколько критических статей о поэзии. В одной из них, посвященной творчеству Чарлза Олджернона Суинберна – известного поэта-романтика, прерафаэлита, казанский логик пишет о пессимизме, отчаянии как важных элементах поэтики этого крупного английского литератора. Панатропизм, некоторыми чертами напоминающий Шелли, любовь к несовершенному человечеству определили, по мнению Васильева, характер творчества Суинберна, составили основные мотивы поэзии английского автора. Идея конечности человека и человечества роднит Суинберна со взглядами самого Васильева, в своей исторической работе писавшего о глобальном вырождении человеческой цивилизации – цивилизации прежде всего города, противопоставившей себя всему естественному, природному. В одном пассаже Васильева, посвященном Суинберну, нельзя не обнаружить мотивов, получивших развитие в васильевской логике: «Если все тщетно, то тщетен и человек и человечество. Неужели можно серьезно утверждать, что люди умирают, а человек не умрет? Человек, человечество не умрет только при том условии, если не умирают люди. Иначе бесследно умрет человечество, как человек, только жизнь его длиннее, чем жизнь отдельного человека».

Так выглядят мысли английского поэта в изложении русского автора. Между тем, проблемы, затронутые Суинберном, живо интересовали и самого казанского логика. Известно, что Васильев единичные предметы (точнее, их имена) отождествлял с именами общими, и усматривал в них свойства, сходные с последними. Суждения о единичных предметах, как и суждения об общих понятиях, не подчиняются закону исключенного третьего. Они представляют собой обобщенный образ единичных фактов жизни соответствующих им предметов, индивидов, явлений. Васильев, в частности, пишет: «Отдельные моменты в жизни Цезаря: Цезарь у разбойников, Цезарь – победитель Верцингеторикса, Цезарь – монарх, Цезарь – любовник Клеопатры, Цезарь – погибающий от кинжала заговорщиков – все они символизируются в едином понятии «Цезарь» совершенно так же, как Цезарь, Помпей и Кай символизируются в едином понятии человека <…> Кай и Цезарь суть такие же понятия как и всякие другие» [4, 29].

Именно этот взгляд на единичное, видимо, Васильев приписывает Суинберну, находя в творческих установках английского поэта оправдание своей логике.

Помимо триад философская мысль Серебряного века находила выражение в традиционных формах бинарных противопоставлений, издревле свойственных общественно-политическому и рационально-логическому дискурсам культуры. Начало XX века было ознаменовано обострением социальных и политических антагонизмов, среди которых выделяется антагонизм между старыми формами патриархальной культуры и новой ролью женщины в системе общественных отношений. Это несоответствие провоцировало развитие политического движения за равные права женщин. «Развертывание феминистского движения за реальные изменения в положении женщин в современном мире, – отмечает современный автор И.А. Герасимова, – могут свидетельствовать о тенденции к доминирующей активизации женского как цивилизационно-ведущего начала». Первые шаги в этом направлении были сделаны в конце XIX – начале XX вв. Свидетель процесса «феминизации» общественной жизни – сначала в Западной Европе, а потом и у нас, – Н.А. Васильев находил в пользу женщин особые, «литературные» аргументы. В критической статье о поэзии Суинберна Васильев обращает внимание на тот факт, что источником креативных возможностей женского пола является его преимущество перед полом мужским. «Женщина, несомненно, победит мужчину», потому что она биологически сильнее, предсказывает казанский логик [7]. По мнению казанского ученого воплощает это женское начало в искусстве торопливый ритм поэзии Олджернона Суинберна и медлительная речь Бальмонта. Женщина

в споре полов победит тем, что «мужская психика станет ближе к женской». Здесь казанский критик предлагает такое противопоставление: «Свое лучшее выражение мужчина нашел в героической поэзии Байрона и Лермонтова. В байроническом типе передана вся поэзия мужской психики… Свое лучшее выражение находит женщина в поэзии Бальмонта и Свинберна. Красота формы, интимность переживаний, поэзия чувства, тепла и ласки заставляет нас <…> вспоминать о женщине и только о женщине» [7, 126].

Справедливости ради надо отметить, что в целом позитивная и комплиментарная оценка творчества Бальмонта разделялась не всеми культурными деятелями данной эпохи. Религиозный мыслитель В.В. Розанов сравнивал метод поэта с гвоздем, на который вешаются костюмы разных эпох и народов. Философ обвиняет Бальмонта в отсутствии оригинальности. Он пишет: «Это какой-то впечатлительный Боборыкин стихотворчества. Да, – знает все языки, владеет всеми ритмами, и, так сказать, не имеет в матерьяле сопротивления для пера, мысли и воображения: по сим качествам он кажется бесконечным. Но душа? Ее нет у него: это вешалка, на которую повешены платья индийские, мексиканские, египетские, русские, испанские. Лучше бы всего – цыганские: но их нет. Весь этот торжественный парад мундиров проходит перед читателем, и он думает: «какое богатство». А на самом деле под всем этим – просто гвоздь железный, выделки кузнеца Иванова, простой, грубый, элементарный» [12, 147].

Впрочем, маскарадность была свойственна стилистике Серебряного века. Вспомним и маскарадные маски на персонажах Константина Сомова, «Балаганчик», постановку «Гамлета» на свадьбе А. Блока, и определение М. Пришвина, данное тому же поэту: «большевик из балаганчика»…

Взгляды Васильева на вечный спор полов были в высшей степени оригинальны. Они коррелируют, как мы видим, с общими установками Серебряного века, с игрой, переодеванием, принятием чужих ролей. Вопрос гендера остро переживался современниками Васильева. Достаточно вспомнить повышенный интерес к теме любви и секса у В.В. Розанова. Нельзя не упомянуть здесь и таких персонажей как Д.С. Мережковский, Д.Ф. Философов, С.М. Городецкий и З.Н. Гиппиус. Не будем также забывать о том, какой вид принимали идеи феминизма в социальных учениях леворадикальных деятелей той эпохи.

***

Исследования Васильева лежат в русле философских исканий рубежа XIX–XX века. Проблемы единого и многого, истины и лжи ставились в работах П.А. Флоренского. Наряду с трехкачественностью мира отца Павла интересовали вопросы Истины как целостности, как единственного выражения полноты бытия. Важной логической проблемой, затронутой в трактате этого религиозного мыслителя «Столп и утверждение истины», является так называемая задача Кэрролла. Решение данной задачи отец Павел связывал с опровержением тезиса о противоречивости библейских и евангельских текстов. Обращаясь к этому фрагменту работы Флоренского, современные исследователи предлагают запись рассуждений богослова либо на языке логики классов [2, 163–169], либо на языке логики высказываний [15, 11–12]. Символическая запись выкладок русского мыслителя помогает лучше понять данные отцом Павлом определения важных понятий логики. Б.В. Бирюков выделяет смысловой нюанс, содержащийся в принадлежащих Флоренскому дефинициях истинного и ложного: «ложное включает все» и «истинное включается всем».

Обозначенная богословом дистинкция четко разграничивает истинные и ложные высказывания. Определения Флоренского заставляют обратиться к общефилософским идеям, лежащим в основе логических изысканий начала XX века. В самом деле, одним полюсом у Флоренского и философов-всеединцев XX века является онтологическое ничто – то, чему нет места в мире. Это ничто, тем не менее, тщится занять какое-то место. Оно хочет если не быть, то хотя бы казаться чем-либо. На онтологическую фиктивность лжи указывал наряду с Флоренским Андрей Белый, связывавший ее с темнотой, мраком: «Отсутствие… божественного рождает черную пустоту. <…> Открывается: ужас – бездна пошлости. Носится серая стая, осаждаясь повсюду. Душит и гасит светоч жизни, слабо мерцающий в руках …» [10, 42].

Иначе обстоит дело с истиной: она, как указывает Флоренский, «включается всем», т.е. в отличие от лжи, бездны она на «законных основаниях» присутствует во всем, придает бытийный статус вещам и явлениям. Ее всеохватность не имеет ничего общего с логической общезначимостью, порождающей пустоту. Подобная пустота часто встречается в языковых контекстах. Определение Флоренским лжи естественнее всего связать с пустыми формулами идеологий: их пустота является именно следствием общезначимости. Она – от отсутствия границ, например, между предметом А и всем, что не-А. Истина же включается во все, но не разрушает границ вещей и явлений. Важно, что именно так понимал истину и Н.А. Васильев. Ложь в металогике Васильева невозможна психологически. Мыслитель исходит из того, что генератором металогических рассуждений является сверхприродное Существо, не способное ошибаться, а значит неспособное говорить ложь. Исключая ложь из объектов мысли, автор воображаемой логики лишает ее онтологического статуса.

Сильно отличается от отечественного восприятия лжи как онтологической фикции, концепция, предлагаемая некоторыми представителями школы логического позитивизма. Эта западная школа может быть представлена как антитеза русской философии. В онтологии одного из представителей данного философского направления – Дж. Мура «Отец лжи» не просто реальность, но первая реальность: он более реален, чем Бог. Именно на это указывал Мур в одной из лекций, прочитанных на заседании кружка кембриджских «апостолов»: «В начале была материя, она породила дьявола, а дьявол породил Бога» [11, 153].

Что ж, и здесь мы видим тройственность – материя, дьявол и Бог, но это уже тройственность иного качества.

Литература

1. Античные теории языка и стиля / ред. И.М. Тронский. М.–Л.: Госиздат, 1937.
2. Бирюков Б.В. Из истории математической логики в России: «Задача Кэрролла» в трактовке о. Павла Флоренского // Логические исследования. Вып.6. М.: РОССПЭН, 1999. С. 162–170.
3. Бирюков Б.В. О судьбах психологии и логики в России периода «войн и революций» // Вестник Международного славянского университета. Выпуск 4. М.: Изд. МГУ, 1998. С. 7–12.
4. Васильев Н.А. Воображаемая (неаристоителева) логика // Васильева Н.А. Воображаемая логика. М.: Наука, 1989. С. 53–93.
5. Васильев Н.А. Нет прошлого // Васильев Н.А. Воображаемая логика. С. 170.
6. Васильев Н.А. О частных суждениях, о треугольнике противоположностей, о законе исключенного четвертого // Васильев Н.А. Воображаемая логика. С. 12–52.
7. Васильев Н.А. Свинберн // Творчество. Т. 4. Казань, 1909. С. 507–523.
8. Иванов Вяч. Наш язык // Из глубины: Сборник статей о русской революции. М.: Изд. МГУ, 1990. С. 145–150.
9. Ковтун Л.С., Колесова В.В. Новый труд о древних теориях искусства слова на Руси// ТОДРЛ, XXXVII, Л., 1983. С. 391–400.
10. Лавров А.В. Материалы Андрея Белого в Рукописном отделе Пушкинского Дома // Ежегодник Рукописного отдела Пушкинского Дома на 1979 г. Л.: Наука, 1981. С. 29–79.
11. Рассел Б. Автобиография // Вопросы философии. 2004, № 5. С. 150–154.
12. Розанов В.В. Опавшие листья. М.: Современник, 1992.
13. Рюмина И.А. Формула жизни: из расшифровки древних символов // Троичность в мышлении: Сборник материалов конференции. М.: АСМ, 2004. С. 136–145.
14. Флоренский П.А. Иконостас. М.: Искусство, 1994.
15. Шуранов Б.М. Российская логика переломной эпохи (1880–1930) в социокультурологическом аспекте. Автореферат на соискание уч. ст. канд. филос. наук. М., 2000.

З.А. Пахолок

ПОНЯТИЙНАЯ КАТЕГОРИЯ ЧИСЛА В ЯЗЫКОВОЙ РЕАЛИЗАЦИИ ПОВТОРОВ
(на материале русского и украинского языков)

Понятийная категория числа может рассматриваться с точки зрения философии, математики, мифологии, фольклора, языка. Безусловно, изучение данной категории в перечисленных науках хотя и имеет свою специфику, но учитывает многоликую природу универсального явления. Мы используем лингвистический анализ для описания отражения категории числа в языковой реализации повторов, поскольку заявленная в названии тема не была предметом специального исследования.

Число – важнейшее понятие математики, которое зародилось в первобытном обществе в связи с необходимостью счета и измерения в практической деятельности человека. Дальнейшее расширение понятия числа было следствием развития науки. Однако понятие о числе возникло в мифологии, где оно обозначало класс знаков, ориентированных на качественно-количественную оценку: "сопоставление вещей, явлений, политических событий с числами перешло от вавилонян к грекам, от греков к народам Индии и арабам, а затем господствовало в средние века и сохранилось в отдельных местах до нашего времени" (3, 104).

В жанрах народной словесности число выступает в соответствии с основными объектами космологической модели мира, например, в загадке, описывающей год: "Стоит столб до небес, на нем 12 гнезд, в каждом гнезде по 4 яйца, в каждом яйце по 7 зародышей" (15, 631).

Источники индоевропейского праязыка и "обнаруженные на большой территории Европы и Азии факты применения человеком количественных совокупностей в период позднего палеолита свидетельствуют об одних путях познания им действительности и развития его мышления" (14, 19), общих путях формирования категории числа и номинацию повторов. В архаических традициях числа "становились образом мира и отсюда – средством для его периодического восстановления в циклической схеме развития для преодоления деструктивных хаотических тенденций" (15, 629).

Традиционный взгляд на число в языкознании связан с анализом "более общей языковой категории количества наряду с лексическим проявлением, таким, как числительные или как количественные, обозначения в других частях речи (ср. "сотня", "единственный", "много", "полно" и т.д.)" (4, 583), а наиболее простая структура категории числа – бинарная (противопоставление единичности и множественности), она же наиболее распространена (4, 584).

Рассмотрим появление названия чисел в языке, для чего опишем историю их возникновения; проанализируем семантику, этимологию, а так же обозначаемые ими понятия.

Один "означает центр, от которого полной мерой противопоставлено "левое – правое", "верх – низ", центром вселенной считается Солнце – единое в своем роде светило" (6, 582). Понятие о целом, целостность, единство, связанное с числом 1 (один), которое в наиболее древних текстах совсем не используется или встречается очень редко, что "можно объяснить использованием этого числа образами совершенной целостности такими, как бог или космос" (15, 630).

По мнению пифагорейцев, единица является матерью всех чисел. Она объединяет в себе четное с нечетным, мужское с женским, и поэтому – основа мироздания.

Этимология слова один восходит к общеславянскому ***единъ***, которое образовано путем сложения основ ***ед*** – и ***–ин*** (16, 304). В современных славянских языках оно имеет форму ***един*** в болгарском и ***jeden*** в польском.

В русском языке слово "один" полисемичное, т.к. имеет девять значений и принадлежит к грамматическому классу числительных, обозначая число; в значении прилагательного обозначает: без других, в отдельности от других, в одиночестве; никто другой или ничто другое, кроме; единственный; тот же самый, тождественный; одинаковый; целостный; неделимый; единый; в сочетании с "другой" употребляется для противопоставления лиц, предметов или явлений по каким-либо признакам, указывая их на их различие или перемену; значении местоимения: с предлогом "из" употребляется для выделения единичного лица, предмета, явления и т.п. или группы лиц, однородных предметов из какой-либо категории, среды, ряда; в сочетании с "другой" употребляется при перечислении, противопоставлении и т.п. ряда лиц, предметов, явлений; в значении неопределенного местоимения: какой-то, некий (12, 592).

Удвоение корня привело к образованию редупликаций ***один-единственный*** – 'только один', и с оттенком усиления; ***один-одинехонек*** и ***один-одинешенек*** – 'совсем один'; ***один-разъединственный*** – 'совершенно один', ***одна-одна*** – 'совершенно одна'.

В украинском языке лексема "один" так же является многозначной, насчитывая десять значений, девять из них аналогичны значениям в русском языке, десятое – употребление в значении наречия 'все время, постоянно, беспрерывно' (5, 659). Редупликации, образованные с числительным "один" в украинском языке, ***один-єдиний*** – подчеркивание количества со значением исключительности; ***один-однісінькій*** – подчеркивание количества со значением ласкательности; ***сам-один*** – 'без никого; без родных и близких; без чьего-либо участия, помощи, собственными силами; самостоятельно' (13, 24). В современном украинском языке фразеологизм ***один плюс один*** – подчеркивает важность составляющих компонентов, можно было бы сказать два, что с точки зрения количества одно и тоже. Это выражение очень актуально в Украине, являясь названием популярного телеканала "1+1", слоганом которого выступает формулировка "Ты не один, один плюс один".

Относительно порядкового числительного со значением "один" исследователь Ян Шичжан пишет: "внимательный анализ выражения "в первый раз" в древних священных языках дает нам узнать, что вопреки смыслу этого выражения в современных языках и культурах "в первый раз" твердо связывается с сотворением мира в его целостности, и именно это и только это является единственным денотатом этого выражения" (17, 70).

Два. Известно, что в период позднего палеолита встречались удвоения разных совокупностей, такие частые повторения позволили "допустить существование уже закрепленного представления о двойственности" (14, 19) или бинарности, которая проявляется в повседневной жизни первобытного человека, системе противопоставлений, взаимодополняющих частях монады (два значения категории пола; небо и земля, день и ночь, мир реальный и потусторонний, две стороны на охоте, войне), о парности, т.е. расчлененности, которая проявляется в парных предметах: руки, ноги, глаза, правая или левая сторона человека или животного, луна или солнце, восток и запад, север и юг. Таким образом, число два выступает как символ противопоставления, разделения и связи, с одной стороны, и как символ соответствия или гомологичности членов, – с другой.

Понятиям "чет-нечет" человечество обязано пифагорейцам. В "Метафизике" Аристотель писал: "они число принимают за начало и как материю для существующего, и как [выражение] его состояний и свойств, а элементами числа они считают четное и нечетное, из коих последнее – предельное, а первое – беспредельное; единое же состоит у них из того и другого (а именно: оно и четное и нечетное), число происходит из единого, а все небо – это число. Другие пифагорейцы утверждают, что имеется десять начал, расположенных попарно: предел и беспредельное, нечетное и четное, единое и множество, правое и левое, мужское и женское, покоящееся и движущееся, прямое и кривое, свет и тьма, хорошее и дурное, квадратное и продолговатое" (2; 76).

Пифагорейское учение о двоичной классификации всего сущего оказалось подобным на древнеславянскую веру в чет и нечет ("Бог нечетку любит", "Нечетка счастлива"). В сознании русских закрепилась оппозиция "чет-нечет". В выражении "Черта с два!", которое имеет пейоративную окраску и означает 'как бы не так', выбор числа не является случайным, поскольку два – это число парное, нечистое.

Признание реального, светлого и потустороннего, темного мира вызывало признание обычных людей и колдунов. Согласно верованиям, двойные или сдвоенные предметы могли приносить несчастье и смерть. Пара зверей, например, два льва или лев и бык означают двойную силу. В украинских сказках два голубя – вечный символ чистоты, верности, Божьего духа, который объединяет души юноши и девушки (6, 583).

По мнению В.Г. Таранца, "логическое противопоставление целое / часть могло найти реализацию в виде простейших <u>двойственных</u> образований имеющихся корней. Это – редупликация одного и того же корня, или сложения разных корней, которые образуют более сложный понятийный

образ или выражают смысловое расчленение первобытного корневого образа" (14, 59). Этимология общеславянского слова "два" имеет индоевропейский характер (16, 120), проявляющийся в славянских языках: болг. ***два***, польск. ***dwa***.

Три. Пифагорейцы считали это число первым настоящим числом, потому что оно имеет начало, середину и конец. Число три имеет "образ абсолютного совершенства, превосходства (ср. роль числа 3 как суперлатива: трисвятый, треклятый и т.п.), но и основная константа мифопоэтичного макрокосма и социальной организации (включая и нормы стандартного поведения). Ср. 3 сферы вселенной, 3 высшие ценности, божественные троицы (или трехипостасные, трехглавые божества типа славянского Триглава, древнеиндийского Тримурти; ср. также имена мифологических персонажей с внутренней формою "три": Трита, Трайтаона, Тритон, Триптолем, Тритогенея и т.п.), три героя сказки, три члена социальной структуры и три социальные функции, троичный принцип композиции у произведениях искусства" (15, 630). Число три символизирует динамическую целостность и может служить идеальной моделью какого-либо динамического процесса, который предусматривает возникновение, развитие и упадок.

Число три широко использует христианская религия, в которой бог выступает в трех лицах: бог-отец, бог-сын, бог-дух святой. У александрийца Филона (I ст. н.э.) также было учение о Троице (три божественные силы: доброта, могущество, слово).

Три обозначает "весь мир" по направлению к небу, совокупность царств верхнего – среднего – нижнего; миры Нав – Яв – Прав; небо – земля – вода; утро – день – ночь; отец – мать – ребенок; детство – юность-зрелость – старость. В народной присказке говорится "Один сын – не сын, два сына – полсына, а три сына – вот сын". В магии числа три собственные законы. Вспомним "за тридевять земель, в тридесятом царстве"; три богатыря; трехкратное испытание героя; трехкратное плевание через плечо при гадании; три раза кланяются; три раза целуются при встрече и разлуке; три дороги; три соблазна; три подарка; три месяца; три корысти и т.п." (6, 583–584).

Троицу по давним представлениям: составляли Яв – мир явный, земной; Нав – мир невидимый, духовный и Прав – мир законов материального и духовного бытия. Золотой Тризуб – символ бога Трояна, который держит три Солнца (6, 545). Тризуб – "родовой герб киевских князей – встречается ухе на монетах эпохи князя Святослава и в основном его сына Владимира, разница лишь в том, что у Святослава на нем два зубца, а у Владимира – три" (6, 584).

Троица – один из важнейших праздников православного церковного календаря, который отмечается на 50-й день после Пасхи.

В фольклоре описывается три царства – медное, серебряное и золотое. Известный исследователь фольклора В.Я. Пропп считал, что в сказках их можно представить как небесное, земное и подземное. Три царства «находятся не друг под другом, а одно впереди другого, обычно они все три находятся над землей» (10, 265).

В русских народных сказках встречается число три: "У крестьянина три сына: / Старший умный был детина, / Средний сын и так и сяк, / Младший вовсе был дурак" (7, 3). Однако самого молодого, всеми любимого Иванушку-дурачка, судьба всегда испытывает трижды.

Повторение, которое появилось в устном народном творчестве, было традиционным приемом повествования и бытовало чаще в форме три, шесть, девять, т.е. было кратным трем. Число три было границей, дальше которой счет долгое время не выходил. Оно "когда-то означало "много", а "много" означало то же, что "сильно", "очень", т.е. через множество означалась интенсивность. Поэтому трудность предприятия и победы, повышенный интерес к повествованию, восторг, вызванный им, выражается через повторения, ограниченные по указанным причинам через число три" (11, 70–71). Но число три является отражением основной числовой характеристики вселенной, связанной с ее пространственным членением по вертикали: небо, земля, преисподня (8, 81). Числовые комплексы и связанные с ними повторы в устном народном творчестве были перенесены в художественную литературу.

В славянских языках число три имеет форму ***три*** в болгарском и ***trzy*** в польском.

Четыре. Это число символизирует статическую целостность, идеально стойкую структуру, именно поэтому оно используется в мифах о сотворении вселенной и ориентации в ней: четыре стороны света, четыре времени года. В космогонических мифах четырехчленная модель выступает как такая, которая реализуется в горизонтальной плоскости, четыре стороны света: север, юг, запад, восток, четыре основных направления, четверка богов, четыре времени года.

Четыре евангелие написано четырьмя евангелистами.

В славянских языках число четыре имеет форму ***четири*** в болгарском и ***cztery*** в польском.

Пять. *Число пять является суммой первого четного числа два и первого нечетного числа три, которому соответствует разнице между мужским и женским началом, и поэтому сумма этих чисел, которая равна пяти, является символом брака.*

В славянских языках число пять имеет форму ***пет*** в болгарском и ***pięć*** в польском.

Шесть. Число шесть, которое символизирует амбивалентность и равновесие, вмещает в себе союз двух треугольников (огня и воды) и обозначает человеческую душу.

За шесть дней был создан мир, Бог сотворил мир шестью словами.

Древние мудрецы считали шесть совершенным числом потому, что 1·2·3 и 1+2+3 дают одинаково шесть.

По мнению представителей пифагорейской школы, число шесть является идеальным числом, поскольку оно делится как на два, так и на три.

Известно, что в середине XX ст. были народы, которые умели считать только до семи. Представители индейского племени бакаирис, живущие в джунглях Бразилии "оперируют двумя цифрами: токале – один, ахаге – два. Чтобы получить три, они складывают ахаге і токале. Пять выглядит так: ахаге-ахаге-токале. Цифра шесть произносится как ахаге-ахаге-агахе" (1; 97). Все, что более шести, означает много.

У болгар число шесть пишется как ***шест***, а поляков – ***sześć.***

Семь. Число семь возникло как сумма чисел три и четыре. Его называют магическим числом. Оно характеризует общую идею вселенной, константу в описании мирового дерева, полный состав пантеона, количество сказочных героев, количество дней недели, количество цветов спектра, тонов в музыке.

В святых книгах христианской религии число семь достаточно популярное, например, в конце Нового завета в произведении "Откровения Иоанна" автор видит бога, который сидит на престоле и держит в руке книгу, которая запечатана семью печатями. Когда с книги снимают печати, происходят разные чудеса. Когда снимают седьмую печать, появляются семь ангелов с трубами. Когда седьмой ангел протрубит, выходят на сцену новые семь ангелов с семью чашками гнева господнего, который выливается на землю.

"Городом на семи холмах" издавна называли Рим, позднее это название было перенесено и на другие большие города (Бейрут, Вавилон, Киев и др.). Считалось, что вавилонская башня имела семь этажей, Будда сидел под деревом с семью плодами.

Мифология, легенды, предания народов Сибири и Дальнего Востока также насыщены магическими семерками. Число семь используют в них прежде всего для характеристики вселенной в целом, космических процессов во времени и пространстве. Показатели шкалы времени – от семи дней до семи поколений.

Существует предположение, что число семь связано с культом Луны. Для людей в давнюю эпоху было удобно вести отсчет времени по лунному календарю; при этом месяц делился на две равные части, по четырнадцать дней, которые отвечали росту и уменьшению Месяца, следующим было деление каждой части на две семидневки – прообразами наших недель.

Объяснение семерки как магического числа берет свое начало от пифагорейцев, астрологов и алхимиков. Число семь – всемирное абсолютное число всех символов, поскольку оно состоит из трех и четырех, оно синоним полноты, совершенства, высшая степень восхождения к познанию, оно и выражает магическую мощь, в то же время оно проявляется везде, где была тайна: это число дней творения, дней недели, музыкальных звуков, смертных грехов, цветов радуги (3, 117–118).

Семь металлов древности изображали астрологическими знаками: Солнца – золото, Месяца – серебро, Юпитера – олово, Венеры – медь, Сатурна – свинец, Меркурия – ртуть, Марса – железо.

У разных народов число семь играло значительную роль в жизни: французы, дают клятву, подкрепляя ее словами "крепко как семь", греки рассказывали о семи чудесах света: пирамиды в Египте, висящие сады Семирамиды в Вавилоне, храм Артемиды в Эфесе, статуя Зевса в Олимпии роботы Фидия, Галикарнаский мавзолей, коллосальную статую бога солнца Гелиоса на острове Родос (Коллос Родосский), Александрийский маяк. Кроме того, у греков был культ семи мудрецов и семи вольных искусств. Семь свободных искусств входили в систему схоластичного обучения. Учебные предметы в средневековой школе включали в себя два цикла – пропедевтический, так называемый тривиум (лат. – троепутие), завершальный – квадривиум (лат. – четверопутие). Тривиум состоял из грамматики, риторики и диалектики; а квадривиум – из музыки, арифметики, геометрии и астрономии. Начиная с эпохи Возрождения, эта система учебных предметов начала заменяться классическим обучением.

Счастливый человек чувствует себя на седьмом небе, а в волшебных сказках разных народов встречаются семимильные сапоги и змеи (драконы) с семью головами. О непонятном говорят, что эта книга за семью печатями.

Античный мир оставил нам выражение "на седьмом небе" в образном значении 'наивысшая радость'. О семи небесах речь идет и в священной книге мусульман – Коране.

Семь – это число дней недели, число дней праздников, количество цветов спектра, тонов в музыке, основных запахов стереохимической теории, константа, определяющая объем человеческой памяти.

Героиня украинских сказок Семилеточка воплощает живой опыт и мудрость народа. "Ребенок до семи лет – невинная душа, при нем, говорят старые люди, ангелы стоят, а поэтому при таких детях вспоминать о черте нельзя" (6, 585).

Известна легенда, в которой бабушка принесла гречневое зернышко на Русь и закопала его в землю; семья взошло и породило стебель, на котором

было 77 зерен; повеяли буйные ветры и разнесли эти зерна на 77 полей, с того времени гречка стала расти везде.

Форма существования числа семь – ***седем*** в болгарском и ***siedem*** в польском языках.

Восемь. Пифагорейцы считали число восемь символом смерти, возможно, потому что время правления многих древнегреческих царей ограничивается восьмью годами. Восьмилетний цикл (через каждые восемь лет полный месяц совпадает с самым длинным и самым коротким днем в году) определяется рассуждениями астрономического порядка, которые были положены в основу древнегреческих календарей.

Можно уверенно сказать, что семь чудес света не охватывали всех архитектурных чудес древней Греции и Египта, их было значительно больше. Однако попытки назвать восьмое чудо так и осталась лишь попытками. Выражение «восьмое чудо света» употребляется тогда, когда мы хотим что-либо возвеличить, поднести над уровнем обыденного.

Значительность этого числа отражена в индийских источниках: "восемь частей тела, восемь благородных наук, восемь душевных настроений, восемь прославленных игр, восемь богинь-защитниц, восемь воплощений Шивы, восемь степеней йоги, восемь разделов медицины. Индийская мифология насчитывает восемь божеств – хранителей сторон вселенной" (6, 585).

Форма существования числа восемь – ***осем*** в болгарском и ***osiem*** в польском языках.

Девять состоит из трех троек, обозначает могущество, высшую духовную силу. "Девять месяцев мать вынашивает в лоне ребенка; бог Перун особенно опекает ту семью, которая имеет девять детей. Девять дней и ночей необходимо для постижения человеческой мудрости" (6, 586). У славян поминки по умершим справляют на девятый день после его смерти.

Число девять занимает важную роль в числовой мистике, особенно у тех народов, которые пользуются лунным календарем, где третья часть месяца была равной девяти дням. Его считали символом мудрости, судьбы, знания, обучения, силы. Оно находится в непосредственной связи и зависимости от числа три. Иногда оно мыслится как число три, только в усиленной форме (три умножить на три).

В украинской сказке "О дураке Терешке" отражена числовая символика. Умирая, отец завещал своим сыновьям приходить к нему на могилу на протяжении девяти дней. Старшие сыновья не сдержали слова, а самый меньший – "дурак" отчитал молитвы за всех. Ему отец передал три палочки, с которых сыновья достали в дар коней: вороного, гнедого и золотого. На золотом коне Терешко и доскакал до дворца царевны и стал царем.

В речи символом грозной опасности или наивысшего подъема мощной силы выступает девятый вал. Название картины И.К. Айвазовского "Девятый вал" и отражает народные верования о силах природы, в которых девятая наиболее мощная.

Больше нежели девять раз повторенную единицу сложно выделить в тексте как художественный прием, поэтому ее следует рассматривать не как повторение, а как частотность использования.

Форма числа девять – ***девет*** в болгарском и ***dziewięć*** в польском языках.

Десять – священное число Вселенной, поскольку имеет в себе все другие числа. Число десять у многих народов в древности было новой единицей, которой считали, поэтому оно являлось символом гармонии и полноты. Языки индоевропейской системы в древности имели богато развитую систему числительных, в основе которых был счет десятками.

Интересные примеры образования числительных находим в папуасских языках "они связаны с названиями частей тела. Первые четыре счетных слова – это почти всегда названия пальцев. А вот дальше начинаются всяческие различия. В языке кева, например, четыре пальца руки (кроме большого) объявляются "рукой", а большой палец считается отдельно. Например, 10 – это "две руки и два больших пальца. А в языке телефол вообще несущественно, дошли мы до целой руки или нет; там счет идет так: 1) мизинец левой руки; 2) безымянный палец; 3) средний палец; 4) указательный палец; 5) большой палец левой руки; 6) запястье левой руки; 7) предплечье левой руки; 8) левый локоть; 9) бицепс левой руки; 10) левое плечо; 11) левая сторона шеи; 12) левое ухо; 13) левый глаз; 14) нос; 15) другой глаз; 16) другое ухо... и так до 27 – мизинец правой руки. Число 27 выступает как основа системы счисления: следующий класс (эквивалент сотен) – 27·2 и так до 27·14. Больше этого числа, называемого deeng mitkal, папуас телефол представить себе как будто бы не может: это синоним выражения "очень много". Тот же принцип – "от мизинца к мизинцу" – действует и в других языках, только используются названия разных частей тела и в разных количествах. Скажем, в языке кубуту их 37. Кроме того, переход на другую сторону тела осуществляется в разных точках: в телефол – на носу, в языке кева – на переносице, в языке думут мандобо – на макушке" (9, 59).

Форма числа десять – ***десет*** у болгар и ***dzie0sięć*** у поляков.

Одиннадцать обозначает грех, опасность. В Америке 11 сентября 2005 г. террористический акт унес жизни 3 тыс. человек.

Этимология числа одиннадцать восходит к древнерусскому сращению, которое обозначает один сверх десяти (16, 304), у болгар – ***единадесет***, у поляков ***jedenaście.***

Двенадцать. В России, а так же и во многих других странах, двенадцать считается счастливым числом, символом богатства, совершенства. Этому способствовало и то, что это число возникло из произведения три и четыре. Число двенадцать принадлежит к наиболее употребимым в мифологических культурах числовых шаблонов: двенадцать частей года, соответственно – знаков зодиака (шесть мужских и шесть женских).

Этимология числа двенадцать имеет восточнославянскую природу, обозначая два свыше десяти (16, 120), у болгар – ***дванадесет***, у поляков ***dwanaście.***

Тринадцать. Число тринадцать является несчастливым числом, поскольку оно идет за счастливым двенадцать, оно использовалось при гадании и колдовстве ("чертовая дюжина"). У древних евреев это число изображалось буквой "М" и слово "смерть" начиналось с этой буквы. Такое совпадение не было случайным, поэтому у евреев возникло поверье, если тринадцать соберутся вместе, значит, это предвещает несчастье и даже смерть.

В христианской религии страх перед числом тринадцать связывается с таким обстоятельством: по евангельскому повествованию у Иисуса Христа было двенадцать учеников. Во время тайной вечери, на которой вместе с Иисусом присутствовали тринадцать персон, один из его учеников, Иуда Искариот, который занимался сокровищницей, совершил предательство и продал Христа за 30 серебряных монет.

Форма числа тринадцать – ***тринадесет*** в болгарском и ***trynaście*** в польском языках.

Сорок. С числом сорок связано религиозные обряды, народные предания. Например, мифический всемирный потоп продолжался сорок дней и сорок ночей. Мифические герои священных книг христианской религии – Моисей, Илья и Христос – постились по сорок дней; после воскресения Христа он еще сорок дней находился на земле до того, как вознестись на небо.

Древнегреческий математик и философ Пифагор не брал к себе в науку никого, кто б не постил 40 дней. "В цикле обрядового поминания покойника, кроме третьего и девятого дней, значится также 40-й день после смерти" (6, 587).

Долгое время у славян наиболее известным числом было число сорок, поэтому следующее число было роковым. У русских вельмож на охоте было по сорок псарей, егерей, хортов, гончих псов. В жизни охотника сороковой медведь считался последним, а сорок первый нес смерть.

В числовом фетишизме существуют два аспекта содержания: с одной стороны, фетишизм, в котором числа являются источником счастья и богатства, и табу, в котором числа могут приносить людям несчастья и беду,

– с другой. У русских число тринадцать всегда является неприятным, тогда как число семь – симпатичным. Соотношения можно наблюдать при счете и при оценке дней недели. Аналогичное отношение украинцев к этому числу, например, в Киеве трамвайный маршрут № 13 заменено на № 18.

В древнерусском языке выходной день назывался "неделя", что обозначало "не делать". В славянских названиях дней недели, которые связаны с числительными: вторник, четверг, пятница, указаны номера дней, которые идут после недели, на что указывает анафоричное название "понедельник", которе предусматривает перед собой неделю, которая служит точкой отсчета. Вторник – это другой день недели, четверг – четвертый, пятница – пятый, а среда – средина недели. Вторник, четверг и суббота считаются счастливыми днями недели, тогда как понедельник, среда и пятница – несчастливыми. В русской народной демонологии, например, в понедельник сразу после вербной недели или Троицы, на работающего человека нападают русалки или пугают его. В сатирической песне о днях недели поют: "В понедельник – на могильник".

Этимология числа сорок объясняется лексико-семантическим способом словообразования слова ***сорокъ*** – 'мешок', 'рубаха': из-за обычая продавать соболя сороками, вкладывая 40 шкурок (на пошив полной шубы) в один мешок. Сначала ***сорокъ*** – 'мешок', затем – 'мешок с 40 соболями' и, наконец, 'сорок' (16, 421). Форма числа сорок – ***четиридесет*** в болгарском и ***czterdzieście*** в польском языках.

Углубление в понятийную категорию числа в языковой реализации повторов так или иначе затрагивает психологические аспекты создания и использования символики чисел. В языковом фетишизме отдельные числа совсем не равноценны по символическому значению, но "для мифопоэтической традиции существенна не только парадигматика членов числового ряда (т.е. состав его и свойства его членов), но и их синтагматика (т.е. участие чисел в текстах)" (15, 631).

Необходимо отметить активизацию в русском и украинском языках наречия со значением поровну, которое восходит к английской редупликации разговорной форме fifty-fifty.

Наблюдения за функционированием в близкородственных языках редупликации и повторов, образованных с помощью удвоения лексем и слов, обозначающих число, интересно в сопоставительном плане, при составлении реестра слов, а также может быть использовано при переводе с одного языка на другой.

Литература

1. Арифметика индейского племени // Наука и религия. 1965. № 11 С. 97.

2. Аристотель. Метафизика // Аристотель. Сочинения: В 4 т. М.: Мысль, 1975. Т. 1. 550 с.
3. Бородин А.И. Число и мистика. 3-е изд., доп. Донецк: Донбасс, 1975. 152 с.
4. Виноградов В.А. Число // Лингвистический энциклопедический словарь. М.: Советская энциклопедия, 1990. С. 583–584.
5. Великий тлумачний словник сучасної української мови / Уклад. і голов. ред. В.Т. Бусел. К.; Ірпінь: ВТФ "Перун", 2001. 1440 с.
6. Войтович В.М. Українська міфологія. К.: Либідь, 2002. 664 с.
7. Ершов П.П. Конек-горбунок: Русская народная сказка в трех частях. К.: Радянська школа, 1987. 80 с.
8. Иванов Вяч. Вс., Топоров В.Н. Славянские языковые моделирующие семиотические системы. (Древний период). М.: Наука, 1965. 246 с.
9. Леонтьев А.А. Рай для лингвистов // Знание – сила. 1975. № 5. С. 58–59.
10. Пропп В.Я. Исторические корни волшебной сказки. Л.: Изд-во ЛГУ, 1946. 340 с.
11. Пропп В.Я. Фольклор и действительность // Русская литература. 1963. № 3. С. 62–84.
12. Словарь русского языка: В 4 т. 2-е изд, испр. и доп. М.: Русский язык, 1982. Т. 2: К – О. 736 с.
13. Словник української мови: У 11 т. К.: Наукова думка, 1978. Т. 9: С. 916 с.
14. Таранець В.Г. Походження поняття числа і його мовної реалізації (до витоків індоєвропейської прамови). Одеса: Астропринт, 1999. 116 с.
15. Топоров В.Н. Числа // Мифы народов мира. Энциклопедия: В 2-х т. / Гл. ред. С.А. Токарев. М.: НИ "Большая Российская энциклопедия", 1998. Т. 2. К – Я. С. 629-631.
16. Шанский Н.М., Иванов В.В., Шанская Т.М. Краткий этимологический словарь русского языка. 3-е изд, испр. и доп. М.: Просвещение, 1975. 543 с.
17. Шичжан Я. Модель числа как фрагмент русской языковой картины мира. М: Компания Спутник, 2001. 96 с.

Н.В. Васильева

ЧИСЛА В САКРАЛЬНОМ КОНТИНУУМЕ

Образы, аллегории и символы, содержащиеся в числах, – уникальное коллективное наследие, кладезь духовного и интеллектуального опыта многих поколений. Возникшие в глубокой древности, числа формировали сознание людей и выступали своеобразной «лабораторией мысли», где генерировались идеи о строении вселенной и окружающем мире, постигалась глубинная природа божественного замысла жизни и самого человеческого бытия. Заложенные в генетической памяти, числа всегда образовывали некий «мост» между рациональным и иррациональным, разумом и интуицией. Сознание каждого индивидуума, отсюда, изначально нуминозно, заряжено «энергией» числа и находит свое выражение в различных сферах творческой деятельности.

В современной нумерологической традиции число считается сущностью материального и духовного планов. Выдающийся нумеролог Жерар

Анкосс (Папюс) отмечает: «Не следует смешивать Числа, которые суть Идеи-Силы, Посредники между видимым и невидимым Планами, и Цифры, являющиеся лишь Одеянием чисел» [1, 11]. Каждое из чисел трактуется им в контексте реализации определенного сакрального смысла, с выделением таких уровней бытия как «пол чисел» (мужской, активный или женский, пассивный), «жизнь чисел», «план существования чисел» (божественный, астральный или материальный», «духовный или сущностный корень», «анатомия», «физиология», «психология» чисел и так далее. Автор рассматривает особенности соотношения чисел и различные виды числовых прогрессий в виде движения в сакральном пространстве-времени от одного уровня бытия к другому. Папюс, опираясь на богатейший опыт исследования чисел в различных эзотерических учениях, утверждает: «Все числа исходят из числа Один. Точка отправления этой эманации находится в духовном Свете. Чем дальше число удаляется от числа Один, тем глубже оно погружается в материю, чем ближе оно приближается к числу Один, тем выше оно поднимается к Духу и Свету» [1, 11]. Соответственно, ряд от единицы к девятке мыслится им как движение от Духа к Материи, от Света к Тьме, а от девятки к единице, напротив, – от Материи к Духу, от Тьмы к Свету.

В организации сакрального пространства-времени числа всегда выступали важнейшими элементами устроения макро- и микрокосмоса. Не только через изучение нумерологических традиций, но и на основе анализа «числовых» текстов в мифопоэтике разных стран и народов, современными исследователями был сделан вывод об изначальной сакрализации числа и счета как средств ориентации человека в мире и вселенной.

Можно сделать предположение о том, что исходная сакральная природа чисел сохранилась в названиях слов, их обозначающих, и может быть реставрирована путем этимологического анализа. Доказательство этому можно найти в русском языке, который считается современными исследователями одним из древнейших индоевропейских языков. Числительные русского языка в своей десятеричной системе, с нашей точки зрения, воспроизводят текст архаичной молитвы о плодородии, восходящей к матриархальному культу. Для восстановления смысла этой молитвы в виду ее большой древности и вероятной принадлежности к праиндоевропейскому языку, в ряде случаев придется обращаться к мифологии Древней Индии и языку древних Ариев – санскриту, а также к образам древнеегипетской и индоевропейской мифологии.

Начальный императив древнейших молитв, как правило, всегда связан с именем божества. Так как русские числительные подразумевают несколько вариантов начальных слов в числовом ряду – «раз», «один», «первый», то в виду такой их многочисленности и отсутствия явных имен известных славянских богов, позволим себе вернуться к ним позже.

Второе слово этой молитвы («два») прямо указывает на «божество», что находит подтверждение, прежде всего, в санскрите. В переводе на русский язык «дева» (с ударением на последний слог) означает «бог», а «деви» – «богиня». В других древних индоевропейских языках также можно встретить слова с родственным корнем. Так, в латинском языке слова «deus», «dei», «dii», «di» означают «бог», а «deorum», «deum» – «боги», «идолы». С греческого языка слово «део» также переводится как «бог». Интересно то, что в русском языке слово «дева» напрямую не соотносится с божеством и означает молодую женщину. И только в церковнославянском можно встретить такие устойчивые понятия как «Дева Мария» и «Господеви», непосредственно связанные с проявлением божественной сущности.

В индийской мифологии культ поклонения женскому божеству «Деви» восходит к древнему культу богини-матери, засвидетельствованному в Индии в третьем тысячелетии до н. э. Производное от него имя «Девата» на древнеиндийском означает «божество», которое отождествляется с коллективными божествами плодородия и, прежде всего, с культом «Великой матери» [2, 360]. Явные аналогии слова «девата» с русским числительным «девять» позволяют сделать вывод о первоначально матриархальной основе молитвы, связанной с материнством и продолжением человеческого рода. Через идею «плодородия» матриархальный культ объединяется с земледельческим культом. Интерес представляет то, что на санскрите название числительного «девять» звучит как «нове» (эта форма лежит и в основе других индоевропейских языков). Возможно, что обновление названия этого числительного отражает процесс миграции племен на новые места обитания в более теплые и плодородные края.

Слова «шесть», «семь» и «восемь» непосредственно сопряжены с идеей плодородия в двух ее значениях, и на современный язык они могут быть переведены в виде фразы «сохрани семя в земле».

Слово «шесть», вероятно, очень древнее. С одной стороны в русском языке есть два фонетически родственных ему слова – шест и шерсть. Слово «шест» может быть трактовано двояко. Прежде всего, в значении символического предмета, связанного с культами плодородия, «сохранения человеческого рода» (отсюда западное «sex» как «пол», «любовь»), запечатленными в многочисленных древних славянских свадебных ритуалах. Вместе с тем, слово «шест» выступает и в значении длинной палки, как особо необходимого предмета в дороге, который помогал человеку в преодолении различного рода препятствий, возникающих на его пути. Тем самым, также выполняя функцию «сохранения», шест использовался в дальней дороге, путешествиях по непроходимым топям, болотам и густым лесам. Фонетически близкое слово «шерсть» на первый взгляд непосредственно с функцией «сохранения» не соотносится. Но если учесть неблагоприятные климатические условия, в которых более полугода приходилось жить человеку, то шерсть из шкур животных, из которых первоначально и делали люди себе одежду, действительно сохраняла их от холодных ветров и мороза.

Слово «семь» высвечивает древнеславянское значение «семени», которое также напрямую связано с магией плодородия в различных своих аспектах: семенем как зародышем человеческой жизни и семенем как зародышем растения. Выдающийся исследователь Б.А. Рыбаков в своем фундаментальном труде «Язычество древних славян» описывает найденные при раскопках архаических поселений женские фигурки. Они изображают не «дебелых матрон, знакомых нам по скульптуре палеолита, а стройных дев с едва обозначенной грудью, но нередко с признаками начинающейся беременности», на животах которых «виден то оттиск зерна, то изображение растения (колоса?)», а иногда «живот женщин прикрыт магическим рисунком из четырех квадратов, с точками на каждом из них (символ поля с семенами?)» [3, 48]. Б. А. Рыбаков пишет: «Невольно возникает ассоциация с христианским божеством плодородия – богородицей, девой-матерью, изображаемой нередко так, что на ее животе показан не родившийся еще ребенок Иисус Христос. Мы знаем, что в Древней Руси культ богородицы слился с местным культом рожаниц – древних божеств плодородия, рождения «обилия»». Автор делает вывод: «Трипольские статуэтки юных матерей были, по всей вероятности, одними из ранних предшественниц христианской богородицы, выразительницами идеи бессмертного круговорота жизни, идеи рождающей силы зерна. Мы знаем, как тесно магия плодородия полей переплетена с магией человеческого плодородия» [3, 48].

Со словом «семь» тесно связано слово «восемь» (древнее «осьмь», откуда происходит, кстати, и русское слово из музыкального лексикона «осьмогласие»). С одной стороны оно также сопряжено со значением «земли», дающей жизнь семенам растений. С другой (что отмечают многие лингвисты), – со змеей, с помощью образа которой табуировалось сама земля как священное понятие. Интересен факт, отмечаемый Б. А. Рыбаковым, что на фигурках трипольских женщин взамен семени могли изображаться две змеи, охраняющие живот молодой матери. Таким образом, каждое из приведенных названий числительных – «два», «девять», «шесть», «семь» и «восемь» уводит по «хронологическому лабиринту» в глубь веков, в ритуальную магию плодородия. И можно предположить, что на первом месте числового ряда в древнейшие матриархальные времена стояло

сочетание «Мать наша», сохранившееся для обозначения единицы в греческом языке в виде языкового рудимента «мона».

Сакральное пространство любых древних молитв часто воспроизводит трехчленную вертикальную модель мира, описывающую «всеохватность» мест, где может пребывать божество. В молитве, сохранившейся в современных числительных, на словах «три», «четыре» и «пять» как раз и выстраивается вертикальная трехчленная картина мира в виде священного мифологического континуума: «земля – небо – преисподняя».

Слово «три» в русском языке имеет прямой аналог латинскому «terra» и указывает на среднюю зону континуума. В связи с этим значением можно вспомнить русское слово «терем», обозначающее жилище, построенное на земле. В римской мифологии сохранилось имя «Термин» (с ударением на последний слог), которое означало божество границ, межевых знаков, разделявших земельные участки («территории»). Этому божеству приносились жертвы в виде плодов, молока и меда. Человека, сдвинувшего межевой камень с целью захвата чужой земли, в древнейшие времена предавали проклятию и считали преступником [4, 501]. В прусской мифологии сохранилось имя божества Тримпса – бога плодородия, которое этимологически связано с литовским словом «тремпти» – топтать, попирать (сравним с русским «третировать»). Отмечается, что попирание земли ногой характерно именно для мифологических персонажей с явно выраженной функцией плодородия [4, 525]. Латинское слово «терра» и русское «три» в космологическом плане связано и с расположением земли как третьей планеты относительно Солнца.

Понять смысл слова «четыре» помогает язык санскрита, где «читта» означает «внешний ум». В виду своей древности, в качестве существительного это слово в русском языке не сохранилось, остались лишь глаголы с этим корнем – «читать» и «считать» (то есть «набираться ума») и прилагательное «чистый». Уточнение связи слова «четыре» с небом (верхом трехчленной системы) можно обнаружить в русском названии дня недели «четверг», произносящемуся фонетически как «чит-верх». (Это корреспондирует с понятием «чистый четверг», сохранившемся в православном календаре.)

Слово «пять», определяющее нижнюю зону пространственного континуума, также встречается в названии дня недели – «пятница». Подсказка о месте расположения содержится в виде последней части слова – «ниц», широко известного древнерусского обозначения низа (можно вспомнить и русское слово «пятка»). Связанность слова «пять» с преисподней не вызывает сомнения и реконструируется в мифологии различных индоевропейских культур. Так, в древнеиндийской мифологии слово «патала» означает общее название семи подземных областей, где обитают божества, противостоящие богам, обитающим в небе [4, 293]. В прусской мифологии есть бог подземного мира и смерти Патолс. В этимологической реконструкции это имя объясняется из сложения префикса «ра-(ро), «под», и корня «tula-», «земля», «тло», что отражает основное локальное свойство этого божества – «подземный» [4, 293]. В балтийской мифологии триада богов, описываемая как по горизонтали (слева – Потримпс, в центре – Перкунс как главный бог, справа – Патолс), так и по вертикали, соотносится с пространственной моделью мира (верх – середина – низ: небо – земля – преисподняя) и со структурой времени, так как разные члены триады воплощают различные моменты жизненного цикла (юность, зрелый возраст, старость). Вместо Патолса в балтийской мифологии упоминается бог чертей Поколс, часто в соседстве с Пеколсом, богом ада и тьмы (сравним со словом «пекло», которое в славянской мифологии означает ад и преисподнюю) [4, 293]. При описании внешности божества Патолса в мифологических текстах есть одна интересная деталь – длинные волосы. Древнее название волос в русском языке обнаруживает явное родство – «патлы» (отсюда происходит название головного убора – «платок»). Подтверждением знания имени этого божества в древнерусской культуре служит сохранившаяся в языке приставка и предлог «под», фонетически воспроизводимые как «пат», всегда означающие расположение предметов или объектов в нижней пространственной зоне. До настоящих времен осталось и старинное поверье о том, что нельзя начинать важные дела в пятницу («в пятницу все дела пятятся»), а также название «сатанинского» дня («пятница, тринадцатое»), что еще раз подчеркивает инфернальное представление, закрепленное в названии данного числительного.

Еще одно слово, которое непосредственно соотносится с пространственными координатами, занимает последнее место в десятеричной системе исчисления – «десять». На санскрите есть родственное ему слово «деса», означающее «город», «место», «поселение». В русском языке сохранилось конкретное обозначение места – «здесь».

Таким образом, можно сделать вывод о том, что вся молитва представляет собой развернутый и логически выстроенный сакральный текст, связанный с культом плодородия. На современном языке ее можно было бы примерно озвучить так: «(Мать наша) дева, пребывающая и на земле, и на небе, и под землей, сохрани семя в земле, в матери (земле-матери) здесь».

По вариантам сохранившихся слов начала десятеричной системы русских числительных можно судить о том, каким богам поклонялись наши предки уже в более поздние времена, с наступлением патриархального уклада общества. И здесь можно придти к совершенно удивительным открытиям, еще раз доказывающим древнейшие истоки индоевропейской (в том

числе русской) цивилизации. В древних сакральных текстах имя божества как императив всегда стояло на первом месте.

Слово «раз» (или «рас») связано с культом бога солнца Ра, вскрывая рудимент двоичной направленности прочтения корней, свойственный индоевропейским языкам «Ра» – «Яр» (вспомним древнерусского бога солнца Ярило). В русском языке «раз» («рас») – весьма распространенный корень, а также приставка в словах. Можно выделить несколько значений приставки «рас»: влияние солнечных лучей на природу («распускаться», «расцветать»), разрушительная сила («разбить», «разогнать»), широкое распространение в пространстве («разливаться», «расходиться»). Не только в виде приставки, но и в виде корня «раз» отражает все разнообразие явлений в природе, что, возможно, связано и с этническим различием населения той территории, на которой существовал культ поклонения богу Ра («разный»). Название нашей страны – Россия (фонетически озвучивается как «Рассия»), непосредственно демонстрирует родство с древним культом поклонения наших предков богу солнца, в честь которого была названа в свое время и великая русская река – Волга (Ра, Раса), которая объединяла собой всю огромную территорию земли от прикаспийских степей до западноевропейских границ. Насколько Ра был одним из древнейших богов, можно судить по древнеегипетской мифологии. Примечательно, что в «Текстах пирамид» Ра выступает как бог умершего царя (то есть не бог всех египтян), не этнически исконный бог, а «привнесенный», и в какой-то степени даже искусственно насажденный. Это находит подтверждение в одной из древнеегипетских легенд, согласно которой, египтяне однажды перестали поклоняться богу Ра. Следствием этому стало то, что прибыл бог Ра на своей золотой колеснице и, истребив неверных, вновь заставил людей себе поклоняться. Как отмечают исследователи, лишь с возвышением пятой династии Древнего царства (26–25 вв. до н. э.) Ра официально становится главным богом египетского пантеона – создателем мира и людей (возникших из его слез), отцом богов и отцом царя. Это находит отражение в титуле фараона – «са Ра», то есть «сын Ра» [2, 359].

В свою очередь, имя «Сара» соотносится и с древнейшим арийским названием Волги «Расса», вскрывая рудимент двоичной направленности прочтения корней, свойственный индоевропейским языкам. Так, звукосочетание «с-р» сохранилось в топонимике многих поволжских городов, в названии древнего племени «сарматы», в исконно русском выражении «Мать-Сыра-земля» (сравнимое с более поздним «Волга-матушка»). Известно, что присоединение Поволжья к Руси в середине XVI века привело к переименованию Русского государства в Российское, а корни «рас» («рос») и «сар» («царь») объединились в названии страны «Царская Россия». Таким образом, начало отсчета в русском языке со слова «раз» имеет свои глубокие основания в российской культуре, когда бог солнца Ра был одним из древнейших и могущественных как в пространстве, так и во времени.

В системе русских числительных слово «раз», как более архаичное, чаще заменяется словом «один», после которого следует слово «второй». Такое сочетание не может быть случайностью. Эти названия числительных есть ничто иное, как имена богов (асов) Одина и Тора, известные, прежде всего, по скандинавской мифологии. Вопрос о том, каким образом они сохранились в русском языке, требует специального исследования. Можно лишь отметить, что в «Саге об Инглингах» месторасположение столицы этих богов – Асгарда – указывается восточнее Дона, то есть на территории России. Имя Тора запечатлено не только в русском слове «торг», в названии города Астрахань (Ас-Тор-хан), но и в русском названии дня недели – «вторник», подобно тому, как этому же богу посвящен четверг в немецком языке (Donnerstag).

Еще один более поздний вариант системы исчисления связан со словом «первый». Имя Одина сменил Перун (Пер-ун, где «ун» используется в значении «единый»). Это имя не только сохранилось в топонимике городов Переяславль, Перемышль и других. В виде приставки, «пере» входит в состав русских слов, где идет речь о преодолении каких-либо препятствий – «переехать», «переплыть», «перебраться» и так далее. Имя Перуна в общеславянской мифологии восходит к культу бога грозы (грома) в индоевропейской мифологии. Этот бог в индоевропейской традиции связывался с военной функцией и соответственно считался покровителем военной дружины и ее предводителя (у славян – князя), особенно на Руси. В балтийской и славянской мифологиях Перун ассоциировался и с четырьмя сторонами света, что видно, в частности, и из названия четверга как «дня Перуна» в полабской традиции, и из четырех (восьми) -членной структуры святилища Перуна на Перыни под Новгородом. Согласно древнерусскому источнику «Перунов много» (Перунъ есть многъ), это относилось к наличию нескольких географических и сезонных его ипостасей.[4, 306-307]. Так в образе этого божества нашла отражение «модель мира» с соответствующими пространственными и временными координатами.

Особый интерес представляет то, что и в латинской десятеричной числовой системе, которая традиционно используется в музыкальных названиях интервалов, также на первом месте запечатлено имя бога Перуна. Причем сама форма латинского слова prima содержит указание не на абстрактную, а на личную связь человека с этим божеством – П(е)ри-ма (мой Перун). Ряд однокоренных латинских слов высвечивает образ Перуна как предводителя военных дружин – primanus (принадлежащий к первому легиону), primarius (первейший, знатнейший, превосходный), primoris (первый, передний). Если допустить, что латинские числительные также изначально связаны с текстом некой молитвы, то эта молитва должна произноситься мужчиной-воином, завоевателем, просящим помощи бога в преодолении различного рода препятствий и тягот военных походов. Несомненно, что доскональная реставрация текста этой молитвы должна стать объектом внимания со стороны лингвистов. Однако индоевропейская общность латинского и русского языков позволяет в наиболее общих чертах выявить смысл обращения, в словах которого часто встречаются окончания «da», «ta», близкие русскому «дай»: « Prima (мой Перун), seconda (скорее всего, речь идет об оружии, так как корень «сек» известен в латинском и в русском языках в словах со значением «резать», «рассекать», «сечь»), tertia (просьба земель, земельных уделов) quarta, quinta (просьба о пище и вине, так как с отсечением первого звука, фонетически выявляются корни «вар» и «вин»), sexta (от латинского sexus – «пол», то есть просьба о любви в ее плотском понимании), septima (от латинского sepio – огораживать, загораживать, то есть, вероятно, просьба ограждать от смерти и невзгод), octava (просматривается связь с «оком», «глазом», возможно в значении «дарования острого зрения», так необходимого в военных действиях), nona (возможно, искаженное латинское nomen – «имя», «название», «звание», «титул», что может отражать просьбу воина к божеству о награждении определенным титулом или званием), decima (предположительная связь с латинским decens (decet) – «приличный», «пристойный», «приятный», «прелестный», возможная конкретизация титула или звания, «места» в переносном значении).

Экскурс в историю языковых числовых систем показывает, насколько числа изначально связаны с сакральным значением и насколько сложна их семантика, формировавшаяся на протяжении многих тысячелетий. При этом эволюция религиозных представлений, отраженная в числительных, происходила не путем полной замены одних форм другими, а методом наслоения новых имен и понятий на старые. Сменялись имена богов, которым поклонялись наши предки, изменялось и начало молитвы. Несомненно, что десятеричная система исчисления появилась в результате практики чтения молитв по пальцам рук, она помогала не забыть и не перепутать последовательность слов в священных текстах. В дальнейшем, по прошествии длительного времени, смысл молитв оказался утрачен, но за каждым из слов закрепилось определенное числовое значение. Однако именно сакральный источник – молитва, во многом предопределил священное отношение к числам с глубокой древности и породил интуитивное стремление человека проникнуть в самую суть и тайну их бытия в последующие столетия. А также во многом предопределил числовую семантику в организации картины мироздания.

Литература

1. Папюс. Наука о числах. Пер с фр. М.: «РЕФЛ-Бук»; К.: «Ваклер», 1998. 272 с.
2. Мифы народов мира. Энциклопедия: в 2-х томах / Гл. ред. С.А. Токарев. М.: Сов. энциклопедия, 1991. Т. 1. 671 с.
3. Рыбаков Б. А. Язычество древних славян. М.: Наука, 1994. 608 с.
4. Мифы народов мира. Энциклопедия: в 2-х томах / Гл. ред. С.А. Токарев. М.: Сов. энциклопедия, 1992. Т. 2. 719 с.

Э.В. Иоч

КРЕСТ, КВАДРАТ, ЧЕТЫРЕ

> Дело в том, что как 1,2,3,4 есть самый упорядоченный ряд числа универсума, и ре может быть дано более упорядоченного, чем здесь, – ведь умножение двойки дает четверку, как и прибавление единицы к трем; значит, четверка возникает из них в самом совершенном порядке …
>
> Николай Кузанский, 1444 г.

…Совсем рядом с Москвой в селе Верхнее Ромашково стоит обычная сельская церковь, в ограде которой небольшой погост. Среди могил малозаметная серая стела, в верхней части которой прорезан темный равноконечный крест. Ниже надпись: «К.С. Малевич 1878–1935". Имя, конечно, известно всем: К.С.М. И то, что крест похож на знак «плюс» – тоже понятно: католик, всё же… Мгновенно в сознании возникает «Черный квадрат», который автор первоначально называл четырехугольником. И справедливо, потому что ни один из «Квадратов» К.С.М. не был формально точным квадратом. Значит, – «Чёрный четырёхугольник». Он и ещё 39 супрематических изображений появились на «Последней футуристической выставке картин «0,10» в конце 1915 года в СПб в галерее Н.Е. Добычиной. «Четырёхугольник» символически занимал «красный угол», а самым крупным изображением был «Чёрный крест», похожий на тот, что спустя 20 лет появился на серой плите. Очень скоро К.С.М. «раскалил» четырёхугольник и крест до красного цвета, а затем и до белого, почти не отличимого от фона… Когда дети играют в кубики, они могут из пяти кубиков составить правильную крестовидную фигуру, а могут пойти и дальше: взять ещё четыре, заполнить ими пространства между лучами креста – получится сплошной квадрат: 1 + 4 = крест (5) , 5 + 4= квадрат (9). Этот ряд сродни тому, о чём говорит Н. Кузанский в эпиграфе. К.С.М. умер 15.5.1935 года. На посмертных фотографиях видно, что профиль гроба напоминает крест («Гроб в форме креста» – читаем много лет спустя в одной газете).

Прах К.С.М. захоронили в поле около дуба вблизи посёлка Немчиновка. Здесь и был поставлен фанерный куб, на одной стороне которого изображён квадрат. В годы Великой Отечественной войны дуб исчез, захоронение затерялось и, как сказал местный краевед В.В. Цоффка на открытии памятного знака К.С.М.: «Он среди нас и в любой части света». Памятный знак – бетонный куб с красным квадратом на одной из сторон был поставлен в 9о-е годы в тех же местах. А как с кладбищем, с надписью? На кладбище – кенотаф – пустая могила. Недалеко дом, где жил К.С.М. Четыре памятные точки. Можно мысленно провести две прямые линии – получим крест…

…С древнейших времен числам придавались сакральные, мистические, символические значения, эти термины пересекаются. «четыре» – гармония мироздания: четыре стороны света, четыре времени года, четыре темперамента. В китайских системах всеобщего Ло Шу и Хэ Ту, в их геометрических формах мы видим кресты. Расположенные внутри квадратов, а также наборы других цифр, с помощью которых возможно порождение множества понятий. Нечто аналогичное находим в письме К.С.М. к М.В. Матюшину летом 1913 года. О квадрате он говорит как об « источнике всех возможностей», который «при своем распадении приобретает страшную силу», порождая круг, крест и так далее.

Как и в далеком прошлом иррациональное, мистическое и одновременно материальное, логическое начала знаков креста, квадрата, числа четыре, так и теперь заставляют нас задуматься над «природой вещей». Приведем два примера.

1. В.К. Арсеньев в книге «Сквозь тайгу» рассказывает о своих последних путешествиях 1926-27 г.г. В глухой, сырой тайге стоят своего рода кенотафы – стволы берёз, прогнившие насквозь, но держащиеся прямолинейно за счет коры. Стоит дотронуться , а применяя метафору, только взглянуть, и огромный ствол – падает. В.К.Арсеньев со спутниками – орочами и удеге вышел к такому «гнилому месту». Здесь его остановил ороч Савушка – доброе русское имя ему дали за характер. Он не разрешил идти дальше. В.К.Арсеньев пишет так

– Вот посмотри: «Ыи тэлюга моопи омуты ни», то есть «Эта березовая кора всё равно люди», – сказал он, указывая на четыре березовых «футляра», лежащих на земле: два крестообразно, а два пониже – углом, так, что вершина его касалась нижней части креста, а концы расходились в стороны, напоминая человечка. Конечно, из обломков березовых стволов, во множестве валявшихся на земле, можно скомбинировать какие угодно фигуры: людей, зверей, жилищ, лодок и так далее. Так думал я, но у Савушки на этот счет были свои соображения. Он с опаской посторонился от рухляка. Я подошёл поближе к крестообразной фигуре, чтобы получше рассмотреть её, но старик закричал мне, чтобы я не трогал березового валежника. В это время позади себя я услышал какой-то звук, точно кто-то вздохнул, и вслед за этим один ствол, совсем подгнивший у корня, как-то странно согнулся, осел и стал падать на землю. Я едва успел отскочить в сторону.

– Наша надо скоро ходи другое место, – сказал Савушка и начал быстро спускаться по склону горы. Я последовал за ним».

2. Второй пример – видеозапись процесса создания портрета девочки художником Анатолием Дородновым в 1993 году. Съемка шла одним безостановочным планом, который аутентично зафиксировал пространственную продолжительность создания портрета сельской девочки, которую окружающие называли «Варварой», примерно 11–12 лет. Дело было летом, под Звенигородом, недалеко от реки. Работа осуществлялась в рамках направлений и интересов Научной лаборатории визуальной антропологии МГУ.

Сейчас мы конспективно передадим условия создания видеофильма «Варвара» и акцентируем внимание на ряде сторон процесса создания портрета. Итак, группа людей: художник А. Дороднов, ныне покойный, видеооператор Л. Филимонов, руководитель Лаборатории Е.Александров в теплый летний день около реки обратились к детям с предложением: кто хочет принять участие в создании ЖИВОПИСНОГО портрета художником, который оператор снимет так, как он понимает, «видит» свою задачу …Отделилась девочка … «Как тебя зовут?» – «Варвара». Держа в руках смятые цветы желтой кубышки, она поднялась наверх и села на пенек. Художник А. Дороднов положил на траву лист рубероида длиной примерно в 1,5 метра и взглянул на девочку… Затем появилась банка с белой краской. Художник пристально взглянул на девочку еще раз… «Включайте камеру». Он вылил всю краску на рубероид, стараясь распределить её более-менее равномерно… Девочка с любопытством и удивлением взглянула на него. Взяв простую длинную палку, Художник уверенными движениями – всего 2-3 «слепил» очертание головы девочки: круглое лицо с прямыми длинными светлыми волосами. Казалось бы, ещё несколько уверенных движений – глаза, нос, рот, более подробно волосы – и портрет готов…С одной стороны – «красиво», но с другой… Между Художником, Камерой, Девочкой, Природой и наблюдателями начали устанавливаться необъяснимые отношения, не кодируемые вторичными знаковыми системами. А.Дороднов попробовал «перенести» Модель в ближайшее будущее, «украсив» лицо волосами-завитушками – нет, не то… «Ну как, похоже?» – единственный вопрос Художника за 40 минут сеанса. Ответа не последовало. Солнце стояло высоко, и под глазами Варвары образовалась резкая тень, которая вместе с тенью от носа давала очертание, напоминающее букву «Т», или усечённый крест. Оператор обратил на это внимание. Но

Художник начал неожиданно отбрасывать от овала лица прямые линии, как от солнца отходят лучи… Ну что ж – можно: лицо-солнце. Затем А. Дороднов размякшим концом палки вновь прочерчивает на лице символический усеченный крест («Каждый несет свой крест…») и поднимет палку вверх: кончено. Тень от дерева в этот момент почти точно по диагонали прочерчивает резкую линию

Казалось бы, Произведение сделано Художником. Но это не совсем так. Оператор Л. Филимонов показал не только процесс. Но и в ряде моментов «забежал вперед», но это можно только увидеть.

В.Е. Еремеев

ЦИТРА *ЦИНЬ* И ЕЕ ЧИСЛА

Традиционная музыкальная культура Китая богата различными инструментами, но особо выдающимся среди них следует считать цитру *цинь*, которая использовалась для исполнения чрезвычайно рафинированной, эзотерической и достаточно изящной музыки. По одной из легенд *цинь* изобрел Фуси, а Хуан-ди ее усовершенствовал. Самые ранние упоминания о ней имеются в «Ши цзин» и «Ли цзи». Этот струнный щипковый музыкальный инструмент в Европе иногда рассматривают как вид лютни, что не точно, поскольку у *цини* нет грифа. Исходя из этой и других характеристик, ее можно отнести к одной из разновидности цитр.

Продолговатый деревянный фигурный корпус *цини* состоит из верхней и нижней дек, немного суживающихся к одному концу (по левую руку от исполнителя) и разделенных боковыми стенками (рис. 1). Верхняя дека выпуклая, а нижняя – плоская. Верхняя дека сделана из тунгового дерева (*тун*), а нижняя – из катальпы яйцевидной (*Catalpa ovata*, *цзыму*). Поверхность цитры покрывается лаком, получаемым из китайского лакового дерева (*Rhus verniciflua*, *ци*) и смешанным с тем или иным наполнителем (олений рог, керамический порошок и проч.). Над верхней декой располагаются струны (*сянь*), опирающиеся на порожек и мост. Изнутри верхняя дека выдолблена, до некоторой степени повторяя контур поверхности. На нижней деке имеется два резонаторных отверстия. С узкой ее стороны укрепляются две подставки, за которые крепятся струны, а с широкой – колки (*чжэнь*) для их натягивания. Внутри *цини* имеются поглотители звука (*наинь*), устраняющие нежелательный призвуки, и две распорки (*чжу*), установленные между нижней и верхней деками и служащие для укрепления всей конструкции. С целью предотвращения деформаций корпуса цитру *цинь* хранят в вертикальном положении, например, вешая на стену.

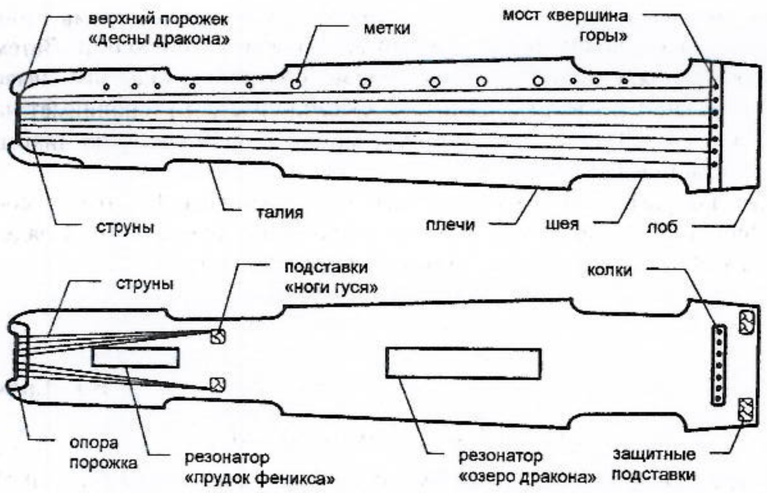


Рис. 1. Верхняя и нижняя деки цитры *цинь*.

У знаменитого китайского историка Сыма Цяня (135–86 до н.э.) в трактате «Юэ шу» («Трактат о музыке»), входящем в «Ши цзи» («Исторические записки»), дается «правильный размер» (*чжэнду*) цитры *цинь*: 8 *чи* и 1 *цунь*, что равно 2,24 м (в Западной Хань 1 *чи* = 27,65 см, 1 *цунь* = 2,765 см). Вероятно, в запись вкралась опечатка, поскольку данный размер совершенно неправдоподобен – он намного превышает размах рук рослого человека, а значит, на таком инструменте просто невозможно играть. Реально современная *цинь* имеет длину от 1 до 1,6 м. Сохранилось много подобных инструментов, датируемых эпохой Тан (618–907). Некоторые их них все еще пригодны для игры. В 1978 г. во время раскопок гробницы удельного князя И, похороненного в 433 г. до н.э. недалеко от Лэйгудуня (пров. Хубэй), были обнаружены цитры, имеющие длину, которая составляет около трети длины современной *цини*, но вряд ли они являются инструментами того же класса, что и *цинь*. Струны у них располагаются высоко над декой, которая имеет неровную поверхность. Это позволяет сделать вывод, что, вероятно, игра на них велась только на открытых струнах.

Каждой части *цини* приписывается символическое значение. Пять основных струн связывались с пятью первоэлементами (стихиями-*син*) – деревом, огнем, почвой, водой и металлом. В эпоху Цин (1644–1911) все семь струн стали соотносить с семью днями недели. Тринадцать меток (*хуй*) на верхней деке ассоциировались с двенадцатью обычными и одним дополнительным месяцами года. Хотя реальная длина *цини* варьировалась, считалось, что она должна составлять 3 *чи*, 6 *цуня* и 5 *фэней*, что вместе симво-

лизировало 365 дней в году. Верхняя дека *цини* символизирует Небо, а нижняя – Землю. Бока инструмента называются «крыльями феникса» (*фэнъи*), а два резонаторных отверстия в нижней деке – «озером дракона» (*лунчи*) и «прудком феникса» (*фэнчжао*). Две подставки внизу корпуса, за которые крепятся струны, – «ноги гуся» (*яньцзу*) или «ноги феникса» (*фэнцзу*). Верхний порожек – «десны дракона» (*лунинь*), а мост – «вершина горы» (*юэшань*). Говорится также о «голове и хвосте дракона», «церемониальной шапке», «городской дороге» и многом другом.

В традиционной версии развития цитры *цинь* считается, что первоначально *цинь* имела пять струн, но ее более поздняя форма, которая уже существовала в период Чжоу (1122–221 гг. до н.э.), была семиструнной. По легенде, шестую струну добавил родоначальник чжоуской династии Вэнь-ван, чтобы оплакать своего сына Бо Икао, зверски убитого последним шанским правителем. Его приемник У-ван добавил седьмую струну, чтобы воодушевлять свои отряды в сражениях с шанцами. Хотя в китайской музыке имеется и гептатоника, семь струн цитры *цинь* строятся по пентатонике, а добавленные струны являются просто октавными повторениями имеющихся.

Струны на *цини* с древности изготавливаются из сплетенных и пропитанных клеем нитей шелка особого качества и являются достаточно прочными. В настоящее время их делают еще металлическими с нейлоновой обмоткой. Согласно древней традиции, по толщине струны подразделяются на три группы: тонкие струны – «великая древность» (*тайгу*), средние – «средняя ясность» (*чжунцин*), толстые – «добавленная толщина» (*цзячжун*). Шелковые струны изготовляют достаточно длинными (около 2 м), что позволяет продлить срок их службы, поскольку если струна перетерлась на мосту или порвалась рядом с ним, то достаточно просто отмотать несколько ее витков с крепления, удлинив ее тем самым, и натянуть вновь.

В традиционной науке о цитре *цинь* важен был порядок струн. Сыма Цянь в «Юэ шу» указывал, что струна, издающая ноту *гун*, помещается в середине пятеричного набора струн, чем уподобляется «правителю» (*цзюнь*). Струна с нотой *шан* – с правой стороны от нее. Остальные струны размещаются «не нарушая своего порядка» и в отношении «правителя и слуги» (*цзюнь-чэнь*).

В этом фрагменте упоминаются названия двух нот – *гун* и *шан*, которые в традиции рассматриваются как первая и вторая ступени пентатоники. Остальные ступени – это *цзюэ*, *чжи* и *юй*. Китайская пентатоника строится на основе метода *саньфэнь суньи* («делить на три, убавить или прибавить», исходящего из теоретико-музыкальной системы *люйлюй* («нечетные и четные ступени хроматического звукоряда»). Подробно построение пентатоники описано Сыма Цянем в другом его трактате из «Ши цзи», а именно в «Люй шу» («Трактат о камертонах-*люй*»). Берется тоника, которой присваивается число 81 – это «девять на девять». Оно соответствует тону *гун*. Отнимаем от 81 одну треть (27), и получается 54 – тон *чжи*. К «трем третям числа 54» прибавляем одну треть (18), и получается 72 – тон *шан*. От «трех третей числа 72» отнимаем одну треть (24). Получается 48 – тон *юй*. К «трем третям числа 48» прибавляем одну треть (16). Получается 64 – тон *цзюэ*. По сути дела, этот метод предполагает построение звукоряда с помощью квинтового хода. От основной ноты (*гун* = до = 1) берется квинта (*чжи* = соль = 2/3), от нее еще квинта, которая транспонируется вниз на октаву (*шан* = ре = 8/9), затем берется нетранспонирующаяся квинта (*юй* = ля = 48/81) и транспонирующаяся (*цзюэ* = ми = 64/81).

Таким образом, получается последовательность *гун, чжи, шан, юй, цзюэ*, которая при ранжировании по высоте даст пентатонику: *гун, шан, цзюэ, чжи, юй*. Здесь *гун* – самая низкая нота, а *юй* – высокая. На струнном инструменте им должны соответствовать самая толстая и самая тонкая струны. Но у Сыма Цяня отмечается, что струна с ной *гун* стоит посередине всего набора. Получается, что струны не располагаются по порядку толщины, как в современных цитрах *цинь*. Самая толстая стоит посередине, следующая по толщине – справа от нее, а как располагаются остальные – остается только догадываться, причем, прежде всего напрашиваются два варианта: 1) *чжи, юй, гун, шан, цзюэ*; 2) *юй, цзюэ, гун, шан, чжи*. Однако любое неранжированное по толщине (а значит и по высоте) расположение струн неудобно для игры. Поэтому возможно предположить, что тут мы имеем дело с неточно переданной более древней традицией построения пентатоники.

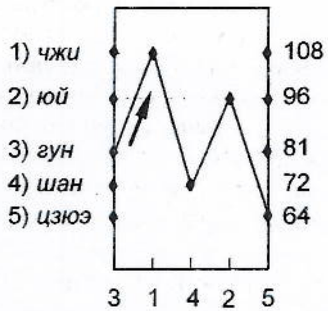


Рис. 2. Диаграмма построения пентатоники от *гун* как от средней ступени.

Так, в книге «Гуань-цзы» («[Книга] учителя Гуаня»), написанной в IV–III вв. до н.э., в гл. 58 «Ди юань» («Земная служба» или «Земные чины») приводится несколько иной способ построения пентатоники (рис. 2). *Гун* здесь также берется в качестве исходной ступени и построение остальных

ступеней происходит в том же порядке – *гун, чжи, шан, юй, цзюэ*. Но первый шаг порождения направлен не вверх по высоте, а вниз. Получившейся ноте *чжи* приписывается число 108, которое можно вычислить по принципу *саньфэнь суньи* из 81: 81/3 = 27, 81 + 27 = 108. Затем также вычисляются остальные числа: 72, 96 и 64. В варианте, представленном у Сыма Цяня, числа нот *чжи* и *юй* в два раза меньше – 54 и 48, т.е. отличаются на октаву.

Эта пентатоника содержит в себе следующий ряд чисел, расставленных в порядке по высоте: 108, 96, 81, 72, 64. Нота *гун* (81) при этом оказывается в середине, из которой, подобно «Великому пределу» (*тай цзи*) китайской космологии, она порождает противоположные субстанции *ян* и *инь* – высокие и низкие звуки. О срединности (*чжун*) этой ноты много пишется в китайских текстах, но только при таком построении она оказывается реальной.

Выбор местонахождения в звукоряде опорной ступени является весьма значимым. Если *гун* стоит в начале звукоряда, то его можно уподобить современной европейской тонике, если же в середине – то древнегреческой *месе* («средняя»), срединной ноте, которая выполняла функцию центра тяготения для всех других нот октавного звукоряда, организовывая их вокруг себя. Учитывая, что второй вариант местоположения *гуна* более ранний, можно констатировать, что в Китае произошла эволюция музыкальной системы, подобная европейской, а именно переход от среднего по высоте опорного звука к нижнему.

Примечательно, что в случае семиструнной цитры *цинь* эта перемена формально ни в чем не отразилась. Две добавочные ноты представляют собой октавное повторение нот *чжи* и *юй* в пентатонике, и их можно рассматривать в качестве присоединенных как сверху, так и снизу. В первом случае это ноты, выражаемые числами 54 и 48, а во втором – 108 и 96.

Согласно традиции, количество шелковых нитей, используемых в струнах, было строго предписано и исходило из теории *люйлюй*, в которой соответствующие числа задавали математические отношения между нотами. Таким образом, начиная с самой толстой струны, числа были следующими: 108, 96, 81, 72, 64, 54, 48. На практике, разумеется, не только не соблюдалась такая точность, но и вообще использовались совершенно другие ориентиры. Реально количество нитей, из которых сплетались струны, доходило порой до 240.

Интересно, что четыре струны арабской лютни, настраиваемые по квартам, также состояли из нитей, количество которых (64, 48, 36 и 27) задавалось теорией. Причем не только принцип, но и сами числа у арабов подобны китайским: числа 64 и 48 идентичны, а 36 и 27 являются половинами чисел 72 и 54 китайской теории.

Характерной особенностью цитры *цинь* является то, что на ней нет ладов, но применяется такая разметка, которая, по сути, их заменяет и соответствует главным акустическим узлам, возникающим при колебаниях струны (рис. 3). В настоящее время известно, что при колебании струны звучат различные гармоники, т.е. призвуки, в совокупности с основным тоном имеющие частоты, которые находятся в отношении натурального ряда чисел (1÷2÷3÷4÷5 и т.д.) и образуются за счет колебаний соответствующих частей струны. На струне имеются как пункты, в которых вибрации этих гармоник отсутствуют (узлы), так и пункты, в которых они имеют максимальную амплитуду (пучности). Похоже, что создатели *цини* знали об этом. Для ее разметки используются перламутровые или костяные кружочки *хуй*, вмонтированные в корпус рядом с самой толстой струной. Этих кружочков 13, их счет ведется справа налево, и расположены они строго симметрично относительно центра. *Хуй* обозначают части струн, выражаемые дробями начиная от 1/2 и кончая 1/8. При этом пропускаются 1/7 и кратные ей части, а также 3/8 и 5/8. Разметка цитры *цинь* служит для ориентировки для двух рук игрока: где левой рукой прижать струну к деке и в каком месте правой рукой защипнуть струну. Струны, начиная с самой толстой, настраиваются чаще всего на следующий лад: *чжи* (C), *юй* (D), *гун* (F) *шан* (G), *цзюэ* (A), *чжи'* (c), *юй'* (d).

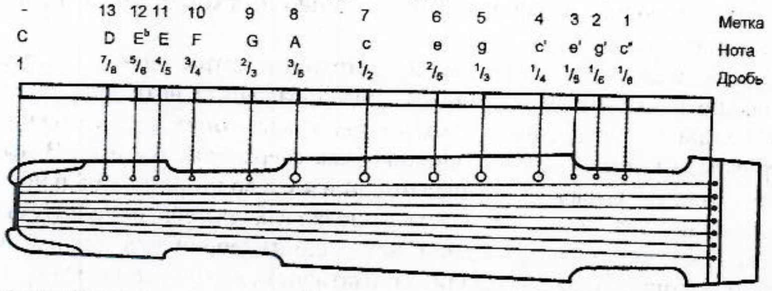


Рис. 3. Разметка на деке цитры *цинь*. Указаны в масштабе места размещения *хуй*, соответствующие им ноты (условно) и математические отношения, обозначающие звучащие части струны при ее прижимании пальцем к деке.

Разметка цитры *цинь* показывает высокое понимание китайцами природы звука как вибрации. Не смотря на то, что официально в Китае был утверждена музыкальная система, берущая за основу систему *люйлюй* и соответствующая, по сути, пифагорову строю, основывающемуся на квинтах, разметка *цини* вела к применению своеобразного строя, опирающегося на натуральный звукоряд.

Настройка цитры *цинь* может производиться по-разному. Можно, возбуждая открытые две струны, на слух установить нужное отношение – тон, терцию, кварту или квинту. При этом требуется очень развитый слух. Можно прижать одну струну в том месте, обозначенном меткой *хуй*, где она должна давать унисон с открытой струной, и затем настроить ее. Этот метод не дает точности из-за разного натяжения открытой и прижатой струн и из-за невозможности прижать струну точно в нужном месте. Более простой и точный метод состоит в настройке по гармоникам. В последних двух случаях неминуемо настройка будет давать не пифагоров строй, а чистый. Конкретно, вместо отношений 8/9, 64/81 и 48/81 для *шан* (ре), *цзюэ* (цзюэ) и *юй* (ля) получаются отношения 7/8, 4/5 и 3/5.

Искусство игры на *цини* в традиционном Китае предполагало использование в качестве выразительного средства, сопровождающего развитие мелодической линии, различных тембровых вариаций извлекаемых звуков. Для этого исполнителям следовало выбирать нужные точки воздействия на струны, приглушая или, наоборот, акцентируя те или иные гармоники, что, собственно, и вело к изменению тембра. Для изменения тембра звучания струны использовалось от 13 до 26 способов извлечения звука, типа щипания, поглаживания или касания струны в разных местах. Утонченность этого искусства была такова, что следовало даже контролировать пульсацию крови в кончике пальца, чтобы его нажим на струну был должной степени. В западной музыке не было ничего подобного.

Помимо этого в традиции цитры *цинь* говорится о восьми видах техники правой руки, определяемых выбором пальца и направлением щипка: *пи* (игрок щиплет струну большим пальцем по направлению от себя), *то* (большим – к себе), *мо* (указательным – к себе), *тяо* (указательный – от себя), *гоу* (средним – к себе), *ти* (средним – от себя), *да* (безымянным – к себе), *чжай* (безымянным – от себя). Мизинец не используется. Из этих восьми техник образуется множество комбинаций.

В независимости от способа извлечения звука оттенки звучания классифицировались по трем категориям: 1) звучание открытой струны – «рассеянные звуки» (*саньинь*); 2) звучание гармоники струны, на которой левой рукой слегка касаются гармонических узлов – «плывущие звуки» (*фаньинь*); 3) звучание прижатой струны – «остановленные звуки» (*аньинь*) или «зрелые звуки» (*шиинь*).

Отсутствие ладов на цитре *цинь* позволяло использовать всевозможные приемы плавного изменения высоты воспроизводимого звука, которые тщательно классифицировались. Например, вибрато (*инь, нао*), исполняемое за счет быстрого перемещения пальца левой руки вверх и вниз по струне, подразделялось на около 15 видов – «растянутое» (*чан*), напоминающее «крик голубя, предвещающего дождь», «тонкое» (*си*), сравнимое с «доверительным шептанием», «качающееся» (*яо*), вызывающее образ «цветов, брошенных в поток и уносимых им» и т.д.

Возможности интонирования расширялись еще за счет введения промежуточных позиций между метками *хуй*. С эпохи Цин применяется подразделение интервалов, обозначенных этими метками, на 10 микроинтервалов *фэнь*. Эти подразделения не отмечались на деке, а использовались в табулатурах, подобно записи нецелых чисел в десятичной системе (например, шестой *хуй* и три *фэня* – 6,3). Была произведена попытка ввести еще подразделение фэней на 10 *ли*, но она не прижилась ввиду ее непрактичности. Такое подразделение звукоряда цитры *цинь* весьма примечательно и может быть сравнимо с устройством традиционного индийского звукоряда, в котором между восемью ступенями (*свара*) октавного звукоряда находится 2, 3 или 4 *шрути*, имеющих различную величину и образующих в целом подразделение октавы на 22 микроинтервала. Количество *фэней* в октаве намного больше. Например, в диапазоне от ступени, определяемой открытой струной, до 7-й метки *хуй*, обозначающей октаву, находится семь интервалов, а значит 70 (= 7 × 10) *фэней*.

Игра на цитре *цинь* требовала особой музыкальной нотации. Считается, что она существовала уже в эпоху Чжоу. Дошедшая до нас древнейшая запись музыки для *цини* относится к началу правления династии Тан. Она приводится в рукописи «Цзе ши дянь ю лань» («Сокровенная орхидея в тональности мемориальной каменной плиты»). Эта запись имеет форму инструкций *вэньцзыпу* (бук. «перечень знаков и символов»), в которых детально указываются места и последовательность соприкосновений со струнами пальцев левой и правой рук, темп игры, моменты пауз и проч. В конце танской эпохи табулатуры для *цини* (*циньпу*) были усовершенствованы за счет выработки специальной системы идеограмм, верхняя часть которых обозначала позиции прижатия струн левой рукой, а нижняя – щипания их правой рукой. Эта система записи называется *цзяньцзыпу* (букв. «сокращенный список символов»). Использовалось еще более двухсот знаков, которые символизировали характер прикосновения к струнам, длительность звуков, вибрато, глиссандо, изменения темпа и т.д. Отдельная группа иероглифов обозначала порядковые номера пальцев, струн, *хуй* и *фэнь*. В Европе наиболее ранние табулатуры (для лютни) появились только в XIV в. и были несравненно проще китайских.

Помимо сольной игры, требовавшей исполнения сложных партий, цитра *цинь* использовалась в храмовых оркестрах, где на ней исполняли сравнительно простую музыку. При этом музыканты пользовались плектром. В конфуцианских храмах было принято размещать три исполнителя на цитрах *цинь* в восточной и три в западной стороне зала. Цитра *цинь* использовалась не только в инструментальной музыке, но и для голосового сопровождения. При этом изменения интонации голоса должны были согласовываться с изменениями в тембре звучания инструмента.

Умение играть на *цини* с древности полагалось правилом хорошего тона для благородного мужа, а с периода Сун (960–1127) входило в четверку высших искусств – *цинь ци шу хуа* (музицирование на *цини*, игра в шахматы, каллиграфия, живопись). Сыма Цянь в «Исторических записках» сообщает, что сам Конфуций (551–479) учился играть на *цини*, проявляя при этом феноменальные способности в восприятии мелодий, созданных для данного инструмента. Учитель Конфуция, некто Ши Сян, был недоволен тем, что ученик медленно продвигается в овладении различными техниками исполнительства. Однако как-то раз, разучивая одну песню, Конфуций сообщил Ши Сяну, что может представить себе ее создателя. Он «высок ростом», имеет «смуглый лик» и «устремленный вдаль взор», подобен «повелителю». Далее Конфуций предположил, что таким человеком мог быть только чжоуский Вэнь-ван. Услышав это, Ши Сян был потрясен. Он поклонился Конфуцию, сказав, что это действительно так. Как говорил ему его учитель, данная песня первоначально называлась «Вэнь-ван цао» («Пьеса [для *цини*, сочиненная] Вэнь-ваном»).

В.К. Седов

MUSICA HUMANA – MUSICA SONORA

Я очень благодарен циклу «Григорьевские чтения» за то, что он привлек мое внимание к этой теме, поскольку настоящая конференция побудила пристальнее вглядеться в числовые особенности музыки.

Связь музыки и математики меня давно занимала, но эта сфера оставалась на периферии внимания. Например, в советское время, когда существовал такой институт партийной пропаганды, как Университет марксизма-ленинизма, в Большом театре, в его рамках я присутствовал на цикле занятий по теме «кибернетика и музыка», проводившихся Р.Х. Зариповым и посвященным моделированию музыкального, точнее, композиторского творчества. Другой аспект вопроса связан с числовой символикой, пронизывающей многие произведения Баха, о чем я узнал из исследований А. Майкапара[1].

[1] Мне представляется, что у Баха числовая символика выступает отголоском, рудиментом средневековой практики. Например, у Кассиодора читаем: «Музыка – это дисциплина или наука, которая выражается в числах...» (Музыкальная эстетика западноевропейского средневековья и Возрождения. М., 1966, с. 169). Культ числа не принадлежал исключительно мензуралистам, об этом факторе писали не только Августин и Кассиодор, но и автор трактата «Musica Enchinadis»: «Что значит петь сообразно числу? Это значит заботиться о том, чтобы правильно употреблять долгие и краткие длительности <...> Это равенство в пении, *ритм* у гре-

Далее, в XX веке мне довелось познакомиться, не только с сочинениями, но и лично с американским композитором Джорджем Крамом (George Krumb). В своем квартетном опусе «Черные ангелы» он символически использует числа 7 и 13, причем их на разных языках произносят в разное время и с разным эмоциональным наполнением участники ансамбля. Эти же числа фигурируют в названиях частей, указывая на количество и величину отдельных эпизодов, например, 7 тактов 13 раз или наоборот, 7 раз по 13 тактов. Однако здесь такая символика мне представляется несколько наивной, так как она привносится в музыку извне, как бы накладывается на музыку, но не затрагивает ее содержание и непосредственно не воспринимается. Нужно специальное указание, специальное внимание, в сущности даже отвлекающее от собственно-музыки.

Но связь музыки и математики гораздо глубже, и здесь я должен сознаться, что не могу похвастаться своими достижениями в исследовании этой связи. Могу только поделиться некоторыми наблюдениями, наметить некоторые аспекты проблемы, обозначить некоторые направления дальнейшей ее разработки.

***

Одно из наблюдений сделано только что. Обходя перед выступлением это помещение, я увидел на одном из стендов высказывание В.И. Арнольда о термине «бурбакизм», которым обозначается, как сказано в комментарии, «излишняя, ненужная, бессмысленная, оглупляющая, отупляющая и даже зомбирующая формализация математики и математического образования». Обратите внимание: *математического*, на музыкального! Термин-то шутливый, как видим, шутят не только физики, но и математики. Однако проблема действительно существует, и в самой математике *излишняя* формализация оказывается опасной, в том числе для здоровья.

Многие музыканты считают: мол, мы занимаемся не математикой, а музыкой. Правы ли они? Может быть, если педагог на уроке то и дело сту-

ков, *число* у латинян, обязывает размерять все мелодии, как и поэтические метры» (*Huré J.*, 1924, p. 99). О размеренности и числе говорили все, но мензуралисты подразумевали под этим более сложные принципы композиторской техники [в., 13]. Более того, числовые закономерности настолько органично входили в понятие музыкального творчества, что ученые этой эпохи просто и естественно объясняли музыкальные явления математическими факторами; так, Роджер Бэкон (ок. 1214–1292) писал: «...известно из опыта, что дети лучше и быстрее усваивают математические знания, что очевидно в пении» (?!) [X. Эггебрехт справедливо подчеркивает, что самой природе композиторского творчества в эпоху позднего средневековья «внутренне присущ специфически математический момент» (*Eggebrecht H.* Machauts Motette Nr. 9. – «Archiv für Musikwissenschaft», Jg. XIX/XX, 1962/1963, H. 3/4, S. 283)]. «...Соотношениями чисел объясняется на примерах весь счет, как учат авторы сочинений по музыке как церковной, так и философской» (Антология мировой философии в 4-х т., т. 1, ч. 2. М., 1969, с. 868).

чит карандашом по столу, приговаривая «раз, два, три...» – это, пожалуй, действительно мало связано с душой музыки, а скорее ближе к «бурбакизму». Исследования говорят, что наивысший уровень музыкальности (не затрагивая здесь вопроса о критерии, которым измерялась музыкальность) наблюдается у музыкантов уровня первой премии конкурса им. Чайковского и... новичков, еще никогда не занимавшихся в музыкальной школе. То есть музыкально-педагогическая практика этого «бурбакистского» рода действительно отупляет и выбивает из учащихся их музыкальность. Наверное, такого ремесленника, «поверившего алгеброй гармонию», развенчал Пушкин в лице Сальери!? И пушкинский герой сам прямо признался: «музыку я разъял как труп»![2]

Но как примитивно такое сведение математики к голому счету (педагога на уроке) и алгебре, которая может поверить не гармонию на самом деле, а только труп музыки! И если посмотреть в корень, в истоки музыкального творчества, то мы обнаружим в древней истории, что изначально музыка рассматривалась как *часть математики*, поскольку математика исследовала, отражала гармонию мира[3]. Соответственно, «звучащая музыка», или «музыка звуков» (musica sonora) оказывается частью более широкой категории «человеческой музыки» (musica humana). Хорошо известна фраза: «Человек – это звучит гордо», – но гораздо точнее будет сказать: «человек – это звучит»! [а., 16]. Иными словами, музыкальный звук – в природе человека. А эта категория (musica humana), в свою очередь, является частью более широкой категории – *музыки космоса* (musica mundana).

Проявления этого можно найти в формулировках многих мыслителей. Например, Шопенгауэр: ...*Основание не нуждается в вопросе «почему»?* Иными словами, *сущность находится вне поля разума*, или: *разум никогда не приводил человека к истине* [а., 14]. Одним из следствий является принципиальная непознаваемость музыки посредством понятийного аппарата, сопоставимого с «алгеброй» пушкинского героя. Нет, тут нужен инструмент потоньше, погибче, побогаче и тем самым посильнее. В этом отношении критерием правильности инструмента, т. е. восхождения разума к предмету признается катарсис [а., 25].

[2] Я полагаю, что Пушкин в данном случае анализировал не столько личность Сальери, сколько *сальеризм* как явление.

[3] Средневековые теоретики могли говорить о «музыке данной вещи», имея в виду ее красивые пропорции, и приходили к заключению, что музыку излучает все сущее («musicam in omnibus qui sunt condit, effulgere», – *Bruyne E.* L'esthétique du Moyen Age. Bruges, 1947, p. 70). Собственно музыка, уже в нашем лимитированном понимании, носила (например, у Жака Льежского) название «звуковая музыка» – «musica sonora» (см.: *Smith F.* Ars Nova – A redifinition? – «Musica Disciplina», vol. 18, 1964, p. 21). – Цит. по: [в., 13].

Даже здесь есть числовая подоснова: разум ограниченный, неполный, рефлексированный, концептуальный = двоичный. Может быть, известной иллюстрацией этой характеристике послужит ее сопоставление с черно-белым мышлением: или–или. Этот принцип тоже работает в определенных ситуациях, но есть предел. Чистый же разум, превращающий отрицательные свойства в положительные в едином потоке с опустошением концептуального мышления, = 0 (пустота, шуньята) [а., 24–25]. С другой стороны, если поспытаться понять, чего не хватает, то глубокий подход к постижению фундаментальной сути музыкального творчества, связанный с ощущением некой тайны, не выразимой словами или другими внемузыкальными средствами, наводит на аналогию со Святой троицей, где включается третий элемент – духовный. Вот если «вдохнуть» живую душу, то троичный подход оказывается уже более плодотворным. Здесь обнаруживается некий не то чтобы просчет, но некая ограниченность подхода к анализу музыки как к науке.

Например, С.И.Танеев в предисловии к «Подвижному контрапункту» приводит мысль Леонардо да Винчи о том, что любая дисциплина становится наукой, лишь овладев математическим аппаратом. Да, правильно, но тогда надо смотреть, каков этот аппарат.

Между тем все три упомянутых категории (musica sonora, musica humana и musica mundana) тесно взаимосвязаны и даже на самом элементарном уровне арифметики пронизаны числовыми закономерностями. Так, частота 440 *гц*, принятая в качестве стандарта фундаментального звука *ля*[1], связана с габаритами позвоночника человека [а., 68]. А структура периода, включающая 8 тактов, определяется возможностями человеческого восприятия, объемом кратковременной памяти [б., 128]. Это предельная емкость, дальше целое либо распадается, либо надо объединять большее количество элементов в блоки, чтобы число блоков опять-таки не превышало восьми. Этот укрупненный блок уже воспринимается, и тогда его можно суммировать с другими подобными блоками на более высоком уровне иерархии.

Вообще законы восприятия (не только музыки) основаны на числовых закономерностях, независимо от того, хотим мы этого или нет, и осознаем ли мы их (мольеровский мещанин ведь говорил всю жизнь прозой, хотя и не подозревал об этом). Это одна сторона вопроса. Нужно только уточнить: речь идет о музыкальном мышлении классического периода последних 3 столетий. В исторической перспективе можно отметить рубеж XVI–XVII веков как революционный поворот как в музыке, так и в поэзии, до которого господствовало синкретическое, нераздельное целое. Коротко, очень схематично говоря, в музыке это смена полифонии гомофонией, в поэзии силлабического стихосложения – тоническим [г., 103–104]).

Вторая сторона «числового фундамента» связана с тем, что организация звучащей материи, т. е. (по В.Ю.Григорьеву – это фундаментально отличительные признаки музыки как вида искусства) с точки зрения «вертикали» = строение звукорядов, аккордовые структуры, и «горизонтали» = форма, временнáя структура – определяется также количественными нормами.

Детализировать эти стороны можно бесконечно, здесь, чтобы не распыляться, уместно наметить только некоторые вехи.

***

Прежде всего – это одиночный звук, обладающий вибрационной зоной (по Н.А. Гарбузову) объемом 0,5 тона (по 0,25 тона вверх и вниз), + не звучащая, нейтральная зона, т. е. еще на 0,25 тона вверх и вниз. Иными словами, «оптимальная “квартира” для одного … звука будет соответствовать одному тону» [а., 75]. Формообразование на материале одного звука происходит благодаря его ритмическому повторению. Здесь важно подчеркнуть: «монотонное прочтение стиха (без смыслового акцента) наводит сон, если текст не сакральный, но и может ввести в транс, если текст священный (этим… шлоки, сутры, мантры, псалмы отличаются от поэзии). Поэзия, как и музыка, несет “ответственность” перед формой (временем)» [а., 86].

При чередовании равных длительностей, равно акцентированных, более трех раз, форма приобретает медитативный, пассивный характер. Иными словами, акцентированная форма (АФ) придерживается **«правила трех»**, т. е. более трех раз повторенный *акцент с одинаковой длительностью* размывает структуру, делает ее пассивной и индифферентной к движению [а., 86][4]. Эта созданная АФ представляет собой некую целостность. Это подразумевает единый новый большой акцент, равный всей АФ, который может повториться тоже не более трех раз, образуя более крупный блок, соответствующий предложению или периоду [а., 88]. Тогда возникает крупное произведение.

Есть следующее правило – **«правило семи»**: общее число мензуральных элементов не должно превышать семи, что определяется пределом «качественной дифференциации … явления» [а., 89].

Психологи говорят, что многие задачи, скажем, очень точного измерения, отсчета отрезков времени легко решаются человеком без всяких инструментов и приборов с использованием музыкального метроритмического чувства. Например, давалось задание изменить в течение минуты продолжительность отрезка времени от секунды до секунды с четвертью. Это ока-

---

[4] Не случайна поэтому выявленная в народной музыке структура, именуемая «сменой в четвертый раз».

залось обыкновенным для музыканта *ritenuto* в действии, условно говоря, внутреннего метронома.

Будучи ограниченным во времени, я не имел возможности послушать другие выступления, однако надеюсь прочитать их в такой же книжечке, которая сейчас выпущена по итогам конференции прошлого года.

Осмелюсь предположить, что и другие выступающие не предложат здесь решения проблемы. Однако обозначить ее и обнаружить в этой проблеме плодотворные элементы, мне кажется, сегодня возможно.

***

Вопрос из зала: Во всем ли мире стандарт высоты *ля* – 440 *гц*? Я слышала, что есть еще другие стандарты?

В. С.: Я подозреваю, что отклонение не носит столь принципиального характера. Если сейчас строй практически держится на уровне 442–443 *гц*, то это в пределах зоны единичного звука (как было сказано, это не меньше $^1/_4$ тона вверх и вниз). Наверное, не случайно точкой отсчета выбрана нота *ля*, она и буквой латинской обозначена первой (*а*), и подозреваю, что диапазон отклонения может быть от 430 до 450, все это в пределах зоны.

Вопрос из зала: Я слышал, что Хиндемит строил особые лады, аккорды, составлял для них специальные таблицы, какие-то ряды, есть ли сейчас какие-либо работы на эту тему, написанные практично?

В. С.: По крайней мере в моем распоряжении есть одна очень содержательная книга, которой и я пользовался, где есть и лады Хиндемита, и ряды, и многие аккорды, автор ее В. Гайворонский [*см.* **а.**]. Не могу сказать, что основательно изучил эту книгу, она требует достаточного времени и внимания.

Вопрос из зала: Европейская музыка основана на полутоновом соотношении соседних тонов, а в других системах, в Египте, например, есть чуть ли не 6 нот в интервале полутона. Как можно прокомментировать это явление?

В. С.: Да, с одной стороны, в восточной музыке, например, в арабской, применяются интервалы меньше полутона. Но есть другая сторона дела: в европейской музыке есть такая категория как *интонационное прочтение*.

Казальс, например, говорил, что для него не просто *до-диез* выше, чем *ре-бемоль*, но что разница между ними больше, чем между *до-диезом* и *ре*, т. е. чем оставшийся «полутон». Иными словами, и европейская практика пользуется такими более тонкими, чем полутон, интонациями, не обозначая их специально в нотах. Разные исполнители в разных ситуациях могут применять «мягкие», темперированные или «жесткие», суженные полутоны. Или еще, например, в скрипичном концерте Брамса есть интервал увеличенной сексты в партии солиста, который обостряется так, что становится ближе к большой септиме, настолько его тоны стремятся к разрешению

в октаву (ч. 1, тт. 237–240). А в восточной музыке эти более тонкие, мелкие элементы могут иметь специальное обозначение.

Хотя и у европейских композиторов есть иногда обозначения интервалов меньше полутона, например, в скрипичных сонатах Изаи есть четвертитоновые обозначения, выражающие в сущности обострение тяготения. А музыканты этим неосознанно пользуются очень часто, что не выходит практически за рамки европейской системы.

Литература

а. *Гайворонский В.* У врат храма. Композитор, СПб, 2004.

б. *Холопов Ю.Н.* Метрическая структура периода и песенных форм / Проблемы музыкального ритма: Сборник статей. Сост. В. Н. Холопова. М.: Музыка, 1978, с. 105–163.

в. *Сапонов М. А.* Мензуральная ритмика и ее апогей в творчестве Гильома де Машо / Проблемы музыкального ритма: Сборник статей. Сост. В. Н. Холопова. М.: Музыка, 1978, с. 7–47.

г. *Харлап М. Г.* Тактовая система музыкальной ритмики / Проблемы музыкального ритма: Сборник статей. Сост. В. Н. Холопова. М.: Музыка, 1978, с. 48–104.

Е.М. Тараканова

ЧИСЛОВАЯ СИМВОЛИКА В МУЗЫКЕ АЛЬБАНА БЕРГА

В русском языке существуют два родственных, очень близких по значению понятия: число и цифра. В обыденной речи мы часто смешиваем их. В ряде случаев эти понятия стремятся к тождеству. И все же, чтобы разобраться в некоторых музыкальных вопросах проведем необходимые разграничения.

Число – многозначно, оно имеет отношение к глубинным основам бытия. Мыслители древней Греции полагали эту философскую категорию идеальной субстанцией всего сущего. На протяжении многих веков священные, магические числа обожествлялись. Идеи античности, переведенные в монотеистическую систему христианской культуры, могли бы быть представлены следующим образом: Господь, создавая наш мир, помыслил его в числах; все числа, окружающие человека, наполняющие Вселенную, имеют сакральный смысл (единица – единое, Бог; тройка – Святая Троица, четверка – четыре евангелиста, семерка – семь дней творения и т.д.). С числами связаны человеческие судьбы.

Цифры – одномерны, это проекции священных чисел на плоскость белого листа. Философские и поэтические представления переведены здесь в область школьной математической науки. Это условные знаки, сквозь которые просвечивают сакральные числа, с помощью коих мы порой тщетно пытаемся заглянуть в свое будущее. Цифры – носители информации, которые способны сохранить и передать любые данные, будь то изображение или звук.

Если принять за аксиому, что Господь создал человека по своему образу и подобию, то возможна аналогия: мы фиксируем наши фантазии и знания о мире в цифрах, подобно тому, как Универсум воплощается в числах.

Древние представления о музыке также выражены через систему подобий, через иерархическую триаду: музыку mundana, humana, instrumentalis. Одни и те же числовые пропорции определяют собой расстояния между планетами солнечной системы, гармонию человеческого тела и души и музыку, созданную людьми. Если гармонию человеческого тела можно выразить в цифрах, то душевная гармония не поддается математическому анализу. И только сладостная, невыразимая, вызывающая необыкновенный восторг дрожь, которая как удар молнии изредка пронизывает все ваше существо во время слушания музыки, заставляет поверить в этот фантастический всепроникающий резонанс, охватывающий единым ритмом космических вибраций гармонию сфер, человека и его музыкальное творение.

Композитор, создающий музыкальное произведение, музыковед, анализирующий работу композитора, исполнитель, доносящий композиторский замысел до слушателя, просто обязаны иметь дело с цифрами. Любой студент в курсе анализа музыкальных форм делит целое на составляющие и подсчитывает количество тактов, находит точку золотого сечения и т.д., доказывая справедливость суждения о музыке как ожившей архитектуре. Слушатель также втянут в познание цифровых параметров музыкального сочинения, выясняя, одночастное оно или многочастное, есть ли в нем повторы тем (однократные или многократные) и далее в меру слушательского опыта и таланта. Композитор, исполнитель, музыковед, слушатель могут так и оставаться в сфере цифр, не задумываясь о числах, которые неизбежно стоят за этими цифрами.

Следование космическим закономерностям запечатлены в самом звуке, в пропорциях обертонового ряда, которые определяют величину музыкальных интервалов – октавы, квинты, кварты, терции (1:2, 2:3, 3:4, 4:5 и т.д.). Если человек философ, он может задуматься об этих связях с космосом. Если человек верующий, он может вспомнить о религиозной символике, запечатленной в числах. Если человек атеист, ему нет до всего этого дела. Если человек увлекается мистикой чисел, он может связать произведение со своими субъективными представлениями. Знаем ли мы что-либо о числах, лежащих в основе музыкальной композиции, или нет, не имеет значения; эти числа все равно присутствуют.

Австрийский композитор Альбан Берг (1885 – 1935) увлекался мистикой чисел. Он заметил, что число 23 играет заметную роль в его жизни: 23-его числа с ним случился первый приступ астмы, он был призван в армию во время Первой мировой войны по предписанию 23. Берг произвольно ставил в своих рукописях число 23 как дату окончания или начала многих сочинений. 23-им числом он датировал наиболее важные письма. По предложению Берга венский музыкальный журнал, издаваемый его учеником Вилли Райхом, был назван «23». Среди номеров телефонов, писем, телеграмм, адресов Берг упорно выискивает знаковые числа, производя при этом некоторые арифметические подсчеты: сложение, умножение, перестановки цифр и т.д. Берг считает цифру 13 числом своего учителя и друга, Арнольда Шенберга, цифру 10 – числом Ханны Фукс, своей тайной возлюбленной в последнее десятилетие жизни.

Веру в числа укрепило знакомство с книгой немецкого ученого Вильгельма Флисса «О жизни и смерти. Биологические доклады», который считал 23 мужским числом, а 28 женским. В этой книге было сказано, в частности, следующее: «Жизнь контролируется периодическим ритмом посредством механизма, который существует в самой жизненной субстанции, механизма, единого для людей, животных и растений, механизма, связывающего час нашего рождения с часом нашей смерти»[5]. Принятые на веру наукообразные выкладки имели самое роковое последствие для Берга. Тяжело больной, он умер в ночь с 23 на 24 декабря 1935 года около полуночи. Его родственники пытались перехитрить судьбу и перевели стрелки часов, чтобы убедить композитора, что он уже пережил свой роковой, с тревогой ожидаемый день. Но тщетно![6]

Вполне естественно, что символика чисел находит свое место в творчестве Берга. Во всеуслышание композитор заговорил об этом в Открытом письме Шенбергу по поводу Камерного концерта для фортепиано, скрипки и тринадцати духовых инструментов (напомним, 13 – число Шенберга). Письмо было опубликовано в 1925 году в музыкальном журнале «Пульт и дирижерская палочка»[7]. Числу «3» в Камерном концерте подчинены буквально все параметры композиции. В немецком языке, видимо, существует поговорка, аналогичная русской «Бог любит Троицу». Это касается добрых пожеланий, которые должны быть тройственны. Концерт стал подарком к

---

[5] *Jarman D.* Alban Berg, Wilhelm Fliess and the Secret Programme of the Violin Concerto // Musical Times, 1983, № 1682. P. 219.

[6] См.: *Жисупова Ж., Ценова В.* Драма сердца и 12 звуков. О Лирической сюите Альбана Берга. М., 1998. С. 15, 16, 55–58.

[7] См.: Другу и Учителю. Открытое письмо А. Берга А. Шенбергу / вступ. статья, перевод, публикация и примечания Е. Таракановой // Музыкальная академия, 1994, № 1.

тройному юбилею: 50-летию Шенберга, 40-летию Берга, 20-летию дружбы учеников и Учителя.

Рассматриваемое произведение открывают три темы-монограммы – Шенберга, Веберна и Берга. Концерт трехчастен. В нем использованы три рода инструментов: клавишные, струнные и духовые, что составляет оркестр из 15 человек (5х3 кратно трем). В форме всех частей присутствует троичность или ее умножение. Первая часть основана на шестикратном проведении трехчастной темы вариаций из 30 тактов. Вторая часть – трехчастная с ракоходной репризой. Третья часть – слияние двух предыдущих, что дает три рода комбинаций: свободное контрапунктирование разделов, последовательное противопоставление отдельных фраз и предложений, точное сложение полных партий из обеих частей. Части длятся соответственно 9 минут, 15 минут, 15 минут, всего 39 минут (кратно трем). Композитор выделяет три ритмических формулы и троичность событий в области метра: трехдольность, четное исчисление времени и постоянную смену всех мыслимых тактовых размеров. В сфере гармонии Берг отмечает наличие полностью размытой тональности, небольших разделов с элементами тональности, разделов в 12-тоновой технике.

Все эти ухищрения раскрывают тайны композиторской работы, направленной на создание стройной, выверенной композиции. В то же время здесь видна опора на традицию: ведь троичность является одним из основополагающих формообразующих принципов на протяжении многих веков.

В Лирической сюите для струнного квартета (1926) количество тактов и метрономические обозначения кратны числам Берга и Ханны (23 и 10). Ясно, что это иллюзорные игры, понятные только на бумаге: ведь меняется размер, замедляется и убыстряется темп, метрические акценты подчиняются логике построения фразы, а не равномерной сетке тактовых черт. Но за этим просчитыванием тактов кроется все то же стремление к идеальной архитектонике. Симптоматично, что о зашифрованных числах композитор сообщает только в письме к своей далекой возлюбленной и не считает нужным доводить это до широкого слушателя.

Но в музыке Берга встречаются и другие числа – различимые на слух. В его композициях есть моменты, когда словно чуть слышен тихий бой часов, или стук замирающего человеческого сердца, или приглушенный звон отдаленного колокола. Нюансы этих мгновений «*p, pp, ppp*». А в окончании «Лирической сюиты» последний звук должен как бы раствориться в тишине. Композитор указывает, на каком звуке закончить, но когда это произойдет, отдано на волю исполнителя. Здесь подразумевались слова из стихотворения Ш. Бодлера в переводе С. Георге «De profundis

clamavi» («Из бездны взываю») – «так медленно раскручивается веретено времени».

В медленной части Камерного концерта есть момент, когда фагот, а затем контрафагот тихо «отсчитывают» число Шенберга (13), а в начале ракоходной репризы контрафагот, поддержанный фортепиано, введенным только один раз в этой части, в размеренном повторе звуков воспроизводит число 12 (это место музыковед Г. Редлих образно охарактеризовал как «час музыкальных привидений»[8]). В этом ряду упомянем еще одно произведение.

В 1928 году Берг оркеструет «Семь ранних песен», датируя их 1907 годом, в «Universal Edition» выходит из печати их клавир. В каждой песне есть небольшие вкрапления мелких нот, отдельные и редкие указания на использованные инструменты: флейту, валторну, скрипку, трубу, арфу. Иногда это всего лишь пара нот. И всякий раз аккуратная сноска отсылает нас к примечанию на с. 32 (перестановка цифр числа 23): «Мелкие ноты – не для игры. Они относятся к оркестровой версии этих песен». Но самое важное событие происходит на с. 23. (Ради него, наверное, и делались остальные, достаточно случайные вкрапления.) В самом конце пятой песни («Im Zimmer», «Наедине») введена дополнительная строчка мелким шрифтом – 10 тихих звонов челесты (число Ханны) на тоне «В» (монограмма Берга). Это соответствует стихотворной строчке поэта Йоханнеса Шлафа: «Так медленно текут минуты». Использованное стихотворение – любовный дифирамб, адресованный ранее Елене, ставшей женой композитора, а теперь – далекой возлюбленной. Метрономическое указание этой песни 69 (23х3), продолжительность 50 секунд (10х5).

Можно по-разному относится к подобным нумерологическим увлечениям. Если ничего о них не знать, мы ничего не теряем, так как богатство этой музыки заключено в ее эмоционально и интеллектуально насыщенной образности. Композитор прекрасно понимал это, признавшись публично в своих математических склонностях лишь однажды – в случае с Камерным концертом. Просчитывая все параметры композиции, Берг шутливо замечает: «...Это, как я понимаю, будучи повсеместно обнародованным, поднимет мою репутацию как математика в том отношении, что таковая как композитора соответственно упадет на величину квадрата расстояния. Однако всерьез: если в данном анализе я говорил почти исключительно о вещах, связанных с троичностью, то, во-первых потому, что это как раз такие аспекты, которые (в отличие от всех других чисто музыкальных) не могли бы быть замечены. Во-вторых, потому что автору гораздо легче говорить о таких формальностях, нежели о внутренних процессах, которыми, разуме-

[8] *Redlich H.F.* Alban Berg. The Man and his Music. London – New York, 1957. P. 113.

ется, этот Концерт ничуть не обделен, нежели любая другая музыка. Я же скажу тебе, дражайший друг, если бы стало известно, что я тайно вложил как раз в эти три части дружбу, любовь и цедый мир человеческих и духовных отношений, то сторонники программной музыки – если таковую вообще еще следовало производить – сошли бы с ума от радости…»[9].

Знание шифров показывает человеческие привязанности композитора, то, что он был преданным другом и умел сильно и страстно любить. Некоторые цифровые коды наводят на мысль о том, что автор присутствует в своем произведении не просто как «лирический герой», но и как персонаж «скрытой оперы». (Исследователи нередко употребляют выражение «скрытая опера» по отношению к инструментальным произведениям Берга, в которых был обнаружен программный подтекст, имеющий непосредственную связь с некоторыми обстоятельствами жизни композитора.) Улавливая на слух биение ритмов времени, слушатель вряд ли будет подсчитывать, сколько ударов пробили невидимые часы. Он ощутит, что время, рок, судьба, их влияние на жизнь одного конкретного человека и на человеческую жизнь в целом здесь прочувствованы с необыкновенной силой.

Нас окружают загадочные шифры, смысл которых мы не всегда способны разгадать, порой наша разыгравшаяся фантазия приписывает им больше, чем они могут содержать в действительности. Не удивительно, что творческие люди, наделенные воображением более развитым и изощренным, чем все остальные, отражают загадочные числовые коды в своем творчестве.

С.А. Филатов-Бекман

О НЕКОТОРЫХ АСПЕКТАХ КОМПЬЮТЕРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ И ЕГО ПРИМЕНЕНИЯ В МУЗЫКЕ

Каковы роль и задачи компьютерного моделирования в современном мире? Для ответа на этот вопрос обратимся к некоторым понятиям синергетики (или – нелинейной динамики), науки, изучающей существенно нелинейные системы, их конструкцию и особенности эволюции.

Весьма обширный класс природных явлений допускает их описание на основе линейных (или линеаризованных) уравнений. При этом саму возможность составления уравнений можно рассматривать как результат чрезвычайно устойчивых причинно-следственных связей, допускающих формирование логических конструкций. Факт построения подобных уравнений означает создание мощной методологии, позволяющей с единой позиции изучать явления самой различной природы, принадлежащие к обширному пространственно-временному спектру. Пример подобной методологии – различные типы уравнений математической физики, однородных и неоднородных, для которых найдены способы аналитического решения.

Говоря о формировании методологии, мы имеет дело ни с чем иным как с проявлением самоорганизации. Этот вопрос подробно изучен А.Ф. Лосевым в его фундаментальном исследовании «Хаос и структура»[10]. Рассматривая иерархию математических категорий, философ располагает их по степени упорядоченности – от числового первопринципа до доказанной теоремы и алгоритма. Как известно, дифференциальные уравнения требуют доказательства так называемых «теорем существования решения», что предполагает наибольшую устойчивость причинно-следственных связей. Подобная степень устойчивости – скорее исключение из правила, так как реализуется она только в исключительных ситуациях. Казалось бы, это должно придать математике статус отдаленной от практики дисциплины, некоторой «игры ума». Однако найденное доказательство обеспечивает *качественный переход*: уравнение с существующим решением и алгоритмом его определения становится мощной методологией исследования различных природных явлений.

Вероятно, гидродинамика оказалась одной из первых областей, для которых линеаризованных подход перестал приводить к удовлетворительным результатам: проблема турбулентного движения жидкости (или газа) насчитывает более ста лет. Необходимость учета взаимодействия элементов, составляющих исследуемую структуру, свидетельствовала о принципиальной несводимости к упрощенному линеаризованному представлению, ибо в данном случае упрощение реальной системы приводит к ее разрушению.

Ответом на вызов реальности стало, в частности, возникновение синергетики как области знания, ориентированной на исследование сложных взаимодействующих систем. Методологией и основным средством реализации задач синергетики является компьютерное (математическое) моделирование. Заметим, что для нелинейных уравнений не существует общей теории решения: степень устойчивости причинно-следственных связей ниже, чем в линейном случае, а информационная энтропия – выше. Компьютерное моделирование, являясь наукой математического цикла, позво-

[9] Цит. по: Музыкальная академия, 1994, № 1.

[10] Лосев А.Ф. Хаос и структура / Сост. А.А. Тахо-Годи и В.П. Троицкого. – М.: Мысль, 1997. – 831 с.

ляет достичь лишь частных решений на ограниченных временных интервалах. Это – плата за сложность.

В некоторых областях существенные стороны изучаемых объектов могут быть описаны сравнительно простыми (так называемыми маломодовыми) динамическими системами. Подобные области получили в нелинейной динамике наименование «русел»[11]. Пример «русел» – почти изолированные системы взаимодействующих элементов, массоэнергообменом которых с окружающей средой можно пренебречь (глубинные слои океана, эволюция атмосферы в течение двух – трех суток и т.д.).

Увеличение срока, в течение которого изучается эволюция системы, с жесткой необходимостью приводит к учету взаимодействия с окружающей средой. Это относится как к физическим объектам (климат, прогноз землетрясений, «жизнь» звезд и туманностей), так и к объектам социальным. В экономике, социологии, психологии «русла» носят, как правило, локальный характер. Иначе говоря, маломодовые динамические системы обладают возможностями краткосрочного прогноза, и, как правило, только в каких-либо определенных локальных ситуациях. Это означает, что в данном случае степень устойчивости причинно-следственных связей еще ниже: во многих случаях возможность формулировки исходных уравнений вызывает серьезные затруднения. Выходом из подобной ситуации является т. н. «мягкое моделирование», насчитывающее не более 10–15 лет. Методология компьютерного моделирования как могучего средства исследования численных решений заранее известного уравнения претерпевает некоторые изменения: изучению подвергается уже семейство уравнений, каждое из которых, возможно, способно описать отдельный участок интересующего нас «русла» (в течение ограниченного промежутка времени).

Рассматривая феномен музыки как «турбулентного» потока информации, самой, по-видимому, «свободной», не ограниченной в своем развитии, необходимо искать новые подходы для идентификации «русел». В данном случае причинно-следственные связи следует искать на основе иного фундамента. Один из возможных подоходов состоит в использовании в музыкознании спектральных методов теории колебаний[12]. Применение данных методов к изучению особенностей вокального исполнения изложено в книге А.В. Харуто[13].

---

[11] Малинецкий Г.Г., Потапов А.Б. Современные проблемы нелинейной динамики. – М.: Эдиториал УРСС, 2000. – 336 с.

[12] Стрелков С.П. Введение в теорию колебаний: Учебник. 3-е изд., испр. – СПб.: Издательство «Лань», 2005. – 440 с.

[13] Харуто А.В. Музыкальная информатика. Компьютер и звук: Учебное пособие по теоретическому курсу для студентов и аспирантов музыкального вуза. – М.: Московская государственная консерватория, 2000. – 387 с.

Предметом нашего исследования является построение компьютерной модели, благодаря которой можно осуществить сравнительных анализ исполнительских трактовок фортепьянного произведения. Цель работы заключается в изучении особенной многослойной, многомерной природы произведения, его художественных смыслов, заложенных в содержании и частично – в структуре. Смысловая многослойность (или многогранность) произведения проявляется благодаря множественности исполнительских трактовок: каждый исполнитель представляет образ той или иной музыки несколько по-разному и воплощает свое вúдение целого в собственной неповторимой интерпретации. Трактовка произведения даже одним исполнителем меняется со временем. Различные трактовки «высвечивают» разные грани художественного целого.

Рассмотрим основные этапы, необходимые для реализации спектральной компьютерной модели. Реальный музыкальный сигнал может быть исследован на основе спектральных методов только после того, как получена его фонограмма – т. е. компьютерная запись звукового сигнала, в результате чего формируется т. н. волновой файл. Фронт звуковой волны, порождаемой музыкальным сигналом, содержит информацию о звуковысотности, громкости, количестве голосов, тембре, длительности звучания, а также о пространственной локализации источника. Помимо этого, запись производится с фиксированной частотой дискретизации, или количеством импульсов в секунду (до 192 кГц) и фиксированным количеством уровней квантизации, или разрядов (16–32 и более). Таким образом, полученная запись носит принципиально дискретный характер.

Сравнительный анализ особенностей исполнительских трактовок фортепьянного произведения возможен на основе изучения особенностей спектра фонограммы. Спектр рассчитывается путем применения т.н. гармонического анализа (ряды Фурье), позволяющего сделать выводы об эволюции амплитуд гармоник. Именно амплитуды основной (первой) гармоники, или основного тона, и ряда более высоких гармоник помогут выявить тонкие нюансы, характерные для каждой индивидуальной интерпретации музыкального произведения.

Гармонический анализ позволяет получить т. н. мгновенный спектр, соответствующий достаточно узкому временнóму интервалу, или «окну». Узость «окна» (как правило, доли секунды) обусловлена необходимостью тщательного отслеживания отдельных музыкальных событий – к примеру, быстро исполняемых нот, пассажей и т. п.

Однако «окно» не может быть слишком узким: это приведет к полной невозможности определения звуковысотности. Связь неопределенности в ширине «окна» и в звуковысотности носит наименование «соотношения неопределенностей» и является принципиальным глубинным свойством спектров фонограмм. Заметим также, что форма «окна» имеет существенное значение для изучения спектра: она должна подбираться таким образом, чтобы на границах окна не генерировались бы ложные, несуществующие гармоники.

Спектр реальной фонограммы весьма сложен. Для его изучения необходимы некоторые предварительные шаги, позволяющие оттестировать спектральную компьютерную модель. Первый из них – получение спектра однотонного достаточно протяженного сигнала, синтезированного компьютером (это легко позволяет сделать, например, программа Sound Forge). Подобный сигнал не содержит гармоник, за исключением первой, что дает возможность определить оптимальную форму окна: если в спектре появляются дополнительные, ложные гармоники, то их следует исключить путем введения более удачного аналитического представления «окна».

Второй шаг состоит в изучении мгновенного спектра однотонного, достаточно протяженного сигнала, имеющего заданный тембр (что отсутствует на первом шаге). В этом случае спектр должен содержать ряд гармоник, выраженных в виде узких линий (синтез подобного сигнала легко осуществляется программой Sonar).

Третий шаг состоит в изменении амплитуды (громкости) предыдущего однотонного сигнала по заранее заданному закону (например, линейное возрастание или убывание). Это должно отразиться в соответствующем изменении амплитуд гармоник в ряде мгновенных спектров.

Следующий шаг состоит в получении мгновенных спектров для одноголосного сигнала, состоящего из звуков, одинаковых по протяженности и тембру, но различных по высоте. Этот шаг приближает нас к реальному музыкальному сигналу, т. е. к мелодической линии. Однако эта мелодическая линия существенно проще «живой» фортепьянной музыки. Важным на данном этапе является то обстоятельство, что каждый звук длится весьма небольшое количество времени. Это приводит к «растягиванию» линий спектра и превращению его в сплошной; изучение особенностей подобного спектра много сложнее. Основой для подобного сигнала и его анализа является массив «математической музыки», синтезированный автором и обсуждавшийся в ряде статей[14]. Следующий шаг состоит в получении спектров многоголосных вариантов «математической музыки». Перечисленные шаги дают нам возможность перейти к анализу спектров фонограмм «живой» фортепьянной музыки.

[14] См., например: Филатов-Бекман С.А. О синтезе рационального и иррационального в музыкальном искусстве // Педагогика вчера, сегодня, завтра: Сборник материалов конференции. М.: АСМ, 2006. С. 106-114. Филатов-Бекман С. А. Музыкальное искусство в свете «наук будущего»: дар предвидения // Отмечая 100-летие со дня рождения С. С. Скребкова // Музыкальная академия, № 1, 2007, с. 99–101.

О.В. Бунина

ЗАКОН ЗОЛОТОГО СЕЧЕНИЯ И ЕГО ПРОЯВЛЕНИЕ В ПОЭЗИИ А.С. ПУШКИНА И Ф.И. ТЮТЧЕВА

Форма, в основе построения которой лежат сочетание симметрии и золотого сечения, способствует появлению чувства красоты и гармонии. Дополнительные штрихи в раскрытии имплицитной взаимосвязи формы и содержания дает изучение смысла золотой пропорции.

Золотое сечение (или гармоническое деление, божественное сечение, а по математической терминологии – деление отрезка в крайнем и среднем отношении) – это понятие в первую очередь математики и эстетики, а также биологии, архитектуры, живописи и даже литературы. Золотое сечение представляет собой пропорциональное деление отрезка на две неравные части, при котором меньшая часть относится к большей так же, как большая к целому, и выражается иррациональным числом $(\sqrt{5} - 1)/2$, что приблизительно равно 0,618... (или 0,62).

Принцип золотой пропорции – это проявление высшего, совершенного отношения целого и его частей. В самом деле, любой отрезок можно разделить на бесчисленное множество неравных частей с самыми разнообразными отношениями их друг с другом и с целым. Но только в одном единственном случае соотношение ними и целым будет изначально правильным. И это – случай золотого сечения. Можно сказать, что в этой пропорции материальными средствами передается некий скрытый смысл, идея. Вот почему вокруг этого числа создается романтический ореол таинственности и мистицизма.

Итальянский математик эпохи Возрождения монах Луи Пачоли, автор трактата «О божественной пропорции» («De divina proporzione», 1509 г.), усматривает в золотом сечении божественную суть. Такая пропорция лишь одна, а единственность – высочайшее свойство Бога. В ней воплощено божественное триединство: Бог Отец, Бог Сын и Бог Святой Дух. Кроме того, эта пропорция не может быть выражена доступным числом, остается скрытой и тайной, и сами математики называют ее иррациональной; так и Бог не может быть ни определен, ни разъяснен словами. Бог никогда не изменяется и представляет все во всем и все в каждой своей части; так и золотое сечение одно и то же, не может быть ни изменено, ни по иному воспринято рассудком[15].

Немецкий ученый XIX века Цейзинг подвергает исследованию греческие статуи, вазы, архитектурные сооружения различных эпох, птичьи яй-

[15] См.: Шевелев И., Марутаев М., Шмелев И. Золотое сечение. – М., 1990.

ца, музыкальные тона и т.д. Он приходит к выводу, что эта пропорция есть вообще универсальный закон природы и искусства.

В XX веке золотое сечение обнаруживают в морфологической организации растений, животных, человека, в строении глаза, в закономерностях расположения космических объектов, в биоритмах головного мозга, в электрокардиограмме. Современные политологи начинают говорить о регулирующем правиле золотого сечения[16]. Исследователи этого явления едины в одном: золотое сечение – это феномен, пронизывающий собой все уровни организации материальных объектов, и потому он наделен глубоким онтологическим смыслом, который до сих пор не раскрыт полностью.

Для нас же сейчас важно то, что принцип золотого сечения обнаруживается во всех сферах искусства: архитектуре, живописи и музыке. Р. Якобсон одним из первых обнаруживает образцы той же формы и в литературе, анализируя стихотворение Гельдерлина, а Э.К. Розенов исследует роль пропорции в поэзии Лермонтова и Шиллера[17].

Мы рассмотрим принципы проявления золотого сечения в поэзии на примере «Евгения Онегина» и «Маленьких трагедий» А.С. Пушкина и стихотворений Ф.И. Тютчева.

В применении к литературе под золотым сечением мы подразумеваем чаще не точку конкретного, а некоторую зону вокруг этой точки, принимая во внимание, что число золотого сечения иррациональное и мы пользуемся его приблизительным значением. А объем зоны золотого сечения будет зависеть от масштабов самого произведения, т.е. это может быть и один стих, и строфа, и глава.

Возьмем для примера «Евгения Онегина» А.С. Пушкина.

Размер произведения составляет 8 глав и посвящение. В данном случае целесообразно посчитать количество строф. К ним следует прибавить два письма: Татьяны к Онегину и Онегина к Татьяне и песню девушек как композиционно важные элементы. А также необходимо вычесть строфы, не написанные Пушкиным и те, которые нумеруют дважды или трижды одну строфу. Учитывая все, это мы получаем в общей сумме 372 строфы. Умножаем это число на 0,62 и получаем 231 строфу, это 6 глава, 8 строфа.

Что же мы здесь видим? Зарецкий передает Онегину записку от Ленского, а в следующей 9 строфе мы узнаем, что это вызов на дуэль, который Онегин принимает. Таким образом, зоной золотого сечения будут 8 и 9 строфы.

...Тот [Зарецкий] после первого привета,
Прервав начатый разговор,

[16] Там же.

[17] См.: Розенов Э.К. Закон золотого сечения в поэзии и музыке.//Э.К. Розенов. Статьи о музыке. – М., 1982, с.119-157.

Онегину, осклабля взор,
Вручил записку от поэта.
К окну Онегин подошел
И про себя ее прочел.
То был приятный, благородный,
Короткий вызов, иль картель:
Учтиво, с ясностью холодной
Звал друга Ленский на дуэль.
Онегин с первого движенья,
К послу такого порученья
Оборотясь, без лишних слов
Сказал, что он всегда готов.
Зарецкий встал без объяснений;
Остаться доле не хотел,
Имея дома много дел,
И тотчас вышел; но Евгений
Наедине с своей душой
Был недоволен сам собой.

И в самом деле, это замечательное место есть важнейший композиционный момент произведения. Он находится перед самой кульминацией – дуэлью Онегина с Ленским, после которой жизнь героев, и особенно Онегина, резко переменилась. В этом отношении все повествование делится на две части: «до дуэли» и «после дуэли». А точка золотого сечения связывает воедино первую часть со второй. Таким образом, очевидной становится ее композиционная значимость в этом произведении Пушкина.

Обратимся к «Маленьким трагедиям». Здесь в силу небольшого объема произведений и отсутствия их членения даже на явления, не говоря уже о строфах, единственно возможным будет считать стихи.

Итак, в «Скупом рыцаре» всего 381 стих. Умножаем на 0,62 и получаем точку золотого сечения – 236 стих:

Барон: Он, государь, к несчастью, недостоин Ни милостей, ни вашего вниманья.

Это первые строки клеветы барона на своего сына Альбера. Начиная с этого момента происходит очень стремительное развитие повествования (crescendo): барон будто не хочет объяснять этих своих слов – затем говорит, что «сердит» на сына – за что? – за преступление – какое? – тот якобы хотел убить его – Альбер слышит эту клевету, не выдерживает, появляется – гневно уличает отца во лжи – наконец, действие достигает кульминации, когда барон бросает перчатку, а сын ее поднимает, принимая вызов на дуэль – и тут наступает развязка – внезапная смерть барона, и пьеса завершается знаменитой фразой герцога: «Ужасный век, ужасные сердца!»

На примере этого произведения мы убеждаемся в важном композиционном значении точки золотого сечения. Здесь она находится непосредственно перед кульминацией, на стыке двух композиционно важных частей, когда происходит полная перемена картины. Она отмечает первый диссонанс, с которого начинается стремительное развитие событий с сильнейшим психологическим эффектом, перерастающий в кульминацию и завершающийся неожиданной развязкой.

Подобную же картину наблюдаем и в других пьесах. В «Моцарте и Сальери» (231 x 0,62 = 143,22) областью золотого сечения является монолог Сальери, когда он принимает решение отравить Моцарта. И вновь золотое сечение – звено, композиционно связывающее две части, важные для всего произведения. И снова оно является переломным моментом в структуре пьесы.

В «Каменном госте» (563 x 0,62 = 349,06) зона золотого сечения – признание Дона Гуана в любви Донне Анне и их договор о встрече, за которой последует кульминация и трагическая развязка.

А в «Пире во время чумы» (240 x 0,62 = 148,8) это песнь Вальсингама, которая представляет композиционный стержень произведения, средоточие всех важнейших мыслей.

Таким образом, подводя краткий итог, мы видим, что у Пушкина золотое сечение играет важнейшую композиционную роль: во-первых, оно служит моментом связи между главными частями произведения, это поворотный пункт, когда события меняются: от относительно ровного повествования начинается стремительное движение к кульминации («Евгений Онегин», «Скупой рыцарь», «Моцарт и Сальери», «Каменный гость»); во-вторых, золотое сечение может указывать на смысловой центр произведения («Пир во время чумы»).

Обратимся к творчеству другого гениального поэта – Ф.И. Тютчева.

Подобный анализ около 150 стихотворений Тютчева показал, что в абсолютном большинстве здесь обнаруживаются те же свойства золотого сечения. Интересно, что особенно ярко основной смысловой центр стихотворения концентрируется в точке золотого сечения в более поздней лирике поэта, после 40-х годов. Иногда золотая пропорция существенно меняет взгляд на стихотворение или обнаруживает новые, незамеченные ранее связи. Приведем для примера хотя бы одно стихотворение.

Есть и в моем страдальческом застое
Часы и дни ужаснее других…
Их тяжкий гнет, их бремя роковое
Не выскажет, не выдержит мой стих.
Вдруг все замрет. Слезам и умиленью
Нет доступа, все пусто и темно,
Минувшее не веет легкой тенью,
А под землей, как труп, лежит оно.
Ах, и над ним в действительности ясной,
Но без любви, без солнечных лучей,
Такой же мир бездушный и бесстрастный,

Не знающий, не помнящий о ней.
И я один с моей тупой тоскою
Хочу сознать себя и не могу –
Разбитый челн, заброшенный волною,
На безымянном диком берегу.
О, господи, дай жгучего страданья
И мертвенность души моей рассей –
Ты взял «ее», но муку вспоминанья,
Живую муку мне оставь по ней, –
По ней, по ней, свой подвиг совершившей
Весь до конца в отчаянной борьбе,
Так пламенно, так горячо любившей
Наперекор и людям, и судьбе –
По ней, по ней, судьбы не одолевшей, –
Но и себя не давшей победить,
По ней, по ней, так до конца умевшей
Страдать, молиться, верить и любить.

На первый взгляд стихотворение передает горе поэта, его муки по поводу смерти Е.А. Денисьевой. Золотое же сечение указывает на следующие стихи (28 x 0,62 = 17,36): «О, господи, дай жгучего страданья И мертвенность души моей рассей…». И в этом свете совершенно по-иному раскрывается содержание стихотворения. Этот момент – его важнейший композиционный и смысловой центр.

Поэт молит о страдании как о единственном средстве избавления от самого страшного: «мертвенности души». Страдание для него оказывается средством очищения и спасения. «Часы и дни ужаснее других» – это и есть дни «мертвенности души», а не дни особенно мучительного страдания. И действительно, вот описание этого бесчувственного состояния:

Вдруг все замрет. Слезам и умиленью
Нет доступа, все пусто и темно,
Минувшее не веет легкой тенью,
А под землей, как труп, лежит оно.

И здесь возникает еще один немаловажный мотив – мотив памяти: «Ты взял ее, но муку вспоминанья, Живую муку мне оставь по ней…». Самое страшное – забыть. Это страшнее смерти, ибо это духовная смерть. Лучше помнить и страдать и через это страдание прийти к спасению, недаром у Тютчева «живая мука»… Тема страдания, кроме того, одна из центральных идей творчества Тютчева в целом.

В теории золотого сечения есть еще один интересный аспект. До сих пор мы находили точку золотого сечения в третьей четверти формы, предполагая, что большая часть этой пропорции предшествует меньшей (в музыке и литературе, по крайней мере). Но ведь может быть и наоборот – меньшая часть предшествует большей, и точка золотого сечения будет находиться в первой половине произведения[18]. Значит, мы можем найти две точки золотого сечения одновременно. Ту точку, о которой говорилось ранее, мы сбрасывать со счетов не можем, т.к. очевидна ее композиционная значимость. Вторую точку можно найти двумя способами: либо вычитая из целого большее, либо умножая целое на число 0,38 (1 – 0,62 = 0,38). Две точки золотого сечения 0,38 и 0,62 будут расположены симметрично, т.е. на равном расстоянии относительно начала и конца отрезка. И в произведении точка 0,38 иногда оказывается не менее важной, чем точка 0,62. А обе вместе они образуют симметричную композицию. Для удобства будем пользоваться для 0,38 термином «первая точка золотого сечения», а для точки 0,62 – «вторая точка золотого сечения».

Кратко проиллюстрируем это примерами. Приведем здесь текст раннего стихотворения Тютчева «Проблеск» (1824 г.):

Слыхал ли в сумраке глубоком
Воздушной арфы легкий звон,
Когда полуночь, ненароком,
Дремавших струн встревожит сон.
То потрясающие звуки,
То замирающие вдруг...
Как бы последний ропот муки,
В них отозвавшися, потух.
Дыханье каждое зефира
Взрывает скорбь в ее струнах
Ты скажешь: ангельская лира
Грустит, в пыли, по небесах!
О как тогда с земного круга
Душой к бессмертному летим!
Минувшее, как призрак друга,
Прижать к груди своей хотим.
Как верим верою живою,
Как сердцу радостно, светло!
Как бы эфирною струею
По жилам небо потекло!
Но, ах, не нам его судили...
Мы в небе скоро устаем –
И не дано ничтожной пыли
Дышать божественным огнем.
Едва усилием минутным
Прервем на час волшебный сон,
И взором трепетным и смутным,
Привстав, окинем небосклон, –
И отягченною главою,
Одним лучом ослеплены,
Вновь упадаем не к покою,

[18] См.: Иглицкая И.М. Образование симметричных построений на основе золотого сечения в фугах И.С. Баха.//Проблемы изучения и исполнения полифонической музыки. Сб. науч. трудов: вып. 1/Тверской пед. колледж. – Тверь, 1997.

Но в утомительные сны.

Найдем в этом стихотворении первую точку золотого сечения (32 х 0,38 = 12,16): «Грустим, в пыли, по небесах!». В контексте стихотворения эта строка приобретает смысл: лирический герой на этой бренной (пыльной) земле тоскует и ищет небесного совершенства. Вторая точка золотого сечения (32 х 0,62 = 19,84 или 20) указывает на слова: «По жилам небо потекло!». Это, конечно, метафора, т.е. герою удается подняться в небеса, воспарить душой к этому вожделенному горнему миру и слиться с ним хотя бы на мгновение.

Таким образом, перед нами налицо пример симметричной композиции, построенной на основе золотого сечения, две точки которого определяют важнейшие и соотносительные друг с другом смысловые центры.

И в этой связи обращает на себя внимание другое, уже позднее стихотворение Тютчева 1860 г.:

Хоть я и свил гнездо в долине,
Но чувствую порой и я,
Как животворно на вершине
Бежит воздушная струя,
Как рвется из густого слоя,
Как жаждет горних наша грудь,
Как все удушливо-земное
Она хотела б оттолкнуть!
На недоступные громады
Смотрю по целым я часам –
Какие росы и прохлады
Оттуда с шумом льются к нам!
Вдруг просветлеют огнецветно
Их непорочные снега:
По ним проходит незаметно
Небесных ангелов нога.

Первой точкой золотого сечения является фраза (16 х 0,38 = 6,08): «Как жаждет горних наша грудь...». Сходство с ранним стихотворением удивительно. Душа поэта не отвергла идеалов молодости. Она все так же стремится к небу. Но какой трагический контраст мы обнаруживаем во второй точке золотого сечения (16 х 0,62 = 9,92): «На недоступные громады Смотрю по целым я часам». Теперь заоблачные выси стали для поэта «недоступными». Остается только часами смотреть на них. Он еще видит там ангелов, но сам подняться туда не может. «Дни сочтены, утрат не перечесть Живая жизнь давно уж позади» – так пишет Тютчев в другом своем стихотворении (и эти строки там тоже являются золотым сечением). Поэт прожил долгую трудную жизнь. Почти 40 лет отделяет одно стихотворение от другого. Идеал юности еще живет в его сердце, но теперь он считает его для себя недостижимым.

Таким образом, симметричные композиционные построения также могут дать нам интересный и важный материал для размышления.

В «Евгении Онегине» тоже обнаруживается подобная форма. Обычно исследователи говорят о зеркальной композиции (Татьяна пишет письмо к Онегину/Онегин – Татьяне; сначала Татьяна любит Онегина, а тот отказывает/потом наоборот и т.д.). Но зеркальность – это та же симметрия. В чисто конструктивном плане ее можно вычислить с помощью золотого сечения. Одну из них мы нашли – вызов Онегина Ленским на дуэль. Это, как мы сказали, переломный момент произведения. Особенно для Онегина.

Такой же переломный момент существует и для Татьяны – это урок, который дает ей Онегин, после того, как она послала ему письмо, а по сути это его отказ. И именно этот момент правомерно считать зоной первой точки золотого сечения, весь монолог Онегина как единый композиционный элемент (372 x 0,38 = 141,36 – 4 глава, 9-12 строфа).

Разумеется, определение точки золотого сечения не несет самодовлеющего значения для истолкования произведений, но и не является пустой забавой. Золотое сечение, на наш взгляд, может служить вспомогательным элементом при анализе композиции произведения, т.к. выполняет определенные композиционные функции, а именно: служит моментом связи между главными частями текста, подчеркивает кульминационный пункт произведения, указывает на его смысловой центр. Кроме того, золотое сечение может служить основой для симметричных построений, выявляя которые можно обнаружить интересные и существенные взаимосвязи частей текста, как в плане формы, так и в плане содержания.

Золотая пропорция открывает внутреннюю структуру текста, которую автор, естественно, создает неосознанно, интуитивно чувствуя красоту формы. Обычно над композицией писатель работает не только сознательно, но нередко долго и кропотливо. Однако рассмотренное нами формообразование является скорее воплощением психической закономерности и результатом безотчетной потребности творящего духа, т.е. его бессознательного подчинения законам природного (или Божественного) творчества. Мы рассмотрели скорее один из эстетических законов творчества, который влияет непосредственно на впечатление цельности и красоты произведения и, исследуя который, можно получить много ценной информации. Золотое сечение – это одно из многих средств, служащих достижению понимания смысла произведения, «выявлению сокрытых от сознания законов, управляющих явлениями жизни и живого искусства, одухотворенного и одухотворяющего»[19].

[19] Там же, с. 120.

Литература

1. Иглицкая И.М. Образование симметричных построений на основе золотого сечения в фугах И.С. Баха // Проблемы изучения и исполнения полифонической музыки. Сб. науч. трудов: вып. 1/Тверской пед. колледж. – Тверь, 1997.

2. Розенов Э.К. Закон золотого сечения в поэзии и музыке // Розенов Э.К. Статьи о музыке. – М., 1982, с. 119–157.

3. Шевелев И., Марутаев М., Шмелев И. Золотое сечение. – М., 1990.

Т.А. Шеркова

МОТИВ ЧИСЛА В ДРЕВНЕЕГИПЕТСКОЙ КАРТИНЕ МИРА

"В качестве третьего великого формального мотива, определяющего структуру мифологического мира, наряду с пространством и временем предстает мотив числа"

Эрнст Кассирер[20]

В мифопоэтической традиции древнего Египта число было наделено содержаниями, отражавшими представления о космической целостности, а числовая иерархия выражала акты творения мироздания. Установка мифологического сознания на одухотворенность всего сущего в материально-чувственном пространстве бытия обусловила слияние противоположностей: макромира и микромира, тела и души, внешнего и внутреннего, психического и физического, зримого и невидимого, – всего, что исходит из мифических первовремен возникновения космоса.

В процессе познания и освоения мира мифологическое сознание выстраивало классификационные ряды, проецируя все внутреннее, духовно-психическое на физическо-телесные объекты, создавая образно-символическую картину мира. Присущий мифологическому сознанию принцип мировосприятия через непосредственный эмпирический, чувственный опыт наделял предметностью основополагающие для описания универсума пространство, время и число, создавая символические, фантастические образы.

В мифологическом сознании число символизировало целостность, соотношение части и целого, единства и множественности. И прежде чем стать математическим средством измерения, число было предметом по-

[20] *Кассирер Э.* Философия символических форм. Т. II. Мифологическое мышление. М.-Спб.: Университетская книга. 2002. С. 148.

клонения в качестве "священного числа", поскольку служило средством мифологического объяснения мира[21].

Архетип числа наделял космогонии магической силой первозданного незыблемого закона, первопринципа, универсального для всего многообразия форм человеческого бытия. В целостном духовно-физическом мироздании число, явленное в символических образах, выступало в качестве некоего посредника между земным и божественным, смертным и бессмертным, и «служило средством специфически-религиозного смыслообразования»[22].

В культурно-философском аспекте духовая природа числа как гармонического начала была раскрыта в эпоху античности. Число мыслилось феноменом одухотворяющим, священным. Так, в учении Платона о мировой душе все материально-чувственное есть осуществление вечных идей (Тимей, 28а)[23]. Бог, демиург, творец или мастер, приступая к созданию космоса как единого целого, упорядочил первоэлементы – огонь, землю, воздух и воду с помощью образов и чисел (Тимей, 53 а – с)[24]. Божественный замысел (первоидея) состоял в сотворении тела космоса «гладким, повсюду равномерным, одинаково распространенным во все стороны от центра, целостным, совершенным и составленным из совершенных тел». В его центре творец поместил вселенскую душу, «откуда распространил ее по всему протяжению и в придачу облек ею тело извне» (Тимей, 34 а, b)[25]. В пространственно-геометрическом выражении универсум представляет собой фигуру тетрактиса, – квадрата, вписанного в круг.

Первородство души космоса – госпожи и повелительницы космического тела, демиург или Родитель Вселенной перенес на микромир, утвердив первичность человеческой души, повелевающей телом. Души людей сотворены из той же смеси, из которой создана вселенская душа (т.е. огня, воздуха, воды и земли), однако второго или третьего порядка. Эта смесь была разделена на число душ, равное количеству звезд. В невидимых душах, укорененных в видимых телах, были зарождены эрос, смешанный с удовольствием и страданием, страх, гнев и иные чувства и эмоции порядка (Тимей, 39е; 41d, е; 42е; 43 а). Т.о. природа универсума, согласно учению Платона, изоморфна; в нем мир телесно-физический и духовно-психический мир составляют органическое целое.

---

[21] Там же. С. 76.
[22] Там же. С. 151.
[23] Здесь и далее цит. по: Платон. Тимей. – Собрание сочинений в четырех томах. М.: Мысль. Т. 3. С. 431.
[24] Там же. С. 456.
[25] Там же. С. 437.

В пространстве юнгианской психологии первоидеи, первообразы, изначальные образы[26] Платона, это архетипы – автономные психические комплексы, нуминозные по содержанию. Они являются продуктами коллективного бессознательного целостной психики. Этот неличный слой психической деятельности человека унаследован им от всех предшествующих поколений как следствие «работы наследственной структуры мозга, которая в своих самых общих чертах одна и та же у всех человеческих существ»[27].

Архетипы содержат универсальные мотивы и образы, характерные для различных религий, мифов, сказок, философий, которые могут возникнуть у человека в альтернативном или измененном состоянии сознания, – сновидениях, галлюцинациях, фантазиях. Своей мысленной формулировке эти, по природе бессознательные (неосознанные) архетипичные символы, подвергаются лишь при внутреннем диалоге бессознательного с сознанием.

В бессознательном слое человеческой психики «укоренено» множество архетипов, и среди них – архетип числа как мотив, философская идея, божественный атрибут, монада[28]. Число, характеризующее стороны, качества, части объектов являлось наиболее удобным способом для формирования мифопоэтических образов в целостной картине мира, выступая в «роли связующего звена между царствами материи и психики»[29].

Итак, платоновское царство чистых идей, с одной стороны, и учение К. Г. Юнга о коллективном бессознательном в целостной психике человека, – с другой, призваны сыграть роль нити Ариадны, уходящей в историческую ретроспективу, при трактовке содержаний мотива числа в древнеегипетских космогониях.

При описании творения мироздания в древних культурах числа наделялись сакральным значением. В Египте к числу таковых принадлежало число 9. В древнейшем религиозном центре, солнцепоклонническом Иуну (библ. Он, древнегреч. Гелиополь) почиталась Великая Эннеада. Девятка богов представляет собой божественную генеалогию. Ее родоначальник бог-творец Атум, от древнеегип. tm, что означает быть целым, полным,

---

[26] Об изначальном образе и изначальной идее как психологических величинах, о первичности изначальной идеи см.: *К.Г. Юнг.* Психологические типы. Минск: Харвест, 2003. С. 458–460; 477–480.
[27] *Юнг К.Г.* Психология бессознательного. М. 1998. С. 327.
[28] *Юнг К.Г.* Ахетип и символ. М.:Renaissance, 1991. С. 63; *Юнг К.Г.* Воспоминания, сновидения, размышления. Минск «Харвест», 2003. С. 302; *Юнг К.Г.* Психологические типы. Минск «Харвест». С. 477 – 480.
[29] *Яффе А.* Наука и подсознание. – *Юнг К.Г.* Человек и его символы. М.: Серебряные нити, 1998. С. 311 – 312.

совершенным, законченным[30], выделился из тьмы первобытного океана Нуна в виде светящегося первобытного холма. Атум воплощает присущий древнейшим пластам мифологических представлений универсальный образ андрогина. Он содержит в себе пару взаимосвязанных противоположностей – мужское и женское начало. В контексте числовой символики это означает, что Единое становится реальностью при возникновении двойки. Так, принцип дуальности является исходным для последующего раскрытия картины мира.

Итак, андрогин Атум путем самооплодотворения создает первую близнечную пару – бога воздуха Шу, и богиню влаги Тефнут. От их супружеского союза родилась близнечная пара – богиня неба Нут и бог земли Геб. Этим завершается создание природных первоматерий универсума. Четвертый этап связан с рождением двух близнечно-супружеских пар – первых божественных правителей Египта: Осириса и Исиды, Сета и Нефтиды. Т.о., в гелиопольской космогонии природные и культурные феномены объединены в парадигме мира[31]. На этой четверице космических богов младшего поколения завязана драматургия древнеегипетской мифологической мысли, осевые представления о смерти и рождении, пути к бессметрию.

Мотив четверицы является структурирующим элементом образа мира в его вертикальной и горизонтальной протяженности. Она служит модулем мироздания в виде выкристаллизовавшейся из кубической формы пирамиды, вершина которой символизирует бога-творца Атума, а тело и квадратное основание удвоенной четверицы старшего и младшего поколений богов.

Огненно-солярная первостихия организует пространство универсума, структурированного в виде удвоенной четверицы. Верхняя четверка составлена из природных первоэлементов, – воздуха, влаги, неба и земли, нижняя символизирует истоки мира культурного. Таким образом, девятка становится числом священным, сакральным, ибо она символизирует предельную ценность – целостный универсум.

Итак, в Гелиопольской версии космогенеза число девять составлено из числовой иерархии как 1 + 2 + 2+ 4, или 1 + 4 + 4, или 1 + 8 . То есть, *единый, еще не раскрытый мир, в то же самое время является одной из частей раскрытого дифференцированного мира* в виде удвоенной четверицы.

---

[30] Faulkner R.O. A Concise Dictionary of Middle Egyptian. Oxford, Griffith Institute, 2002. P. 298.

[31] По мнению Р. Антеса, истинным назначением гелиопольской космогонии было стремление ее создателей доказать божественность природы царя, а не объяснить происхождение мира и царской власти. – Антес Р. Мифология в Древнем Египте. – Мифология Древнего мира. М.: Восточная литература, 1977. С. 76.

В Гермополе сакральными считались числа 8 и 5. Этот важный древнеегипетский религиозный центр носил название Хмуну (hmnw), – Град Восьми, (коптское Шмун, арабское Ашмунейн), в честь Огдоады – четырех божественных пар основателей мироздания[32], олицетворявших первобытные стихии бесформенного[33] хаоса: изначальные воды Нун и Наунет, бесконечность пространства Хух и Хаухет, мрак Кук и Каукет, невидимое – Амон и Аманет. Мужские божества изображались в обличии лягушек, а женские – змей. По существу речь идет о четырех элементах космической первобытной стихии. Но в магическом папирусе Харриса[34] и ряде других текстов звучит: "Слава вам, пять великих богов, вышедших из Гермополя". Пятым или, говоря точнее, первым по положению был бог Тот, культ которого также происходит из Гермополя. Он был "присоединен" к четверке богов первобытной водной стихии как бог-творец, наделенный эпитетом "Великий из пяти"[35]. Таким образом, пятерка богов Гермополя должна быть выражена как 1 + 4.

Однако и Великая Огдоада не утратила своих позиций. На многих изображениях она передана в символической форме в виде восьмиступенчатой платформы, на которой в обличии павиана восседает бог Тот[36], маркируя, таким образом, центральную точку сакрального пространства, место бога-творца.

Нельзя не заметить, что эти космогонии построены на разных принципах. Если гомогенная гелиопольская Эннеада отражает представления о божественной генеалогии, то гетерогенность гермопольской космогонии – результат историко-культурной контаминации культа Тота и Огдоады. Это обнаруживает некоторые различия в модели мира. Гелиопольская космогония демонстрирует представления о возникновении замкнутого на себе космоса, олицетворенного богом-творцом Атумом в образах первобытного холма, солнца, свернувшегося змея. Это потенциальный, еще сокрытый мир, содержащий возможности самораскрытия во множественности час-

---

[32] *Тураев Б.А.* Бог Тот . СПб: Летний сад, 2002. С. 36.

[33] В древнеегипетской традиции понятие хаоса, первобытного космического беспорядка означает первовремя до творения мира богом-творцом, символизирующим наступление порядка, гармонии, начало окультуренного пространства-времени. В этой концепции "сливаются" представления о творении природного и культурного мироздания. Однако четкое структурирование первобытных элементов хаоса на четыре его "качества" (См.: Уилсон Дж. Египет: природа вселенной. – Франкфорт Г., Франкфорт Г.А.,Уилсон Дж., Якобсен Т. В преддверии философии. М., "Наука", 184. С. 59) в образе Огдоады, уже содержит мотив космической упорядоченности.

[34] *Тураев.* Ук. Соч. С. 32, 192–193.

[35] Идея слияния культа Огдрады и Тота иллюстрируется многочисленными материальными памятниками. Известная и широко тиражированная иконография представляет Тота в обличии павиана, сидящего на лестнице с 8 ступенями. – Тураев. Ук. Соч. С. 164.

[36] Там же. С. 164.

тей. И он последовательно разворачивается и структурируется в виде двух четвериц. В геометрическом выражении эта конструкция мироздания тождественна тетрактису Платона.

Гермопольская космогония с ее изначальной удвоенной четверицей, отражавшей представления о четырех первобытных стихиях, четырех качествах первобытного космического океана Нуна, четырех странах света[37], сопоставима с квадратом, в котором наличествует центральная точка, маркирующая место бога Тота. Вместе с тем обе космогонии содержат основополагающее структурное сходство, – универсум раскрывается в четверице, – квадрате с выделенным центром.

Обе модели мироздания нашли отражение в различных сферах культуры, в том числе в структуре населенных пунктов и архитектуре. В додинастическом Египте поселения имели форму круга, при этом в одних случаях их внутреннее пространство делилось на несколько зон в виде вписанных окружностей[38], в других поселения планировались таким образом, что через центр круглого поселения проходили дороги, крестообразно разделявшие его пространство на четыре сектора. Пересечение их с пределами круга дает четыре точки, отмечающие четыре стороны света.

Эта структура древних поселений нашла отражение в иероглифическом знаке niwt, обозначавшем населенный пункт. В городах с такой планировкой, в центре, на пересечении дорог находился храм, маркирующий сакральную точку, место бога. Таким образом, уже в простейших поселениях прослеживается воплощение идеи о центрической модели мира с обозначением четырех стран света.

При возведении простых жилых построек следовали тем же принципам. Легкие хижины в додинастическом Египте были круглыми, в центре и по окружности устанавливались столбы. Место центра отмечалось и очагом. На последних фазах додинастического Египта стали возводить и квадратные в плане, но с округлой или сферической крышей жилища и святилища pr-wr и pr-nsr. Таким образом, модель мира мыслилась в виде сочетания круга и квадрата, то есть той самой фигуры тетрактиса, по поводу которой ломали головы и копья философы, начиная с античности.

Однако уже в древнем Египте, задолго до эпохи античной философской рефлексии мотив четверицы, – квадрата или креста, вписанного в круг, воплотился в образе универсума. Качественные характеристики парадигмы мира – завершенность, целостность, гармония и порядок символизировались священными числами 9 и 5. Но и сама четверка как базовый,

[37] Там же. С. 33.

[38] *Шеркова Т.А.* Рождение Ока Хора: Египет на пути к раннему государству. М., «Праксис», 2004. С. 150. Рис. 5; С. 153–154. Рис. 7.

структурообразующий принцип строительства мироздания является числом священным.

По Э. Кассиреру, истоки числового мира исходят из своеобразия мифологических представлений о пространстве, времени и чувстве Я. Четверка, четырехчастное деление, маркирующее систему координат пространства, становится подлинным “священным числом”, поскольку в нем отражена связь всякого частного бытия с основной формой – моделью мира. “Для мышления мифа здесь происходит не только опосредованный перенос – оно усматривает, поддержанное наглядным свидетельством, присутствие одного в другом, оно нащупывает в каждом частном случае четырехчленности универсальную форму космического четырехчленного устройства”[39]. Эта универсальность сливает макромир и микромир, земное и божественное, телесное и духовное, физическое и психическое, связывая их “внутренними магическими узами”. И всякая магия в значительной степени является магией чисел[40].

Числа и геометрические фигуры, – круг, квадрат, треугольник, их сочетания относятся к важнейшим архетипическим символам. Все они обладают глубокими содержаниями, связанными с парадигмами картины мира. “Главные символические фигуры любой религии, отмечал К.Г. Юнг, всегда выражают определенную моральную и интеллектуальную установку”[41]

Мотив четверицы в древнеегипетской культуре весьма репрезентативен, и длинная череда образов причастна к религиозным представлениям. С точки зрения магических верований их символическое значение связано с защитными функциями. Например, изображения четырех божеств, четырех сыновей Хора, четыре 4 канопы, четыре магических кирпича – эти и многие другие примеры четверицы осмыслялись как символы защиты[42]. В заупокойном культе четырехкратное произнесение молитв и заклинаний, принесение жертв (пищей и изделиями) также в количестве четырех идентичных объектов, – все это примеры актуализации в ритуале идеи космической целостности[43].

В клинической практике К Г. Юнга было множество случаев спонтанного видения его пациентами символики квадрата, круга разделенного на четыре части, с каким-нибудь предметом или персонажем в центре. При

[39] *Кассирер.* Ук. соч. С. 154–155.

[40] Там же. С. 152.

[41] Там же. С. 172.

[42] Wilkinson, 1994. С. 133–134; 144.

[43] См., например, в Текстах пирамид, в частности, главы 161 – 172. См.: Тексты пирамид. Пер. с древнеегипетского А.Л. Коцейовского. Спб. Летний сад, 2000. С. 128 след.

этом в углах или по сторонам квадрата располагались какие-то мифические существа или божество[44].

Сами же пациенты, не имевшие конкретных знаний ни о древних культурах, не имея представлений о древней числовой и геометрической символике, о тетрактисе Платона, о теоретической алхимии и т.п. знаниями, трактовали символику четверицы как нечто, обозначающее их самих или чего-то в них самих. К. Г. Юнг полагал, что спонтанно воспроизводимая в сновидениях людей четверица означает Бога в его творениях, Бога внутри человека. Однако, как поясняет Юнг, с точки зрения психологии это только архетипный образ Бога, а вовсе не попытка доказательства его бытия[45]. Это опыты нуминозности, того непознаваемого, что есть в духовном мире современного человека. И это неосознанное содержат в себе материалы сновидений в виде различных символов, имеющих мощное разветвленное корневище, уходящее в глубокую древность.

В контексте учения К.Г. Юнга о целостности психики человека символика круга, четверицы, дифференцированного на четыре части круга связана с важнейшим архетипом – Самостью. Она содержит древнейшие, унаследованные от всех предшествующих поколений человечества слои психики, о которых человек может не знать, но которые обнаруживаются в измененных состояниях сознания, – спонтанных фантазиях, галлюцинациях, состояниях транса, видениях и сновидениях в виде символических архетипических образов, рожденных коллективным бессознательным. Их осознание, осмысление осуществляется при взаимодействии бессознательных пластов психики с сознанием. И эти символические образы трактуются в соответствии с психическими установками человека, принадлежащего той или иной культурной традиции.

Но что такое космогонические мифы, если не порождения психики, целостного сознания человека, в котором пласты бессознательного создавали фантастические образы внешнего мира как проекции внутреннего

[44] К.Г. Юнг основательно изучивший сравнительную мифологию и библейские тексты, идентифицировал сновидческие образы. Он обнаружил сходство символических образов авторов Евангелий в виде орла, льва, быка и человека с четырьмя сыновьями бога Хора в древнеегипетской традиции, трое из которых также изображались с головами животных – шакала, обезьяны, сокола, а один – с человеческой головой (аналог этому – канопы для хранения внутренних органов человека после мумификации). Этот факт К. Г. Юнг рассматривает с точки зрения «работы» коллективного бессознательного, которое «переносит» древние образы в видения и сновидения людей разных эпох. К.Г. Юнг полагал, что по психическим каналам неосознанный символический материал актуализирует практически универсальную, древнейшую архетипическую идею нуминозного, божественного, иногда в виде космогонических мотивов, в том числа выраженных архетипом числа. См., например, К.Г. Юнг. Человек и его символы. М., 1998. С. 66–74, 166–171; К.Г. Юнг. Психология и алхимия. М.: «Рефл-бук Ваклер», 2003. С. 159, 164.

[45] *Юнг К.Г.* Архетип и символ. М.: "Renaissance", 1991. С. 166–172.

мира. Этот внешний физический мир, постигаемый человеком посредством органов чувств, мифологическое сознание не копировало, но творчески обрабатывало.

Человек мифологического мышления видел внешний мир, словно находясь в его центре. Интровертная установка его сознания, для которой важен не столько объект, сколько субъект, переносит на внешний мир фантазийные образы мира внутреннего, одухотворяя физический мир всем многообразием архетипов коллективного бессознательного – творца мифов, сказок, философских идей.

Мифологическое сознание наводит мосты между внешним, физическим и внутренним, духовно-психическим. Этот изоморфизм актуализировался в древнеегипетской культуре путем «погружения в чисто наглядную, пластическую и архитектоническую форму вещей», за которой стоят осевые представления о смерти и возрождении в вечности[46]. Наиболее выразительно картина мира отражена в архитектуре, которая моделирует освоенное пространство по образу и подобию универсума. Подобно геометрическому моделированию, архитектура – это «символическое переживание геометрических форм, отложившееся в памяти культуры, в ее кодирующих системах»[47], в мотиве пространственно-числовой иерархии.

С.В. Гальперин

ОТ ВЫЯВЛЕНИЯ ПРИРОДЫ ЧИСЛА – К РАДИКАЛЬНОМУ ОБНОВЛЕНИЮ ФУНДАМЕНТА ЕСТЕСТВОЗНАНИЯ

Тема настоящего сообщения, как и предыдущего, доказывавшего необходимость существенного изменения содержательной основы общего образования в России, сформировалась под влиянием работ А.Ф. Лосева. Сегодня я исхожу из ясного осознания того, что они являются мощным общенациональным резервом, который должен быть востребован с целью своевременного осуществления отечественной наукой *прорыва* в мировой научной гонке, о котором прагматичные американцы, предчувствующие его неизбежность (у них он именуется breakthrough), твердят все настойчивей. К сожалению, путь к продуктивному использованию в России лосевского наследия, по праву принадлежащего прежде всего именно ей, до сих

[46] *Кассирер Э.* Философия символических форм. Т. II. Мифологическое мышление. М. – Спб.: Университетская книга. 2002. С. 138–139.

[47] *Лотман Ю.М.* Архитектура в контексте культýры. – Семиосфера. Культура и взрыв внутри мыслящих миров. Статьи. Исследования. Заметки. Спб: «Искусство-СПБ». 2004. С. 678.

пор остается наглухо перекрытым психологическим барьером, препятствующим *перемене мысли* в обществе, благодаря которой лишь и происходит отказ от заблуждений, от ложных знаний и наступает просветление ума. Для меня самогó преодоление такого барьера, начатое еще в 70-е годы, было весьма трудным, порой просто мучительным. Тем более значимой является, на мой взгляд, возможность использовать приобретенный мной ранее опыт, что позволит облегчить представляющийся подчас совершенно непосильным для индивидуального сознания труд, в чем я попытаюсь убедить аудиторию, взяв за основу некоторые из моментов выявления Лосевым природы числа.

Предварительное погружение

Трудно оспорить то, что природа числа начинает открываться нам еще в раннем детстве в виде фундаментальной абстракции – счетности предметов. Оказывается, всякая вещь – не просто *«вещь»*: она еще и *«одна»* (многие языки вообще сохранили это *«до-качественное»* осознание вещи в неопределенном артикле). Впрочем, над такой изначальной *единичностью* мы вообще-то не задумываемся ни в эту пору, ни после – нам вполне достаточно того, что с единицы начинается счет, вводящий нас в царство чисел. Точно так же, как непосредственно данное, воспринимается обычно и создающий в нем порядок числовой *ряд*, неспроста называемый *натуральным*. Между тем проблема как раз и сводится к тому, чтобы выявить сами начала как единичности, так и образующей такой ряд последовательности.

Проблема эта оказалась в центре внимания Лосева вполне закономерно – она была важнейшей вехой на пути к задуманному им в ранней юности *«высшему синтезу»* с его общим для науки, религии, философии, искусства фундаментом. Причем, следует отметить, что направление поиска для Лосева изначально определялось трудами мыслителей античности (особую любовь к этой эпохе он питал еще с гимназии). Именно здесь – в «Диалогах» Платона, в «Эннеадах» Плотина, в «Первоосновах теологии» Прокла он и нашел удовлетворяющие его основания для осмысления природы числа, чего, конечно, не было и в помине ни в «рассуждениях» западноевропейских философов, порожденных их «самым общим, самым отвлеченным подходом», ни в известных ему работах «философствующих математиков»; на скептическое отношение его ко всему этому обращает наше внимание хорошо знакомая с *«кухней философа»* В.М. Лосева[48].

Нельзя не отметить, что окончательным выводам Лосева о природе числа предшествовала многолетняя напряженная работа мысли, что нетрудно обнаружить в его «ранних» фундаментальных работах. Уже в первой из них – «Философии имени», анализируя, с одной стороны, *эйдос*, а с другой, – отталкиваясь от известного учения Г. Кантора о множествах, Лосев предлагает создать в качестве одной из фундаментальных наук ***аритмологию*** – «*логическое учение об эйдетической схеме, или об идеальном числе*, т.е. о смысле, рассмотренном с точки зрения подвижного покоя»[49]. Однако, в дальнейшем он больше к этой идее не возвращается, ограничившись смысловым анализом превращения древнегреческого αριυμός (число) в τό αριυμητόν (по Лосеву, нечто ***очисленное***) при рассмотрении *эйдоса числа* в «Диалектике числа у Плотина»[50]. Зато нетрудно убедиться, что именно в этой, не имеющей аналогов по глубине исследования работе, сама проблема природы числа выявлена Лосевым в наиболее концентрированной форме.

Исходя из того, что для неоплатоников в их учении о ***первоедином*** оно не есть число, но выше его, а также из реальности для них смысловой энергии, Лосев признает, что число есть *энергия **сущего***, в которое превращается беспредельное первоединое, а поскольку сама она явлена в *эйдосе* – мыслимой предметности, включающей в себя пять основных категорий: единичности, различия, тождества, движения, покоя, то именно эйдосу оказывается присущей их энергия. Выходит, что число, предваряя ***сущее***, созидает его. Отсюда вполне закономерный вопрос, поставленный Лосевым: куда следует поместить число? Ответ он дает, проанализировав понятия *потенции* и *энергии*, предложив в результате следующие определения: «потенциально-данное есть *возможность созидания иного*; энергийно-данное есть *сложенное из эйдоса и материи*», причем, эйдос содержит в себе материю. Из этого, с одной стороны, следует, что «число первое и истинное, есть ***принцип и источник ипостасийного бытия для сущего***», значит абсолютная единичность, конструирующая ипостасийное бытие, присуща всякому множеству, – стало быть, оно само ипостасийно; с другой, – что «число есть единичность, данная как подвижной покой самотождественного различия»[51] (эта характеристика встречается у Лосева практически во всех работах, так или иначе связанных с проблемой числа.

К вопросу о смысловой стихии

Смысловая неисчерпаемость числа у Плотина приводит Лосева к представлению о нем как об *умном числе*. Но ведь в человеческой практике все гораздо проще: число служит прежде всего для выявления количественной характеристики реальности, то есть является средством счета. Такое число, справедливо замечает Лосев, не будет ни умной сущностью, ни чувствен-

[48] *Лосева В.М.* Предисловие к «Диалектическим основам математики» А.Ф. Лосева // Лосев А.Ф. «Хаос и структура», М., 1997. С. 9–11.

[49] *Лосев А. Ф.* Бытие. Имя. Космос. М., 1993. С. 778.

[50] *Лосев А.Ф.* Миф. Число. Сущность. М., 1994. С. 779–780.

[51] Там же. С. 773–781.

ной вещью. Что же это? У Плотина число счета есть *чистое количество*, которое само по себе является лишь одной из форм функционирования числа в материи; *само же число вообще не нуждается в количестве*. Лосев целиком согласен с этим; более того, в другой работе, увязывая с числом категории *количества* и *качества*, он заявляет, что число предшествует всякому качеству, что же касается количества, то оно, возникая после качества, «есть *сосчитанность чего-то качественного*». «Вот почему заблуждался Гегель, поместивши число *после* качества и смешавши его с количеством»[52].

Трудности восприятия всего изложенного выше кем бы то ни было, включая философа-профессионала, не подлежат сомнению. Но все это происходит из-за того, что в нынешнем общественном сознании отсутствует то, чем обладали авторы изучаемых Лосевым трудов – способность осознавать реальность *смысловой стихии*, разлитой вне разума человека, хотя она и отличается от прочих, являемых ему мировых стихий своей *бестелесностью* (то есть не может быть сведена непосредственно к его ощущениям) и вообще свободна от пространственно-временных ограничений, которым строго подчинен мир телесных вещей. В представлениях неоплатоников ее воплощает Мировой Ум; в частности, для Прокла – это сфера, включающая *бытие* (то, что есть), его энергийную наполненность – *жизнь*, которая, охватив все, сопоставляя (сравнивая) себя с собой, как раз и образует непосредственно область *познания* (мышления) – *ум в собственном смысле слова*[53]. Столь же реальной оказывается и проявляемая в этой стихии та или иная смысловая структура, выражаемая зримыми символами, как и бестелесная геометрическая форма (общеизвестным примером последней служит увиденная Плотином Вселенная: сфера, центр которой везде, а граница нигде). Вместе с тем особенности античного миросозерцания неоплатоников (Мировой Ум – это *что*, а не *кто*, – остающаяся бесконечно далекой от человеческого «я» абстракция) не дают возможности обнаружить в этой стихии присутствие *личностного* начала, явленного согласно христианскому вероучению в *Абсолютной Личности*, – живым воплощением нерушимой суверенности и безграничной самоосуществленности, причастным к которым стал ощущать себя с принятием христианства и человек. Однако, этого ему показалось мало: со временем начинает проявлять себя неутомимый и деятельный двигатель развития западнохристианского мира (Лосев именует его «новоевропейским духом»), целью которого становится *абсолютизация человеческой личности*. И вот на многовековом пути к ней мере эта личность, как показывает Лосев, исподволь переносит смысловую стихию в собственный разум, а после завершения процесса оказывается всего лишь *автономным субъектом*, чья связь с реальностью смысловой неисчерпаемости внешнего мира бесповоротно оборвана[54]. Взамен человек начинает воссоздавать в мыслях реальность, которую считает *объективной*, всего лишь по образу и подобию *собственного* разума, хотя и не осознает этого[55]. Таково положение на сегодня.

Истоки двойственности числа

Но если так, то, приняв к сведению вышеизложенное, мы сможем увидеть лосевский анализ Платона и неоплатоников совершенно в ином ракурсе. *Единое*, к которому привели Платона поиски начала (у неоплатоников – *первоединое*), действительно не может быть определено – оно находится вне пределов смысловой стихии. Каждый на досуге может убедиться в справедливости того, что помыслить его само как *абсолютную единичность* просто невозможно – ***одно*** не умещается ни в человеческом сознании, ни во Вселенной (ведь она уже сама по себе тоже *одна*); стало быть, оно сверхмыслимо.

Разобравшись досконально с этой вопросом, Лосев главное внимание в выявлении природы числа уделяет текучести бытия, первичные интуиции которой он обнаруживает в самих основаниях мировых культур и которая в философии давным-давно представлена категорией *становления*. Хотя оно, безусловно, выражено во всяком изменении, происходящем с вещью, однако, должно обязательно сводиться к *чистому* становлению, которое, по Лосеву, представляет собой *нерерывно-сплошное протекание, каждая точка в котором исчезает в момент своего появления*[56]. Поскольку совершается оно в смысловой стихии, любые попытки аналогий здесь с какой-либо вещественной средой просто несостоятельны. Обратите внимание, важно вовсе не то, что́ такое появляющаяся точка, а именно ***полагание*** (утверждение) того, что само ее появление и есть *бытие*, а исчезновение – *небытие*. Как раз это и является для Лосева ключевым моментом в выявлении природы числа.

Одно – отсутствие бытия для человеческой мысли, поскольку мыслить – значит прежде всего различать. Для этого требуется *иное*, и появиться оно может лишь вместе с самим *актом полагания*, то есть в становящемся объединении *одного* и *иного*, где бытие и небытие совпадают. Но ведь *ино-*

[52] Там же. С. 423.
[53] *Прокл.* Первоосновы теологии. Гимны. М., 1993. // Анализ трактата А.Ф. Лосевым. С. 239-240.

[54] Эта проблема всесторонне освещена Лосевым в таких трудах, как «Диалектика мифа», «Эстетика Возрождения», «История эстетических учений»; к ней он возвращается незадолго до кончины в беседе с Ю. Ростовцевым (см. Студенческий меридиан, 1991. № 10. С. 30).
[55] *Гальперин С.В.* От «века Эйнштейна» к «веку Лосева» // Наука и религия, 2005, № 10, С. 8.
[56] *Лосев А.Ф.* Са́мое само́ // Миф. Число. Сущность. С. 408–432.

го, отличного от *одного*, здесь просто нет, – так что с каждым актом полагания будет идти нарастающее осуществление все той же абсолютной единичности; в целом это осмысливается как *бесконечное повторение абсолютно бескачественных актов полагания*. Именно сам изначальный ***акт полагания*** во всей своей полноте (как чистый; как едино-раздельный; как становящийся; как ставший; наконец, как выразительный) и есть, по Лосеву, ***число***, доведенное до философской категории[57].

После такого вывода становится ясно, что начинающее натуральный ряд число *один* (*1*) никак нельзя отождествлять со сверхмыслимым *одним* (***Единым***), которое символизирует основополагающий принцип *единоначалия*. И это же число, выражая *единичность*, оказывается естественным символом ***точки*** – геометрического образа, воплощающего этот принцип в двух пластах бытия: смысловой стихии и материальном мире. Сопоставление их в той или иной форме обнаруживаются у пифагорейцев, у Платона, у Кузанского[58].

Но вернемся непосредственно к *числу*, чье существование Лосев обнаруживает в чистом становлении как нарастающее осуществление абсолютной единичности. Именно здесь – в смысловой стихии – выявляется тайна последовательности натурального числового ряда. Однако, это всего лишь одна из тайн, хранимых природой числа, которые могут быть познаны в свете лосевских открытий и оказаться действенным средством постижения основ мироздания.

Чему учит сложение?

Для начала следует признать, что связи мира вещей с числами осознавались не по естественному происхождению последних, а лишь через восприятие их человеком в процессе практического освоения им этого мира, то есть, как уже отмечалось, использования их в качестве средства исчисления. В окружающем человека мире невозможно было существовать, не сравнивая, и именно число позволило превращать в конкретные количественные результаты жизненно важные для него абстрактные пары понятий: «много» – «мало», «больше» – «меньше». Нет поэтому ничего необычного в том, что от древнейших времен и до сегодняшнего дня простейшей и важнейшей операцией с числами остается *сложение*. Складывая, суммируя, человек опосредствует свойства аддитивности (прибавления), экстенсивности (расширения), которыми этот мир обладает[59]. Более того, сложение стало основой других операций с числами, и математические папирусы древних египтян являются прямым свидетельством того, как в процессе повторного сложения сумма складываемых чисел превращалась в их произведение[60].

[57] Там же. С. 418. Более детально см. *Лосев А.Ф.* Хаос и структура. С. 55–131.

[58] *Гальперин С.В.* Православно понимаемый неоплатонизм Лосева и смена естественнонаучной парадигмы / Материалы Международной конференции к столетию со дня рождения А.Ф.Лосева // Вопросы классической филологии, вып. XI, МГУ, 1996. С. 72.

Ничего, по существу, не изменилось, когда бурно развивающаяся наука стала уделять все больше внимания уже не самим числам, а взаимосвязям количественных отношений – *функциям*. Нетрудно, по крайней мере, убедиться, что сэра Исаака Ньютона вдохновляла на разработку безупречного во всех отношениях аппарата математического анализа все та же неразлучная пара «больше» – «меньше»[61]. Поэтому вполне правомерным можно считать утверждение, что надежная классическая механика сводится, по сути, к познанию отношений между ***приращениями*** динамических переменных, хотя и предельно малыми. Да и в уравнениях потеснившей ее своими радикальными постулатами квантовой механики интегрирование означает все то же *суммирование*. Нет никаких оснований сомневаться в необходимости и полезности использования всего этого научного арсенала – с его помощью человеческий разум добрался до фундамента мира *аддитивности*. Однако, при всех своих достоинствах математический анализ не в состоянии помочь ему выйти к самим основаниям бытия, и в лучшем случае разум просто пробуксовывает, а в худшем – начинает питаться иллюзиями, и, что особенно тревожно, искать опору в прямых заблуждениях.

С осознанием происхождения числа из смысловой стихии, где господствует *энергия смысла*, положение существенно меняется. Мы-то со школьной скамьи связываем понятие «энергия» исключительно с возможностью выполнения работы, даже если речь идет об умственной энергии. Между тем ενέργεια, впервые появившись у Аристотеля, относилась им, как неоднократно отмечал в своих работах Лосев, к принципу *становления смысла*. Сам он, конечно, делает оговорку, что «сфера смысла – совершенно невещественна», что к смыслу неприложимы никакие определения времени и пространства, но вместе с тем, что «смысл действует сразу, целиком весь и полностью в одно мгновение»[62]. Привыкнув к тому, что чувст-

[59] *Гальперин С.В.* Интерпретация физико-математических взаимосвязей в учении Лосева о символической реальности // Лосевские чтения: Образ мира – структура и целое. ЛОГОС, № 3. 1999. С. 203.

[60] *Стройк Д.Я.* Краткий очерк истории математики. Пер. с нем. М., 1984. С. 37.

[61] «Замечая, что нарастающие количества, образующиеся по мере нарастания в равные времена, сообразно большей или меньшей скорости их нарастания, оказываются большими или меньшими, я изыскивал спссобы определения самих количеств по той скорости движения или нарастания, с которой они образуются». *Ньютон.* О квадратуре кривых (введение) // Цит. по: *Кудрявцев П.С.* История физики. М., 1948. С. 197.

[62] *Лосев А.Ф.* Миф. Число. Сущность. С. 503.

венно воспринимаемая реальность существует в пространстве и времени, поначалу трудно представить, что невидимый и неслышимый смысл (не придуманный человеком) охватывает эту реальность, не подчиняясь пространственно-временным ограничениям. А это значит, что энергия смысла действует мгновенно, с неотвратимой и бесконечной силой, в отличие от своего механического и прочего аналогов[63]. И теперь нам с вами остается лишь осознать, каким именно образом само число, находясь в смысловой стихии, способно опосредствовать эту энергию. Для начала используем то, что лежит, как говорится, на поверхности.

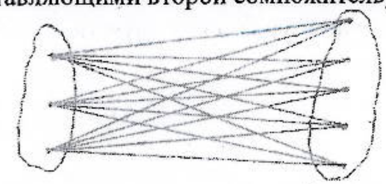
Тайна числового соединения

Все оказывается достаточно простым, если учесть, что число *1*, выражая *единичность*, полностью сопоставимо с геометрическим образом – *точкой*, принадлежащей, как вы, вероятно, помните, и к смысловой стихии, и к миру материальному, причем, во втором случае речь идет о физически значимой конкретной точке однородного и изотропного пространства (конкретной ее делает *неповторимость* множества направлений, чьим центром она является)[64]. Этим она принципиально отличается от абстрактных понятий, существующих в нынешней науке, будь то материальная точка классической механики или точка-событие мира Минковского-Эйнштейна. Нетрудно осознать, что по самóй своей природе такая точка не может принимать участие в *сложении*, зато способна образовать *пару* – элементарное соединение с любой другой точкой. Формально, это всего лишь подтверждение известной аксиомы Евклида, в действительности же такое *соединение* (оно, по существу, двойственно, то есть материально-смысловое) – основа всеединства мироздания, ясно видимое очами ума средство его осуществления.

Хотя каждая точка может войти в бесконечное множество пар, *независимость* любого парного соединения обнаруживается в вездесущем принципе суперпозиции, открытом еще Галилеем. Между тем и скалярное поле натуральных чисел, в котором *единица* символизирует *точку*, оказывается совершенно естественно вовлеченным в ту же, открытую Лосевым выразительно-смысловую реальность: здесь множество $\mathbf{n}_1$ должно с множеством $\mathbf{n}_2$ образовать $\mathbf{n}_1\mathbf{n}_2$ парных соединений. Но ведь это не что иное, нежели самое обычное *произведение* двух натуральных чисел, хотя никак не результат сокращенного сложения, а всего лишь общее число пар, образованных при соединении, что выразит *интенсивность* (смысловую энергию) или, если хотите, смысловое единство, выраженное в количественной форме, как результат соединения этих чисел. Для наглядности можно

[63] *Гальперин С.В.* К цельному знанию // Студенческий меридиан, 1996, № 11. С. 21.
[64] *Гальперин С.В.* Альберт Эйнштейн – Колумб в физике // Энергия, 2005, № 11. С. 68.

предложить простую схему, где взятые для примера, три точки (три единицы, составляющие первый сомножитель) соединены с пятью точками, (пятью единицами, составляющими второй сомножитель):



Результат налицо: ровно пятнадцать линий связи («смысловых») или, что то же самое, пятнадцать пар, образованных всеми единицами первого сомножителя со всеми единицами второго.

Осознание соединения в фундаментальных законах

Выходит, первая же попытка использовать результаты выявления Лосевым природы числа позволяет обнаружить некоторые, ранее не осмысливаемые закономерности в основаниях самой математики. Но это, конечно же, никак не может служить причиной для пересмотра естественнонаучной парадигмы. Тем не менее, основания для постановки такого вопроса есть: надежность имеющегося теоретического фундамента недостаточна для прикладной сферы, определяемой достижениями нынешних высоких технологий. К примеру, нынешний уровень познания природы электричества и света сдерживает возможности развития электроэнергетики в области преобразования солнечной энергии непосредственно в электрическую[65].

И здесь, как оказывается, только что выявленное фундаментальное парное соединение, как нельзя, кстати. Если обратиться к электростатике и с этой же позиции рассматривать произведение зарядов $\mathbf{q}_1\mathbf{q}_2$ в законе Кулона, то, с учетом особенностей истории открытия этого закона, появляется реальная возможность для выявления действительного смысла электрического заряда вообще и элементарного заряда (заряда электрона), в частности, а стало быть, и самой природы электричества, сколько бы ни твердили апологеты дряхлеющего на глазах феноменологического подхода в науке, что настоящего естествоиспытателя это нисколько не интересует.

Ничто не препятствует применению этого же подхода к анализу произведения масс тяготеющих тел $\mathbf{m}_1\mathbf{m}_2$ в выражении закона всемирного тяготения Ньютона: в этом случае окажется, что речь должна идти вовсе не о произведении непосредственно физических величин, а лишь об общем *числе пар*, образованных геометрическими центрами составляющей эти тела элементарной массивной частицы – нуклона, чье численное значение мас-

[65] На пути к познанию природы светового кванта (беседа Т.Л. Мышко с С.В. Гальпериным) // Энергия, 2006, № 6. С. 64–65.

сы следует поискать в составе гравитационной постоянной, хотя от ее расшифровки нынешняя физика принципиально отказалась.

Так вот и намечается понемногу *путь* от выявления природы числа к радикальному обновлению фундамента естествознания. Какая уготована ему судьба – время покажет.

В.И. Лисовой

РОЛЬ ЧИСЛОВОЙ СИМВОЛИКИ В МУЗЫКАЛЬНОЙ КУЛЬТУРЕ ЦЕНТРАЛЬНОЙ АМЕРИКИ НА РУБЕЖЕ XV–XVI ВВ.

Основы мощной духовной культуры древней и средневековой центральноамериканской цивилизации (так называемой Мезоамерики) были заложены еще более двух тысяч лет назад. Они получили выражение в оригинальной философско-эстетической и религиозно-этической мысли, богатых мифопоэтической и литературной традициях и развитой системе научных знаний, а также в музыкально-танцевальном искусстве. Эта культура дала миру обильные плоды в области музыки, особенно звукового и музыкального выражения, которые даже сейчас, по истечении полутысячелетия, продолжают оказывать едва ли не определяющее влияние на становление музыкально-культурной идентичности субрегиона Центральной Америки.

Общая картина аутентичной индейской культуры воссоздается на основе изучения древних и средневековых памятников материальной и духовной культуры индейцев, а также текстов средневековых кодексов. Среди ведущих ученых, посвятивших свою деятельность решению проблем индейской культуры, необходимо выделить К. Геблера, Р.В. Кинжалова, Ю.В. Кнорозова, Дж. Вайена, Дж.А. Саблова, М. Стингла и др. Исследование в их трудах практически всех сторон жизни индейцев, включая хозяйство и материальную культуру, общественное устройство и быт, религиозные представления и научные знания, изобразительное искусство и литературу, обрядовые танцы и музыку, позволило представить полный культурный контекст музыкальной жизни индейцев в период начала конкисты – завоевания испанцами субконтинента. К этому моменту индейцы Центральной Америки находились на стадии перехода от родового к рабовладельческому строю. Как и у многих других народов, на данном этапе развития у них наблюдалась нерасчлененность отдельных видов знаний и искусства. Выразилось это в теснейшей связи архитектуры, скульптуры, поэзии, живописи и музыки с мифологией, культом, обрядами, трудовой деятельностью.

Определяющее воздействие на развитие музыкальной культуры индейцев Центральной Америки на рубеже XV-XVI веков оказала сложившаяся в их культуре специфическая мифологическая система. Мифологический комплекс, ставший основой для ацтекской мифологии, был создан в конце классического периода (IX век) у народов побережья Мексиканского залива. Наиболее полное развитие новые мифологические представления получили у тольтеков, культуру которых восприняли ацтеки (XIII– XVI века). Они переработали ее в соответствии со своими религиозными и этическими нормами. Позже, когда основанное ацтеками государство распространилось за пределы долины Мехико, они включили в свой пантеон ряд божеств покоренных народов и своих соседей. Таким образом, ацтекская мифология очень многолика и сложна по происхождению. Дальнейшему развитию и унификации отдельных ветвей этой мифологии помешала конкиста.

По индейским источникам историками М. Леоном-Портильей, Р.В. Кинжаловым и другими была воссоздана мифологическая концепция историко-художественного времени и пространства, в которой важнейшую роль играла числовая символика. Богатая числовая символика была связана, прежде всего, с представлениями о пространственно-временном устройстве мира. Число в мышлении индейцев являлось своеобразной моделью мира, ее мистическим выражением. Числа и числовые пропорции в их культуре и искусстве (архитектуре, живописи, поэзии, музыке) отражали жизнь и функции мифических существ и божеств, участвовавших в строительстве мироздания. Именно число в мифологической интерпретации во многом определило законы построения обрядовой музыки.

Для числовой символики в ацтекской мифологии очень характерна концепция единичности и одновременно множественности божеств. Так, например, есть божество воды Тлалок и в то же время множество его ипостасей – тлалоков, живущих на горных вершинах и в пещерах; существует божество солнца Тескатлипока белый (одновременно Кецалькоатль) и Тескатлипока красный (одновременно Шипе-Тотек) и др. Значение числа отразилось и на представлениях о божествах, непосредственно связанных с музыкой. Божеством музыки почитался Макуилшочитль («Пять цветов»), изображавшийся как юноша, играющий на флейте. Два основных культовых инструмента – барабаны тепонацтли и уэуэтль – тоже воспринимались как божества, временно живущие на земле. Без их звучания не обходилось ни одно культово-религиозное действо, инструменты-божества устанавливали перед храмами на пирамидах.

Основным принципом действия числовой символики в центральноамериканской мифологии является цикличность. В древних мифах индейцев обнаруживается идея смены исторических циклов с такими неизменными внутренними процессами как духовный импульс, кульминация культуры и спад с последующим катаклизмом. Историческое развитие представляется как ряд сменяющих друг друга циклов, в свою очередь, делящихся на более краткие циклические образования. Они охватывают собой исторические этапы больших временных масштабов, более 800 лет. Исторические этапы I – VIII веков и IX – XVI веков, согласно мифам, входят в последнюю, пятую эру существования центральноамериканских субцивилизаций, которая должна завершиться катастрофой. Представления о развитии Вселенной по определенным этапам и циклам и о вечной борьбе двух начал (света и мрака, солнца и влаги, жизни и смерти и т.д.) стали базовыми для ацтекской мифологии.

Учение о макроциклах-эрах свидетельствует о необычайной развитости космологических представлений центральноамериканских индейцев и помогает понять их концепцию Вселенной. Источником движения каждого цикла во Вселенной является идея противоположности, выраженная дуальным отношением. Как подчеркивает Р.В. Кинжалов, все пять эр истории Мезоамерики, согласно мифологии, проходили под знаком двух противоборствующих начал[66]. Такими началами были два солнца-божества – Кецалькоатль и Тескатлипока, приходившие к власти посредством свержения своего соперника или катастрофы. Каждый из макроциклов в отдельности был связан с одним из них. Эти два божества с их богатой мифологической и космологической символикой образно присутствуют в произведениях мексиканских композиторов XX века – например, в балетах «Четыре солнца» и «Пирамиды», а также в «Концерте для ударных» К. Чавеса.

Противоборством двух данных начал как источников Вселенной и времени определяется важность мифологической концепции времени. Сокращение временных масштабов от эры к эре, по мифологическим представлениям, приводило к ощущению времени как все более и более убыстряющегося процесса, стремительно летящего к вселенскому катаклизму.

В космогонических мифах центральноамериканских индейцев можно выделить и дуалистические представление о соотношении космического и звукового пространств. Мифологическая модель двух противоборствующих начал во Вселенной привела, например, у науа к идее божества Вселенной и символа мироздания, а также божества дуальности Ометеотля («оме» на языке науатль – «два»)[67]. Это центральная идея космологических

[66] См.: Кинжалов Р.В. Культура древних майя. Л.,1971.
[67] Это подчеркивает в своей книге «Философия нагуа» М. Леон-Портилья (М., 1961).

воззрений, которые в своих пространственных и временных аспектах пересекаются с представлениями о музыке и звуке. Дуалистический подход распространился повсюду – вплоть до звукоизвлечения на музыкальных инструментах. Например, игра на мембранофоне уэуэтль строилась на постоянном противопоставлении двух акустических высот – у обода и центра барабана[68].

Среди важнейших космологических проявлений Ометеотля, помимо временного деления мира на эпохи-циклы, существовало также пространственное разделение Вселенной на направления или квадранты. Кроме того, понятие Ометеотль включало в себя представления индейцев о Вселенной как о вертикальном мире с тринадцатью небесами вверху и девятью адами внизу. На одном из небес Вселенной, по преданию, когда-то жили музыканты – об этом повествуется в мифе о рождении музыки, приводимом ученым-американистом Б. Никольсон в своей работе «Мексиканская мифология»[69]. Уровни ада были связаны в основном с областью мертвых и потусторонними силами. Наиболее ярко характеристика подземного мира представлена в начале четвертого раздела «Пирамиды 3» К. Чавеса. Во втором разделе сочинения в условной форме средствами звукописи композитор показывает часть этого мифа, передавая образ возникновения первых капель воды из небесного пара.

Пространственная идея Ометеотля определяет также четыре направления Вселенной, которые совпадают со странами света, но охватывают гораздо больше – квадрант мирового пространства[70]. Первое направление – Восток («ометеотл-акатл»), страна красного цвета, область света, пиктографическим символом которого является «тростник», знак плодородия и жизни. Второе направление – Север («ометеотль-мимихкоа»), область мертвых, черного цвета, холодное и пустынное место, его пиктографический символ – «кремень». Третье направление – Запад, область белого цвета, страна женщин, пиктографический символ которой – «дом Солнца». Четвертое – Юг, область голубого цвета, расположенная слева от солнца, неопределенное направление, пиктографический знак которого – «кролик» («никто не знает, где скачет», говорили о нем).

Символика четырех направлений Вселенной была очень разнообразной и распространенной повсюду, в том числе и в музыке. Среди музыкальных инструментов выделяется флейта уиллакапицтли, из которой можно было извлечь только четыре различных по высоте звука. Многие исследователи-

[68] Это было подмечено К.Стивенсоном. См.: Stevenson K. Music in Aztec and Inca Territory. – Berkeley, Los Angeles and London, 1968.
[69] См.: Nicolson I. Mexikanische Mythologie. – Wiesbaden, 1967.
[70] Характеристика символики четырех сторон света дана в соответствии с исследованием М. Леона-Портильи «Философия нагуа», М., 1961. С. 140-141.

американисты (Б. Стивенсон[71], С. Марти[72] и др.) отмечают, что количество звуков у подобных флейт символизирует деление пространства на четыре квадранта. Более того, по мнению Б. Стивенсона, опора отдельных культовых музыкальных построений, исполняемых ансамблем уиллакапицтли, на четырехзвучную шкалу также, безусловно, связана с этим символом. Отметим, что символика числа четыре распространялась и на количество первоэлементов мироздания в мезоамериканской мифологии (ветер, вода, земля и огонь). Образ этих первоэлементов также воссоздан в упомянутом сочинении К. Чавеса «Пирамида 3». По свидетельству мексиканского историка культуры Новой Испании Б. де Саагуна[73], термин «ометеотл-акатл» широко использовался музыкантами-песнопевцами: этим словосочетанием они обозначали «звучать звонко, полно» или «играть на тепонацтли красного цвета, отличающимся ярким, звонким звуком», а также «играть на колокольчиках чилилитли».

Каждое из четырех направлений в центральноамериканской космологии имело свой период господства и отстранения от него. Отдельные годы считались годами восточного, северного, западного и южного направлений. По представлениям индейских мыслителей, пространственная определенность времени, конкретная направленность лет и дней к каждому из четырех направлений Вселенной привела к появлению движения («и-олли»). Характерна связь этого понятия с понятием «и-олло-тл» («сердце», «душа»). Таким образом, жизнь, символически изображаемая в виде сердца, не мыслилась без движения. Уподобление движения жизни биению сердца нашло отражение и в индейской музыке с первостепенным значением в ней ритма. Это проявилось в преобладании ударных музыкальных инструментов над остальными и в обусловленной этим повышенной роли ритма в музыкальной ткани. Преобладание движения какого-либо одного из четырех пространственных направлений существовало в каждом году, во всех днях вместе и в каждом в отдельности. В целом время и пространство соединялись и создавали гармонию между божествами (четырьмя силами), и это обусловливало движение солнца и жизни. В связи с временной фиксацией движения подчеркнем, что время суток в реальной жизни отмечалось звучанием музыкальных инструментов. Каждые четыре часа с вершин культовых сооружений раздавался звук многочисленных труб и морских раковин, который был слышен на многие километры в округе.

[71] См.: Stevenson K. Music in Aztec and Inca Territory – Berkeley, Los Angeles and London, 1968.

[72] См.: Marti S. Canto, danza y musica precortesianos. – Mexico, 1961.

[73] См.: Sahagun B. de. Historia general de las cosas de nueva Espana. – Mexico, 1956, Vol. I. P. 91.

Свою мифопоэтическую и числовую символику имела акустика различных залов и комнат в древних дворцовых комплексах городов Тескоко, Теночтетлана, Поленке, Майпана и др. Идея структуры Вселенной воспроизводилась в зале «тламатиниме ин куикани» («науки и музыки») во дворце правителя Тескоко Носауалкойотля. Описание этого зала приводит индейский летописец Иштлильшочитль. Слушатели располагались в четырех местах зала, символизировавших четыре направления сторон света, по которым звук шел из центра от сидящего там песнопевца с барабаном уэуэтль. Мыслители, поэты и некоторые из самых знаменитых военачальников государства воспевали там свои подвиги, а также исполняли песни нравоучительного содержания.

Числовая символика проявлялась и в представлениях индейцев о мироздании. Тринадцать небес вертикального мира мыслились как расположенные один над другим и разделенные своего рода перекладинами космические области. По нижнему из тринадцати, всеми видимому небу, двигалась луна, на него опирались облака. Самые же верхние, двенадцатое и тринадцатое небеса, служили источником созидания и жизни, местом нахождения Ометеотля: «Омейокан» – «жилище Единого-в-Двух». Перекладины между небесами служили как бы путями движения различных небесных тел («илгуикатл-о-тлатокилиц»). С представлениями о космосе у древних науа было связано и понятие «звук» («какуицтилицтли»). Жрецы считали, что возможно «услышать» («какуи») идущие из космоса звуковые вибрации («какуитиа» – «звучания, приходящие извне»), а затем «истолковать» («какуицтилиа») их значение[74]. Поэтому термин «илгуикатль-о-тлатокилиц», по нашему мнению, может означать также «следование мыслью за перемещением звезд и вслушивание в звуковые вибрации, вызванные их движением».

Художественным выражением представлений о вертикальном строении мира, делящегося на ряд небес, стали знаменитые мексиканские пирамиды. Они представляют собой ряд (четыре и более) поставленных друг на друга каменных платформ-ступеней, соединенных между собою лестницами. Своеобразными перегородками между платформами-небесами служили их площадки. При проведении обряда по ним шли люди, изображавшие божеств-символов небесных светил, и жрецы – служители этих божеств, а также другие участники ритуала. Во время шествия музыканты, меняя от «неба» к «небу» тембровый и регистровый состав голосов и инструментов, в числе прочих поднимались на самую верхнюю площадку, где располагался сделанный из дерева дом божеств. Подобный «космический путь» в

[74] Аналогичными по смыслу с понятием «какуицтилицтли» являлись термины «куусе» у майя, «ришидши» у сапотеков и «каджан» у миштеков.

обрядовом действе изображает с помощью техники аллеаторики в оркестровом сочинении «Пирамида 4» К. Чавес.

Проблему числовой символики нельзя не затронуть при обращении к мифологическим основам инструментальной музыки центральноамериканских индейцев. Среди множества божеств своего пантеона древние мексиканцы особенно почитали двух – Пернатого змея (Кукулькан у майя, Кецалькоатль у науа) и Тескатлипоку («курящееся зеркало» – образ вулкана). Из музыкальных инструментов главными были тоже два – упомянутые выше мембранофон уэуэтль и идиофон тепонацтли. На деревянном корпусе последнего часто изображали Кецалькоатля. В музыкальной ткани ритуальных построений звучание одного уэуэтля, порой напоминающее гул подземного огня, часто усиливалось благодаря соединению его с другими уэуэтлями (всего могло быть два, четыре, пять или десять больших или малых барабанов). Для участников обряда громоподобное звучание барабанов являлось своеобразным сильнодействующим наркотическим средством. Ансамблевый унисон ведущих мембранофонов, как правило, не сочетался по вертикали со звучностями идиофона тепонацтли, а противопоставлялся им во времени. Такой тип фактуры с чередованием двух контрастных звуковысотных пластов (помимо тембрового контраста имеет место и полярность регистров) воспроизвел К. Чавес в «Концерте для ударных».

Звукоположение партии тепонацтли в среднем и высоком регистрах музыкальной ткани также имеет под собой мифологическую подоплеку. Одна из ипостасей божества Кецалькоатля, изображавшегося на тепонацтли, связана с образом ветра, летящего над землей. Это отличает его от свойств божества Тескатлипоки как олицетворения подземной вулканической плазмы. Не случайно в звучание тепонацтли вкладывалось воздействие на струны человеческой души, а не на телесную оболочку, которая находилась во власти звучностей уэуэтля. Представляя собой горизонтальный барабан с двумя язычками, вырезанными вдоль продольной оси его цилиндрического корпуса, по которым били палочками с каучуковыми наконечниками, тепонацтли давал возможность извлекать звук с эффектом звучания колокольчиков. Соответственно числу язычков инструмента на тепонацтли можно было исполнить только два звука, взятые последовательно или одновременно. Несколько тепонацтли, как и уэуэтли, соединялись в ансамбль, при этом интервал, зависящий от длины и толщины язычков, менялся от одного инструмента к другому – приблизительно от большой секунды, через малую терцию до чистой кварты. Таким образом, фактура музыкальных построений подобных ансамблей представляла собой полиинтервальное сочетание и по вертикали, и по горизонтали. Это подметил и отчасти применил К. Чавес в своей фортепианной сонате и пьесе

«36», трактуя отдельные фортепианные регистры как звучности тепонацтли.

В отличие от разноинтервальных звуковых сочетаний тепонацтли, музыкальная ткань других монотембровых ансамблей (как, например, в случае с уэуэтлями) строилась на унисонном звучании инструментов-идиофонов – например, для передачи собирания телесных «сверхсил» перед битвой с врагом. Во многих исторических хрониках, повествующих о завоевании Кортесом Мексики, отмечается крайне необычное по тембру звучание унисона музыкальных орудий, называемых у майя «кайяб», а у науа «айотль» (барабан, изготовленный из панциря черепахи, по которому били оленьими рогами).

В целом, в музыке центральноамериканских индейцев майя и науа на рубеже XV – XVI веков особую роль играет символика чисел два, четыре, пять. Как было указано, число звуков, исполняемых и на уэуэтле (удар по ободу и по мембране), и на тепонацтли (два язычка), равнялось двум – это символизировало идею верховного божества Ометеотля. Двоичность, заложенная в двусложных именах главных божеств, отразилась в концепции звука. Образ божества Тескатлипоки, олицетворявшего два состояния вулканического вещества (твердое и плазменное), передавался на уэуэтле звуком, взятом на жестком ободе, и барабанной дробью в центре более пластичной мембраны. Четыре отверстия на флейте уилакапицтли символизировали четыре стороны света и четыре мировые стихии. Пять отверстий одной из разновидностей флейт соответствовало числу исторических периодов, эр существования дневнемексиканской цивилизации, а также имени божества-покровителя музыки Макуилшочитля («пять цветков»). Анализ числовой символики, непосредственно проявленной в музыкальной ткани ритуальных инструментальных построений, показывает, что скрепление звучностей музыкальной стихии пятиступенным (пентатонным) звукорядом явилось следствием осознания смысла «пятицветочного» божества музыки. Прямое подтверждение этому – или главная пятидольная рифмоформула, исполняемая на уэуэтле, или ансамблевый унисон пяти барабанов. Во многом понятна идея фактурного противопоставления, несовмещения во времени звучностей ансамблей тепонацтли и уэуэтлей, так как каждая из пяти исторических эпох или эр, согласно мексиканской мифологии, была связана с могуществом то Тескатлипоки, то Кецалькоатля. Также ясной становится числовая символика интервалов в фактуре традиционного обрядового ансамбля тепонацтли: на первое место выходили значения чисел два (секунда) и четыре (кварта), тогда как интервал терции находился в соответствии с числом ипостасей Кецалькоатля – божества ветра, науки и культуры.

Литература

1. Кинжалов Р.В. Культура древних майя. Л., 1971.
2. Леон-Портилья М. Философия нагуа. М., 1961.
3. Пополь-Вух. /Книга народа киче. – Кинжалов Р./. – М.-Л.,1959.
4. Garibay K.A.M. Semejanza de algunos concerptos filosoficos de las culturas hindu y nahuatl. – Cuadernos Americanos, Mexico, 1959, ano XVIII, Vol.CII, N2.
5. Marti S. Canto, danza y musica precortesianos. – Mexico, 1961.
6. Marti S. Instrumentos musicales precortesianos. – Mexico, 1955.
7. Munos Camargo D. Historia de Tlaxcala. – Mexico, 1892.
8. Nicolson I. Mexikanische Mythologie. – Wiesbaden, 1967.
9. Sachs C. The History of Musical Instruments. New York, 1940.
10. Sahagun B. de. Historia general de las cosas de nueva Espana. – Mexico, 1956, Vol. I.
11. Stevenson K. Music in Aztec and Inca Territory. – Berkeley, Los Angeles and London, 1968.
12. Toor F. A Treasury of Mexican Folkways. Part III: Music-Verse-Dance. – New York, 1947.

А.С. Алпатова

ОДИН ИЛИ МНОГО? ОТНОШЕНИЕ К ЧИСЛУ В АРХАИЧЕСКОЙ И ТРАДИЦИОННОЙ КУЛЬТУРЕ И МУЗЫКЕ
(на примере Австралии и Океании)

В истории мировой цивилизации число играет роль особого культурного кода. Оно собирает и обобщает данные многих явлений культуры тех или иных эпох, становится их символом. Оно может выступать как идентификатор религиозного сознания, определенного художественного стиля или творческого процесса в целом. По отношению к числу в культуре можно судить об уровне развития культурного мышления. При этом важным оказывается не направление движения этого развития в сторону «прогресса» или «регресса», а качественное наполнение информационного потока, выраженного числами. В традиционных и современных обществах такое качественное наполнение связано с «прачисловыми» категориями «один» и «много». Назовем их так условно в связи с универсальностью применения не только в естествознании, но и в самых различных областях культуры[75]. Именно в подходе к этим категориям наиболее ярко отражаются особенности менталитета, складывающегося в условиях какой-либо древней или современной культуры. Рассмотрим несколько аспектов проявления отношения к взаимодействию категорий «один» и «много» в архаической и традиционной культуре и музыке, в том числе на примере Австралии и Океании.

[75] Например, категория «много» не имеет точного числового выражения, а представляется некой беспредельной величиной – в математике это «плюс бесконечность».

Широко известна древнерусская сказка-притча о старике-отце, который собрал перед смертью своих сыновей, чтобы дать им последнее наставление. Отделив от веника прутик, старик попросил сыновей переломить его, и это получилось у них без труда. С такой же просьбой он обратился к ним, протягивая веник. На этот раз сыновья не смогли сломать связанные вместе остальные прутья. Обращенные к детям слова старика являются квинтэссенцией народной житейской мудрости: «Держитесь всегда вместе, и тогда никто не сможет вас одолеть». Как видим, простое противопоставление «один – много» вырастает здесь до уровня жизненно важного социального закона. На войне этот закон становится непреложным: воевать «в поле» может только воинство, представленное категорией «много» («рать», «тьма», «тысяча», «сотня»[76]). «Много», таким образом, олицетворяет собой силу, мощь, могущество, в то время как «один», единица – слабость, беззащитность или даже ничто. В противоположность традиционной коллективной, безличной в культуре Нового времени складывается актуальная и в наши дни антропоцентричная модель. Ведущее место в ней занимает «один». Эту категорию олицетворяет человек – центр мира, герой, царь природы. В романтической литературе «один» связан уже с мотивом одиночества – вспомним хотя бы строки лермонтовского стихотворения «Выхожу один я на дорогу…» и романс П. Чайковского «Снова, как прежде, один». В отечественной культуре советского периода акцент снова переставляется на «много». Ярким примером тому служат стихи В. Маяковского о партии. В данном случае она выступает эквивалентом «много»: «…Единица – это ноль… <…> А если в партию сгрудились малые, сдайся враг, замри и ляг…».

Соотношение «один – много» наиболее ярко характеризует архаические и традиционные мифологические системы народов мира[77]. Одно бо-

[76] Даже в войнах современной эпохи минимальное количественно-качественное выражение «много» дает взвод.

[77] В традиционном мифологическом и культурном сознании помимо соотношения «один – много» выделяется трактовка чисел два и три. Число два в архаических мифологических сюжетах племен Австралии и Океании определяет принцип дуализма. Он дополняет оппозицию «один – много» противопоставлением «один – два» или соединением «двух в одном» («два в одном» – почти как в современной рекламе!). Последнее проявляется в синкретизме: культурные герои в мифологии папуасских народов Океании (яркий пример тому – Угатаме) представляют собой и солнце, и луну, а также соединяют в одном лице мужское и женское начала. Соединение и разделение одного целого (человеческого, божественного) на мужское и женское характеризует не только мифологическое сознание, но и традиционную культуру и музыкальную практику. Типично наличие мужского и женского репертуара, разделение по этим признакам видов и жанров музыки. Три задает троичность или триадность в культурном мышлении. Для мифов аустроазиатских народов характерна трехчастная структура мира по вертикали. Верхний небесный мир населен божествами и предками, средний земной мир – людьми, нижний подземный – духами умерших людей.

жество, один культурный герой, предок или тотем противостоят в мифах многим духам, людям, членам рода или общины. Типичны также мифологические оппозиции «человек – звери» или «зверь – люди», «враг – друзья» или «друг – враги», «свой – чужие» или «чужой – свои»[78]. Архаические формы мифов широко представлены в культурах племен Австралии и Океании. Для них характерен конфликт героя со своим родом («герой – род»), уход и поиск нового сообщества («герой – новый род»). В мифологии австралийцев есть и другие варианты соотношения «один – много». «Один – один» представлен как «герой – чудовище», «много – много»[79] – как духи-охранители территории и предки-тотемы в странствиях живых людей в землю умерших. Общение с духами и предками происходит с помощью магических действий и песен, поэтому в музыкальной практике имеется богатый репертуар песен-обращений к ним.

В музыкальной культуре соотношение «один – много» получает воплощение в противопоставлении или взаимодополнении одноголосия (монодия) и многоголосия (полифония). Заметим, что исторически раньше складываются именно полифонические традиции (так называемое ленточное многоголосие или подголосочная полифония, гетерофония). Предпочтение им отдают и современные традиционные культуры народов мира. Сольные традиции закрепляются на более поздних исторических этапах, а до того имеют место лишь их элементы. Импровизация древнего сказителя или современного народного певца содержит зачатки авторства, но для традиции характерны не они, а вариантность как основной тип раскрытия мироощущения культуры и способ развития звукового материала. Сольный запев в архаических и традиционных ансамблевых и хоровых практиках народов Азии, Африки, Америки, Австралии и Океании указывает на прорыв творческой индивидуальности[80]. Но прорыв этот, как правило, непродолжителен, он служит для координации общих усилий, помогает руководить, управлять хором, ансамблем или оркестром. Главным качеством остается мощь хора, воплощаемая в звучании поддержка «большинством голосов», которая может быть понята в буквальном смысле – как при голосовании на выборах политических лидеров. Для вокальной музыки племен Океании характерны типы песен, сочетающих сольные запевы и хоровые

---

[78] Заметим, что современное прочтение «Свой среди чужих, чужой среди своих», как и «И один в поле воин», имеют прямо противоположный смысл.

[79] Представления о множественности и дробности в культурном мышлении в целом и в мифологии народов Океании заданы уже самими условиями жизни сотен этнических общностей на отдельных островах. Множественность мифологических персонажей, как и множественность их функций, выстраивается в соответствии с иерархией божеств и духов природы.

[80] В настоящее время такой «прорыв» осуществляется на уровне массовой культуры. Интересно, что среди современной молодежи в России, как и в племенах Океании, популярно сольное музицирование на варгане, которое используется для «саморазвлечения».

припевы. Подобные песни распространены на островах Микронезии (деребсбес). Еще один тип – коллективное пение коул, в котором различают четыре вида песен. В коулин кава («старые песни») соло сочетается со скандированием, коулин кахлек («песни с танцами») сопровождаются (иллюстрируются) танцами, коулин сарави («священные песни») исполняются в знак уважения к власти, коулин сампах (песни мира») представляют современные светские и иностранные песни. Действие принципа «один – много» в вокальной музыке народов Океании проявляется и в отношении к тексту. На Каролинских островах (атолл Улитхи), например, один и тот же текст может быть положен на различные мелодии и спет по различным поводам, при этом в соответствии с обстоятельствами меняются темп и ритм. Множественность-многозначность трактовки одних и тех же видов пения видна на примере жанра аруеру. Передавая глубокое переживание по поводу смерти человека, аруеру исполняется в момент смерти и сразу после смерти, а также в знак воспоминания об умершем. В то же время пение аруеру может быть исполнено как хвалебное в честь хорошего руководителя или рыбака, а также в начале строительства нового дома.

В архаической и традиционной вокальной и инструментальной музыке народов мира в целом и аборигенов Австралии и Океании в частности в полной мере проявляется понимание категории «много» как воплощения мощи и могущества. Как правило, коллективное пение выражает общее настроение, служит социальному единству. В архаических обществах и в традиционной культуре вся жизнь подчинена единому ритму, единому движению. Это закрепляется в ритуальной практике. Все участники обряда соединяются в одном общем порыве, это способствует их сплочению и в быту, и в трудовой деятельности[81]. Песни патрилинейных кланов у аборигенов Арнемленда в Австралии в сопровождении духового инструмента диджериду[82] исполняются буквально по всем поводам социальной жизни. Их поют представители как собственного клана и клана бабушки по материнской линии, так и родственного клана. Клановые песни включают праздничные обрядовые песни в честь тотемов[83]. В церемонии обрезания

---

[81] В современной массовой культуре потребность в единстве выражается в тяге к псевдообрядовой деятельности. ее проявлением становятся организованные или стихийные демонстрации и шествия с участием людей самого разного возраста, реконструированные или модернизированные неоязыческие обряды, а также молодежные дискотеки и вечеринки.

[82] Диджериду в настоящее время является символом национальной австралийской музыки. Происходящий из Северной Австралии, этот духовой инструмент завоевал признание во всем мире. С другой стороны, среди аборигенов стали популярными такие интернациональные музыкальные жанры, как кантри, рок и рэггей. В наши дни они часто объединяются с элементами традиционной музыки.

[83] В качестве тотемов могут выступать приблизительно двадцать одно различное животное или разновидность растения (например, Ворона, Белый Какаду, Зеленая Черепаха или Ямс),

такие песни и танцы раскрывают смысл ритуальных тотемных татуировок, наносимых на тело мальчика. Клановые песни-плачи поются также во время похоронного обряда, их исполняют женщины[84]. Наконец, клановые песни используются в дипломатическом племенном ритуале мараджирри или ром, в тайных церемониях и как развлекательные.

Не менее важно действие категории «много» в инструментальной практике племен Австралии и Океании. Коллективная игра на инструментах передает гармонию природы, мировой порядок. Основу инструментальной музыки, как и у многих других народов мира, здесь составляют самозвучащие ударные инструменты – идиофоны. В архаической и традиционной музыке этот тип инструментов используется преимущественно в ансамблях и оркестрах[85]. Однородные или смешанные составы применяются для сопровождения танцев и пения, а также в качестве «чистой музыки». Свое полное выражение идея «много» получает в процессе ансамблевого музицирования. Множество звучащих материалов, а по традиционным представлениям, сущностей (духов) природы не просто передают все богатство красок и тембров окружающего мира, но раскрывают его смысл и предназначение. Многократное утверждение этого смысла является основной целью музыкальной коммуникации. Яркий пример подобного подхода дает практика игры на деревянных щелевых барабанах в Меланезии. В районе Сепик на острове Новая Гвинея некоторые щелевые барабаны длиной более четырех метров выполнены в виде крокодилов с головой и хвостом и хранятся в домах духов. На острове Вануату высоко ценятся щелевые барабаны, имеющие стилизованное изображение человека или духа и достигающие высоты до шести метров. На Соломоновых островах огромные горизонтальные щелевые барабаны используются как знаки престижа их владельцев. В XIX – начале XX столетий на островах Океании как сольные и ансамблевые инструменты широко используются гитара, гавайская гитара, мандолина, гармоника, аккордеон, а также тростниковые органы. До настоящего времени распространено пение в сопровождении гитары. Западные барабаны являются неотъемлемой частью многих ансамблей, исполняющих популярную музыку.

материальные предметы (аэрофон диджериду) и духовные сущности (марравал). В текстах песен описываются качества того или иного существа или предмета.

[84] Особое значение имеют песни, сопровождающие душу покойного в страну мертвых того клана, к которому он принадлежал. Похоронный обряд разделяется на три этапа. Первый заключается в подготовке тела к захоронению и собственно похоронах; второй (через несколько месяцев) – в чистке и окраске костей покойного и вручением их родственницам для сохранения; третий (спустя некоторое время) – в захоронении останков в гробе, вертикальном полом бревне.

[85] Исключение составляют идиофоны, служащие сигнальными орудиями.

Оппозиция «один – много» сохраняет свою силу в современных научных представлениях о мире, а также в происходящих политических процессах. В научной картине мира устойчивы оппозиции «одна Солнечная система – много вселенных и галактик», «одна Земля – много планет», «один мировой океан – множество различных водоемов» и др. В политике и культуре имеют место тенденции к глобализации, объединению культур, с одной стороны, и к сохранению их этнической самобытности, с другой. В отличие от науки, на уровне культуры противоположность «один – много» имеет не столько количественное, сколько качественное выражение. Противоречие между двумя составляющими соотношения «один – много» связано с двухаспектной трактовкой понятия «много», которое выступает одновременно как множество и как единство. Это противоречие объясняется математическим соотношением «множество – подмножество». «Один» может выступать как неделимая, самодостаточная величина, а может включать в себя «много»; в свою очередь, «много» принимает облик «одного». В результате возникает диалектическая триада превращений «одного» в «много» и наоборот. Выглядит она так: «один» как «один» – «много» как «много» – «много» как «один» (см. табл. 1).

Таблица 1

«один» как «один»	**«много» как «много» (подмножества)**	**«много» как «один» (множество)**
неделимость	разъединение	единство
нерасчленимость	расчлененность	сплоченность
цельность	дробность	целостность
гармония	хаос	космос

В музыкальной культуре эта идея также получает воплощение в традиционной и классической вокальной (сольной и хоровой) и инструментальной (ансамблевой и оркестровой) музыке. Наиболее яркий пример хорового единства («много как один») дает пение хором в унисон, которое было для музыкальной практики в древних культурах. Его прототипом является архаическое коллективное скандирование, применяющееся до наших дней у племен Океании. Скандирование сопровождает коллективные работы (например, строительство каноэ) и похоронные обряды, а также аккомпанирует танцам. По поверьям аборигенов Австралии, наиболее глубокое воздействие на людей оказывают коллективные песни и танцы, восходящие к мифологическому «правремени» – «эпохе сновидений». Поэтому на их исполнителей и свидетелей накладывается ряд запретов и ограничений. Основные обряды, в которых используются песни, – это обрезание мальчиков и переход души умершего в мир мертвых. Еще в конце 1960-х годов в племенах нгариньин, вунамбал и ворора обрядовые песни вызова дождя исполнялись в честь главного культурного героя эпохи сновидений –

Ванджина. У племени нгариньин на северо-западе до настоящего времени основу обрядов инициации составляют ритуальные циклы Валунгарри. В южных и северо-восточных районах аналогичные циклы стали средством ритуального обмена между племенами[86]. Наиболее распространенные песенно-танцевальные жанры у племен Австралии[87] обычно исполняются смешанным хором в сопровождении палок-бумерангов или хлопков по телу. Считается, что такие песни сочиняются под воздействием духов после путешествия с ними в невидимый мир[88].

Противопоставление соло и хора как соотношения «один – много» лежит в основе традиций респонсорного пения. В архаических хоровых практиках смысл сольного запева заключается в том, чтобы дать хору творческий импульс, определить высоту тона, характер и метроритм, напомнить мотив. В антифонном же пении два хора соотносятся как «один – один» или «много – много». В архаической и традиционной инструментальной музыке единое неделимое целое («один») представляют собой ансамбли малого состава и многосоставные оркестры, включающие самые разные инструментальные тембры («много»)[89]. В музыкальной практике племен Австралии и Океании политембровость выступает как всепредставленность природных материалов в качестве духовных сутей природных явлений, голосов духов и предков. Еще одно проявление принципа множественности дает танцевальная культура Океании[90]. В 1950-х годах на островах Микронезии с целью обращения к божеству Тилитру исполняли коллективный танец гапенгапенг, а для развлечения божеств – церемониальный танец ур (дословно «игра», «пьеса»)[91].

Различие смыслов «один» и «много» было заложено на самых ранних этапах культурогенеза человечества. Об этом свидетельствует наличие единственного и множественного числа во всех без исключения языках

---

[86] Ритуальный обмен коллективными песнями и танцами между племенными группами был характерной особенностью социокультурной практики аборигенов Австралии с давних времен. Это служило распространению традиций различных племен на соседних территориях. В современной культуре этому способствуют средства массовой информации, сети коммуникаций и новые электронные технологии.

[87] Джунба в Кимберли, нурлу и дьюдью в южных районах, илма на севере, мару в юго-западных районах и дхамба на северо-востоке, а также джадми, бальга и галинда у нгариньин

[88] Автор цикла из двадцати семи песен джадми джунба Ньялгоди из Кимберли сочинял их после путешествия в страну мертвых Дулугун с духом его дедушки в 1973 году. По традиционным представлениям, песни вангга передаются живым исполнителям духами умирающих певцов.

[89] Для западноевропейской классической инструментальной музыки Нового и Новейшего времени, наоборот, типично противопоставления соло и ансамбля или соло и оркестра.

[90] Большая часть танцев в культуре племен Океании предназначена для иллюстрации поэтических текстов песен, некоторые посвящены теме изобилия земли и моря.

[91] С распространением христианства эти танцы стали исполнять как светские.

народов мира. В ряде современных языков местоимения во втором лице единственного и множественного числа не отличаются друг от друга. Понять, какое количество человек подразумевается при обращении к ним, можно из контекста или с помощью других слов в предложении. В этикетных формах обращения в древних языках, напротив, множественное число подчеркивает важность одной-единственной персоны, к которой обращается говорящий. В церковно-славянском языке помимо единственного и множественного применялось также двоичное число, которое было упразднено (заменено на множественное) в русском языке. В индоевропейских языках могут быть обнаружены и другие смыслы «один» и «много» – для этого между ними достаточно поставить значения «мало» и «немного». Однокоренные или родственные русским санскритские слова указывают на происхождение их смысла. Санскритское «mālika» означает венок, гирлянду или количество (в данном случае цветов, речь идет об обрядовой жертве цветочными гирляндами). Близкое ему в русском языке «мало» – это тоже не один и не много, а некоторое небольшое количество. Санскритское «manāk» (немного) связано с «man» (считать, полагать, знать, думать). Санскритское «mahata» означает не только величие, но и размер, и величину, т.е. тоже количество, но на этот раз «много». В смысле слов «мало» и «немного» есть указание на динамику или статику[92]. «Мало» обозначает недостаточность, нехватку и содержит скрытый вопрос или просьбу: мало – значит, не хватает, и надо еще. «Немного» скорее может означать достаточное количество и употребляется чаще как утвердительное по смыслу слово. В то же время «много» может быть как «достаточно много», так и «слишком много». Кроме того, в языковых значениях «мало», «немного» и «много» заложен и другой смысл – величин исчисляемых, которые можно посчитать, определить количеством штук, и неисчисляемых, которые нельзя посчитать, но можно измерить[93]. Математически эти понятия тоже различаются. Пожалуй, единственное, что их объединяет, это отношение к

---

[92] Динамику превращения «один» в «много» передает припев к популярной русской песне-танцу «Цыганочка»: «Эх, раз (то есть один – А.А.), еще раз (то есть два как один и один – А.А.), еще много, много раз (то есть много как больше двух и как много раз по одному – А.А.)».

[93] В качестве «много» в традиционном культурном мышлении могут выступать те или иные числа. Среди них, например, такие, как семь (русские пословицы о лени и медлительности «Один с сошкой, семеро с ложкой», «Семеро одного не ждут»); два и двадцать два (пословица о сплетниках и распространении слухов «Знает один, знают два, знают двадцать два»); сто (пословица о предпочтении одиночества общению и дружбе, а богатства – среднему достатку или бедности; «один» в ней не называется, но подразумевается – «Не имей сто рублей, а имей сто друзей»).

нулю, который в данном контексте условно можно обозначить как «ничто», «отсутствие», «пустота». Покажем это в табл. 2[94].

Таблица 2

один	**мало**	**немного**	**много**
1 > 0	мало > 0	немного > 0	много > 0
1 = 1	мало = 1 (?)	немного = 1 (?)	много > 1
1 < 2	мало > 1 (?)	немного > 1	много = 2 (?) или > 2
1 < много	мало < много	немного < много	много < много или = много (?)

Постепенный переход от одной категории к другой постоянно происходит в живой музыкальной практике. Более того, на этом принципе строятся основные закономерности развития музыкального материала как в западной, так и в восточной классической музыке. Ярким примером его проявления являются динамические приемы постепенного усиления (крещендо) или уменьшения (диминуэндо) звучания. Еще один интересный прием – нарастание количества тембров-инструментов в классической западноевропейской оркестровой и индийской ансамблевой музыке. В сфере традиционной и архаической музыки племен Австралии и Океании чаще встречается контрастное сопоставление динамики или тембров. Однако постепенный переход характеризует область обрядовой практики. Нарастание общей динамики в музыкальном сопровождении обряда способствует вхождению в состояние транса его участников. Это происходит в песнях цикла корробори – коллективного обрядового действа аборигенов Австралии. Песни гама и маррга исполняют мужчины в сопровождении бумеранга[95], в текстах используются звукоподражания или слоги, не имеющие смысла. Считается, что певцов вдохновляют духи.

Отношение к числу в целом и к категориям «один» и «много» в культурах народов мира наиболее полно выражается в системах счета. Традиционно используются пятеричная, десятичная и двенадцатеричная системы. Пятеричная и десятичная уходят корнями в архаический счет с помощью пальцев рук и ног. В условиях родовой жизни в случае необходимости считать большие числа собирали членов рода и считали и свои, и их пальцы. Подобный счет также дает интересные примеры превращений «одного» в «много» и наоборот. Этот принцип лег в основу создания древнего механического приспособления для счета – прибора «счёты», а также остается основным на начальных стадиях обучения детей арифметике. Продемонстрируем это в Таблице 3.

[94] Вопросы, поставленные в таблице в скобках, указывают на неоднозначность или спорность вывода.

[95] Часто пению аккомпанируют женщины, играющие сидя на архаическом мембранофоне – растянутой на бедрах коже.

Таблица 3

действие сложения	**результат сложения – сумма**
«один» (большой палец одной руки) плюс «много» (четыре пальца одной руки)	«много» (пять пальцев) или «один» (рука)
«один» (рука) плюс «один» (рука) или «много» (пять пальцев одной руки) плюс «много» (пять пальцев другой руки)	«много» (две руки или десять пальцев двух рук)
«много» (две руки или десять пальцев двух рук) плюс «много» (две ноги или десять пальцев двух ног)	«много» (две руки и две ноги или двадцать пальцев двух рук и двух ног) или «один» (человек)

Проведение счетных операций с помощью звуков было одним из наиболее ранних элементов в развитии музыкальной культуры. На наш взгляд, оно могло проявляться в музыкальной практике неосознанно. На это указывают современные архаические образцы музыки народов мира, основанной на монотонном повторении одного и того же звука или мотива на протяжении практически всего времени звучания того или иного музыкального образца. С одной стороны, такое повторение еще не может использоваться как особый прием развития, как это принято в современной музыке, и создает впечатление неразвитости музыкального языка. С другой стороны, повтор может давать психологическую настройку на медитацию или вхождение (вживление) в образ. Однако эта практика более поздняя и связана с религиозными культурами. На стадии же первобытной музыки механическое повторение звуков способствует запоминанию, то есть отложению в памяти неких условных абстрактных счетных единиц. Нельзя забывать о том, что в древних культурах практика запоминания основывалась именно на многократном повторении-пропевании звуков, букв, слов, словосочетаний, цифр, чисел и т.п. Проговаривание различного рода текстов нараспев было своеобразным архаическим эквивалентом современных процессов фиксации информации. Только в отличие от наших дней, в древние времена запись производилась не на бумаге, магнитофонной ленте, виниловом или лазерном диске, дискете или устройстве USB, а непосредственно на коре головного мозга с помощью звука. Таким образом, носителем информации выступал сам носитель традиции.

Наконец, еще один ракурс проблемы взаимоотношения категорий «один – много» связан с ориентацией человека в пространстве. Это проявляется как в практической жизни, быту и трудовой деятельности, так и в обрядах и ритуалах[96]. Оппозиция «один – много» дает указание на точку отсчета, обозначает ракурс видения, характеризует возможности зрения и глазомера. Один – это приближение, увеличение, оптимальная для рассмотрения величина. Много – это удаленность объектов, уменьшение их

[96] Заметим, что в геометрии (стереометрии) «один» и «много» могут противопоставляться как «односторонний» и «многосторонний», как плоскость и объем.

размеров, дробность, предел видимости. В области пространственной ориентации с помощью звука границы восприятия расширяются. Объект может находиться вне зоны рассмотрения, но быть слышимым, а сила звука одного инструмента может быть приравнена к звучанию целого ансамбля или оркестра. Пространственная игра с динамикой звука характеризует традиционные музыкальные практики во многих культурах народов мира. Контрасты оркестровых и ансамблевых соло и тутти были характерны для старинной западноевропейской музыки. В вокальной музыке современных племен Австралии и Океании широко используются динамические противопоставления соло и хора, создающие эффект разделения пространства. В области сигнальной музыки племен островов Микронезии и прибрежных районов Австралии применяется техника усиления звука с помощью морской раковины.

В целом среди различных числовых соотношений в архаической и традиционной культуре и музыке многих народов мира и особенно Австралии и Океании соотношение «один – много» продолжает действовать как основное. Понимание его смысла приходит с изучением всех сфер родоплеменной жизни и ранних форм культурной деятельности.

Литература

1. Ryan M. Australian Ethnic Music: A Reflection of Divergence // Musicology Australia, xi–xii, 1988–1989. P. 14–22.
2. Zion L. The Sound of Australian Music // Constructing a Culture, ed. V. Burgman and J. Lee. Fitzroy, 1988. P. 209–223.
3. Gill W.W. Myths and Songs from the South Pacific. London, 1876.
4. Browning M. Micronesian Heritage // Dance Perspectives, xxxxiii, 1970.

Т.Б. Бонч-Осмоловская

РАЙМОН КЕНО: ПИСАТЕЛЬ-МАТЕМАТИК

Писатель и поэт Раймон Кено (1903-1976) оставил огромное и разнообразное творческое наследие, немалую долю в котором занимают математические и около математические работы.

В сфере математики Р. Кено интересовало то, что казалось бы лежит на поверхности – головоломки, занимательная математика (по Мартину Гарднеру), теория чисел, теория групп и умножение матриц, которые также не требуют очень сложных специальных знаний.

Так, некоторое время Р. Кено, по свидетельству Ле Лионне, занимался изобретенным им классом чисел, которые можно назвать «гиперпростыми». Напомним, что простыми числами называются такие, что не имеют

делителей, кроме единицы и самих себя, как 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19. Кено же определял число как «гиперпростое слева» (и, соответственно, справа), если из простого числа, записанного десятичными знаками, при последовательном отбрасывании одной и больше цифр слева (и, соответственно, справа) также образуется простое число (принимая для удобства единицу за простое число). Например, число 17 в этом смысле является одновременно гиперпростым слева (7) и справа (1). Наибольшее найденное Кено гиперпростое число справа: 1979339339, слева: 12953, одновременно слева и справа – 3 137.

Такое определение кажется совершенно бессмысленным: непонятно, имеют ли гиперпростые числа какой-либо «физический смысл», т.е. могут ли они где-нибудь кому-нибудь понадобиться. Но, вообще говоря, многие математические открытия первоначально делались «просто так», без всякой практической цели, и даже преднамеренно бесцельными. Что не мешало им позже становиться социально значимыми, даже лежащими в основании некоторой области науки или технологии[97]. И если «гиперпростые» числа Р. Кено кажутся сегодня не более чем выдумкой, может статься, завтра они станут основой некой неведомой науки.

А может статься, и не станут. Их красота, а красота присуща, по Р. Кено, всем числам без исключения[98], от этого не исчезнет.

«Что он находил в математике, – указывал Ф.Ле Лионне, -- эта комбинация, которой нет ни в какой области человеческой деятельности – смелость и интеллектуальный экстремизм, восторженная фантазия и безжалостная строгость. И также та гамма эмоций, которая проходит от витания в облаках, через коллекцию несовершенных достопримечательностей, до созерцания могучей целостности».

---

[97] Например, П.-А. Мак-Магон, английский математик (1854–1929), разрабатывая теорию латинских прямоугольников исключительно из вкуса к парадоксам и вызова утилитаризму, считал, что она всегда будет стерильна и бесполезна. Но практика планирования эксперимента базируется сейчас именно на ней.

[98] В статье «Ложные предположения в теории чисел» (Queneau, R. Conjectures fausses en theorie des nombres. // Queneau, R. Bords: Mathematiciens, precurseurs, encyclopedistes. Paris, Hermann, 1963. Pp. 31-36) он доказывал это утверждение, опираясь на известный парадокс о «казни врасплох»: пусть все числа разбиты на два класса, в первый отнесем интересные, то есть такие, про каждое из которых можно что-то сказать: то простое, это равно сумме своих делителей, а то – двадцать первый член последовательности Фибоначчи, и т.п. А во втором классе будут числа неинтересные. Но наименьшее из «неинтересных» чисел уже этим интересно, и переходит в первый класс, далее – оставшееся наименьшее из неинтересных чисел тоже становится интересным и тоже переходит в первый класс, и т.д. Разумеется, это «доказательство» не более, чем шутка, но шутка, имеющая красивую логическую основу и серьезное следствие – все числа интересны.

Опубликованная в дневниках Кено «Моя жизнь в цифрах»[99] является просто забавным, как все у Кено – талантливым, рассказом из жизни арифмомана, подсчитывающего все, от количества (и химического состава) съеденной пищи (с усреднением за 145 дней 11 часов 50 минут) до количества «особ женского пола», которых ему удалось «закадрить» (271 – за то же время? «за все существование с момента рождения»?), и которые «закадрили» его (538). И, по крайней мере, отправная его точка является автобиографичной, ибо имя и фамилия главного героя также состоят из семи букв, как и у самого Кено (Raymond Queneau).

Работа «Некоторые краткие замечания относительно аэродинамических свойств сложения»[100] также является шуточной, объединяющей две, казалось бы, совершенно различные области: сложение натуральных чисел (2+2=?) и аэродинамику, причем автор рассматривает влияние такого физического явления, как ветер, в абстракцию арифметики[101]. Это объединение или, может быть, столкновение, и порождает «патафизическое» открытие Кено: 2+2=5.

В работах Кено нет сложного математического аппарата – самое сложное, что может встретиться читателю, это умножение матриц[102], причем элементами их будут буквы или слова, или просто умножение переменных[103].

Так, в «X принимает У за Z»[104]: X и У – имена персонажей литературного произведения, записанные в левом столбце и верхней строке «таблицы умножения» Z, которая представляет собой «произведения» X на У – кого персонаж X увидел в персонаже У. Так, нормальная ситуация, когда каждый принимает каждого за того, кем он является, может быть изображена таблицей:

	A	B	C
A	A	B	C
B	A	B	C
C	A	B	C

[99] Queneau, R. Ma vie en chiffres. // Queneau, R. Journaux, 1949–1965. Pp. 743–746.

[100] Queneau, R. Quelques remarques sommaires relatives aux proprietes aerodynamiques de l'addition. Cahier du College de Pataphysique, N. 1, 15 clinamen 77 EP, pp. 21-22 (vulg. 6 avril 1950).

[101] Нужно еще отметить, что вопрос, сколько будет 2+2 не столь прост, как кажется. Лишь в середине XIX века Г.Грассману удалось выбрать систему основных аксиом, определяющих действия сложения и умножения так, чтобы остальные положения арифметики (в том числе 2+2=4) вытекали бы из них как логическое следствие.

[102] Queneau, R. Meccano. // Le Cahier du Herne. N. 29, 1975. Pp. 61-66; Queneau, R. L'analyse matricielle [du langage]. // Le Cahier du Herne. N. 29, 1975. Pp. 55-60.

[103] Queneau, R. La relation X prend Y pour Z. // L'OULIPO: La litterature potentielle. Paris: Gallimard, 1973. Pp. 62-65.

[104] Ibid.

Ситуация водевиля, когда каждый принимает себя за себя, но путает других, изображается:

	A	B	C
A	A	C	B
B	C	B	A
C	B	A	C

Кено рассматривает случай, когда все персонажи принимают себя за себя ($a^2=a$, $b^2=b$) и не принимают других за себя ($ax\neq a$, $bx\neq b$…). Тогда для двух персонажей будет только одна ситуация:

	1	2
1	1	2
2	1	2

Для трех персонажей будет двенадцать ($2^2*3=12$) ситуаций, одна из которых представлена таблицей:

	1	2	3
1	1	2	2
2	1	2	3
3	2	2	3

Для четырех персонажей – $3^3 * 4 = 108$ ситуаций, и в общем случае – для $n>2$ персонажей будет $n(n-1)^{n-1}$ ситуаций.

Раймон Кено приводит теорему: «таблица умножения будет соответствовать операциям группы (абелевой или нет), когда реализована следующая ситуация: никто не принимает себя за того, кто он есть, и не принимает других за тех, кто они есть, за исключением единичного элемента, который принимает себя за того, кто он есть и других за тех, кто они есть. То есть таблица умножения группы соответствует ситуации водевиля и противоречит взгляду проницательного наблюдателя (например, автора)»[105].

Тогда для трех элементов ситуация может быть представлена следующей таблицей, которая иллюстрирует теорему Кено:

	E	A	B
E	E	A	B
A	A	B	E
B	B	E	A

Для четырех элементов можно предложить аналогичную таблицу:

[105] Расшифруем: группой называется множество элементов, на котором задана операция (умножение), удовлетворяющая свойствам: 1. ассоциативность $a*(b*c)=(a*b)*c$, 2. есть единичный элемент: для любого элемента группы A выполняется равенство: $A*E=A$ и $E*A=A$, и 3. для каждого элемента группы есть обратный элемент, такой что $A*A^{-1}=A^{-1}*A=E$. И Р. Кено, следовательно, утверждает, что таблица умножения персонажей будет удовлетворять описанным здесь свойствам (ассоциативность, единичный элемент, обратный элемент) в водевильной ситуации, причем персонажи неспособны верно идентифицировать даже себя самих (за исключением единичного элемента, автора).

	E	A	B	C
E	E	A	B	C
A	A	C	E	B
B	B	E	C	A
C	C	B	A	E

Легко видеть, что в этих случаях теорема Кено выполняется. Однако элемент E (проницательный наблюдатель или автор), который не заблуждается ни в отношении себя, ни в отношении других персонажей, не может быть независимым от них, ибо тоже втянут в их игру – персонажи (A, B, C) принимают каждый его за себя (из свойства единичного элемента A*E=A), а также принимают других за него (из свойства обратного элемента A*B=B*A=E). Таким образом, автор, хотя он и сохраняет трезвость взгляда, сам становится персонажем такого литературного произведения, в котором каждый ошибается, видя в другом не того, кем тот является на самом деле (романа «кривых зеркал»).

Далее автор рассматривает свойство абелевой группы. Напомним, что по определению группа является абелевой, когда операция, на ней заданная (умножение), обладает свойством коммутативности: A*B=B*A для любых A и B, принадлежащих группе. Для литературного произведения, в трактовке Кено, это означает, что если Поль принимает Жана за Сержа, то и Жан примет Поля за Сержа. Кено предлагает читателю отыскать примеры в романе или театральной пьесе, написанной на французском или каком-либо иностранном языке.

Автор рассматривает еще несколько схем: если субъект уже мертв, то он не может ни «принимать себя» за кого-то, ни «принимать» за кого-то других персонажей, и, однако, он также может быть включен в игру. Например, ситуация сумасшедшего дома, в котором обитатели каждый принимает себя за Наполеона:

	A	B	C	N
A	N	B	C	A
B	A	N	C	B
C	A	B	N	C
N	0	0	0	0

Разумеется, нули в таблице умножения нежелательны, на графе они изображаются изолированными точками, и всегда хочется от них избавиться. Случай Наполеона можно трансформировать в воображаемую ситуацию, когда персонаж (или читатель) отождествляет себя с героем:

	A	B	C	N
A	N	B	C	N
B	A	N	C	N
C	A	B	N	N
N	A	B	C	N

Кено также приводит таблицу, в которой фигурируют Сын Иокасты, Эдип, приемный отец и Иокаста, из которых Эдип и Иокаста заблуждаются, принимая сына Иокасты за мертвого (несуществующего), сын Иокасты отождествляет себя с Эдипом, а приемный отец их путает:

			A	B	C	Д
Сын Иокасты	=	A	B	B	C	Д
Эдип	=	B	0	B	C	Д
Приемный отец	=	C	B	A	C	Д
Иокаста	=	Д	0	B	C	Д

Можно по примеру Р. Кено предложить еще несколько аналогичных таблиц. Скажем, A путает двойников B и C:

	A	B	C
A	A	B	B
B	A	B	C
C	A	B	C

Кихада принимает себя за Дон Кихота Ламанчского, Альфонсу Лоренцо за Дульсинею Тобосскую, а мельницу – за великана:

	К	АЛ	М
К	ДКЛ	ДТ	В
АЛ	К	АЛ	М
М	0	0	0

Женихи Пенелопы принимают Одиссея за нищего старца и не видят помогающую ему Афину:

	Аф	Од	Ж
Аф	Аф	Од	Ж
Од	Аф	Од	Ж
Ж	0	Ст	Ж

Аналогичными схемами описываются также всевозможные детективные и шпионские романы, греческие мифы с меняющими облики божествами, истории об авантюристах, сказка Гоффмана о Крошке Цахесе, рассказы Вудхауза и любимые Раймоном Кено романы о Фантомасе. Вообще, всякая двойственность, маска, скрывающая неизвестного, и заблуждение относительно самого себя привлекает здесь Р. Кено, как математическая загадка, в которой за X прячется тайна, требующая разгадки, работы ума.

Известно, что в 20-е годы Р. Кено состоял в кружке сюрреалистов, возглавляемом А.Бретоном, проповедовавшем спонтанное, интуитивное, неподвластное воле автора творчество, но позже, разойдясь с сюрреалистами, Р. Кено стал убежденным и последовательным сторонником строгого формального подхода к литературному творчеству.

Вершиной такой высокоструктурированной литературы стали теоретические и практические работы объединения УЛИПО, образованного Р. Кено и Фр.Ле Лионне в 1960 году. Члены объединения сошлись в стремлении работать над литературными головоломками, игре с языком – буквами, звуками и словами, шутке, стоящей на строгом научном фундаменте.

Этот поиск фундамента, основ творчества может быть долгим и трудным, и не всегда результативным. В романе Р. Кено «Одиль» его герой, математик-самоучка Трави занимается вычислениями по десять часов в день, «бороздя бесплодную землю, прилежно и упрямо, как бык и осел в одном лице» [106].

В момент кризиса герой так описывает свое времяпрепровождение: «Я занимался расчетами расчетов, бесцельными, бесконечными и чаще всего совершенно бессмысленными. Я пьянел от цифр, и принимал это за математику! Я был вычислительной машиной, которая сбивалась со счета» [107]. (Вспомним арифмомана Проспера Рамболя из рассказа «Моя жизнь в цифрах».)

Трави, как и его создатель, Р. Кено, работает в области теории чисел, в которой новую гипотезу доказать нелегко. Множество открытий, казалось бы, лежит здесь на поверхности, как драгоценные камни или перламутровые ракушки на каменистом берегу, но вместе с тем теория чисел как раз характеризуется обилием высказываемых предположений, которые только впоследствии, зачастую спустя много лет, оказываются доказанными или же опровергнутыми [108]. Некоторые из таких, даже ложных, предположений

[106] Кено, Р. Одиль // Кессель, Ж. Дневная красавица; Кено, Р. Одиль; Фрестье. Ж. Отей. М., Палимпсест; Республика, 1995, с. 150.

[107] Там же, с. 228–229.

[108] К ним относятся, например, предположение Эйлера о невозможности построения греко-латинского квадрата степени 2к+2; предположение Ферма, что все числа вида $2^{2**к}+1$ являются простыми (и оно действительно верно для к=1, 2, 3, 4), однако Эйлер показал, что при к=5 такое число является составным. Еще пример: проблема, получившая название проблемы Гольдбаха, сформулированная им в 1762 году в письме к Эйлеру: всякое ли целое число, большее или равное шести, может быть представлено в виде суммы трех простых чисел? В ответ Эйлер высказал предположение, что каждое четное число может быть представлено в виде сумы двух простых чисел. В течение долгого времени не удавалось найти решения этих проблем (доказать их справедливость или же опровергнуть), несмотря на привлечение достаточно сложного математического аппарата. В 1937 году советскому математику И.М. Виноградову удалось доказать первую, так называемую тернарную проблему Гольдбаха, в то время как относительно утверждения Эйлера до сих пор неизвестно, верно оно или ложно.

В этом же ряду находится проблема Э. Варинга: любое целое число может быть представлено в виде суммы одинаковых степеней целых положительных чисел: четырех квадратов (теорема Лагранжа, доказана в 1772 году), девяти кубов, девятнадцати четвертых степеней... В общем случае задача решена в 1909 году Гильбертом, после чего в двадцатых годах решение уточняют Г. Харди и Дж. Литлвуд, а в 1934 году И.В.Виноградов. (Когда Трави из романа Р. Кено «Одиль» рассказывает об этой теореме в кружке «новых философов», предводитель кружка из недоказанности теоремы делает вывод о существовании бессознательного в математике).

весьма правдоподобны и красивы, и событием в математическом мире становится как его высказывание, так и доказательство его несправедливости.

До конца проверить гипотезу в теории чисел довольно трудно, опровержение зачастую находится, по метафоре Кено, в области очень больших чисел, «во много, много раз превышающих количество восходов Солнца за пять миллиардов лет существования Земли» [109].

Поэтому Р. Кено не хочет выдвигать не проверенных до конца гипотез, считая, что «высказывание непроверенных предположений есть не что иное, как проявление собственного тщеславия» [110].

Следуя за рядом математиков-аксиоматизаторов, начиная с Евклида и до Пеано, Гильберта, Эммы Нетер и Бурбаки, зыбкому песку непроверенных предположений Р. Кено предпочитает твердый фундамент постулатов и аксиом, на которых затем, с помощью одной безупречной логики, заново строится все научное здание.

Не будучи математиком-интуитивистом, Р. Кено не высказывает утверждение, которое не может доказать. За исключением только одного: разобрав в статье «Ложные предположения в теории чисел» ряд случаев, когда идея великого математика оказывается ложной, Р. Кено задается вопросом – если нет общей схемы доказательств, если методы математической индукции не срабатывают, а большинство прочих доказательств верно только для ограниченного ряда чисел, тогда как опровержения высказываемых предположений обычно следуют в области чисел очень больших, то не является ли такая ситуация чем-то большим, чем набором занимательных анекдотов из истории математики, «не имеет ли данная ситуация в глубоком основании теорему неполноты Геделя: невозможно (сегодняшними методами) получить что-либо другое, кроме «фрагментов» теории чисел. Что есть не что иное, как с моей стороны, одно простое предположение» [111].

Таким образом, не делая частных предположений относительно бесконечных последовательностей, рекуррентных формул и прочих интуитивных, и, следовательно, опровергаемых теорем, Р. Кено высказывает идеальную теорему из области метатеории целых чисел – на сегодня ее целостную теорию, вероятно, составить невозможно.

А коли построение полной теории, от фундамента строгих аксиом до самой высокой теоремы, невозможно, современным математикам остается довольствоваться лишь ее «фрагментами», поиском отдельных красочных осколков этой «фрагментарной» теории.

[109] Queneau, R. Conjectures fausses en theorie des nombres. // Queneau, R. Bords: Mathematiciens, precurseurs, encyclopedistes. Paris, Hermann, 1963. Pp. 31–36.

[110] Ibid.

[111] Ibid.

Чрезвычайно важным для Р. Кено было логическое построение, опирающееся на строгую аксиоматизацию. Аксиоматизация, по мысли Кено, сродни течению эволюции, когда человек, «выбирающий» руку с тонкими пальцами и голую ногу, а не лапу с когтями и ногу с копытом, каждый раз «выбирает» решение, которое вредит ему немедленно, но быстро приводит к увеличению могущества. «В некотором роде человек, (здесь – аксиоматизирующий математик), обедняет себя, обнажаясь до экстремума (до аксиом, которые кажутся на первый взгляд лишенными всякого значения), чтобы затем приобрести наибольшую разнообразность эффективного поведения, получая огромное количество следствий и легко доказываемых теорем из этих аксиом»[112]. В этой системе образов математик (писатель, художник)-интуитивист вооружился бы как раз средством, сулящим мгновенное преимущество (острый коготь, вооруженная твердым копытом нога), но вскоре проиграл бы, освоив ситуацию лишь поверхностно, интуитивно, по сравнению со спускающимся до оснований математиком (писателем, художником)-аксиоматизатором.

В отличие от наивной систематизации аксиоматизация, как настоящая наука, «объединяет вместе не четвероногих, но выделяет более глубокие, невидимые профану сходства»[113]. Так, с наивной точки зрения овал ближе к кругу, чем парабола и гипербола, однако именно эти последние объединяются, вместе с эллипсом, общим понятием конических сечений[114].

Но само знание основ науки происходит, и в этом еще одно убеждение и отличительная черта Р. Кено, в игре – в занимательной математике ли, шутке, парадоксе, загадывании загадок. Математика, литература, игра для Кено тесно слиты, в чем можно убедиться из анализа его работ, посвященным размышлениям о месте математики в системе наук, а также в системе Наука – Искусство – Игра – Технология – Поэзия[115].

---

[112] Queneau,R. Bourbaki et les mathematiques de demain.//Critique, 176, 1962. Pp. 3–8.

[113] Ibid.

[114] Конические сечения – линии, которые получаются при сечении конуса плоскостью, не проходящей через его вершину. В зависимости от расположения и угла наклона плоскости сечение может иметь вид эллипса, параболы или гиперболы. Уже математики Древней Греции в четвертом веке до н.э. знали, что эллипс, гипербола и парабола являются разновидностями сечения конусов, а около 200 года до н.э. Аполлоний Пергский посвятил им работу «Конические сечения», в которой и дал им современные названия: парабола означает приложение, эллипс – недостаток, гипербола – избыток. Интерес к коническим сечениям поддерживался их практическими приложениями, особенно после того, как Кеплер открыл (1609), а Ньютон доказал (1687), что планеты и кометы Солнечной системы движутся по коническим сечениям, в одном из фокусов которых находится Солнце.

[115] Queneau, Raymond. La Place des mathematique dans la classification des sciences. // Queneau, R. Batons, chiffres et lettres. Paris: Gallimard, 1965. Pp. 240–247; Queneau, R. Science and literature. // The times literary supplement, sept. 28, 1967, trans. B. Wright.

По Кено, по отношению к математике все науки проходят четыре стадии: эмпирическую, когда накапливаются факты, экспериментальную, когда производятся измерения, аналитическую, когда они осмысливаются, и аксиоматическую, когда делаются выводы. И математика вырастает от арифметики на первой стадии до метанауки (по Гильберту), или математической логики, на четвертой, последней на сегодняшний день стадии развития науки. Но логика – это, по Кено, скорее, «наука о «мысли» и искусство «мысли»». И как наука о мысли она сближается с одной стороны, с психологией, а с другой – с искусством.

Также мы видим, продолжает Кено, приводя в доказательство своих слов множество фактов, что «физико-химия стремиться математизироваться, и тем самым, оказаться внутри математики, биология оказаться внутри физико-химии, а антропология, включая и психологию – внутри биологии». Итак, получается двойное движение по всей шкале: психология, которая есть та же логика, неким круговым путем, от самой низшей точки, вдруг разворачивается к самой высшей – к аксиоматизации. «Существо логики двойное, если мы увидим в ней догматику, мы обогнем совокупность наук и замкнем окружность»[116].

Система наук, таким образом, является не линейной, иерархической (математика-физика-биология-антропология), но круговой, замкнутой. Р. Кено отвечает Галилею, утверждавшему, что мир записан на языке математики: «Логико-математический ансамбль не может быть рассмотрен ни как адекватный язык и потребность конкретной науки, ни как одна из наук. На самом деле, эта и есть сама Наука», – круг замкнулся. Современная математика, понимаемая как логико-математический ансамбль, не есть язык науки. В конечном счете, по Кено, различные науки неизбежно приходят (пришли, придут) к математизации (или «логикизации»), и все науки в конце концов неизбежно вольются, если еще не влились, в сферу Математики, образуя единое тело: гармоничное, аксиоматическое здание Науки, – красивое, поскольку четкое и стройное, и полезное, поскольку техничное. Тогда математика наконец «становится Математикой, которая есть одновременно и действующий орган, и способ восприятия»[117].

Идеальная современная наука, в понимании Р. Кено, дана не как знание, а как правило и метод. А в математике не известно ничего, кроме метода, который начинается с выстраивания системы постулатов, чтобы строить доказательства, и «этот метод есть также игра, что очень точно называется игрой ума»[118].

---

[116] Queneau, Raymond. La Place des mathematique dans la classification des sciences. // Queneau, R. Batons, chiffres et lettres. Paris: Gallimard, 1965. Pp. 244.

[117] Ibid. P. 247.

[118] Ibid.

И серьезная, строгая аксиоматизация оказывается вовсе не такой уж строгой и скучной. Строгая формализация, аксиоматизация (математики, науки, литературы) не делает их занудным повторением невнятных тавтологий, «скучным и трудным вздором», а, напротив, превращает ее в игру. В математику можно играть, как это делают эпатирующие «серьезных» ученых Бурбаки. Правила (аксиомы, система соглашений), как считает Р. Кено, роднят науку с игрой, с бриджем или шахматами.

И тогда вся наука «становится не более, чем Техникой (методом) и Игрой, то есть представляет себя как другая человеческая активность – Искусство»[119], а ее будущая польза и внутренняя красота как раз и являются теми особенностями, которые роднят математику с искусством, «приближают его к искусству и отличают от него»[120].

Их отношения, по Кено, таковы: «Наука, взятая как знание, находится в той же ситуации, что и Искусство, которое тоже иногда хотят выдать за вид знания: обе они *воображаемы*, в то время как игра – *действительна*, а техника – *эффективна*». Научное знание, знание («правда») искусства есть объекты воображаемые, а действительна лишь игра, и эффект (практическая польза) получается лишь от техники, понимаемой здесь как метод (школьники, овладевшие методом с помощью Бурбаки, сразу справлялись с труднейшими математическими задачами, как с простыми упражнениями). Не следует серьезно относиться к пустым вещам (здесь – к научному «знанию»), считает Р. Кено, серьезна только игра, ибо только она и существует: мы договорились только о правилах, бриджа ли, математики ли, и по этим правилам и будем играть, когда в математику, а когда в поэзию.

Но найдется ли в этой сферической системе наук и технологий место поэзии? Такая, инкорпорированная во все, в том числе, и в общественные науки (антропологию, психологию) математика, неизбежно приводит к новым уровням контактов между наукой и литературой, игнорировать этот факт литература не может. Для Р. Кено поэзия не может остаться в стороне: «Совершенно ясно, что ничто не может помешать поэзии, без потери ее специфичности, занять место в центре»[121], поэт занимает место в центре науки.

Математика является не «языком, на котором записан мир», но не более, чем методом записи мира, записи, осуществляемой поэтом, но и не менее, чем всем этим миром, и поэзия – центр его.

---

[119] Вспомним, что Аристотель понимает Искусство (которое по-гречески читается как тэхнэ) достаточно широко, включая в него и врачебное искусство, и математику, и обычные «искусства»: скульптура, архитектура, музыка, поэзия.

[120] Queneau, R. Bourbaki et les mathematiques de demain // Critique, 176, 1962. Pp. 3–8.

[121] Там же.

Для Р. Кено чрезвычайно значимой является фигура Малларме. Дважды в дневниках[122] он цитирует фразу поэта из его проекта диссертации по языку (1869): «… Наконец обо мне – и о математическом языке… Мы не поняли Декарта, или поняли его превратно, но он создал французских математиков. Нужно продолжить его движение учить наших математиков…». Круг снова замыкается – поэт учится математике и поэт учит математиков.

Все вышесказанное позволяет сделать вывод о целостности творчества Р. Кено, тождества его подхода как к математическим исследованиям, так и литературному творчеству, причем сам его отказ от интуитивного является не случайным, а основан на глубоком понимании логико-математических закономерностей. Причем, видимо, можно говорить, что осознание неприятия интуитивного в математике и в литературе происходит у Кено одновременно – в романе «Одиль», знаменующем разрыв с сюрреалистической группой А. Бретона, персонаж Р. Кено Трави декларирует свой формалистический подход к математическим проблемам, подход, который будет позже только углубляться теоретически (знакомство с современной формалистической математикой по Бурбаки) и практически (работы УЛИПО).

Долгая и тщательная предварительная работа и следующий за ней неожиданный, простой и совершенный результат роднят Р. Кено с китайским философом Чжуан-цзы, притчу о котором приводит член УЛИПО Итало Кальвино в лекции «Красота»: однажды князь заказал Чжуан-цзы нарисовать краба. Философ удалился на год в хижину для размышлений. Когда через год посланник князя пришел за рисунком, тот все еще не был начат. И еще через год Чжуан-цзы, погруженный в размышления о природе краба, так и не приступил к его рисованию. Но в один день он поднялся, взял в руки кисть и одним движением изобразил такого совершенного краба, что его можно было спутать с настоящим.

С.В. Петухов

МАТРИЧНАЯ ГЕНЕТИКА И ИНФОРМОГЕНЕЗ: ГЕНОМАТРИЦЫ ДИСКРЕТНЫХ СИГНАЛОВ И МУЗЫКАЛЬНЫЕ СТРОИ

Статья посвящена системному анализу биомолекулярных ансамблей генетического кодирования с позиций теории дискретных сигналов (ТДС). Результаты авторских исследований показывают естественные возможно-

---

[122] Queneau, R. Journaux. 1914–1965. Paris, Gallimard. 1996, P. 996, 1000.

сти представления этих ансамблей в числовой форме на основе природных отношений симметрии между элементами генетического кода. Этот переход от классической – символьной – формы записи ансамблей генетической системы к числовой форме представляется очень важным, поскольку открывает возможность переноса в область молекулярной генетики того мощного понятийного и математического аппарата ТДС, который во многом обеспечил стремительный прогресс цифровой техники. Данное направление исследований, развиваемое автором, условно именуется матричной генетикой. Оно имеет непосредственное отношение ко многим теоретическим и прикладным проблемам, включая проблемы компьютеров на основе ДНК, квантовых компьютеров, нанотехнологий, теоретической биологии, спектрального анализа.

История науки свидетельствует об особой важности поиска когнитивных (познавательных) форм представления феноменологических данных, то есть свернутых и удобных для анализа форм представления бесчисленных единиц информации о природе. Все развитие математического естествознания базируется во многом на нахождении таких форм. Классическим примером служит работа Кеплера, который, не проводя собственных астрономических наблюдений, сумел найти особую форму представления трудно обозримого множества астрономических данных о движении планет из гроссбухов Тихо Браге. Эта открытая им когнитивная форма, связанная с обобщающей идеей движения по эллипсам, позволила ему сформулировать законы движения планет относительно Солнца, вошедшие в историю под именем законов Кеплера. Благодаря открытию этой формы уже другой человек – Ньютон – сформулировал много лет спустя закон всемирного тяготения.

Автором предложена и развита результативная когнитивная форма представления данных о системе генетического кодирования. Она основана на символьных и числовых матрицах генетических мультиплетов. Данные матрицы, условно называемые геноматрицами, составляют особые семейства, образуемые и исследуемые в связи с матрицами ТДС. Числовые геноматрицы порождаются из символьных геноматриц в результате замены символов генетических элементов их реальными количественными параметрами. Эта когнитивная форма представления уже привела к обнаружению новых феноменологических правил и инвариантов эволюции генетического кода; выявлению скрытых связей физико-химических параметров системы генетического кода с золотым сечением; установлению аналогий с пифагорейским музыкальным строем, матрицами Адамара; реализации фракталоподобной системы взаимосвязанных циклических и диадических кодов в составе матриц генетического кода; формированию понятия информогенеза как процесса самоорганизации информационных структур,

прежде всего, систем циклических и диадических генокодов, существенных для биоинформационной помехоустойчивости; выявлению параллелизмов системы генетического кода с древнекитайской «Книгой перемен»; формированию новых подходов к вопросам генетического кодирования (в частности, хронобиологических), и пр. В силу ограниченного объема статьи многие из полученных результатов приведены в ней фрагментарно в расчете на знакомство с ними по другим публикациям автора.

Числовая упорядоченность системы генетических мультиплетов. Исследования автором симметрий молекулярных систем генетического кода установили алфавитно-матричную упорядоченность множества генетических мультиплетов и возможность естественной бинарной нумерации всех мультиплетов [Петухов, 2001; 2006]. Эти результаты позволяют представлять генетические секвенции в цифровой форме: например, последовательность триплетов – в форме последовательности их бинарных номеров, получая «цифровые» гены, цифровые экзоны и интроны, и т.п. В развиваемой автором матричной генетике находят неожиданные применения многие понятия ТДС: ортогональные системы сигналов, унитарные преобразования, матрицы Адамара, спектры сигналов, свертки, преобразования Гильберта, комплексные (квадратурные) сигналы, спектры, цифровые фильтры, поразрядные операции по модулю, циклические коды и др.

Поскольку теоретическая физика и ТДС зачастую используют одни и те же формализмы (например, комплексные числа, унитарные операторы, спектры сигналов), то этот направление исследований сближает теорию генетического кодирования не только с ТДС, но и с теоретической физикой, включая квантовую механику, опирающуюся на формализмы комплексных чисел. Это сближение очень важно, поскольку генетические молекулы являются квантовомеханическими системами, анализ которых требует привлечения квантовой механики. Одновременно затрагиваются квантовые компьютеры, теория которых строится на стыке квантовой механики и ТДС с использованием матриц подобных геноматрицам. Это позволяет думать о системе генетического кодирования как квантово-компьютерной системе.

Генетический код построен на дискретных элементах: четырех буквах генетического алфавита (азотистых основаниях), 64 триплетах, 20 аминокислотах. Общая теория дискретных сигналов широко использует кодирование таких сигналов с помощью матриц и спектрального представления с целью обеспечения помехоустойчивости и эффективности передачи дискретной информации. Примером является семейство матриц Адамара, построенное на матрице (2x2) в кронекеровской степени: $H_K=[1\ 1; -1\ 1]^{(K)}$, где (к) означает возведение матрицы в кронекеровскую степень. Строки этих матриц образуют ортогональную базисную систему функций Адамара-

Уолша, применяемую в ТДС для спектрального представления и передачи дискретных сигналов. По очевидной аналогии автор исследовал семейство геноматриц, базирующееся на (2x2)-матрице P в кронекеровской степени: $P^{(K)}=[C\ A;\ T\ G]^{(K)}$, где C, A, G, T – буквы генетического алфавита в ДНК (цитозин, аденин, гуанин, тимин).

Система генетического кодирования построена на принципе мультиплетов и степенях числа 4. Действительно, 4^1 моноплета образуют генетический алфавит A, C, G, T/U; 4^3 триплета кодируют 20 аминокислот; 4^K к-плета кодируют последовательность аминокислот во всех белках при больших К. Предложенное автором семейство геноматриц $P^{(K)}$ представляет все варианты мультиплетов в упорядоченной и взаимосвязанной форме с естественной нумерацией каждого мультиплета на основе природных отношений симметрии между молекулами букв генетического алфавита [Петухов, 2001; 2006].

Например, в октетной геноматрице 64 триплетов каждый триплет имеет индивидуальный номер, состоящий из объединения бинарных номеров его строки и столбца (например, триплет CAU имеет бинарный номер 110101, равный 53 в десятичной системе счисления). Эта геноматрица отражает реальные взаимосвязи элементов в системе генетического кода. Например, каждый пара кодон-антикодон ДНК (и только такая пара) имеет сумму их номеров равную 63. Соответствующая геноматрица бинарных номеров этих 64 триплетов совпадает со знаменитой матрицей 64 гексаграмм в порядке Фу-си из древнекитайской «Книги перемен», написанной несколько тысяч лет назад. Эта матрица в свое время поразила изобретателя компьютера Г.Лейбница, считавшего себя создателем двоичной системы счисления и вдруг обнаружившего древнекитайских предшественников по данной системе. Древние китайцы почему-то считали таблицу 64 гексаграмм всеобщим природным архетипом. Они ничего не знали о генетическом коде живой природы, но он оказался структурированным в соответствии с этим их представлением о всеобщем природном архетипе. О дополнительно выявленных автором параллелях между системами генетического кода и «Книги перемен» можно прочитать в [Петухов, 2001; 2006]. Сразу отметим, что большинство из того, что ниже будет говориться о геноматрицах (циклические и диадические сдвиги, матрицы Адамара, циклические коды, связь с золотым сечением и пифагорейским музыкальным строем и пр.) допускает обоснованный перенос на матрицы «Книги перемен» с учетом классических особенностей системы инь-ян. При этом переносе «Книга перемен» предстает как книга о циклических кодах, а не только о циклических изменениях.

Благодаря описанной возможности естественной нумерации генетических мультиплетов вся система генов переводится на язык геометрии в

пространствах сообщений из ТДС. Напрашивается декартово представление каждого гена как такой точки в двумерной декартовой системе, координаты которой равны числу нуклеотидов в гене и его натуральному номеру в соответствующей матрице $P^{(K)}$, объединяющей все мультиплеты данной длины. В организме человека порядка 40000 генов, совокупность которых дает в этом декартовом представлении 40000 точек. Хаотично ли это облако точек или оно образует некоторую закономерную фигуру или знакомый символ? Это один из многих новых вопросов, подлежащих исследованию с использованием предлагаемых автором новых математических средств анализа генетического кода, например, адамаровых спектров векторов-генов.

<u>Квинтовые и золотые геноматрицы. Музыкальный строй золотого вурфа.</u> Наряду с символьными геноматрицами исследуются их числовые представления, образующиеся при замене буквенных символов реальными молекулярными параметрами. Например, замена этих символов характерными числами 2 и 3 водородных связей комплементарных пар оснований (A=T=2, C=G=3) преобразует семейство символьных геноматриц $P^{(K)}$ в семейство числовых геноматриц $P_{МУЛЬТ}^{(K)}=[3\ 2;\ 2\ 3]^{(K)}$ [Петухов, 2004]. Эти матрицы можно называть квинтовыми, поскольку они пронизаны отношением музыкальной квинты 3:2 на различных уровнях: между суммами чисел в рядом расположенных по вертикали квадрантах, субквадрантах, субсубквадрантах и т.д., включая отношения квинты между соседними по величине числами в этих матрицах. Например, матрица $P_{МУЛЬТ}^{(3)}$ содержит четыре вида чисел – 27, 18, 12, 8 – с отношениями квинты между ними: 27/18=18/12=12/8=3/2. Каждая квинтовая матрица $P_{МУЛЬТ}^{(K)}$ содержит индивидуальную последовательность из (n+1) видов чисел в форме геометрической прогрессии, коэффициент которой равен квинте 3/2. В семействе матриц $P_{МУЛЬТ}^{(K)}$, где n= 0, 1, 2, 3, …, реализуются следующие наборы чисел: 2, 3 (при n=1); 4, 6, 9 (при n=2); 8, 12, 18, 27 (при n=3); и т.д. Выписывая эти квинтовые наборы чисел из семейства $P_{МУЛЬТ}^{(K)}$ столбцами, получим «квинтовый» числовой треугольник (слева):

2, 4, 8, 16, 32, …	f^1, f^2, f^3, f^4, f^5, …..
3, 6, 12, 24, 48, …	$f^{-1}, f^0, f^1, f^2, f^3$, ….
9, 18, 36, 72, …	f^{-2}, f^{-1}, f^0, f^1, ….
27, 54, 108, …	f^{-3}, f^{-2}, f^{-1}, …
81, 162, …	f^{-4}, f^{-3},….
243 …	f^{1},….

Справа показан числовой треугольник степеней золотого сечения $f=(1+5^{0.5})/2=1,168…$; он построен аналогичным образом из набора чисел семейства так называемых золотых геноматриц, которые получаются при извлечении квадратного корня из квинтовых геноматриц $P_{МУЛЬТ}^{(K)}$ [Петухов, 2004; 2006]. Оказывается, что квинтовый числовой треугольник (слева), выведенный нами из структур генетического кода (или аналогичных им матричных структур древнекитайской «Книги перемен»), известен уже около 2000 лет как основа пифагорейского музыкального строя и пифагорейского учения об эстетике пропорций. Он был опубликован неопифагорейцем Никомахом из Гераса в его известной книге «Введение в арифметику» [Kappraff, 2000]. Это совпадение треугольника Никомаха с числами семейства квинтовых геноматриц первыми отметили и сообщили о нем автору в частном письме профессора J. Kappraff и G. Adamson (США), познакомившись с авторскими публикациями о геноматрицах.

Каждый столбец треугольника Никомаха (или набор чисел соответствующей квинтовой геноматрицы) образует геометрическую прогрессию с коэффициентом квинты 3/2. Известно, что 7-ступенный пифагорейский музыкальный строй в октавном диапазоне от 1 до 2 базируется именно на геометрической прогрессии с этим коэффициентом квинты 3/2 для отношений частот нот, расположенных в разных октавах. При этом частота первой ноты в данной прогрессии составляет 2/3 (т.е. обратную величину коэффициента прогрессии) от начальной частоты названного октавного диапазона. Для получения пифагорейской диатонической гаммы до мажор (до-ре-ми-фа-соль-ля-си) семь первых чисел этой геометрической прогрессии сводятся в одну октаву их умножением или делением на число 2 нужное число раз (операция «сведения в октаву»). Эту совокупность действий можно назвать алгоритмом Пифагора, хотя пифагорейский музыкальный строй был известен задолго до Пифагора еще древним китайцам ([Еремеев, 2005; Needham, 1962]). Характерной чертой пифагорейского строя является то, что в результате у такой алгоритмической последовательности частот нот, заполняющих октаву, во всем строе реализуется всего два вида отношений (интервальных коэффициентов): 9/8=1,1250…, называемый тон-интервалом T, и 256/243=1,0535…, называемый полутон-интервалом S. При этом последовательность интервальных коэффициентов имеет вид: T-T-S-T-T-T-S и в точности исчерпывает октаву: $(9/8)^5 * (256/243)^2 = 2$.

Числовой треугольник золотых геноматриц (справа) содержит в своих столбцах геометрическую прогрессию с коэффициентом f^2. Можно ли, применив к этой прогрессии алгоритм Пифагора, получить некоторую новую последовательность, в которой тоже присутствовало бы всего два вида интервальных коэффициентов, выступающих в роли ее тона и полутона? При исследовании этого вопроса выяснилось, что это возможно всякий раз, когда из данной геометрической прогрессии берется фибоначчиево число ее первых членов – 2, 3, 5, 8, …..(для иных чисел этого не получается). При этом формируются строи, у которых количества тон- и полутон-интервалов также являются фибоначчиевыми числами. Например, в выведенном автором 8-ступенном строе содержится 5 тон-интервалов $T = p^3/2 = 1.1215…$ и 3 полутон-интервала $S=4*p^{-5} = 1.0407…$ Здесь $p= f^2/2=1,309…$- величина, которая носит название золотого вурфа и которая определила название всего этого строя: строй золотого вурфа (подробности в [Петухов, 2006; Petoukhov, 2005]. Последовательность интервалов этого строя имеет вид T-T-S-T-S-T-T-S и в точности исчерпывает октаву: $(p^3/2)^5 * (4*p^{-5})^3 = 2$.

На основе этого ряда интервалов сконструирована последовательность частот музыкальных нот, содержащая частоту 440 гц, которая соответствует ноте «ля» в пифагорейском строе и в равномерно-темперированном строе и которая традиционно используется для настройки музыкальных инструментов. Табл. 1 позволяет сравнить частоты нот 7-ступенного пифагорейского строя и 8-ступенного строя золотого вурфа для первой октавы. Принимая во внимание минимальное различие между обоими строями, большинство нот нового строя названо по аналогии с привычными всем нотами пифагорейского строя, но с добавлением буквы «м» в конце имени ноты (например, «рем» вместо привычного «ре»). Дополнительная пятая нота носит название «пим». Значение этого математического строя, сопряженного с генетическим кодом и «Книгой перемен», для сферы музыки проверяется.

Таблица 1. Частоты тонов в герцах и названия нот в 7-ступенном пифагорейском строе до мажор (верхний ряд) и в соответствующем 8-ступенном строе золотого вурфа (нижний ряд) для первой октавы.

260.7 $До_1$	293.3 Ре	330 Ми	347.6 Фа		391.1 Соль	440 Ля	495.0 Си	521.5 $До_2$
256.8 $Дом_1$	288.0 Рем	323.0 Мим	336.1 Фам	376.98 Пим	392.3 Сольм	440 Лям	493.5 Сим	513.6 $Дом_2$

Дополнительно выявлено, что в фибоначчиево-ступенных строях, получаемых посредством алгоритма Пифагора из рассматриваемой геометрической прогрессии с коэффициентом золотого вурфа $f^2/2$ (или квадрата золотого сечения f^2 , что одно и то же в связи с операцией сведения всех частот в октаву делением на 2), имеются красивые взаимосвязи. Они базируются на феноменологических формулах $T_{n+2}=T_n/T_{n+1}$, $S_n=T_{n+1}$, отражающих неожиданную связь размножения тонов и полутонов этих строев при увеличении порядкового номера строя n с задачей Фибоначчи о размножении кроликов. Подчеркнем, что в полученных фибоначчиево-ступенных строях не только количества тон- и полутон-интервалов являются числами Фибоначчи, но и величины этих тонов и полутонов также выражаются через числа Фибоначчи F_n: $T_n = T_0$^$(((-1)$^$n)*F_{n-1}) * T_1$^$(((-1)$^$(n-1))*F_n)$. (На этой основе можно определять сами числа Фибоначчи).

Кроме того, через названную формулу $T_{n+2}=T_n/T_{n+1}$ описываемое семейство фибоначчиево-ступенных строев оказывается связанным с треугольником Паскаля и коэффициентами биномиального разложения Ньютона (а значит, оказывается сопряженным с законами Менделя независимого наследования признаков): $T_0^1 = T_1^1 * T_2^1 = T_2^1 * T_3^2 * T_4^1 = T_3^1 * T_4^3 * T_5^3 * T_6^1 = T_4^1 * T_5^4 * T_6^6 * T_7^4 * T_8^1 = \ldots$ (показатели степеней совпадают с биномиальными коэффициентами). Ограниченный объем статьи не позволяет представить материалы, связанные с подобными «генетическими» вурф-строями и их алгоритмами, порождающими реализуемые в музыке, поэзии и других физиологических областях ритмы членения на основе последовательностей чисел двух видов – «тонов» и «полутонов» (лучше называть их инь- и ян-числами, поскольку при переходе к высоким номерам вурф-строев полутоны начинают превосходить тоны по величине).

Дополнительно также показано, что молекула ДНК представляет собой конструкцию из параллельных блоков, у которой отдельные виды блоков образуют гармонизированные по квинтам параллельные последовательности вдоль ДНК, относительно независимые друг от друга («квинтовое многоголосье»). Соответственно каждый ген имеет свою собственную полифоническую квинтовую последовательность («мелодию»), которая может быть воспроизведена разными способами: акустическими, цветомузыкальными, вибрационными, электроимпульсными и пр. Это дает основу для развития автором концепции «натуральной генетической музыки». Отмечаемые формальные аналогии между генетическими структурами и пифагорейским музыкальным строем перекликаются со словами Г.Лейбница: «Музыка есть таинственная арифметика души, которая вычисляет себя, сама того не сознавая».

Отдельно отметим, что геометрическая прогрессия золотого вурфа после сведения ее членов в октаву без последующего упорядочения членов по величине порождает такую последовательность отношений в ней последующего члена к предыдущему, которая содержит всего два вида величин (золотой вурф и его половина) и связана с числами Фибоначчи. В фибоначчиевом количестве первых членов данной последовательности содержатся фибоначчиевы количества этих двух величин.

Пифагорейский музыкальный строй и «Книга перемен». С древних времен люди связывали музыку с фундаментальными принципами миро-устройства. Согласно древнекитайским представлениям музыка также присутствует при зарождении мира и играет космическую роль. Существуют многочисленные аналогии между генетическими матрицами и символьной системой древнекитайской «Книги перемен» [Петухов, 2001; 2006]. В виде небольшого отступления в область древнекитайской музыки отметим музыкальное представление таблиц «Книги перемен» [Petoukhov, 2005; Петухов, 2006], достигнутое в ходе работ над аналогичными матрицами генетического кода. По мнению автора, в результате проводимых матричных исследований мы восстанавливаем знания об утраченных базовых музыкальных мелодиях Древнего Китая. Кроме того, мы получаем аргументы к новой точке зрения на возможное происхождение самих таблиц «Книги перемен». Как уже отмечалось, музыка играла исключительную роль в жизни, культуре и идеологии Древнего Китая, в котором даже система мер и весов строилась в связи с музыкальными инструментами [Еремеев, 2005, с. 76]. В свете этого можно полагать, что таблицы «Книги перемен», прежде всего, таблица 64 гексаграмм в порядке Фу-си, построены как свод знаний о музыкальной гармонии, лежащей по представлениям китайцев в основе мироздания, в том числе, как запись квинтового музыкального строя. Данная точка зрения кажется достаточно естественной и снимающей пелену полной загадочности на происхождение таблиц «И Цзин». В пользу этой выдвигаемой автором точки зрения на происхождение таблиц «И Цзин» можно привести ряд дополнительных аргументов. Так, числовое представление таблицы 64 гексаграмм «И Цзин» в виде квинтовой матрицы $P_{МУЛЬТ}^{(3)}$ получается при соответствующем алгоритмическом использовании чисел 2 и 3, которые традиционно назывались числами Земли и Неба соответственно и которые являлись основой древнекитайской арифметики. (Эти числа 2 и 3 в генетической системе выступают как числа водородных связей, определяющие семейство квинтовых геноматриц $P_{МУЛЬТ}^{(K)}$). Но с точки зрения матриц «Книги перемен» существует прямое указание на связь основ музыки с Небом и Землей в классическом произведении «Весен и осеней» Люй Бувея в главе о музыке: «Истоки музыки – далеко в прошлом. Она возникает из меры и имеет корнем Великое единство. … Музыка покоится на соответствии между Небом и Землей» (из книги [Гессе, с.25]).

Задолго до Пифагора древние китайцы использовали музыкальный строй, известный в Европе под названием пифагорейского и во многом заимствованный Пифагором (см. анализ в [Needham, v.4, 1962]). Учение пифагорейцев о ключевой роли чисел в устройстве мира возникло не на пустом месте, а по многим данным развивалось в русле более древних восточных воззрений. Например, по китайским представлениям, четное число 2 являлось женским числом, а нечетное 3 – мужским числом. Аналогичным образом эти числа понимались в школе Пифагора: «Целое число 2 рассматривалось как женское, которое не может породить новые тоны без участия мужского числа 3» [Kappraff, 2000]. Пифагорейцы вслед за древними китайцами полагали, что математические отношения, фигурирующие в квинтовом музыкальном строе, отражают гармонию устройства мира, в частности, характеризуют взаимное расположение планет солнечный системы. В этой связи древние греки придавали экстраординарное значение поиску отношений квинты 3:2 в природных системах. Например, великий механик и математик Архимед считал высшим достижением своего творчества открытие им отношения квинты 3:2 между площадями поверхности (а также между объемами) цилиндра и вписанной в него сферы. Поэтому он завещал изобразить рисунок данных фигур с их квинтовым отношением на его могильном камне. Именно по этому рисунку Цицерон смог найти могилу Архимеда более чем через 100 лет после его смерти.

Поэт Велимир Хлебников, вероятно, под влиянием пифагорейских представлений о тетраде, состоящей из степеней чисел 2 и 3 (а значит, в конечном счете, под влиянием представлений «Книги перемен»), считал, что все состоит из двоек и троек. Он писал, что 3^n дней – злое божество времени, «колесо смерти», а 2^n дней – доброе божество времени. И периоды истории он делил на хорошие периоды длины 2^n и плохие – длины 3^n. Это число 3^n в матрицах $P^{(K)}$ генетического кода и «И цзин» занимает всю главную диагональ и только ее, а число 2^n – вторую диагональ и только ее; вместе они образуют фигуру креста из матричных диагоналей. Эти матрицы имеют отношение к проблеме календарей и времени, но данные вопросы выходят за рамки статьи. В.Хлебников считал также, что весь мир есть стихотворение; соответственно таблицы Ицзин и генетического кода могут рассматриваться также как стихотворные формы.

Автором на базе структурных параллелей между геноматрицами водородных связей и таблицами «Книги перемен» построены музыкальные и цветовые представления многих древнекитайских таблиц и последовательностей: таблиц 64 гексаграмм по Фу-си, Вэнь-вану, Мавандуйскому тексту, «Восьми дворцов» Цзин Фана, последовательностей Сюйгуа и Цзагуа.

Геноматрицы Адамара. При этом учет некоторых из существенных параметров генетических молекул ведет к геноматрицам Адамара [Petoukhov, 2005; Петухов, 2006]. Речь идет, прежде всего, о трансформации базовой геноматрицы P =[C A; T G] в матрицу Адамара [1 1; -1 1] при учете важного отличия буквы T (или U в РНК) от остальных трех букв: молекулы последних наделены функционально важной аминогруппой NH_2, а буква T/U лишена ее. Кроме того, только буква T заменяется на другую букву U при переходе от ДНК к РНК. Соответственно обозначение букв C, A, T через «+1», а буквы T/U – через «-1» обращает базовую матрицу P в матрицу Адамара. При этом все матрицы семейства $P^{(K)}$ становятся матрицами Адамара.

Но структуры генетического кода оказываются связанными с матрицами Адамара не только через матрицы мультиплетов, но также через вырожденность генетического кода, точнее через расположение 20 аминокислот по матричным ячейкам 64 триплетов, кодирующих их [Петухов, 2006]. Эти

результаты интересны в связи с выигрышными свойствами матриц Адамара, которые используются в теории обработки информации; спектральном анализе и кодировании информации с помощью ортогональных функций Адамара, Уолша, например, в многоканальных спектрометрах Адамара; квантовых компьютерах (унитарные операторы Адамара), и пр. Естественная возможность представления геноматриц в виде матриц Адамара открывает возможность переноса в область генетики результативных идей из других областей применения данных матриц.

По определению матрица Адамара – это квадратная матрица $H_n=||h_{ij}||$ порядка n, элементы h_{ij} которой суть +1 или -1 и для которой $H*H^{-}= n*I_n$, где H^{-} – транспонированная матрица H, а I_n – единичная матрица порядка n. Любые две строки матрицы Адамара ортогональны; если каждую строку интерпретировать как вектор, то скалярное произведение любых двух вектор-строк равняется 0. Матрицы Адамара (2x2) являются матрицами поворота на 45 или 135 градусов. Кронекерово произведение двух любых матриц Адамара снова является матрицей Адамара. Если имеется вектор $\bar{a}$, то его преобразование Адамара дает вектор $\bar{u} = H*\bar{a}$, называемый спектром Адамара. При этом число перемен знаков в соответствующем столбце рассматривается как аналог частоты («частость»). Имеется большая аналогия между преобразованиями Адамара и преобразованиями Фурье.

Адамаровы спектры векторов играют важную роль в цифровой связи и теории кодирования. Автор полагает, что не меньшую роль они сыграют в биоинформатике в связи с их сопряжением со структурами генетического кода. Добавим, что учет отмеченной выше выделенности буквы U/T в генетическом алфавите позволяет при обращении символьных геноматриц $P^{(K)}$ в числовые геноматрицы получить геноматрицы квази-адамарова типа для спектрального анализа генетических секвенций. Например, $P_{МУЛЬТ}{}^{(K)}$=[3 2; 2 3]$^{(K)}$ обращается в семейство квази-адамаровых матриц [3 2; -2 3]$^{(K)}$ с ортогональными строками. Проводимое автором исследование геноматриц обнаруживает, что, образно говоря, живое вещество населено адамаровыми и квази-адамаровыми геноматрицами и связанными с ними ортогональными системами генофункций (подробности публикуются отдельно). Поэтому, в частности, спектральный анализ генетических секвенций целесообразно осуществлять по Адамару и Уолшу, т.е. на базе ортогональных систем функций этих матриц, а не по Фурье и пр.

Геноматрицы диадических и циклических сдвигов. В ТДС известны матрицы диадических сдвигов, связанные с адамаровыми матрицами и ортогональными преобразованиями при обработке сигналов. Они сопряжены с нумерацией столбцов (и строк) упорядоченным рядом чисел (например, в случае матрицы с размером (8x8) – рядом 0, 1, 2,..,7). Все строки матрицы диадических сдвигов содержат одинаковый набор чисел, расположенных в них по-разному. Любая строка матрицы диадических сдвигов может быть получена из первой строки с помощью операции поразрядного сложения по модулю 2 двоичных номеров строки и столбца каждой матричной ячейки.

Автор отмечает, что именно матрицы диадических сдвигов реализуются в семействе числовых геноматриц, получаемого из семейства символьных $P^{(K)}$ геноматриц при замене символов C, A, G, T числами 2 и 3 водородных связей комплементарных азотистых оснований: A=T=2, C=G=3. Эта замена может быть организована по-разному. Например, можно каждую букву в триплетах просто заменить соответствующим ей числом 2 или 3, представив триплеты в форме трехразрядных чисел типа 323, 223 и т.п. Интересно, что эти разнородные трехразрядные числа, выраженные по модулю 8, образуют упорядоченный ряд чисел от 0 до 7. Подобная упорядоченность в наборе из 2^K K-разрядных чисел, фигурирующем в геноматрице с размером $(2^K x 2^K)$, выполняется для любых геноматриц рассматриваемого кронекеровского семейства при замене этих чисел их аналогами по модулю 2^K. Мультипликативные или аддитивные геноматрицы водородных связей [Петухов, 2001] также являются матрицами диадических сдвигов.

Матрицы $(2^K x 2^K)$ диадических сдвигов являются бисимметрическими матрицами, т.е. симметричными относительно обеих диагоналей. Они представляют собой диадические коды и имеют фракталоподобное блочное строение в форме системы вложенных циклических кодов. Это выражается в том, что блоки $(2^{K-1} x 2^{K-1})$ такой матрицы оказываются матрицами циклических сдвигов (циклическими кодами), причем составляющие их блоки $(2^{K-2} x 2^{K-2})$ сами являются циклическими кодами и т.д.

Биссиметрические матрицы обладают свойством мозаико-инвариантности, т.е. свойством сохранять мозаику расположения видов чисел при возведении этих матриц в степень, умножении на другие биссиметрические матрицы, имеющими такой же по количеству и расстановке набор чисел, величины которых могут быть совершенно другими. Более того, это свойство мозаико-инвариантности сохраняется даже в том случае, если элементами перемножаемых бисимметрических матриц являются комплексные числа, произвольные функции от времени, блочные матрицы и т.д. [Петухов, 2001-2006]. С точки зрения ТДС и обобщенной спектральной теории данное свойство представляется важным для выбора базисных систем функций для анализа и синтеза информационных цепей с переменными параметрами, существование которых характерно для живого организма с его биоритмическими изменениями.

Свойство мозаико-инвариантности отличает матрицы диадических сдвигов от матриц циклических сдвигов. Последние являются моносимметрическими, т.е. симметричными относительно либо главной, либо второй диагонали матрицы в зависимости от направления циклического сдвига при переходе от предыдущей строки матрицы к последующей. При умножении этих циклических матриц на матрицы, сходные по мозаике расположения элементов (например, при возведение циклических матриц во вторую степень), они изменяют свой вид симметрии, становясь симметричными относительно другой диагонали. Поскольку циклические матрицы по этому признаку симметрии являются инволютивными, то они не обладают свойством мозаико-инвариантности. Данное различие между матрицами диадических и циклических сдвигов может иметь биологическое значение в связи с проблемой кодирования информации для ее помехоустойчивой передачи по наследству и для согласования информационных кодов на разных физиологических уровнях. Автор верит в то, что в силу единства живого организма на разных физиологических уровнях используются одни и те же (или очень близкие) виды кодов для обеспечения помехоустойчивости биологической информации. Помехоустойчивость кажется ключевым словом в рассматриваемой проблематике и удивительным биоинформационным феноменом, позволяющим организму сохранять свои функциональные способности в условиях постоянных внешних воздействий на организм и его онтогенетических трансформаций. Для анализа генетической помехоустойчивости оказываются полезными коды Хэмминга, связанные с циклическими генокодами. Интересные дополнительные материалы дает рассмотрение аналогий в гиперболическом характере бисимметрических числовых геноматриц и вездесущего фликкер-шума как возможного участника процессов самоорганизации.

Двоично-инверсные числа и геноматрицы. В ТДС известны m-ично инверсные числа, связанные с прямым и обратным порядком записи чисел в системах счисления с основанием m. Автором выявлена их полезность для выявления скрытых симметрий в системах генетического кодирования. В частности, замена бинарных номеров столбцов и строк геноматрицы 64 триплетов их двоично-инверсионными аналогами (при этом номера 0,1,2,3,4,5,6,7 заменяются соответственно на номера 0,4,2,6,1,5,3,7) приводит к матрице, в которой каждый триплет заменен его инверсионным аналогом. Например, триплет CAG заменен триплетом GAC, а триплет CAC остается в своей ячейке, поскольку его вид не зависит от направления его прочтения. Возникающая при такой замене новая матрица называется инверсионно-нормированной (кратко, И-матрицей). При этом И-матрица отличается от исходной P-матрицы перестановкой 48 триплетов; 16 триплетов не меняют своих позиций.

И-геноматрица Таблицы 2 соответствует генетическому коду митохондрий позвоночных, который признается в генетике самым древним и идеальным. Она, как и исходная геноматрица $P^{(3)}$, имеет черные и белые ячейки [Петухов, 2001; 2006]. Черные клетки содержат те триплеты, кодовое значение которых не зависит от их третьей буквы, а белые – те триплеты, кодовое значение которых зависит от третьей буквы. Видно, что эта матрица, полученная чисто формальным образом путем возведения в третью кронекеровскую степень базовой матрицы P и последующей перестановки столбцов и строк согласно их двоично-инверсионной перенумерации, вдруг оказывается в высокой степени симметричной. Это свидетельствует об адекватности названного подхода.

Таблица 2. *Инверсионно-нормированная геноматрица 64 триплетов, для каждого из которых указана кодируемая им аминокислота или стоп-сигнал. Пояснения в тексте.*

	111	011	101	001	110	010	100	000
111	CCC Pro	ACC Thr	CAC His	AAC Asn	CCA Pro	ACA Thr	CAA Gln	AAA Lys
011	UCC Ser	GCC Ala	UAC Tyr	GAC Asp	UCA Ser	GCA Ala	UAA Stop	GAA Glu
101	CCU Leu	AUC Ile	CGC Arg	AGC Ser	CUA Leu	AUA Met	CGA Arg	AGA Stop
001	UUC Phe	GUC Val	UGC Cys	GGC Gly	UUA Leu	GUA Val	UGA Trp	GGA Gly
110	CCU Pro	ACU Thr	CAU His	AAU Asn	CCG Pro	ACG Thr	CAG Gln	AAG Lys
010	UCU Ser	GCU Ala	UAU Tyr	GAU Asp	UCG Ser	GCG Ala	UAG Stop	GAG Glu
100	CUU Leu	AUU Ile	CGU Arg	AGU Ser	CUG Leu	AUG Met	CGG Arg	AGG Stop
000	UUU Phe	GUU Val	UGU Cys	GGU Gly	UUG Leu	GUG Val	UGG Trp	GGG Gly

В этой И-геноматрице все квадранты тождественны по своей мозаике черных и белых триплетов, которая характеризуется к тому же зеркальной антисимметрией для левой и правой половин квадранта. Более того, симметрия распространяется на феноменологию расположения аминокислот и стоп-сигналов в этой геноматрице: ее верхняя и нижняя половины тождественны по видам и позициям всех аминокислот и стоп-сигналов, а левая и правая половины геноматрицы совпадают по видам аминокислот в черных ячейках. Каждая строка этой матрицы (как и каждая строка ее квадрантов) по своей мозаике соответствует нечетной функции относительно средней вертикали матрицы (квадранта); при замене в ячейках черного и белого цветов на числа +1 и -1 эти строки оказываются связанными с функциями

Радемахера и Уолша (как и строки исходной геноматрицы). Каждый квадрант И-геноматрицы триплетов по мозаике оказывается тождественен И-матрице дуплетов. Числовые геноматрицы водородных связей (A=U=2, C=G=3), получаемые из таких символьных И-геноматриц одним из упомянутых выше способов, являются бисимметрическими матрицами диадических сдвигов, как и исходные геноматрицы.

Отметим дополнительно, что символьные геноматрицы $P^{(K)}$ по расположению в них мультиплетов, вид которых меняется при их чтении в обратном порядке букв, наделены симметриями и связаны с матрицами Адамара. Поясним это на примере геноматрицы $P^{(3)}$, в которой каждую ячейку с триплетом, зависимым от направления его чтения, обозначим через «+1», а каждую ячейку с независимым триплетом – через «-1». При этом возникает числовая матрица B, в которой верхняя и нижняя половины, а также левая и правая половины зеркально симметричны по расположению чисел +1 и -1. Каждый ее квадрант (4x4) также обладает симметриями по расположению этих чисел: его верхняя и нижняя половины, а также левая и правая половины тождественны. В каждом квадранте (4x4) все четыре субквадранта (2x2) тождественны друг другу и являются матрицами Адамара. Вся матрица B (8x8) становится матрицей Адамара, если в каждом ее ячейке изменить знак столько раз, сколько в соответствующем этой ячейке триплете встречается эта же особая буква U на второй и третьей позициях; при этом одновременно каждый ее квадрант (4x4) и каждый ее субквадрант (2x2) также являются матрицами Адамара, образуя в совокупности картину вложенных матриц с «адамаровой фрактальностью».

Геноматрицы с высокой индивидуальной симметрией по черно-белой мозаике триплетов и расположению видов аминокислот образуются также при замене в геноматрице $P^{(3)}$ и ее И-геноматрице всех триплетов на их аналоги с циклическим сдвигом букв на одну (а также две) позиции. Образуется содержательная симметрологическая группа 6 геноматриц, базирующаяся на группе 6 возможных перестановок триплета. Эти 6 геноматриц одновременно становятся 6 различными матрицами Адамара при учете особого статуса буквы U, давая 6 различных базисных систем векторов для 6 параллельных вариантов спектрального разложения. Отмечается аналогия данного набора 6 геноматриц и 6 перестановок букв каждого триплета с набором 6 цветов (базовых и дополнительных, соединяемых звездой Соломона) на цветовом круге психофизики зрительного восприятия. Анализируются структуры генетических секвенций с позиций их возможной связи с этим набором 6 вариантов геноматриц и 6 спектральных адамаровых представлений. Через матрицы Адамара биоинформатика оказывается связанной с инвариантами проективной геометрии, роль которых в морфогенезе отмечалась автором ранее. Ограниченный объем статьи не позволяет привести все уже полученные результаты на плодотворном пути матричного представления систем генетических элементов в рамках выдвигаемой автором концепции информогенеза, связанной с биологической самоорганизацией и использованием кодов как средства обеспечения помехоустойчивости в биоинформатике.

Литература

1. Гессе Г. Игра в бисер. – Собр. соч. в 4-х т., том 4. СПб.: Северо-Запад, 1994, 543 с.
2. Еремеев В.Е. Символы и числа «Книги перемен». М., Ладомир, 2005, 600 с.
3. Петухов С.В. Бипериодическая таблица генетического кода и число протонов. М, 2001, 258 с.
4. Петухов С.В. Симметрии в биологии // Приложение к книге: Шубников А.В., Копцик В.А. «Симметрия в науке и искусстве», 3-е издание. М, 2004, с. 482-513.
5. Петухов С.В. Метафизические аспекты матричного анализа генетического кодирования и золотое сечение // Метафизика (под ред. Ю.С.Владимирова). М.: Бином, 2006, с.216-250.
6. Петухов С.В. Пифагоровы отношения параметров триплетов в генетических секвенциях и генетическая музыка // Депонировано в ВИНИТИ РАН 29.05.2006г, № 709-В2006 (Указатель ВИНИТИ «Депонированные научные работы», № 7 за 2006г.)
7. Петухов С.В. Музыка, генетика и живая природа // Депонировано в ВИНИТИ РАН 26.09.2006 г, № 1179-В2006 (Указатель ВИНИТИ «Депонированные научные работы», № 11 за 2006 г.)
8. Петухов С.В. Матрицы генетического кода и музыка // Объединенный научный журнал, № 13 (173), июнь 2006, с. 46-48.
9. Kappraff J. The arithmetic of Nichomachus of Gerasa and its applications to systems of proportions // Nexus Network Journal, v. 2, № 4 (October 2000), http://www.nexusjournal.com/Kappraff.html
10. Needham J. Science and Civilization in China, v. 4, Chapter (h): Sound (Acoustics). Cambridge University Press, 1962.
11. Petoukhov S.V. Genetic Codes // Symmetry in Genetic Information, ed. Petoukhov S.V., special issue of the journal "Symmetry: Culture and Science", Budapest, 2001: Internat. Symmetry Foundation, p. 255-306.
12. Petoukhov S.V. Attributive conception of genetic code, its bi-periodic tables and a problem of unification bases of biological languages // "Symmetry: Culture and Science", 2003, № 1-4, p. 40-59
13. Petoukhov S.V. The rules of degeneracy and segregations in genetic codes. The chronocyclic conception and parallels with Mendel's law's // «Advances in Bioinformatics and its Applications" (editors – M.He, G.Narasimhan, S.Petoukhov), Proceedings of the International Conference (Florida, USA, 16-19 December 2004), Series in Mathematical Biology and Medicine, v. 8, 2005, pp. 512-532, New Jersey-London-Singapore-Beijing, World Scientific.
14. Petoukhov S.V. Hadamard matrices and quint matrices in matrix presentations of molecular genetic systems // "Symmetry: Culture and Science", 2005, № 3.
15. Petoukhov S.V. Bioinformatics: metric genotensors, generalized crystallography and musical scales in genetic molecules // "Symmetry: Culture and Science", 2006, Proceedings of the International conference "Symmetry Festival 2006", 12-18 August, 2006, Budapest (в печати).

А.А. Зенкин

ЭПИСТЕМОЛОГИЯ И МИФОЛОГИЯ ЧИСЛА

1. ЧТО ЕСТЬ ЧИСЛО? – ОТКРЫТАЯ ПРОБЛЕМА!

Как известно, иррациональные числа были открыты пифагорейцами в VI в. до н.э. Имеется достаточно оснований полагать, что с натуральными числами человечество познакомилось гораздо раньше. Если по поводу математической природы *конечных* натуральных чисел никогда не возникало особых разногласий, то природа иррациональных чисел до сих пор вызывает споры. Характерным примером является оживленная дискуссия по поводу таких, казалось бы давно «пройденных», «элементарных», «школьных» проблем, как «что есть действительное число?», «в каком смысле оно «существует»?», «что значит «произвольная бесконечная последовательность рациональных или действительных чисел?» и т.п., развернувшаяся в последнее время на представительном, высоко профессиональном FOM-сайте по основаниям математики (FOM = Foundations Of Mathematics), «модератором» которого является Martin Davis, а его непременными участниками – John Conway, Colin McLarty, John McCarthy, Milo Gardner, Gordon Fisher, Harvey Friedman, Robert Solovay, Stewart Shapiro, Solomon Feferman, Jaroslav Peregrin, Vladik Kreinovich, Vladimir Kanovei и множество других ведущих современных мета-математиков, философов и специалистов в области аксиоматической теории множеств (*далее* – **АТМ**).

Так что выяснение математической сути понятия числа – далеко не закрытая проблема, которая, по-видимому, еще сулит немало логических, математических и эпистемологических сюрпризов.

2. «ДИСКРЕТНОСТЬ – НЕПРЕРЫВНОСТЬ – БЕСКОНЕЧНОСТЬ»: ТРИЕДИНСТВО ЛОГИЧЕСКИХ ИПОСТАСЕЙ ЧИСЛА.

Согласно Аристотелю, «любая вещь является бесконечной либо в силу прибавления, либо в силу деления; всё, что является бесконечным, может быть таковым в отношении прибавления или деления, или и того и другого» [**Aristotle**].

Понятие числа тесно связано с такими парадигмальными понятиями логики, математики и философии, как *дискретное* и *непрерывное*, которые основаны на понятии *бесконечного* и, в свою очередь, это понятие порождают и специфицируют его основные свойства [**Гайденко**].

Во все времена наиболее прозрачной и математически адекватной моделью понятия «дискретное» служил *бесконечный* (точнее – не-конечный, не-ограниченный) ряд *конечных* натуральных чисел:

1, 2, 3, ... , n, ... (*)

Со времен Кантора, наиболее адекватной математической моделью понятия «непрерывное» (континуума) является числовая ось [- ∞, +∞] или, что, с точки зрения «количественной эквивалентности», то же самое, множество X всех точек или действительных чисел (*далее* – **д.ч.**) отрезка [0,1].

Фундаментальный характер этих двух моделей для оснований математики – очевиден: согласно Пуанкаре (1900 г.), «из понятия натурального числа можно вывести всю математику» [**Пуанкаре**], а, согласно Бурбаки (1960 г.), «возможно вывести почти всю современную математику из единого источника – теории множеств» [**Бурбаки**], основным объектом которой и является понятие континуума X.

3. ТРЕТИЙ ВЕЛИКИЙ КРИЗИС ОСНОВАНИЙ МАТЕМАТИКИ.

И дискретный ряд (*), и континуальное множество X являются *бесконечными*. И здесь обнаруживаются серьезные неприятности. Пока, следуя Аристотелю, математики считали бесконечность *потенциальной*, не возникало никаких неразрешимых проблем. Однако, как только Кантор ввел в математику *актуальную* бесконечность, разного рода противоречия и неразрешимые парадоксы «посыпались как из рога изобилия». Вначале сам Кантор (1895), затем Бурали-Форти (1897) и Рассел (1902) открывают целую серию парадоксов, которые привели в конечном счете к знаменитому Третьему Великому Кризису в основаниях математики в самом начале XX века. Согласно Вейлю (1946) и Френкелю и Бар-Хиллелу (1958), «этот кризис продолжается до сих пор». К этому можно добавить, что современная мета-математика и АТМ не решили проблемы парадоксов, т.е. не выявили логические и семантические механизмы появления этих «монстров» в процессе *элементарных* логических и математических рассуждений, но всего лишь научились, пользуясь словами Френкеля и Бар-Хиллела, «обносить <свои построения> стенами, предохраняющими от вторжения гнусных антиномий, без всякой, однако, уверенности, что некоторые из этих тварей не засели внутри» [**Френкель**]. С точки зрения явно ненулевой вероятности указанной опасности, Третий Великий Кризис продолжается до сих пор, т.е. и в наступившем XXI веке [**Зенкин-6**].

4. БЕСКОНЕЧНОСТЬ ПОТЕНЦИАЛЬНАЯ И БЕСКОНЕЧНОСТЬ АКТУАЛЬНАЯ.

Как известно, Кантор более, чем значительную часть своих научных изысканий потратил на то, чтобы *оправдать* (термин «доказать» здесь просто неуместен, см. ниже) легитимность введения в математику понятия *актуальной* бесконечности (*далее* – **АБ**), потому что он прекрасно понимал, что без АБ все его трансфинитные конструкции просто не имеют смысла. Действительно, если ряд (*) является *потенциально*-бесконечным (*далее* – **ПБ**), то канторовское наименьшее трансфинитное число ω, равно как и все его «не-наименьшие» трансфинитные ординалы, как, впрочем и трансфинитные кардиналы, превращаются в объекты сомнительной теологической фантазии, а отнюдь не математики [**Гайденко, Зенкин-5, Катасонов, Кулик, Симаков, Тростников**].

Все АТМ-специалисты, однако, прекрасно понимали, что именно актуализация бесконечных множеств породила серию фатальных противоречий и парадоксов в теории множеств. *Поэтому*, в середине XX века канторовская теория множеств была *объявлена* «наивной» [**Клини**], дабы не отбрасывала свою компрометирующую «тень» на современную, «не-наивную» аксиоматическую теорию множеств, а сам термин «АБ» был выведен за рамки респектабельной мета-математической науки: упоминать АБ в монографиях и учебниках по мета-математике и АТМ «сделалось» неприличным, а проблема парадоксов была «решена» согласно хорошо известному в «определенных кругах» принципу: «нет термина – нет и проблемы».

Согласно «устоявшемуся» мнению современных мета-математических и АТМ-экспертов, наиболее определенно выраженному С. Феферманом [**Feferman-1**], «понятия потенциальной и актуальной бесконечности относятся к неформальному, философскому уровню и <потому – АЗ> вообще не употребляются в современных аксиоматических системах, хотя некоторые аксиомы *обосновываются* <are justified> *допущением* актуально-бесконечного». По поводу особенностей своей новой Операциональной Теории Множеств <Operational Set Theory> Феферман признает, что она «*явно* включает в себя *форму существования* актуальной бесконечности». Однако, суммируя свое отношение к АБ, он утверждает, что «концепция АБ не является частью математики».

Довольно странная позиция. Конечно, любую аксиому можно «обосновывать» и философски, и эмпирически, и психологически, и юридически, и т.д. Вопрос в том, используется ли это обоснование в самой *формальной* системе? Если используется, то оно должно быть *явно* сформулировано и зафиксировано в аксиоматике данной формальной системы, иначе такая система не является формальной. Если не используется, то дедуктивные выводы из данной системы аксиом не могут зависеть ни от каких внесистемных «обоснований». С этой точки зрения, *явное* включение в <любую АТМ> некой «*формы существования* актуальной бесконечности», которая «не является частью математики» представляется очевидной логической несуразностью. Как установить факт (как правило, неявного, основанного на различных «фигурах умолчания» [**Зенкин-3**]) использования АБ в АТМ? – Для этого достаточно заменить «обоснование» на основе «допущения АБ», на *контрадикторное* обоснование на основе «допущения не-АБ», т.е. ПБ. Очевидно, что в результате такой замены «обоснований», значительная часть наиболее важных АТМ-конструкций (канторовское доказательство существования несчетных множеств, различение бесконечных множеств по их мощности, теория порядковых и кардинальных трансфинитных чисел и т.п.) окажется нереализуемой в рамках АТМ и просто потеряет всякий смысл. Это означает, что «допущение АБ» представляет собой не философское обоснование «некоторых аксиом АТМ», которое не является «частью математики», а *необходимое условие доказательства* (дедукции) большинства формальных теорем АТМ, именно с точки зрения классической логики и математики. А математика, как известно, тем и отличается от прочих наук, что в ней *все необходимые* условия *доказательства* любой теоремы формулируются *явно* (если, конечно, они сами уже не «выписаны» явно в качестве аксиом или определений данного раздела математики), а *не подразумеваются* на уровне философских «обоснований», не являющихся к тому же «частью математики».

Другой ведущий АТМ-специалист, W.Hodges, в своем официальном отзыве на мое Открытое Письмо "Whether the Lord exists in G.Cantor's Transfinite Paradise?" по поводу ошибок, допущенных W.Hodges'ом в его *знаменитой* статье **[Hodges]**, в редакцию журнала «Символической Логики» (the Journal of Symbolic Logic) **[Bayne]** утверждает, что «аксиомы Цермело-Френкеля *неявно включают* АБ», что доказательство теоремы Кантора также использует АБ, но поскольку «каждый профессиональный мета-математик, живущий сегодня», прекрасно знает эти очевидные факты, то «нет никакой нужды включать явно аксиому Кантора («*все бесконечные множества – актуальны*», см. ниже) в аксиоматическую систему Цермело-Френкеля».

По-видимому, следуя этой, довольно сомнительной «логике» W.Hodges'а, основанной на некоторых *кулуарных соглашениях* некоторых мета-математиков и АТМ-экспертов, современные математики должны были бы исключить, скажем, 5-й Постулат о параллельных из аксиоматики Евклида, поскольку любой ребенок сегодня знает прекрасно, что параллельные линии на евклидовой плоскости не пересекаются? – Воистину, пользуясь словами W.Hodges'а, «возникает острое желание рассматривать всякого, кто <желает решить проблему экспликации *необходимых* условий математических доказательств методом кулуарного голосования – *АЗ*>, как опасно помешанного» **[Hodges]**.

Таким образом, следующая, довольно *скандальная* ситуация имеет место быть в современной АТМ. Две, наиболее претенциозные науки XX века, – современная мета-математика (так называемая «теория доказательства», подразумевающая, что до ее появления математики со времен Пифагора просто понятия не имели о том, как нужно правильно доказывать свои математические теоремы, и претендующая на то, как утверждает Коэн, «чтобы *приучить математиков*, не являющихся специалистами в логике, к тому *строгому и точному взгляду на вещи*, который необходим при изучении вопросов оснований математики» **[Коэн]**) и современная АТМ (из ко-

торой, согласно Бурбаки, «возможно вывести почти всю математику»), – откровенно «претендуют на абсолютную строгость» **[Бурбаки]**. Обе основаны на концепции АБ в том прямом смысле, что формальные доказательства основных, эпохальных достижений этих наук (теоремы Кантора о несчетности континуума, и знаменитых «отрицательных» теорем Геделя, Тьюринга, Черча, Тарского и т.п. с их парадигмальными философскими следствиями) основаны на использовании канторовского диагонального метода, который просто неприменим к не-актуальным (=потенциальным) множествам. Однако, само это базовое понятие АБ до сих пор не имеет сколько-нибудь строгого, формального определения в рамках указанных двух наук вопреки их широковещательной претензии на абсолютную строгость, т.е., согласно Вэйлю, обе науки изначально «построены на песке». Причем тот же самый логический дефект совершенно необоснованно приписывается и понятию ПБ. Здесь прослеживается некая психологическая аналогия с канторовским патологическим неприятием актуально-бесконечно-малых, этих, по его выражению, *"инфинитезимальных бацилл холеры в математике"* **[Пурперт]**: если бы Кантор «своевременно» признал АБ-малые, то он бы несомненно открыл и теорию современного нестандартного анализа, что неизбежно привело бы его к очень неприятному в то время (как, впрочем, и сегодня) вопросу: «А что принципиально нового его АБ-малые дают по сравнению с фантастической эффективностью и практической значимостью, например, дифференциального и интегрального исчислений?». По той же причине современная АТМ устраняет из своего «обихода» не только понятие АБ, но и понятие ПБ, дабы не спровоцировать очевидных и не очень приятных вопросов о легитимности логических оснований того трансфинитного «рая, который создал для <АТМ – *АЗ*> Георг Кантор» **[Гильберт]**.

Эта скандальная, с точки зрения классической логики, ситуация, можно сказать, «вынудила» меня дать строгие определения ПБ и АБ. Впервые эти результаты докладывались на семинарах РГГУ ("Научная Интуиция Гениев Против Мифо-"Логики" Трансфинитного "Рая" Г.Кантора", 2002), Института философии РАН («Логика, философия и пара-психология понятия АБ», 2003) и были опубликованы в электронном архиве (**FOM-archive**) упоминавшегося выше FOM-сайта **[Zenkin-5]**, а также в **[Zenkin-7 Review of ML]** Стоит заметить, что ни одного, заслуживающего внимания возражения со стороны упоминавшихся выше FOM-экспертов, не склонных прощать даже мелкие покушения на АТМ-устои, не последовало.

4. СТРОГОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОНЯТИЙ ПОТЕНЦИАЛЬНОЙ И АКТУАЛЬНОЙ БЕСКОНЕЧНОСТИ [Zenkin-3, Zenkin-7]

Поскольку, с одной стороны, современная мета-математика и АТМ не имеют строгих определений понятий ПБ и АБ, но, с другой стороны, *эти понятия являются важнейшими в рамках проблематики оснований математики и имеют прямое отношение к выявлению истинной природы действительных чисел, остановимся на этих определениях более подробно.*

4.1. Определения понятия потенциальной бесконечности (ПБ).

4.1.1. Определение Аристотеля (вставки в квадратных скобках принадлежат мне - *А3*): "... бесконечное существует через полагание *одной вещи* [n+1], *взятой после* [>] *другой* [n]; то, что полагается всегда остается *конечным* [$n < \infty$], *но всегда другим и другим* [$n \to \infty$]" **[Aristotle]**. Поскольку для Аристотеля «бесконечное существует только потенциально», а АБ просто не существует («Infinitum Actu Non Datur»), то данное определение относится именно к ПБ **[Гайденко]**.

4.1.2. Аксиоматическое определение.

(А1) Существует "вещь" '0' (поскольку любая, вполне-упорядоченная, *конечная* последовательность аристотелевских "вещей" всегда содержит первую "вещь"; мы будем обозначать эту первую "вещь" символом, скажем, '0').

(А2) Если n есть "вещь" (натуральное число), то n+1 также есть "вещь" (натуральное число), причем n+1 > n.

(А3) Других "вещей" (натуральных чисел), отличных от тех, которые определены аксиомами А1 и А2, не существует.

Как нетрудно заметить, аксиомы А1, А2 и А3 представляют собой *строгое, формальное, аксиоматическое, индуктивное* определение [**Клини**] обычного ряда (*) обычных конечных натуральных чисел, а сами утверждения А1 – А3 являются первыми тремя аксиомами классической арифметики Пеано. Таким образом, пеановское определение ряда (*) является *строгой формализацией* и *аксиоматизацией* определения понятия ПБ по Аристотелю. И не более того.

4.1.3. Основное математическое свойство ПБ-ряда (*).

Теорема. Не существует наибольшего, последнего элемента в ряду (*).

Доказательство. Допустим, что n* является последним элементом в (*). Поскольку n* является натуральным числом, то n*+1 – тоже натуральное, причем n*+1 > n*. Следовательно, n* не является последним элементом в (*). Противоречие. Ч.Т.Д.

4.1.4.Алгоритмическое определение понятия ПБ.

Процесс построения ряда (*) может быть *эффективно и конструктивно реализован* следующей компьютерной программой (или, если угодно, – простейшей «машиной Тьюринга»):

BEGIN INTEGER i; LABEL L; i:=0; L: i:=i+1; PRINT(i); GOTO L END **(П)**

4.1.4.1. Этот пошаговый ПБ-процесс **П** построения ряда (*) никогда *не **достигает*** состояния "ОСТАНОВА".

И ПОТОМУ

4.1.4.2. Этот ПБ-процесс **П** не может породить в качестве своего *окончательного результата* никакого *индивидуального* (математического) объекта, например, канторовских "завершенных, определенных, неизменяемых во всех своих частях" НЕ-конечных чисел, последовательностей, множеств и т.п.

4.2. Определение понятия актуальной бесконечности (АБ).

Таким образом, вопреки *намеренно ложному* утверждению современных мета-математиков о том, что понятие ПБ «относится к неформальному, философскому уровню», строгое, аксиоматическое определение понятия ПБ существовало *со времен Аристотеля*. Поскольку понятие ПБ является *контрадикторным* понятию АБ, то, зная строгое определение ПБ, казалось бы, нет ничего проще, чем простым логическим отрицанием ПБ получить столь же строгое определение понятия АБ!? – Однако, не все так просто: сейчас мы увидим, что «голое» отрицание ПБ для Кантора было бы «смерти подобно».

4.2.1. Определение Кантора (почти дословно) **[Кантор]**: "хорошо известно, что количество конечных натуральных чисел в ряду (*) бесконечно, и потому в этом ряду нет наибольшего, последнего натурального числа ...; Однако, как это не покажется кому-то противоречивым (это, действительно, крайне противоречиво, и Кантор сам прекрасно это понимает! – А3), нет, тем не менее, ничего нелепого в том ("*Сущность математики – в ее свободе* "! – А потому допустимы любые фантазии! – А3), чтобы ***обозначить*** ряд (*) как целое *именем* (или *символом*), скажем, 'omega' (или 'Иванов', 'Петров', 'Сидоров'), ***назвать*** это *имя* 'omega' ***целым числом*** и затем продолжить счет: 'omega', 'omega'+1, 'omega'+2, 'omega'+3, . . . ," и можно добавить – в полном соответствии с ... аксиомой Аристотеля-Пеано: "если 'вещь' есть (*названа как* – А3) целое, то и 'вещь'+1 есть целое тоже" *для любой* 'вещи' независимо от реальной природы этой 'вещи' и от того, что мы думаем об этой 'вещи': твердая она или мягкая, тяжелая или легкая, высокая или низкая, конечная или бесконечная, постоянная или переменная, закончена «строительством» или «незавершенка», потенциальная или актуальная, и т.п.

Таким образом, Кантор принимает аксиомы **4.1.2** Аристотеля-Пеано и основное математическое свойство **4.1.3** (не может не принять! – иначе ... гарантированное научное «харакири» – А3), но отвергает их *алгоритмические следствия* **4.1.4.1 и 4.1.4.2,** т.е. Кантор постулирует *отрицания* утверждений **4.1.4.1** и **4.1.4.2** в следующей форме.

4.2.2. Основное математическое свойство АБ-ряда (*).

Теорема. Не существует наибольшего, последнего элемента в АБ-ряду (*). – НО !

4.2.3. Алгоритмическое определение понятия АБ.

4.2.3.1. Процесс **П** ***порождает*** (*в качестве своего финального результата*) бесконечную последовательность (*) как *индивидуальный* 'математический' объект – знаменитое канторовское наименьшее трансфинитное порядковое 'число' ω, т.е. некую "завершенную, определенную, неизменную во всех своих частях" сущность.

И ПОТОМУ

4.2.3.2. Пошаговый процесс **П** построения ряда (*) ***достигает*** состояния 'ОСТАНОВА'.

Замечание 1. Утверждение **4.2.3.2.** является необходимым условием определения актуальной бесконечности, поскольку в противном случае процесс **П** должен продолжаться *всегда*, например, и в тот "судьбоносный" момент, когда Кантор "объявляет" ряд (*) наименьшим трансфинитным целым *числом* ω и начинает конструировать свой 'трансфинитный рай'. Другими словами, если **4.2.3.2.** не выполняется, то канторовская "вещь" ω не может быть "завершенным, определенным, и неизменным во всех своих частях" *индивидуальным* математическим объектом. Каким образом бесконечный цикл программы **П** может достичь состояния «ОСТАНОВА», – это отнюдь не риторический вопрос к адептам канторовской «мудрости».

Замечание 2. Выше я использовал оригинальное канторовское определение понятия актуальной бесконечности потому, что во всех современных "не-наивных" АТМ до сих пор просто не существует более "строгого" (с точки зрения классической математической – *никакого*) определения понятия АБ.

5. НУЖНЫ ЛИ НОВЫЕ АКСИОМЫ АКСИОМАТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ МНОЖЕСТВ?

Как известно, К. Гедель (1939) и П. Коэн (1962) доказали *независимость* континуум-гипотезы (КГ) Кантора в рамках АТМ Цермело-Френкеля с аксиомой выбора. Однако, доказать *независимость* КГ и *решить проблему* континуума – две «вещи» существенно различные. Сложившуюся вокруг КГ ситуацию лучше всего характеризует сам Коэн.

Касаясь вопроса о разрешимости КГ, он пишет *в самом начале* своей знаменитой монографии (**Коэн, стр. 13**): "... КГ представляет собой довольно драматический пример того, что (с нашей теперешней точки зрения) может быть названо абсолютно неразрешимым утверждением". И *заканчивает* свою книгу словами (**Коэн, стр. 282**):

"Таким образом, <мощность континуума> **C** больше, чем $\aleph_n$, $\aleph_\omega$, $\aleph_\alpha$, где $\alpha = \aleph_\omega$, и т.д. С этой точки зрения, **C** рассматривается как непомерно большое множество, которое дано нам некоторой новой смелой аксиомой и достичь которое с помощью любого последовательного процесса построения невозможно". Более подробный анализ проблемы разрешимости КГ см. в [**Zenkin-1, Zenkin-6**].

С тех пор АТМ-адепты безуспешно ищут эту «новую смелую аксиому». Не так давно в журнале The Bulletin of Symbolic Logic [**Feferman-2**] была опубликована обширная дискуссия по вопросу «нуждается ли *математика* в новых аксиомах?» между S.Feferman, H.Friedman, P.Maddy, и

J.Steel. Как известно, «стороны» не пришли к единому мнению по поводу необходимости «открытия» новых аксиом «*в математике*» для обоснования «существования» так называемых «малых» больших (“small” large), больших (large), «больших» больших (“large” large) и вообще недостижимых (inaccessible in the Mahlo hierarchies) кардиналов.

Мне представляется, что на более простой вопрос «нуждается ли современная *АТМ* в новых аксиомах?» несомненно следует дать положительный ответ и *впервые*, наконец-то, сформулировать эти аксиомы в *явном* виде.

Действительно, со времен Аристотеля ни одному математику не удалось *доказать*, что бесконечный ряд (*) является *потенциальным*, точно так же, как со времен Кантора ни одному канторианцу не удалось *доказать*, что бесконечный ряд (*) является *актуальным*. Это значит, что два *контрадикторных* свойства бесконечных множеств «быть *потенциальным*» или «быть *актуальным*» имеют *аксиоматический* характер. Эта ситуация абсолютно подобна драматической истории, связанной с тысячелетними попытками доказательства Пятого постулата о параллельных в геометрии Евклида. Пользуясь этой аналогией и *существом дела* мы можем утверждать, что в математике, *со времен Аристотеля*, существовали два *контрадикторных аксиоматических* утверждения, первое из которых без сомнения принадлежит Аристотелю («*бесконечное существует потенциально*»), а второе впервые было сформулировано (хотя и не очень четко с точки зрения современной мета-математики) Георгом Кантором. На языке *современной* математики эти утверждения выглядят следующим образом [**Poincare, Zenkin-2, Zenkin-3, Зенкин-1, Зенкин-2**].

АКСИОМА АРИСТОТЕЛЯ (III век до н.э.). *Все бесконечные множества – потенциальны.*

АКСИОМА КАНТОРА (XIX век н.э.). *Все бесконечные множества – актуальны.*

Вся классическая, т.е., пользуясь термином Фефермана, вся «реально работающая», математика, результаты которой, в конечном счете, доступны верификации числом или экспериментом, основана на аксиоме Аристотеля и потому не ведает никаких неразрешимых противоречий и парадоксов. Все современные аксиоматические теории множеств основаны на аксиоме Кантора, хотя явно эту аксиому нигде не упоминают. Почему? – Потому, что, во-первых, повторюсь, эти теории никогда не имели строгого определения собственного базового *понятия – понятия АБ,* явно используемого *в формулировке аксиомы Кантора, а потому автоматически «причисляли» эту аксиому к «неформальному философскому уровню», и, во-вторых, потому что любой АТМ-специалист прекрасно знает, что, согласно Гауссу, Кронекеру, Коши, Пуанкаре, Вейлю, Брауэру, Виттгенштейну, Лузину, Куайну и т.д., «использование АБ в математике недопустимо», поскольку ведет к противоречиям и неразрешимым парадоксам, а потому «поминать имя АБ всуе» – чревато непредсказуемыми для АТМ эпистемологическими последствиями.*

Приведенные выше строгие определения ПБ и АБ позволяют, пользуясь известным выражением Бар-Хиллела, «пролить новый свет» на семантику платонистской и анти-платонистской концепций в философии математики, на проблему существования абстрактных математических объектов (например, действительных чисел), на логическую природу кванторов существования и общности и на семантическую соподчиненность традиционных аксиом современной АТМ (прежде всего, аксиом бесконечности, выбора, множества-степени и др.) аксиоме Кантора, а также на некоторые новые логические и эпистемологические аспекты канторовского диагонального метода порождения *индивидуальных* мета-математических АТМ-объектов [**Zenkin-1-6, Зенкин-1-5**].

Итак, на вопрос «Нуждается ли современная АТМ в новых аксиомах?» ответ может быть только один: «Да, современная АТМ очень нуждается в явной формулировке аксиомы Кантора», поскольку в противном случае, т.е. в случае принятия *контрадикторной* аксиомы Аристотеля, весь канторовский «трансфинитный рай» оказывается пустой теологической и телеологической фантазией одного, но несомненно гениального человека.

Доклад на тему «Нуждается ли Аксиоматическая Теория Множеств в Новых Аксиомах?» был, насколько я знаю («после тщательного рассмотрения», по словам Председателя Оргкомитета Конгресса, проф. Luis M. Valdes Villanueva), безоговорочно принят (вопреки возражениям некоторых моих уважаемых локальных оппонентов) для обсуждения на секции «Философия математики» (под со-председательством Stuart Shapiro (USA), Mark Steiner (Israel), Penelope Maddy (USA)) 12-го Международного Конгресса по Логике, Методологии и Философии Науки в Овьедо (Испания) 2003 года [**Zenkin-2**].

Резюмируя, хотелось бы подчеркнуть, что описанный выше *факт намеренного* замалчивания проблемы АБ современной АТМ представляет собой реализацию крупно-масштабной методологической «диверсии» со стороны современных «продвинутых» канторианцев и, по Арнольду, «бурбакистов» [**Arnold, Арнольд**], ибо если бы проблема АБ и ПБ не была профессионально «замазана» апологетами канторианства, многие «больные» вопросы канторовской «наивной», как, впрочем, и всех современных «ненаивных» теорий множеств были бы решены много лет тому назад.

*Так, В.Я. Перминов в своей замечательной монографии [**Перминов**], совершенно справедливо подчеркивает: «Методология математики говорит о том, что актуальная бесконечность коррелятивна бесконечности потенциальной и введение одной из них предполагает использование другой. ... актуальная бесконечность, как и бесконечность потенциальная, внедрена в самые основания математического мышления».*

Такое понимание онтологического «равноправия» понятий АБ и ПБ, на мой взгляд, прямо ведет к логической необходимости постулирования аксиоматического характера этих *контрадикторных* понятий и далее – к *явной* формулировке указанных выше *аксиом* Аристотеля и Кантора. Очевидно, однако, что явная формулировка этих аксиом вовсе не означает *доказательства* их логической «непорочности» в том смысле, что если одна из этих аксиом приводит к противоречию, то такая аксиома, а вместе с ней и все формалистические «конструкции» на ней основанные, должны быть с неизбежностью отвергнуты. Во всяком случае, с точки зрения классической логики.

Кстати, в работах [**Zenkin-2, Zenkin-3, Зенкин-2**] *доказано*, что если аксиома Кантора эксплицируется явно как *необходимое* условие доказательства теоремы Кантора о несчетности континуума, то это доказательство теряет силу и с неизбежностью ведет к *новому* теоретико-множественному парадоксу типа «Лжеца».

6. ЛИНЕЙНАЯ ГЕДЕЛЕВСКАЯ НУМЕРАЦИЯ МУЛЬТИ-МОДАЛЬНЫХ ТЕКСТОВ.

Рассмотрим теперь очень нетривиальный вопрос об использовании натуральных чисел в качестве «мета-языка», который, согласно Геделю, позволяет формальным системам «выражаться» о самих себе.

Что представляет «из себя» знаменитый трактат Н.Бурбаки «Теория множеств» [**Бурбаки**]? С точки зрения Ленинградской типографии №2 имени Евгении Соколовой Главполиграфпрома Государственного комитета Совета Министров СССР по печати это – увесистый «производственный продукт» образца 1965 года, объемом 28,8 печатных листа (455 стр.) и весом брутто 0,733 кг.

С точки зрения Вице-Президента Международного Математического Союза (The International Mathematical Union), академика РАН В.И.Арнольда, это – капитальный труд, заложивший основы фатальной «бурбакизации» современной математики и математического образования. «Подобное "абстрактное" описание математики, – пишет В.И.Арнольд, – непригодно ни для обучения, ни для каких-либо практических приложений. Современное формализованное (бурбакизированное) образование в математике – полная противоположность обучению умению думать и основам науки. Оно опасно для всего человечества. ... "левополушарные больные" сумели вырастить целые поколения математиков, которые не понимают никакого другого подхода к математике и способны лишь учить таким же образом следующие поколения.

Страшно подумать, какого рода давление бурбакисты оказывают на (заведомо неслабоумных) студентов превращая их в формальные машины <в квази-интеллектуальных «зомби» – АЗ>! Такой тип формализованного образования является совершенно бесполезным для решения любых практических проблем и даже становится опасным, приводя к событиям типа Чернобыля <и, сегодня можно добавить, к событиям 11 сентября 2001 года

– А3>. К сожалению, этот бич формальной дедукции пропагандируется во многих странах, и будущее математики, инфицированной этой болезнью, выглядит довольно мрачным» **[Arnold, Арнольд, Зенкин-2, Зенкин-5]**.

С точки же зрения «искусственного интеллекта» современного компьютера, знаменитый АТМ-трактат Н.Бурбаки – это просто довольно длинная, но *конечная* строка двоичных символов 0 и 1. Если эту двоичную строку «перевести» в более привычную десятичную форму, то мы получим некоторое *конечное* натуральное число, т.е. некоторый элемент *бесконечного* ряда (*) *конечных* натуральных чисел.

Таким образом, с точки зрения элементарной теории чисел знаменитая монография Н.Бурбаки представляет собой просто некоторое *конечное* натуральное число ряда (*), содержащее в себе «все богатство и интеллектуальную мощь» современной АТМ.

Очевидно, что и любой, а не только мета-математический, текст, содержащий любое количество многоэтажных формул и графиков, диаграмм и гистограмм, художественных, и не очень, картин, видео и аудио фрагментов и т.д., и т.п., одним словом любой *мульти-модальный* (*далее* – ММ) «текст», – представляет собой, с точки зрения его компьютерной реализации, некоторое *конечное* натуральное число. И ничего более.

Пусть T есть некоторый ММ-текст и n_T – натуральное число, порождаемое машинным представлением этого текста. Такое натурально число обладает следующими тремя замечательными мета-математическими свойствами.

1. Любой ММ-текст T порождает *единственное* натуральное число n_T.

2. Любые два ММ-текста, скажем, T_1 и T_2 , отличающиеся хотя бы одним символом, или окраской хотя бы одного пиксела хотя бы одного графического фрагмента, или тембром хотя бы одной ноты хотя бы одного встроенного музыкального клипа, порождают различные натуральные числа, скажем, n_1 и n_2 , так что

$\neg[T_1 \equiv T_2] \rightarrow [n_1 \neq n_2]$.

3. Если натуральное число n_T порождается ММ-текстом T, то это натуральное число n_T, будучи введено в компьютер и дешифровано в той же системе кодирования, в которой оно было получено, порождает исходный ММ-текст T. Даже если этот компьютер поместить на самой далекой планете, вращающейся вокруг самой далекой звезды самой далеко-убежавшей от нас Галактики.

Как известно, натуральные числа, обладающие указанными свойствами, называются *геделевскими номерами* соответствующих ММ-текстов **[Клини]**.

Поэтому, когда вы слышите «Я отправил е-сообщение», «Я получил е-письмо», «Мы обменялись е-поздравлениями по случаю …», такие утверждения следует понимать как метафоры, поскольку в действительности наши компьютеры обмениваются некоторыми натуральными числами, которые, лишь по случаю (если нет сбоев), оказываются *линейными* геделевскими номерами (*далее* – $\mathbf{G_z}$–номерами) соответствующих ММ-текстов, и не более того.

Так например, «термин» Goedel имеет в качестве линейного геделевского G_z–номера натуральное число *семьдесят один квинтиллион сто одиннадцать квадриллионов сто один миллиард сто миллионов сто одна тысяча сто восемь* или, короче, 71111101100101108. Если теперь ввести это натуральное число в любой компьютер MS-империи Билла Гейтса, то на его (компьютера) экране появится не самый мульти-модальный, но хорошо знакомый каждому АТМ-эксперту исходный текст: «Goedel».

Как известно, Гедель с помощью своей знаменитой («геделевской»), очень *нелинейной*, нумерации формальных выражений «арифметизировал» мета-математику, превратив ее в «отрасль арифметики». Затем, с помощью канторовского диагонального метода он построил «формулу А, которая с точки зрения лица, знающего эту нумерацию, выражает свою собственную недоказуемость», т.е. представляет собой формальный, «арифметизированный» и «выраженный нумерически», аналог эпименидова парадокса «Лжец». Опираясь на эту формулу, т.е. на формализованного «Лжеца», он доказал свою знаменитую теорему о неполноте формальных систем **[Клини]**. Этот эпохальный результат был опубликован в 1931 году **[Godel]**.

В 2001 году исполнилось ровно 70 лет со времени этой публикации. Этому знаменательному для всей мета-математики и АТМ событию была посвящена специальная юбилейная конференция (LOGIC COLLOQUIUM 2001), которая проходила 6–11 августа 2001 года в г. Вене. Конференция была организована Ассоциацией Символической Логики (the Association of Symbolic Logic). Тематика конференции, как утверждают организаторы, объединила все области мета-математической логики и ее приложений. В работе конференции приняло участие около 250 человек, среди них такие выдающиеся специалисты в области мета-математики и теории множеств, как Jan Krajicek (Chair), Gaisi Takeuti, Harvey Friedman, Anil Nerode, Jaakko Hintikka, Marat Arslanov, Sergei Artemov, Lev Beklemishev, Vladimir Kanovei и др.

Пользуясь случаем, я послал на эту конференцию тезисы доклада «Геделевская нумерация мульти-модальных текстов», в которых было дано описание указанного выше нового типа существенно *линейной* геделевской G_z–нумерации.

Доклад был принят Программным комитетом конференции, но моя поездка в Вену в виду очень неслучайного отсутствия РФФИ- и РГНФ-финансирования, «естественно», не состоялась. Однако, спустя неделю после окончания конференции, секретарь Ассоциации Символической Логики, профессор Fran Whitney любезно уведомил меня о том, что в порядке исключения тезисы моего (несостоявшегося) доклада будут опубликованы в журнале The Bulletin of Symbolic Logic [**Zenkin-4**].

ПРИМЕЧАНИЕ 1. Следует заметить, что похожую линейную геделевскую нумерацию логических и арифметических выражений предложил Хофштадтер [**Hofstadter**]. Он использовал 3-х байтовую кодировку (типа ASCII-кодов) исходных термов в рамках своей «типографской теории чисел (ТТЧ)»: «Каждый символ ТТЧ, – пишет Хофштадтер, – соотнесен с трехзначным числом, составленным из цифр 1, 2, 3 и 6 таким образом, чтобы его было легче запомнить. Каждое такое трехзначное число я буду называть Гёделевым кодоном или, для краткости, кодоном».

Впрочем, Хофштадтер с завидной научной щепетильностью признает и подчеркивает (в частном сообщении), что идею такой *линейной* геделевской нумерации он позаимствовал у Raymond Smullyan's 1961 book "Theory of Formal Systems", и Richard Jeffrey's 1967 book "Formal Logic: Its Scope and Limits". Однако, геделевская нумерация Хофштадтера представляет собой линейную строку кодонов, *разделенных запятыми*, а не индивидуальное натуральное число: «Обычная условность – использование пунктуации после каждых трех цифр – очень кстати совпала с нашими кодонами, облегчая их чтение». Если в геделевской нумерации Хофштадтера удалить все разделительные запятые, то получается линейная геделевская G_z-нумерация любых ТТЧ-текстов описанного выше типа.

Сегодня я имею возможность рассказать об одном очень нетривиальном, кстати, обещанном в [**Zenkin-4**], методолого-эпистемологическом следствии этой публикации.

7. НОВЫЕ ЭПИСТЕМОЛОГИЧЕСКИЕ ПАРАДОКСЫ «ПРО ЧИСЛА».

Как совершенно справедливо заметил один неустановленный автор, «если современная математика от чего либо и зачахнет, то только от своей собственной звериной серьезности». Для того, чтобы этого не случилось, приведу несколько новых, довольно неожиданных и провокационных эпистемологических парадоксов, вытекающих, однако, из *фундаментальных* свойств чисел.

7.1. Натуральные Числа: Мир Строго Детерминирован и Абсолютно Познаваем.

Пифагор утверждал: «Мир есть Число и Гармония Поющих Небесных Сфер».

С точки зрения недавнего «марксизма-ленинизма» это есть «чистейшей воды махровый идеализм»: как можно отождествлять *абстрактное* понятие числа, существующее только в голове человека, с *реальным* миром, существующем «вне и независимо» от сознания человека?

Однако, с точки зрения физики, если изменить постоянную тонкого взаимодействия (*число* !) $\alpha = 1/137$ хотя бы на несколько процентов, то «наш» мир оказался бы в этом случае очень мало похожим на то, что нас окружает сегодня. В этом смысле выражение «мир есть число» очень точно выражает объективную соподчиненность понятий «материальный мир» и

«абстрактное число».

А как обстоит дело с точки зрения математической?

Мир для человека, а точнее, – для человечества есть то, что оно *знает* об этом мире, т.е. совокупное знание человечества о мире в данный момент. Это *знание* сегодня зафиксировано в миллионах «единиц хранения» тысяч библиотек, художественных галерей, кино- и видео-фильмофондов, секретных, и не очень, архивов тысяч всевозможных университетов, институтов, издательств, министерств, ведомств, и т.п. Согласно прогнозам, все это знание в ближайшие годы будет переведено в цифровую форму и станет (в принципе, конечно) общедоступным через Интернет. Например, уже сегодня оперативная (!) память американского супер-компьютера Cray XI составляет свыше 65 Терабайт, что превышает информационный объем всех библиотек мира, а совокупный объем памяти всех ПК, подключенных к Интернету, *на три порядка* (!) превышает объем памяти Cray XI. С точки зрения компьютерного представления, все это знание представляет собой одну, «ну-очень-очень-длинную» двоичную строку, т.е. некоторое «ну-очень-большое», но *конечное* натуральное число, являющееся геделевским G_z–номером этого совокупного знания человечества о мире.

Замечательно, что это натуральное число содержит и все знание о временах, давно минувших, которое (это знание) короткая память не очень «благодарного» человечества удосужилась сохранить к настоящему моменту.

Более того, все знание о мире, которое человечество приобретет, скажем, через 1000 или даже 1000000 лет, несомненно будет представлено в цифровой форме, т.е. будет иметь в качестве своего G_z–номера некоторое «супер-большое», но *конечное* натуральное число, скажем, n* из ряда (*).

Очевидно, что если *бы* сегодня, с помощью самых мощных компьютеров, нам удалось найти *это* натуральное число n* и декодировать его в соответствующий ММ-текст, то мы уже сегодня смогли бы узнать о тех фантастических научных открытиях, которые будут сделаны лишь через миллион лет, о неведомых сегодня технологиях и новых формах социального обустройства мира, которые будут (если будут!) реализованы только через миллион лет.

Однако, *необходимым* условием такой «информационной технологии научного провидения» будущего является *априорное* существование соответствующих G_z–номеров, т.е. существование *всех* натуральных чисел в ряду (*). А это возможно только, если бесконечность ряда (*) является *актуальной*, т.е. если выполняется аксиома Кантора. В этом предположении справедлива

ТЕОРЕМА 1. *Если ряд* (*) *актуально* бесконечен, *то* мир *абсолютно детерминирован и познаваем.*

Разве это утверждение не является теоретико-множественным «обоснованием» (в духе Фефермана, см. выше) знаменитого пророчества Пифагора: «Мир есть Число»?

7.2. Действительные Числа: Мир Абсолютно Непознаваем.

Так ли уж неправильно представлять себе действительные числа как бесконечные десятичные дроби? Что такое произвольная бесконечная последовательность? Чем отличается наивная теория множеств от абстрактной? Нужна ли философия математике?

Это не вопросы автора данной статьи к читателям, это названия некоторых статей профессора факультета чистой математики и математической статистики Кэмбриджского университета, Тима Говерса (**Gowers-1-3**), специалиста в области функционального анализа, комбинаторики, и теории сложных динамических систем. Случай сегодня – очень нечастый, когда *выдающийся* математик берет на себя нелегкий труд скрупулезного анализа фундаментальных методологических вопросов оснований математики.

В своем намерении разобраться в этих непростых вопросах профессор Тим Говерс придерживается хорошо известного, апробированного тысячелетней научной практикой методологического принципа: тот, кто хочет решить проблему, упрощает ее, тот, кто не хочет решать проблему (или, скорее, не способен предложить ничего нового для ее решения), тот ее усложняет. Обычно, введением формалистического «новояза» или деформацией до неузнаваемости традиционной семантики обычных, общепринятых и апробированных практикой математических понятий.

В предисловии к серии статей «Неформальные дискуссии по математическим проблемам» профессор Говерс пишет: «Одна из главных причин *неформального* обсуждения математических проблем состояла в том, чтобы попытаться показать, в духе Джорджа Полия, как хорошо известные доказательства и определения анализа могли бы быть пере-открыты студентами с начальной математической подготовкой. Эти страницы касаются различных проблем, но все они имеют целью сближение формального и интуитивного аспектов математического анализа и показывают, как математические идеи возникают естественным путем…».

По поводу представления д.ч. бесконечными десятичными дробями Говерс утверждает, что такое представление является вполне легитимным с математической точки зрения, более понятным для нашей математической интуиции, и показывает, как такое представление позволяет достаточно строго построить теорию поля д.ч., изоморфную теории поля д.ч., основанной на сечениях Дедекинда и последовательностях Коши в поле рациональных чисел.

Я придерживаюсь того мнения, что теория дедекиндовых сечений и последовательностей Коши может быть строго выведена именно из десятичного (как, впрочем, и двоичного) представления действительных чисел.

Касаясь вопроса определения действительных чисел и произвольных бесконечных последовательностей, Говерс пишет в разделе «Определимые и неопределимые множества»:

«Имеется только счетное множество правил (мы используем конечные строки над конечным алфавитом для определения д.ч.) и несчетное множество самих д.ч.. Поэтому имеется несчетное множество *неопределимых* д.ч.. В действительности почти все д.ч. неопределимы. Таким образом, мораль такова: когда большинство математиков говорит о д.ч., они просто сами не знают, о чем они говорят».

Точка зрения Говерса на *неопределимые* д.ч. имеет следующее естественное продолжение. Строго говоря, задать д.ч. (определить, выделить, отличить от всех остальных д.ч. бесконечного множества и т.п.) значит задать правило (алгоритм), который позволяет предъявить (рассчитать) любую n-тую цифру бесконечной, например, двоичной последовательности, представляющей это д.ч.

Любой алгоритм есть конечная строка в конечном алфавите. Множество таких строк, т.е. алгоритмов, определяющих д.ч., – счетно. Другими словами, только счетное множество д.ч. может быть определено, т.е. наше знание о д.ч. ограничено счетным подмножеством всех д.ч.

С другой стороны, если теорема Кантора верна, то множество всех д.ч. – несчетно.

Возникает вопрос, что же (в смысле – какую часть от целого) мы можем знать о множестве всех д.ч.? – Отношение счетного множества (доступного познанию) к множеству несчетному (в принципе и *в любой исторической перспективе* недоступному для человеческого познания), особенно, если несчетность множества X понимать в духе Коэна, – «мощность континуума C больше, чем $\aleph_n$, $\aleph_\omega$, $\aleph_\alpha$, где $\alpha = \aleph_\omega$, и т.д.» [**Коэн**], – можно в хорошем семантическом «приближении» аппроксимировать отношением обычной единицы ряда (*) к его бесконечности, т.е. как $1/\infty$. Последнее «отношение» в классической математике принято отождествлять с нулем. Это значит, что имеет место следующее эпистемологическое утверждение.

ТЕОРЕМА 2. Если континуум X=[0,1] *актуален*, то он (практически) *непознаваем*.

Математический анализ обычно начинается с фразы «рассмотрим непрерывную функцию f(x), заданную на отрезке [0,1]». Очевидно, что нашему математическому познанию будет доступно только счетное множество значений функции f(x) для тех значений переменной x, которые доступны нашему познанию на отрезке [0,1], а несчетное множество значений этой функции будет в принципе недоступно познанию. Это значит, что и любая непрерывная (равно, как и любая разрывная) функция становится непознаваемой. Но в таком случае и весь математический анализ превращается в самую строгую науку … *ни о чем*, а сама математика, «королева всех наук», перестает быть «орудием» научного познания мира.

Этот результат можно зафиксировать в форме следующего эпистемологического утверждения.

ТЕОРЕМА 3. Если континуум X=[0,1] *актуален*, то мир *непознаваем*.

7.3. Мета-математическое супер-число «Омега», которое «разбило вдребезги всю математику».

Приведу еще одно, чисто мета-математическое, «доказательство» абсолютной непознаваемости мира с помощью единственного, но супер-уникального числа. Во всяком случае, непознаваемости с помощью аппарата современной математики, как, впрочем, и самой «королевы всех наук».

Известный, – сегодня можно сказать – всемирно-знаменитый, – американский мета-математик Грегори Чейтин (Gregory Chaitin), сотрудник Ватсоновского Исследовательского Центра фирмы IBM, «разбил вдребезги всю математику с помощью *единственного числа*», – пишет журнал «New Scientist magazine» от 10 марта 2001 г. в статье «Человек-Омега» (“The Omega Man”) [**Chaitin**]».

Это число, которое Чейтин назвал «Омега» (с большой буквы в отличие от скромных канторовских «омег»), представляет собой *суперслучайную* («супер» в характерном американском духе «три – в одном»: Гедель-Тьюринг-Чейтин) бесконечную последовательность нулей и единиц: если специально изобретенное Чейтиным диофантово уравнение, занимающее 200 страниц и имеющее 20000 переменных и один натуральный параметр, при значении *n* этого параметра имеет конечное число решений, то *n*-ая цифра числа «Омега» есть 0, если бесконечное число решений, то 1. «Мое число «Омега» не имеет аналогов в математике, – утверждает Чейтин. – Это строка нулей и единиц, в которой каждая цифра не имеет отношения к предыдущей подобно тому, как одно бросание монеты не зависит от предыдущего».

Здесь, конечно, уместно полюбопытствовать, чем этот способ Чейтина порождения случайной последовательности отличается от указанного обычного метода «орел-решка» или от того, что дает любой достаточно «продвинутый» генератор случайных чисел? – Однако, не будем забегать вперед и чуть позже узнаем мнение по этому поводу человека достаточно квалифицированного в этой области.

«Это число «Омега», – продолжает Чейтин, – является выдающимся примером того, что можно назвать непознаваемым в математике. Другими словами, случайность появления 0 или 1 в «Омеге» налагает пределы на то, что может быть познано в теории чисел – самой фундаментальной области математики. И вообще, если математики что-то и открывают, то по чистой случайности. Случайность – вот истинная основа математики».

«Число «Омега», – утверждает Чейтин, – столь же реально, как реально, например, число π, но является бесконечно длинным и чрезвычайно «непредсказуемым» (incalculable). «Омега» инфицирует всю математику, налагая фундаментальные пределы на то, что мы способны познать. «Омега» – это только начало. Имеются более устрашающие «Супер-Омеги», которые показывают, что вся математика не просто изъедена молью, она большей частью вся состоит из зияющих дыр. Анархия, а не порядок, составляет сердцевину Универсума».

Суммируя идеи Чейтина, можно сформулировать следующее мета-математическое утверждение.

Теорема Чейтина. Число-Оракул «Омега» утверждает, что «анархия … составляет сердцевину Универсума», а потому научное познание мира невозможно.

Как отмечает журнал «New Scientist magazine», молодежь, заполняющая многочисленные университетские аудитории, в которых выступает знаменитый мета-математик Г.Чейтин, встречает его «пророчества» о конце математики с восторгом и бурными овациями: ведь «пророк»-то не простой смертный, а изощренный и «многопрофильный» оратор и светило современной мета-математической науки и АТМ!

Конечно, не все математики разделяют восторг «зеленой» молодежи по поводу столь агрессивной атаки на математику знаменитого мета-математика Чейтина и не столь легко поддаются зомбированию со стороны воинствующего «бурбакиста». Например, известный специалист в области философии математики, профессор Университета Хельсинки, Пану Раатикайнен (Panu Raatikainen) в своей рецензии в «Notices of the AMS» [**Panu**] на две последние книги Чейтина «Исследование случайности» и «Непознаваемое» выражает здоровый научный скептицизм по поводу как мета-математических новаций, так и философских апокалиптических умозаключений Чейтина: «как показал анализ мета-математических аспектов этих книг, – заключает Раатикайнен, – самыми спорными разделами этих публикаций являются крайне амбициозные философские выводы, которые Чейтин делает из своих мета-математических результатов. Эти выводы не обоснованы и ложны, они представляют собой фатальное нагромождение квази-логических несуразностей. Поэтому есть все основания для того, чтобы усомниться в заявлении Чейтина о том, что его подход может объяснить истинную природу теорем о неполноте и неразрешимости. Так что этот его основной результат, равно как и все его философские интерпретации, терпят полный крах».

7.4. Если «Омега» Чейтина супер-случайна, то мир абсолютно познаваем.

Как известно, существует несколько определений случайной двоичной последовательности. Одно из них состоит в следующем. Пусть S – бесконечная *последовательность нулей и единиц и* s_n – *произвольно фиксированная* конечная *двоичная последовательность длины* n. *Если при любом n в строке* S *найдется хотя бы одно вхождение строки* s_n, *то бесконечная последовательность* S – *случайна.*

Это, в частности, означает, что бесконечная *случайная строка* S *содержит* любое конечное *натуральное число (в двоичной форме), т.е. содержит* все конечные *натуральные числа ряда (*), некоторые из которых являются линейными геделевскими* G_z*-номерами некоторых ММ-текстов (см. п. 6). А это значит, что «непознаваемое» число «Омега» содержит, в частности, такое натуральное число, которое является геделевским* G_z*-номером ММ-текста, представляющего собой описание всего человеческого знания о мире в некоторый (любой заданный) момент времени.*

Таким образом, из существования непознаваемого *числа «Омега» Чейтина, которое «доказывает», что «математика изъедена молью», а мир непознаваем, следует, что мир абсолютно познаваем и все знание человечества о мире содержится в некоторой конечной подпоследовательности этого самого числа «Омега. Конечно, при условии, что бесконечность двоичной последовательности «Омега» является* актуальной. *Таким образом, с учетом Теоремы 1, доказано следующее эпистемологическое утверждение.*

ТЕОРЕМА 4. Если *бесконечность* супер-случайного, «непознаваемого» числа «Омега» Чейтина *актуальна*, то вся информация о мире для любого момента времени записана в некоторой *конечной* подпоследовательности числа «Омега», т.е. мир *абсолютно познаваем.*

Следствие 1. Некоторые, особенно парадигмальные, утверждения даже самых маститых, не говоря уже о прочих, мета-математиков современности заслуживают особой осторожности, ибо нередко «представляют собой фатальное нагромождение квази-логических несуразностей». И ничего более.

8. Может ли метрдотель «Гранд Отеля» обнаружить несчетность канторовских пришельцев?

8.1. ПАРАДОКС «ГРАНД ОТЕЛЯ».

Великий немецкий математик Давид Гильберт предложил следующий популярный парадокс «Гранд Отеля» (*далее* – **ГО**), который иллюстрирует фундаментальное различие между конечными и бесконечными множествами в канторовской (и современной аксиоматической) теории множеств (цитируется по **[Wikipedia]**).

«В отель с конечным числом комнат, полностью занятых, невозможно поселить новых гостей. Теперь представим себе отель с бесконечным числом комнат. Можно подумать, что и в этом случае невозможно поселить новых гостей, если все комнаты уже заняты. Однако, имеется способ преодолеть эту сложность (**ГО-алгоритм-1** – *А3*): если переместить гостя, занимающего комнату 1, в комнату 2, гостя, занимающего комнату 2, в комнату 3 и т.д., то появляется возможность поселить нового гостя (пришельца) в освободившуюся комнату 1.

Можно освободить места даже для бесконечного (счетного) количества новых клиентов (**ГО-алгоритм-2** – *А3*): нужно всего лишь переселить жильца, занимающего комнату 1, в комнату 2, занимающего комнату 2 – в комнату 4, занимающего комнату 3 – в комнату 6 и т.д., и все комнаты с нечетными номерами освободятся для бесконечного множества новых гостей.

Наконец, если прибывает бесконечное (счетное) количество туристических «автобусов», каждый из которых имеет бесконечное (счетное) число пассажиров, то можно справиться и с такой задачей (**ГО-алгоритм-3** – *А3*): вначале освобождаем все комнаты с нечетными номерами как и выше, затем поселяем пассажиров первого «автобуса» в комнаты с номерами 3^n, где n = 1, 2, 3, ...; пассажиров второго «автобуса» – в комнаты с номерами 5^n, где n = 1, 2, ...; и т.д.; одним словом для поселения пассажиров i-го «автобуса» мы используем комнаты с номерами p^n, где p есть (i+1)-ое простое число».

Автор этой заметки из электронной библиотеки Wikipedia не случайно специально подчеркивает, что количество прибывающих новых гостей, если оно бесконечно, то всегда является *счетным*. Он определенно имеет в виду, что поселить несчетное количество гостей в «Гранд Отеле» со счетным количеством комнат невозможно. Как известно, единственным способом доказать существование несчетных бесконечностей является знаменитый диагональный метод (*далее* – **ДМ**) Кантора. Чтобы ответить на вопрос, может ли «Гранд Отель» вместить несчетное количество гостей, мы воспользуемся указанными выше *алгоритмическими* возможностями «Гранд Отеля», чтобы расселить новых гостей, применяя эти алгоритмы непосредственно к способности диагонального метода «порождать» новых «клиентов».

Другими словами, мы попытаемся расселить в «Гранд Отеле» Гильберта новых пришельцев (новые действительные числа), порождаемых знаменитым ДМ Кантора.

8.2. Взгляд на канторовских "пришельцев" с точки зрения метрдотеля «Гранд Отеля».

Итак, рассмотрим традиционное доказательство теоремы Кантора о несчетности множества X=[0,1] **[Александров, Capiński]**.

ТЕОРЕМА КАНТОРА (1890): {Тезис А:} Множество X – *несчетно.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТО КАНТОРА. Допустим что {НЕ-А:} множество X – *счетно*. Тогда существует пересчет всех д.ч. из X. Пусть пересчет (список)

$x_1, x_2, x_3, \ldots$ (1)

содержит *все* x из X.

С точки зрения метрдотеля «Гранд Отеля» это означает, что *все* комнаты отеля с номерами 1,2,3, …, заняты постояльцами (д.ч. из X), а анкетные данные всех гостей записаны и *пронумерованы* в фирменном регистрационном журнале (1) «Гранд Отеля».

Применяя к списку (1) свой знаменитый ДМ, Г.Кантор строит *новое*, так называемое "анти-диагональное" действительное число (*далее* – **АД-д.ч.**), скажем, y_1 такое, что, по определению, $y_1 \in X$, но, по построению, y_1 отлично от каждого элемента списка (1), т.е. АД-д.ч. y_1 не принадлежит списку (1).

С точки зрения метрдотеля «Гранд Отеля», это означает всего лишь, что в отель прибыл новый гость (канторовское АД-д.ч. y_1), которого требуется поселить в отель. Применяя к постояльцам «Гранд Отеля» фирменный ГО-алгоритм-1, метрдотель освобождает комнату 1 и вселяет в нее гостя y_1. Итак, метрдотель прекрасно исполнил свои профобязанности: все гости расквартированы без скандалов, противоречий и головной боли. Метрдотель может спокойно отдыхать.

С точки зрения канторовского доказательства, это означает, что *в данный момент* список (1) содержит *все* д.ч. из X, включая АД-д.ч. y_1. И никаких противоречий с допущением НЕ-А = «X – *счетно*».

Но такая ситуация явно не устраивает Кантора, поскольку без противоречий его ДМ-доказательство ничего не доказывает (допущение НЕ-А остается неопровергнутым). Поэтому Кантор *вынужден* вновь применить ДМ к (1) в надежде получить вожделенное противоречие, т.е. *порождает* новое АД-д.ч. y_2.

С точки зрения метрдотеля «Гранд Отеля», это означает *всего лишь*, что в отель прибыл новый гость (АД-д.ч. y_2), которого требуется поселить в отель. Применяя к постояльцам «Гранд Отеля» фирменный ГО-алгоритм-1, метрдотель вновь освобождает комнату 1 и вселяет в нее нового гостя y_2. И опять все гости расквартированы без скандалов, противоречий и головной боли. Метрдотель может продолжить свой заслуженный отдых.

С точки же зрения канторовского доказательства, это означает, что в данный момент список (1) содержит *все* д.ч. из X, включая АД-д.ч. y_1 и y_2. И никаких противоречий с допущением НЕ-А.

Очевидно, что описанная «процедура» может повторяться до бесконечности. При этом не возникает никаких противоречий с допущением канторовского доказательства, а метрдотель «Гранд Отеля» так никогда и не догадается, что количество постоянно прибывающих гостей (канторовских АД-д.ч.) – несчетно.

Однако, хорошо известно, что ДМ Кантора способен породить для данного пересчета «*сразу*» бесконечное множество новых АД-д.ч., скажем, множество Y.

Как показано в [**Зенкин-3,4**], при этом только два следующих случая представляют для нас интерес.

Случай 1. Множество Y *счетно*. С точки зрения метрдотеля «Гранд Отеля» это просто означает, что в полностью заселенный отель прибыл туристический «автобус» с бесконечным (счетным) количеством гостей. Как читатель уже догадался, в этом случае метрдотель применяет фирменный ГО-алгоритм-2, освобождает *все* комнаты с *нечетными* номерами и без проблем расселяет в них все содержимое туристического «автобуса». И опять все гости расквар-

тированы без скандалов, противоречий и головной боли. Метрдотель опять может продолжить свой заслуженный отдых.

С точки зрения теории множеств это означает, что, используя знаменитую канторовскую «трансмутацию» двух счетных *списков в один, мы получаем новый* счетный *список*

$y_1, x_1, y_2, x_2, y_3, x_3, \ldots$ (1.1)

который содержит всех старых гостей плюс всех новых из Y. *Пере-индексируя* все элементы счетной последовательности (1.1) с помощью 1,2,3, …, и *пере-обозначая* все вхождения символов y в списке (1.1) на символы x, мы вновь получаем список (1), содержащий все x из X и все *новые* АД-д.ч. из Y. И никаких противоречий с допущением НЕ-А о счетности X. Очевидно, что новые туристические «автобусы» могут теперь прибывать *до бесконечности*, и каждый раз *все* их гости будут расселены метрдотелем «Гранд Отеля» без проблем, без скандалов и каких-либо противоречий со счетностью множества комнат в этом «Гранд Отеле».

Случай 2. Множество Y – *несчетно*. В этом случае следует неожиданно напомнить, что мы еще не закончили доказательство теоремы Кантора, т.е. существование несчетных множеств еще не доказано. А потому для рассмотрения данного случая необходимо доказать следующее *гипотетическое* утверждение.

ТЕОРЕМА КАНТОРА. Множество Y – *несчетно*.

Доказательство. Допустим, что Y – *счетно*. И далее – по тексту традиционного доказательства теоремы Кантора (см. выше) с формальной заменой *символа* X на новый *символ* Y.

Очевидно, что в результате этого доказательства мы получим новое множество, скажем, Y_1, новых АД-д.ч., несчетность которого также должна быть доказана. Затем – новое множество Y_2. И т.д., до бесконечности. Причем опять-таки без каких бы то ни было противоречий с *исходным* канторовским допущением о счетности множества X.

Таким образом, в любом случае *традиционное доказательство теоремы Кантора о несчетности континуума приводит к бесконечному «рассуждению» вида (здесь на языке метрдотеля D = "все гости размещены в «Гранд Отеле»"):*

$D \to \neg D \to D \to \neg D \to D \to \neg D \to D \to \ldots$ (**Π_1**)

Поскольку не существует никаких *логических* или *математических* поводов для «завершения» этого процесса, то *бесконечность* «рассуждения» **Π_1** является *потенциальной*. Это означает, во-первых, что заключение традиционного канторовского доказательства «следовательно, допущение о том, что X – счетно, является ложным», *перепрыгивает* через *потенциально-бесконечное* «рассуждение» **Π_1**, т.е. содержит коварную, грубую и *фатальную* логическую *ошибку* «чересчур поспешного вывода » (“a jump to a conclusion”), а потому является некорректным с точки зрения классической логики, и, во-вторых, что заслуженный отдых на обозримую перспективу метрдотелю гильбертовского «Гранд Отеля» явно не грозит.

Семантика «рассуждения» **Π_1**, – этой, по выражению Витгенштейна, «идиотической «интеллектуальной» работы» [**Hodges, Wittgenstein**], – представлена на рис.1.

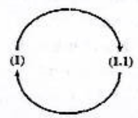


Рис. 1. Семантика канторовского доказательства несчетности континуума.
Здесь список (1.1) = списку (1) + очередное канторовское АД-д.ч. y_i.

Замечание 1. Интересно отметить, что возможность такого бесконечного "рассуждения" (Π_1) рассматривает Хофштадтер в своей знаменитой книге "Гедель, Эшер, Бах" в главе с многозначительным названием "Коварная повторяемость диагонального метода" [**Hofstadter**]. В частности, интерпретируя "семантику" бесконечного "рассуждения" **Π_1**, Хофштадтер пишет:

"Сколько бы раз вы не конструировали новые <канторовские> АД-числа y_i и не добавляли их к списку (1) в надежде его дополнить, вы все еще находитесь на крючке Канторовского метода". С подобной "интерпретацией" Хофштадтера трудно согласиться, потому что он усматривает только одну сторону этого процесса, а именно, что на каждом его шаге "¬D", действительно, Кантор *порождает* очередное *новое* АД-д.ч., которое не содержится в данном списке, но игнорирует тот факт, что на следующем шаге "D" строится *новый* список, который уже содержит исходный пересчет (1) "всех д.ч.", и все *новые* АД-д.ч., которые Кантор сумел породить к данному моменту. А это означает, что пока *потенциально бесконечное* "рассуждение" Π_1 не завершено, делать какие-либо далеко идущие выводы о ложности допущения НЕ-А и о несчетности множества X всех д.ч. явно преждевременно **[Зенкин-1-4]**.

8.3. МОЩНОСТЬ КОНТИНУУМА, КОТОРАЯ ЗАВИСИТ ОТ ИНДЕКСАЦИИ ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫХ ЧИСЕЛ В КАНТОРОВСКОМ ПЕРЕСЧЕТЕ (1).

В ответ на мое Открытое письмо (с неопределенным числом CC-респондентов) профессору W.Hodges'у, последний был *вынужден признать* (в частном письме от 15 апреля 2003 г.), что *любые* пере-индексации, пере-упорядочения и пере-обозначения элементов в исходной последовательности (1) канторовского доказательства являются *допустимыми* с точки зрения любой, даже мета-математической, логики. В частности, он признал, что следующая версия доказательства Кантора является легитимной и не нарушает никаких законов логики, даже мета-математической.

ТЕОРЕМА КАНТОРА. Множество X – несчетно.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО 2. Допустим, что X – счетно. Тогда существует список

$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, \ldots$ **(1)**

всех д.ч. из X. Условие "X – счетно" означает, что X *эквивалентно любому счетному* множеству, например, $N=\{1,2,3,\ldots\}$, равно как и *любому* его *бесконечному* подмножеству, например, множеству всех *четных* чисел $N_ч=\{2,4,6,8, \ldots\}$, множеству всех *нечетных* чисел $N_{нч}=\{1,3,5,7,9, \ldots\}$, множеству всех *простых* чисел $N_p=\{2,3,5,7,11, \ldots\}$ и т.д. до бесконечности. Это значит, что *все* д.ч. данного канторовского списка (1) всегда можно пере-индексировать с помощью элементов любого другого счетного множества, скажем, множества $N_ч$:

$x_2, x_4, x_6, x_8, x_{10}, \ldots$. **(1.2)**

Действительно, с точки зрения современной мета-математики и АТМ, такое пере-индексирование д.ч. в (1) вполне законно в силу транзитивности отношения эквивалентности между (счетными) множествами X, N и $N_ч$:

$[[X \sim N] \,\&\, [N \sim N_ч]] \rightarrow [X \sim N_ч]$.

Очевидно также, что список **(1.2)** содержит те же самые д.ч. и в том же порядке, что и исходный канторовский список (1) и отличается от (1) только индексами элементов. Поскольку результат применения ДМ к любой последовательности д.ч. не может зависеть от способа индексации этих д.ч., то, применяя ДМ Кантора к списку **(1.2)**, мы получим *то же самое* канторовское АД-д.ч. y_1, что и в случае применения ДМ к списку (1).

Из полученного противоречия ($y_1 \in$ **(1.2)**, согласно допущению, и $y_1 \notin$ **(1.2)**, по построению), согласно Кантору, следует, что $|X| \neq |N|$.

Однако, теперь мы имеем возможность проиндексировать любое (даже бесконечное, см. п. 8.2.) количество *новых* канторовских АД-д.ч. с помощью элементов *свободного, незадействованного* множества $N_{нч}$. Это означает, что количество элементов (мощность) множества N *не меньше*, чем

количество элементов множества X, т.е. $|N| \geq |X|$, и с учетом $|X| \neq |N|$ получаем $|N| > |X|$, что противоречит канторовскому выводу о том, что $|X| > |N|$.

Сравнение традиционного канторовского доказательства-1 с доказательством-2 обнаруживает довольно странный факт, а именно, счетность ($|N| > |X|$) или несчетность ($|X| > |N|$) континуума, оказывается, зависит от способа индексации д.ч. в последовательности $\mathbf{L}_{\omega}$. – Вывод, который с точки зрения классической математики и логики, не выдерживает никакой критики.

Однако, строгое неравенство $|N| > |X|$ означает, что $|X| < \aleph_0$, т.е. множество X – *конечно*. Поскольку последнее невозможно, то остается единственный выход – отказ от неравенства $|X| \neq |N|$. В таком случае ДМ Кантора строго *доказывает*, следующий довольно нетривиальный факт: $|X| = |N|$, т.е. множества X и N являются счетными, но при этом *не существует правила* (*алгоритма*) для установления фактического 1-1-соответствия между элементами этих множеств.

Последний факт имеет строгое мета-математическое обоснование, являющееся очевидной калькой с канторовского доказательства несчетности континуума.

ТЕОРЕМА 5. Если множества X и N эквивалентны, то не существует алгоритма/правила, устанавливающего 1-1-соответствие между элементами этих множеств X и N.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Допустим, что множества X и N эквивалентны, но (!) существует алгоритм, позволяющий установить 1-1-соответствие между элементами этих множеств X и N. В таком случае существует список (1), содержащий *все* д.ч. из X. Применение к списку (1) ДМК, порождает новое АД-д.ч., не принадлежащее списку (1). Следовательно, список (1) содержит *не все* д.ч. из X. Противоречие. Ч.Т.Д.

Литература

Aristotle – *Aristotle*. Physics, Book III (translated by R. P. Hardie and R. K. Gaye).

Arnold – *Arnold V.I.* An Interview with Vladimir Igorevich Arnol'd by S. H. Lui. – Notices of the AMS, v.44, No. 4, 432-438 (1997).

Bayne – *Steven Bayne*. The Bertrand Russell Society WEB-site "HIST-ANALYST": http://www.channel1.com/users/srbayne/histanalytic2.htm

Capiński – *Capiński M., Kopp E.* Measure, Integral and Probability. L.: Springer-Verlag London Limited 1999, pp. 4-5

Chaitin – *Chaitin G.* "The Omega Man" // New Scientist magazine, 10 March 2001.

Feferman-1 – *Feferman S.* In the Light of Logic. – Oxford University Press, 1998, Logic and Computation in Philosophy series.

Feferman-2 – *Feferman S., Friedman H., Maddy P., Steel J.* Does Mathematics Need New Axiom? – The Bulletin of Symbolic Logic, Vol. 6, no. 4, Dec 2000, pp. 401-446.

Godel – *Godel K.* Uber formal unentscheidbare Satze der Principia Mathematica und verwandter Systeme I, – Monatshefte fur Mathematik und Physik, 38, 173-198 (1931).

Gowers-1 – *Gowers T.* What is so wrong with thinking of real numbers as infinite decimals? – http://www.dpmms.cam.ac.uk/~wtg10/decimals.html

Gowers-2 – *Gowers T.* A dialogue concerning the need for the real number system. Part IV. What is an arbitrary sequence? – http://www.dpmms.cam.ac.uk/~wtg10/reals.html

Gowers-3 – *Gowers T.* What is the difference between naive and abstract set theory? – Part 'Definable and undefinable sets'. http://www.dpmms.cam.ac.uk/~wtg10/settheory.html
Hodges – *Hodges W.* An editor recalls some hopeless papers, The Bulletin of Symbolic Logic, vol. 4, Number 1, March 1998, pp. 1-17.
Hofstadter – *Hofstadter D.R.* Godel, Escher, Bach: an Eternal Golden Braid. – Samara: Publishing House "Bahrah-M", 2001. – 752 pp. CHAPTER IX, The Boomerang: Godel-Numbering TNT, pp. 256-257 (in Russian)
Panu – *Panu R.* Review of G.Chaitin's books "Exploring Randomness" and "The Unknowable". – NOTICES of the AMS, October 2001, Volume 48 , Number 9, 992-996.
Poincare – *Poincare H.* On Science. Moscow : SCIENCE, 1983.
Wikipedia – Hilbert's paradox of the Grand Hotel.
Wittgenstein – *Wittgenstein L.* Remarks on the foundations of mathematics. – Blackwell, Oxford, 1956.
Zenkin-1 – *Zenkin Al., Zenkin Ant.* Ontology of Mirror Symmetry in Logic and Set Theory As a Way To Solve the First Hilbert's Problem. – Proceedings of the SYMMETRY FESTIVAL 2003 where Science Meets Art, 18-24 August, 2003, Budapest, Hungary.
Zenkin-2 – *Zenkin A.A.* Does Axiomatic Set Theory Need New Axiom? – 12th. International Congress of Logic, Methodology and Philosophy of Science (LMPS-2003). Oviedo (Spain), August 7-13, 2003.
Zenkin-3 – *Zenkin A.A.* Scientific Intuition of Geniuses Against Mytho-'Logic' of Cantor's Transfinite 'Paradise'. – Philosophia Scientia, 9 (2), 145 – 163 (2005). Published by LPHS – Archives H. Poincaré. <http://alexzen.by.ru/papers/2005/Zenkin-PhilSc-9-2-2005.pdf>
Zenkin-4 – *Zenkin A.A.* Goedel's numbering of multi-modal texts. – The Bulletin of Symbolic Logic, Vol. 8, No. 1, March 2002, p. 180.
Zenkin-5 – *Zenkin A.A.* As to strict definitions of potential and actual infinities. – FOM-archive http://www.cs.nyu.edu/pipermail/fom/2002-December/006121.html
Zenkin-6 – *Zenkin A.A.* Cognitive (Semantic) Visualization Of The Continuum Problem And Mirror Symmetric Proofs In The Transfinite Numbers Theory. – The e-journal "VISUAL MATHEMATICS", Volume 1, No. 2, 1999. at the WEB-Sites: http://members.tripod.com/vismath1/zen/index.html
Zenkin-7 – *Zenkin A.A.* Logic of Actual Infinity and G.Cantor's Diagonal Proof of the Uncountability of the Continuum. – The Review of Modern Logic, Vol. 9, Number 3&4, 27-82 (2004). – Published in September, 2005.
Александров – *Александров П.С.* Введение в общую теорию множеств и функций – М.-Л.: Гостехиздат, 1948, стр. 40-43, 64-65.
Арнольд – *Арнольд В.И.* "Антинаучная Революция и Математика". – Вестник РАН, 1999, No. 6, 553-558.
Бурбаки – *Бурбаки Н.* Очерки по истории математики. – М.: ИЛ, 1963.
Гайденко – *Гайденко П.П.* К истории проблемы непрерывности: трансформации и традиции, В книге "Традиции и революции в истории науки". – М.: Наука, 1991.
Гильберт – *Гильберт Д.* Основания Геометрии. – М-Л: ОГИЗ, 1948.
Зенкин-1 – *Зенкин А.А.* Априорные логические суждения с нулевой онтологией. – Сборник «Математика и опыт», изд. МГУ, ред. проф. А.Г.Барабашев, стр. 423-434, 2004.
Зенкин-2 – *Зенкин А.А.* "Infinitum Actu Non Datur". – Вопросы философии, 2001, No. 9 (сентябрь), стр. 157-169 и и критическая заметка Я. Шрамко, «Ошибка Георга Кантора?», стр. 154-156 .
Зенкин-3 – *Зенкин А.А.* "Ошибка Георга Кантора". – Вопросы философии, 2000, No. 2, 165-168.
Зенкин-4 – *Зенкин А.А.* Принцип разделения времени и анализ одного класса квазифинитных правдоподобных рассуждений (на примере теоремы Г.Кантора о несчетности). – Доклады РАН, том 356, No. 6, 733-735 (1997).

Зенкин-5 – *Зенкин А.А.* "Научная контр-революция в математике". – Независимая газета от 19 Июля, 2000 г. Приложение "НГ-НАУКА", стр. 13.
Зенкин-6 – *Зенкин А.А.* Новый подход к анализу проблемы парадоксов. – Вопросы философии, 2000, No.10, 79-90.
Кантор – *Кантор Г.* Труды по теории множеств. – М.: Наука, 1985.
Катасонов – *Катасонов В.Н.* Боровшийся с бесконечностью: философские и религиозные аспекты теории множеств Г.Кантора. – М.: Мартис, 1999
Клини – *Клини С.К.* "Введение в метаматематику", М.: ИЛ, 1957.
Коэн – *Коэн Пол Дж.* Теория множеств и континуум-гипотеза. – М.: МИР, 1969.
Кулик – *Кулик Б.А.* Логические основы здравого смысла / Под редакцией Д.А.
Перминов – *Перминов В.Я.* Философия и основания математики. – Прогресс-Традиция, Москва, 2001.
Пурперт – *Пурперт В., Ильгаудс Х.И.* Георг Кантор. – Харьков: "Основа", 1991.
Симаков – *Симаков М.Ю.* Бесконечность в математике, физике, теологии. – Математика и практика. Математика и культура. № 2, стр. 56–64. – НОУ "ЛУЧ" , Москва, 2002 г.
Тростников – *Тростников В.Н.* О правомочности онтологизации математической категории "бесконечность"". – Математика и практика. Математика и культура. № 2, стр. 23–30. – НОУ "ЛУЧ" , Москва, 2002 г.
Френкель – *Френкель А.А., Бар-Хиллел И.* Основания теории множеств. – М.:"Мир".

Амосов Г.Г., Голубков С.В.

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ФОРМУЛЫ ВСЕИНТЕРВАЛЬНОГО ТОН-ПОЛУТОНОВОГО РЯДА И КВАРТОВЫХ ЛАДОВ

Взгляд на музыкальные интервалы как на математические преобразования кольца Z/12 вычетов по модулю 12 впервые появился, по видимому, в работе французского ученого Camille Durutte (1855), – напомним, что модулярную арифметику (то есть кольца вычетов) открыл великий немецкий математик Карл Фридрих Гаусс (1801). Особую актуальность такой взгляд приобрел в XX веке, благодаря возникновению серийной техники и «теории рядов» (set theory), наиболее ярко проявившись в работах Милтона Бэббитта (Milton Babbitt) [1]. Связано это с плодотворностью построения последовательности звуков с помощью той или иной группы преобразований кольца Z/12, обладающей определенной математической симметрией.

В нашем этюде мы рассмотрим с этой точки зрения всеинтервальный тон-полутоновый ряд (ВТпР), научный анализ которого был осуществлен одним из авторов настоящей работы [5, 6] и Ириной Севериной [8], и сравним его с квартовыми (неоктавными) ладами – древним обиходным, чья современная версия была использована Юрием Марковичем Буцко в Полифоническом Концерте (1969), и искусственным «синагогальным» (по сути, трансформированном обиходным), созданным Альфредом Шнитке для Четвертой симфонии (1984) [4, 9]. Отметим, что феномен ВТпР интересовал в разной степени и других исследователей [2, 3, 7, 10].

Занумеруем последовательность всех звуков воображаемой «бесконечной» клавиатуры целыми числами – n=0,±1,±2,… – так, чтобы два соседних числа соответствовали звукам, отличающимся на полтона. Музыкальный интервал величины m можно рассматривать как операцию, преобразующую множество целых чисел по закону $n \to n+m$. В силу особенностей человеческого слуха, звуки с номерами n и n+12 будут восприниматься звучащими в унисон. Добавляя или отнимая от каждого числа n подходящее целое число, кратное 12, можно транспонировать все звуки клавиатуры на одну октаву, отвечающую целым числам n=0,1,2,…,11.

Обозначим Z/12={0,1,2,…,11} множество звуков этой октавы. Если учитывать величину интервала с точностью до добавления к нему целого числа октав, получим, что интервал представляет собой множество из 11 преобразований элементов множества Z/12, задаваемых математической операцией «сложение по модулю 12», определяемой следующим образом. Результатом сложения по модулю 12 чисел m и n из множества Z/12 (обозначается m+n mod 12) будет число m+n+12k, где целое число k определяется таким образом, чтобы m+n+12k принадлежало множеству Z/12. Аналогичным образом можно определить «умножение по модулю 12» чисел m и n множества Z/12 (обозначается mn mod 12) как число mn+12k, где k подбирается так, что mn+12k принадлежало множеству Z/12. Множество Z/12 с операциями сложения и умножения по модулю 12 называется кольцом вычетов по модулю 12.

Итак, для того чтобы получить некоторый ряд звуков (в котором мы будем учитывать не только из каких звуков ряд состоит, но и порядок их появления), нужно задать операцию T на кольце Z/12. В авторских статьях [5, 6] ВТпР был задан (с возможностью продления на воображаемой «бесконечной» клавиатуре) так, что n-ый звук ряда отстоит от первого на $\dfrac{n(n-1)}{2}$ полутонов, – значит, 12-й звук ряда отстоит от первого на 66 полутонов. Напомним, что ВТпР состоит из 12 звуков, поскольку под «всеми интервалами» его основной формы, занимающей пять с половиной октав (66:12), подразумеваются только интервалы от 1 до 11, находящиеся внутри октавы и имеющие музыкально-структурное значение, – в иных случаях можно было бы говорить обо «всех интервалах» от 1 до 6 (поскольку интервалы 6–11 являются их внутриоктавными обращениями), от 0 до 24 или о воображаемом «бесконечном» всеинтервальном ряде (в пределах слышимости и вне ее). Особо отметим, что интервалы 0 и 12 (24, 36,…) являются унисонами (повторениями и октавными удвоениями звуков), имеющими не музыкально-структурное, а математическое значение. При про-

длении ряда интервалы от 13 до 23 дают тритоновую транспозицию основной формы ВТпР, тождественную ее ракоходу, интервалы от 25 до 35 – повторение звуков основной формы и т.д.

Обозначим |n> элемент кольца Z/12, соответствующий (n–1)-ому звуку ВТпР. Тогда операция V, задающая ряд по формуле |n>=Vn, n=0,1,2,…, может быть задана следующей рекуррентной формулой:

V0=0, Vn=|n–1>+n mod 12, n=1,2,3,…, (1)

решением которой является формула суммы арифметической прогрессии:

$$|n\rangle = \frac{(n+1)n}{2} \bmod 12,\ n=0,1,2,\ldots \quad (2)$$

Заметим, что из формулы (2) вытекает формула:

|n+12>=|n>+6 mod 12. (3)

Отсюда, во-первых, следует, что |n+24k>=|n>, k=1,2,…, то есть что основная форма ВТпР порождает последовательность 24 элементов кольца Z/12, циклически повторяющейся с периодом 24. С другой стороны, операция T, заданная на кольце Z/12 формулой

Tn=n+6 mod 12,

представляет собой, с музыкальной точки зрения, тритоновую транспозицию. Тем самым, из формулы (3) следует, что звуки с 13 по 24, возникающие в результате дальнейшего прибавления к основной форме ВТпР увеличивающихся по тому же принципу интервалов, представляют собой тритоновую транспозицию (совпадающую с ракоходом) первых 12 звуков; отметим, что продленная вдвое («удвоенная») форма ВТпР энгармонически «возвращается к началу» через 17,5 октав (210:12) воображаемой «бесконечной» клавиатуры и состоит из 24 звуков (12×2).

Далее, операция R_m, определенная на ряде x из m элементов [x(1),x(2),…,x(m)] кольца Z/12 формулой

R_m x(s)=x(m–s+1),

задает ракоход исходного ряда. Из формулы (2) следует, что

R_6|n>=|n>+6n+3 mod 12. (4)

С другой стороны, из той же формулы следует:

|n+6>=|n>+6n+9 mod 12. (5)

Тем самым, формулы (4) и (5) показывают:

|n+6>=R_6|n>+6 mod 12

– и подтверждают, что в основной форме ВТпР звуки 7–12 являются тритоновой транспозицией ракохода звуков 1–6.

Заметим, что кольцо Z/12 содержит делители нуля, то есть такие ненулевые элементы m и n, что их произведение

$mn=0 \bmod 12$.

Собственно, таких элементов два – 3 и 4, поскольку

$3\times4=12=0 \bmod 12$.

Наличие делителей нуля определяет повторяемость звуков в последовательности 12 элементов основной формы ВТпР. Действительно, равенство

|n>=|m>

эквивалентно тому, что

$(n-m)(n+m+1)=24k$

для некоторого целого числа k. Какие бы мы не взяли целые m и n, из двух чисел n–m и n+m+1 одно является четным, а другое нечетным. Если четным является n–m, получаем произведение двух целых чисел, видя $\frac{n-m}{2}(n+m+1)=12k$, и делителями нуля в Z/12 будут числа $\frac{n-m}{2}$ и n+m+1. Аналогично, если четным является число n+m+1, тогда $(n-m)\frac{n+m+1}{2}=12k$ является произведением двух целых чисел, и делителями нуля будут n–m и $\frac{n+m+1}{2}$. Подставляя в качестве делителей нуля пару (3,4), а также пару (1,12), получаем, что 12 звуков основной формы ВТпР содержат 4 пары повторяющихся звуков (отметим, что $12=0 \bmod 12$, хотя 12 не есть делитель нуля, а просто сам ноль в кольце Z/12).

Итак, 12 звуков основной формы ВТпР содержат 4 пары повторяющихся звуков и 4 неповторяющихся звука, то есть всего 8 различных звуковых высот. До полного хроматического ряда не достает 4 звуков. Почему? Рассмотрим уравнение

$$|n\rangle = m \bmod 12. \qquad (6)$$

Уравнение (6) в кольце Z/12 эквивалентно выполнению следующего условия:

$$n^2+n=2m+24k\,. \qquad (7)$$

Число, стоящее справа в равенстве (7), всегда является четным, а стоящее слева будет четным тогда и только тогда, когда n является четным, или n=1, или n=11. Следовательно, равенство (6) разрешимо только для 8 различных значений m.

Для того чтобы получить недостающие 4 звука, можно воспользоваться преобразованием инверсии I, действующим на элементы кольца Z/12 по формуле

$In=12-n \bmod 12$.

Построим вниз от первого звука основной формы ВТпР 12 звуков его инверсионной формы по формуле

|–n>=I|n>, n=0,1,…,11.

Тогда уравнение |–n>=m mod 12 эквивалентно выполнению условия

$$n^2+n=2(12-m)+24k\,. \qquad (8)$$

Формула (8), как и формула (7), разрешима лишь в 8 случаях, но решениями (7) являются m=0,1,3,4,6,7,9,10, а решениями (8) являются Im=0,2,3,5,6,8,9,11, которые как раз включают недостающие звуки m=2,5,8,11.

Перейдем теперь к математическим формулам обиходного и «синагогального» ладов, строящихся по квартам, заполненным секундами, и в необходимых случаях сравним их с полученными формулами ВТпР. Напомним интервальное строение обиходного лада:

(5=)2+2+1, 2+2+1, 2+2+1,… (большой), или

(5=)2+1+2, 2+1+2, 2+1+2,… (малый), или

(5=)1+2+2, 1+2+2, 1+2+2,… (укоснённый),

– и «синагогального лада»:

(5=)1+1+3, 1+1+3, 1+1+3,…, или

(5=)1+3+1, 1+3+1, 1+3+1,…, или

(5=)3+1+1, 3+1+1, 3+1+1,…

Обозначим |n> последовательность элементов кольца Z/12, порождаемую интервальными рядами этих ладов. В обоих случаях получается, что

$$|n+3\rangle = |n\rangle + 5 \bmod 12,\ n=0,1,2,\ldots \qquad (9)$$

Наименьшее общее кратное чисел 5 и 12 равно $60=5\times12$. Таким образом, из формулы (9) вытекает, что продленные квартовые лады энгармонически «возвращаются к началу» через 5 октав (60:12) и состоят из 36 звуков (3×12). Формула (9) определяет математическую симметрию построения данных интервальных рядов – подобно тому, как формула (3) показывает закономерность энгармонического «возвращения к началу» на воображаемой «бесконечной» клавиатуре «удвоенной» формы ВТпР.

Для исследования квартовых ладов полезно привлечь также кольцо Z/5={0,1,…,4}, в котором, по аналогии с кольцом Z/12, введены операции «сложения по модулю 5» и «умножения по модулю 5». Заметим, что поскольку число 5 (в отличие от 12) является простым числом, кольцо Z/5 не имеет делителей нуля и является не только кольцом, но и полем (помимо операций сложения и умножения на поле корректно определена операция деления).

Обозначим последовательность элементов поля Z/5, порождаемую интервальными рядами продленных обиходного (большого, малого, укосненного) и «синагогального» ладов в каждом из приведенных выше случаев, соответственно, |Бn>, |Мn>, |Уn> и |Cn>. В каждом из случаев получаем 3 элемента кольца Z/5, а именно:

|Б0>=0, |Б1>=2, |Б2>=4,
|М0>=0, |М1>=2, |М2>=3,
|У0>=0, |У1>=1, |У2>=3,
|С0>=0, |С1>=1, |С2>=2, или
|С0>=0, |С1>=1, |С2>=4, или
|С0>=0, |С1>=3, |С2>=4.

Нетрудно заметить, что приведенные последовательности из троек элементов поля Z/5 исчерпывают все возможные построения последовательностей звуков, которые могут породить квартовые лады, определяемые формулой (9). Отметим, что с точки зрения математики наибольшей симметрией обладает большой обиходный лад, поскольку порождаемые им элементы поля Z/5 образуют циклическую группу с образующим элементом 2:

|Бn>=2n mod 5, n=0,1,2.

Таковы важнейшие математические формулы всеинтервального тон-полутонового ряда и квартовых ладов – обиходного и «синагогального».

Литература

1. Andreatta M. Methodes algebriques en musique et musicologie du XX siecle: aspects theoriques, analytiques et compositionnels. PhD Thesis. Paris: IRCAM, 2003.
2. Воинова М. Органная музыка молодых московских композиторов // К столетию органа Большого зала Московской консерватории: Сб. статей (сост. М. Воинова). – М., 2002. – С. 79–86.
3. Воинова М. Проблемы современной органной музыки. Канд. дисс. – М., 2003.
4. Голубков С. К вопросу о «синагогальном ладе» (Памяти Альфрела Шнитке) // Музыкальная академия. – 1999. – № 2. – С. 81–84.
5. Голубков С. Метод композиции на основе всеинтервального ряда: синтез серийности и модальности // Музыкальное искусство XX века: Сб. статей, вып. 2 (сост. Т. Дубравская). – М., 1995. – С. 140–171.
6. Голубков С. Синтез додекафонии и модальности в структуре всеинтервального тон-полутонового ряда // Музыкальная академия. – 1994. – № 5. – С. 126–132.
7. Кулибаева А. [Дипл. работа.] – М., 2005.
8. Северина И. Модально-серийные системы в отечественной музыке XX века: синкретизм и синтез принципов организации. Канд. дисс. – М., 2001.
9. Холопова В., Чигарева Е. Альфред Шнитке: Монография. – М., 1990.
10. Шарова М. Индивидуальный синтаксис как феномен композиторской практики. Дипл. работа. – М., 2001.

В.П. Троицкий

ЭЙЛЕРОВЫ ИНТЕГРАЛЫ И ЭСТЕТИЧЕСКАЯ ФОРМА

Непосредственным поводом для размышлений нам послужит небольшая рукопись из архива А.Ф. Лосева, с описания которой мы и начнем. Она представляет собой две узкие полоски плотной бумаги, согнутые пополам и вложенные одна в другую как тетрадка. Текст нанесен чернилами на оборотной стороне технических чертежей, т.н. синьки. Судя по сохранившимся надписям, чертежи имели прямое отношение к проектированию гидросооружений Беломорканала[123]. Данный артефакт позволяет приблизительно датировать рукопись с октября 1932 года по октябрь 1933 года и более точно указать место ее создания: как известно, А.Ф. Лосев после освобождения из заключения работал в указанное время старшим корректором Проектного отдела Белбалтлага ОГПУ на ст. Медвежья гора (ныне это г. Межвежьегорск, располагается на северном берегу Онежского озера и входит в состав Республики Карелия).

Получив какую-то, пусть слабую, возможность вернуться к творчеству, А.Ф. Лосев не терял времени даром, – насколько позволяла, конечно, ненормированная и подчас авральная техническая работа на строительстве «важнейшего народохозяйственного объекта» (канал был сдан в эксплуатацию 2 августа 1933 года). К «медвежьегорскому» периоду, как показывают архивные данные, следует отнести по меньшей мере два крупных начинания философа. Тогда, во-первых, создавался цикл повестей и рассказов (среди них «Мне было 19 лет», «Театрал», «Трио Чайковского», «Метеор», «Завещание о любви»)[124], в которых автор стремился художественно переосмыслить и собственный жизненный опыт, и многие свои прежние идеи, получившие выражение в книгах 1927–1930 гг. Роль и место музыки, красоты, вообще эстетического в этом «прекрасном и яростном мире» были среди генеральных заданий той философской прозы. Тогда же, во-вторых, обдумывалось обширное исследование, в дальнейшем получившее название «Диалектические основы математики». Основная часть его была завершена уже по возвращении в Москву, но отдельные главы написаны именно на Медвежьей горе. Они посвящены идейной, философской стороне элементарных арифметических операций (по Лосеву, эти

[123] Рукопись впервые опубликована (с нашими комментариями) в одном петербургском исследовательском сборнике: Парадигма: Очерки философии и теории культуры. – СПб., 2005. Вып. 2. – С. 14–15.
[124] Теперь эта философскую прозу, впервые изданную после кончины автора, можно прочесть в полном объеме: *Лосев А.Ф.* «Я сослан в XX век…» – М.: Время, 2002. Т. 1–2.

операции не так уж «элементарны», за любой из них скрывается богатое и весьма сложное логико-диалектическое содержание).

Как представляется возможным заключить, «беломорканальская» заметка А.Ф. Лосева определенно соединяла указанные две области исканий, причем вполне специфическим образом. Усматривая новые содержательные потенции известного математического аппарата, автор не столько, так сказать, поверял алгеброй гармонию, сколько приводил и математические и эстетические предметы к более глубоким и общим философским основаниям и уже там сочетал и сопоставлял их, так сказать, на равных. К последней мысли мы еще вернемся чуть ниже.

В заметке использованы классические образцы интегрального исчисления, взятые, в частности, в спецификации «интегралы, зависящие от параметра». В свое время они были введены Леонардом Эйлером и потому именуемы «Эйлеровым интегралом первого рода» $B\ (p,\ q)$ и «Эйлеровым интегралом второго рода» $\Gamma(p)$, – именно эту стандартную нотацию использует А.Ф. Лосев. Первый из интегралов (его еще называют *бета-функцией*) сводится к определенной комбинации интегралов второго рода (называемых еще *гамма-функцией*), соответствующее соотношение также носит имя Эйлера, оно упомянуто и отчасти рассмотрено в конце заметки А.Ф. Лосева. Интеграл $\Gamma\ (p)$ выполняет, таким образом, фундаментальную роль, потому-то в одном знаменитом университетском учебнике мы можем найти следующую констатацию: «Функция Γ, после элементарных, является одной из важнейших функций для анализа и его приложений»[125]. Содержание заметки А.Ф. Лосева сводится к непосредственному и поэтапному «переводу» математических формализмов на некие содержательные логико-философские эквиваленты (или, лучше сказать осторожнее, аналоги), а те, в свою очередь, уже отправляют нас к определенной философской теории. Очевидно, в рамках последней речь идет о классической Платоновской парадигме, а именно, об *идее* (или специально об *эстетической* идее), *воплощенной в материи.* На базе соотношения Эйлеровых интегралов автор заметки пытается усмотреть, некоторым образом «наглядно» проиллюстрировать специфические свойства такого воплощения.

Рассмотрим подробнее, как в заметке А.Ф. Лосева интерпретируются упомянутые интегралы. Содержательный «перевод» начат философом с Эйлерова интеграла второго рода $\Gamma\ (p)$:

$$\Gamma\ (p) = \int_0^\infty e^{-x} x^{p-1}\, dx, \text{ где}$$

[125] *Фихтенгольц Г.М.* Курс дифференциального и интегрального исчисления. В 3-х томах. – М.: Физматлит, 2001. Т. 2. С. 811.

e – это есть, по А.Ф. Лосеву, «энергийно-софийное начало»,

e^{x} – «энергийно-софийное начало с выявленным эйдосом»,

e^{-x} – «самый этот энергийно-софийный эйдос – как чисто трансцендентная форма»,

x^{p-1} – «вещь выросшая, живая вещь, вещь ставшая»,

$e^{-x}\ x^{p-1}$ – «трансцендентная форма, примененная к соответствующей ставшей вещи»,

$e^{-x}\ x^{p-1}dx$ – «мельчайший момент функционирования такой формы»,

$\int e^{-x}\ x^{p-1}\ dx$ – «картина вещи, открывающаяся в трансцендентной обработке ее живого потока становления»,

$\int_0^\infty$ – «то же, но в идеальной законченности и выполненности, художественная картина вещи». По предположению А.Ф. Лосева, так после содержательно-философских «подстановок» в интеграл $\Gamma\ (p)$ получается некий эквивалент (или аналог) знаменитой «эстетической идеи», *intellectus archetypus* Канта.

В том же духе далее интерпретируются у А.Ф. Лосева как составляющие Эйлерова интеграла первого рода $B\ (p,\ q)$, так и сам интеграл в целом:

$$B\ (p,\ q) = \int_0^1 x^{\,p-1}\ (1-x)^{\,q-1}\ dx, \text{ где}$$

$x^{\,p-1}$ – по-прежнему та же «живая, ставшая вещь»,

$1\text{-}x$ – «реальное оформление вещи (из субстанции вычитается оформленность)»,

$(1\text{-}x)^{\,q-1}$ – «процесс полагания (вещественного) в живой своей ставшести»,

$x^{\,p-1}\ (1-x)^{\,q-1}$ – «живая ставшая вещь на фоне живого процесса становления»,

$\int x^{\,p-1}\ (1-x)^{\,q-1}$ – «вещественная ставшесть становления»,

$\int_0^1$ – «то же, но нужное для формирования целой вещи».

Далее в заметке приводится собственно соотношение Эйлера, выражающее двухпараметрическое $B\ (p,\ q)$ через однопараметрические $\Gamma\ (p)$ и $\Gamma\ (q)$ –

$$B(p, q) = \frac{\Gamma(p) \cdot \Gamma(q)}{\Gamma(p+q)},$$

и соотношение это «прочитывается» А.Ф. Лосевым как соотношение *предмета* и его *идеи* или, точнее, как соотношение «“эстетической идеи” и ее вещественной (соответствующей) сделаности». Соотношение Эйлера, по интерпретации Лосева, способно передать кантовскую «телеологическую силу суждения» и в самом общем виде описывает «эстетическую оценку реально найденной вещи», т.е. художественного произведения.

Отметим, что «беломорканальская» заметка обрывается на обсуждении смысла отдельных составляющих данного соотношения: уже рассмотрено *Г(р)*, где *р* – «степень живого становления вещи», далее следовало бы найти философско-логический эквивалент для *Г(q)*, где *q* – «степень самой процессуальности становления», затем – для их произведения *Г(р) Г(q)*, для суммарного воздействия «степеней» *Г(р+q)* и, наконец, для итогового отношения числителя *Г(р)Г(q)* к знаменателю *Г(р+q)*. Соответствующие образцы и примеры для завершения такого содержательного перевода уже содержатся, как нетрудно видеть, в сохранившейся части заметки.

Впрочем, здесь следует также учесть и некоторые лосевские построения и интерпретации, зафиксированные в «Диалектических основах математики». Они, в частности, призваны выразить глубинно-содержательные стороны таких привычных операций как сложение, вычитание, умножение, деление и возведение в степень, – именно эти операции и входят в соотношение Эйлера (напомним, что соответствующий раздел упомянутого трактата, посвященный арифметическим действиям, создавался практически одновременно с рассматриваемой заметкой).

Именно, для *сложения* А.Ф. Лосев дает следующую диалектическую спецификацию: оно есть «смысловая энергия отождествления внешне-инобытийных, но в то же время и непосредственно-смежных становлений чисел»[126]. *Умножение* тогда – «смысловая энергия разных становлений, переходящих одно в другое в порядке подвижного покоя в целях взаимовоспроизведения». В свою очередь *деление* есть та же «смысловая энергия разных становлений», но происходящая «в целях воспроизведения одного <становления> в пределах другого»[127]. Наконец, *возведение в степень* есть «смысловая энергия числа, функционирующего в аспекте отождествления его внутренно-внешних инобытийных воспроизведений»[128]. Таким самым, получается, для полного логико-философского «перевода» соотношения Эйлера нужно не только проделать все указанные ранее содержательные

[126] *Лосев А.Ф.* Личность и Абсолют. – М.: Мысль, 1999. С. 581.
[127] Ук. соч. С. 584.
[128] Ук. соч. С. 594.

подстановки по всем переменным, что входят в интегралы *Г (р)* и *В (р,q)*, но и в духе «Диалектических основ математики» принять и переосмыслить все арифметические операции, которые связывают эти переменные. Только тогда ожидаемое содержание лосевской интерпретации предстанет во всей ее полноте.

Можно предположить, что А.Ф. Лосев выбрал именно Эйлеровы интегралы для передачи соотношения «ставшей вещи» и ее «эстетической идеи (или замысла» прежде всего потому, что в сам состав, в самую ткань этих интегралов входит знаменитое трансцендентное число *е*, или число Непера, известное еще как основание натуральных логарифмов. Что же действительно *натурального* содержится в данном числе и каково «философско-диалектическое раскрытие» его? Ответу на эти вопросы посвящены едва ли не самые вдохновенные и увлекательные страницы «Диалектических основ математики». Мы можем здесь дать только самое краткое их изложение.

В частности, А.Ф. Лосев указывает философско-диалектическую интерпретацию для числа *е*, пользуясь известным в математике представлением его как предела бесконечного ряда вида $(1+\frac{1}{n})^n$ при стремлении *n* к бесконечности. Под внешним покровом привычного (почти технического и давно уже рутинного) разложения в ряд русский философ видит нечто не привычное (для математика, не склонного признавать за математическими формализмами какого-либо нетривиального философского содержания) – именно, видит «идеальную выявленность и сконструированность чисто идеальной потенции алогически становящейся единичности», а потому само число *е* он предпочитает представлять «как бы возросшей, разбухшей, расцветшей единицей» или единицей «органически ставшей и созревшей, как живое тело»[129]. Вот эта «организменная» логика бытия числа *е*, по всей видимости, и привлекала и покоряла мыслителя.

Для А.Ф. Лосева было ясно также и то, что описывать взаимоотношения таких *организмов*, каковыми являются и «творческая идея» и сотворенная по ее подобию «ставшая вещь», было бы невозможно при другой логике. В схватывании органической логики, т.е специфической логики роста и жизни, надо полагать, и состоит *эффективность* применения Эйлеровых интегралов (соответственно интерпретированных) для философского описания эстетического феномена[130].

[129] Ук. соч. С. 536.
[130] Принято считать, что «общематематический» смысл гамма-функции сводится к тому, что она является неким обобщением *понятия факториала*. Исторически так и было, Эйлер как раз и начинал с проблемы интерполирования ряда, каждый член которого есть факториал.

Еще одно замечание общего плана. Давно уже было отмечено, что для А.Ф. Лосева как философа математики одной из главенствующих состояла задача поиска, выявления и систематического выражения прежде всего тех «летающих интуиций», того «первоначального и основного», что «бесконечно богаче всяких формулировок» и что лежит в глубине всякого математического предмета[131]. Именно творческие интуиции математики, по Лосеву, и подлежат оформлению на языке философии: так для разнообразных математических конструкций отыскивались соответствующие «философские дублеты» (или аналоги, или «модели» – воспользуемся термином из некоторых работ «позднего» Лосева, – модели той или иной степени сходства). Так и выходило, что «учение Дедекинда о непрерывности имеет под собой… интуицию цветного поля, в котором один цвет незаметно переходит в другой, что Кантор в своем континууме имеет в виду непрерывность раздельного целого, например, непрерывность и цельность букета, в котором много цветов соединены в одно целое, что под интегралами Эйлера лежит "эстетическая идея" Канта, что под признаком трансцендентности числа у Лиувилля – шеллингианское учение о мировых потенциях, <…> что изобретатели исчисления бесконечно малых Лейбниц и Ньютон воспринимали мир как чистую фугу и сонату, а Коши – как программную симфонию, Гильберт с вещами вроде неархимедовой геометрии или кривой Пеано-Гильберта – как футуристическую патологию, и т.д. и т.д.»[132]. В этом любопытном перечне, как видим, отведено место и главному предмету занимавшей нас «беломорканальской» заметки.

Осталось сказать несколько слов в комментарий к статусу математики и философии. Фразу о «непостижимой эффективности математики» давно стало модно применять к различным областям, от знаний точных (автор крылатой фразы Нобелевский лауреат по физике Ю. Вигнер когда-то первым написал рассуждение «О непостижимой эффективности математики в естественных науках») до знаний гуманитарных. Думается, А.Ф. Лосев хлопотал о максимально высоком статусе прежде всего философской мысли и потому он сводил, скажем, не эстетическое к математическому (или наоборот), но и то и другое – к философскому, к логико-диалектическому. И построить диалектику как науку *точную* он точно стремился.

Однако в итоге Эйлер расчистил путь к решению более широкой задачи: если дана функция натурального аргумента $f(n)$, где $n = 1, 2, 3\ldots$, то возможно установление такой *непрерывной* функции $F(x)$, для которой при любом натуральном значении $x = n$ оказывается $F(n) = f(n)$. Действительно, *красивый* результат, подающий руку самой строгой эстетике. Недаром один из мемуаров Эйлера, посвященный Γ–функции, так и называется: «Замечания по поводу красивых отношений между степенными рядами…».

[131] *Лосева В.М.* Предисловие // Лосев А.Ф. Хаос и структура. – М.: Мысль, 1997. С. 15.

[132] Там же. С. 16.

В.М. Капустян

ИЕРАРХИЧЕСКИЕ ЧИСЛА ПАМЯТИ

1. **Постановка вопроса**. В основу построения модели памяти, которая обсуждена ниже, положены, в сущности, три идеи. Две из них хорошо известны. Это способ естественной нумерации объектов некоторого натурального множества [1] и метод представления массивов попарно различных целых чисел в виде строк [2]. Третья вспомогательная идея состоит в обобщении понятий «система счисления» и «фигура числа».

Система счисления обобщена на случай многих оснований аналогично тому, как это сделано в полиадической системе счисления [2]. Что касается представления числа, то обычно оно выглядит как последовательность цифр, выписанных в строку. Здесь это понятие обобщено до так называемого дерева цифр.

Ориентированное дерево цифр трактуется автором как порядковое число, количественный эквивалент которого легко выяснить, переведя его, например, в десятичную систему счисления. Систему счисления, имеющую несколько оснований и древовидные представления чисел, автор называл [5] обобщенно-полиадической системой счисления.

Соединение упомянутых идей позволяет построить новую модель (механизм) памяти, в которой удается избежать, казалось бы, неизбежного – создания массивов данных и даже самого процесса информационного поиска. Запоминающая система с этим механизмом не является хранилищем пообъектных записей, поэтому нет массивов и нет основы для процесса поиска.

В целом механизм памяти состоит в следующем. Все признаки и градации признаков, которые могут встретиться хотя бы в двух объектах запоминаемой совокупности, объединяют в одну общую структуру – так называемое комбинаторное дерево признаков (КДП). В комбинаторном дереве все признаки и их градации пронумерованы, поэтому набор признаков объекта, который потребуется запомнить, обозначится на нем как дерево номеров («цифр»).

Множеству объектов соответствует массив деревьев, но построение этого массива не проводится. Каждое дерево цифр рассматривается как представление числа в обобщенно-полиадической системе счисления, и переводится это число в десятичную систему. Получается десятичный номер ν – естественный номер данного объекта.

Массив номеров тоже не строится. Вместо него имеется запоминающая строка битов, первоначально сплошь заполненная нулями. В эту строку в соответствии с десятичным номером в ν-й по счету бит от начала строки засылается битовая единица, чем и завершается запоминание данного объекта.

В конечном итоге в запоминающей строке можно обнаружить столько битовых единиц, сколько объектов было предъявлено для запоминания. Каждый объект запоминается как своеобразная «битовая точка», находящаяся в строке на определенном расстоянии от ее начала. Это расстояние всегда равно естественному номеру объекта.

Ясно, что каждый номер и массив номеров можно восстановить, измерив и распечатав расстояния всех битовых единиц от начала строки. Для построения (выделения из памяти) отдельного объекта предусмотрена обратная процедура, которая по положению битовой единицы в строке измеряет её расстояние от начала, а затем переводит полученную величину v в древовидную величину в обобщенно-полиадической системе счисления.

Дерево цифр этого восстановленного числа выделяет на комбинаторном дереве признаков, как на своеобразном табло, конкретный набор признаков v-го объекта. Восстановив таким образом «призначный портрет» объекта, необходимо добавить к нему как подпись так называемый фактографический паспорт объекта.

Фактографический паспорт содержит только те признаки, которые свойственны одному данному объекту и никакому другому. Поэтому такие признаки не смогли войти в комбинаторное дерево признаков, а составили отдельный упорядоченный список *P*.

Принцип упорядочения следующий. Паспортов столько, сколько запоминается объектов и сколько единиц наблюдается в строке битов. Первый паспорт в *P* относится к самой левой единице, второй – ко второй слева, i-й – к i-й единице.

Измеряя с помощью счетчика расстояние v-й единицы от начала строки, одновременно определяют её порядковый номер *k* среди единиц. Для этого используется другой счетчик, который считает только битовые единицы, пропуская нули. Паспорт v-го объекта извлекают из *P* по номеру k, как по ключу, методом прямого доступа.

Заключительный акт процедуры выделения из памяти («вспоминания») состоит в том, что призначный портрет объекта ставят в соответствие с его фактографическим паспортом.

Как видно, информационный поиск не присутствует ни в прямой, ни в обратной процедурах, так как вместо него всюду выступают либо редуцирующие, либо восстановительные вычисления. Таким образом, поиск заменен на вычисления – качественно совершенно иной процесс.

Таковы общие черты комбинаторного механизма памяти. В работе [5] введены и обсуждены вспомогательные понятия, такие как комбинаторная мощность, поэшелонный расчет, выбирающая функция. Это сделано в основном для того, чтобы математически точно (алгоритмически) описать процедуры перевода чисел из обобщенно-полиадической системы счисления в десятичную и обратно.

2. Использование естественной нумерации. Чтобы получить цифровые представления множеств и решить задачу хранения информации, работая не с наборами объектов, а с наборами чисел, элементы множеств обычно индексируют натуральными числами. Однако эта нумерация во многом произвольна и лишь иногда диктуется сущностной спецификой задачи.

Возникает вопрос, не может ли совокупность родственных объектов, независимо от решаемой задачи, сама по себе быть источником некоторой естественной, действительно натуральной нумерации, диктуемой характером сходства объектов, самой физической природой совокупности?

Идеальный, неувядаемый пример в этом смысле дает нумерация химических элементов в Периодической системе Д. И. Менделеева. Недаром в недавнем рейтинге «предметов гордости человечества» эта таблица получила первое место.

Если в каждой конкретной совокупности объектов превратить отдельные признаки объектов в своеобразные разряды системы счисления, а конкретные свойства объектов (градации признаков) – в цифры в этих разрядах, то всякий объект за набором свойств уже будет скрывать определенное натуральное число – только ему присущий номер в естественной системе.

И, наоборот, по номеру объекта всегда можно будет воссоздать набор свойств соответствующего объекта.

3. Комбинаторное дерево признаков. Информационное представление сложного объекта – это, главным образом, его дерево признаков. Запомнить множество объектов – значит, по существу, запомнить ряд соответствующих деревьев. Можно составить суперпозицию деревьев и образовать своеобразный коллективный портрет с наложением.

Для этого данные на физический носитель записывают на одно и то же место так, чтобы идентичные хотя бы для двух деревьев участки данных накладывались друг па друга. Тогда запомнить объект – значит наложить его дерево признаков на уже имеющийся набор признаков и запасти тот минимум данных, который потребуется для выборки из памяти, когда надо будет восстановить описание объекта путем выделения его дерева признаков.

При наложении деревьев происходит выстраивание однородных градаций в серии альтернативных значений данного признака. Они названы сериями альтернатив, а полученное наложениями дерево этих серий – комбинаторным деревом признаков. Подробное обсуждение способов построения комбинаторных деревьев дано в [3].

Это дерево многоуровневое. Оно концентрирует в себе сумму отношений старшинства и отношений независимости признаков [5] и тем самым в сжатом виде фиксирует физические основы для естественной нумерации.

В этом дереве стрелки, опущенные из вышележащей альтернативы на серии нижележащих альтернатив, названы скользящими стрелками. Веса стрелок на каждом уровне определяются весами стрелок нижележащих уровней. **Комбинируя** положения скользящих стрелок при их остановке, можно выделить любое из деревьев запомненного ряда, поэтому дерево серий и названо комбинаторным.

Комбинаторное дерево имеет корневую вершину и иерархические уровни признаков. Корневая вершина отмечена как нулевой уровень. Далее уровни пронумеруем сверху вниз с первого, ближайшего. Пары смежных уровней названы эшелонами.

Каноническая составляющая КДП, элементарный типовой кирпичик любого комбинаторного дерева, – так называемый куст. Куст состоит из корня и стрелок, которые из него исходят, и кроны, то есть совокупности серий альтернатив, на которые опираются скользящие стрелки корня. Число серий альтернатив в корне куста может быть различным, как различными могут быть и количества альтернатив в каждой из них.

Корень куста и его крона принадлежат двум разным смежным уровням КДП. Это значит, что всякий куст принадлежит некоторому эшелону. Всякий эшелон может быть разбит на множество составляющих его кустов.

Если в каждом кусте КДП остановить скользящие стрелки на каких-то альтернативах кроны, а все остальные альтернативы из серий удалить, то не останется ни одной серии альтернатив и будет получено безальтернативное дерево признаков, содержащее корневую вершину a_0.

Это дерево называется правильным. Останавливая скользящие стрелки всякий раз по-новому, перебирают все правильные деревья. Смысл множества правильных деревьев в следующем. Если КДП остается неизменным, т.е. не добавляется ни одной новой градации признаков, то множество правильных деревьев включает в себя как те деревья, которые уже были предъявлены и послужили для формирования комбинаторного дерева, дав **ему свои признаки**, так и все мыслимые при данном наборе признаков деревья, которые еще могут быть предъявлены к запоминанию.

Чрезвычайно важным является тот факт, что число деревьев, достаточных для того, чтобы учесть все признаки запоминаемого семейства объектов есть «о-малое» от числа порождаемых КДП правильных деревьев.

4. Комбинаторная мощность. Любая вершина в КДП, то есть альтернатива в некоторой серии, выделяет некоторое комбинаторное поддерево.

Эта вершина является для него корневой вершиной. Числовая характеристика КДП – его комбинаторную мощность или просто мощность. Мощность КДП – это число различных правильных деревьев, которые оно способно породить.

Такая характеристика правомерна и для комбинаторных поддеревьев, что позволяет приписывать значение мощности не комбинаторному поддереву, а той вершине, которая его выделяет как корневая. Таким образом, всем вершинам-альтернативам КДП можно формально приписать значение функционала комбинаторной мощности m(a). Висячим вершинам нижнего уровня, по определению, приписано значение 1.

В любом эшелоне между значениями *m (a)* для вершин отдельного куста выполняется простое соотношение

$$m(a) = \prod_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{l(i)} m(a_{ij}) \quad (*)$$

где a – корневая вершина куста, a_{ij} – j-я альтернатива i-й серии в кроне куста, l(i) – число альтернатив в i-й серии, n – число серий альтернатив в кроне куста.

Это соотношение положено в основу так называемого поэшелонного расчета значений комбинаторной мощности для всех альтернатив КДП. Расчет состоит в следующем. В каждом пусто нижнего N-го эшелона проводят расчет по формуле (*). В результате получают исходные данные для такого же расчета в ближайшем вышележащем (N – 1)-м эшелоне. Расчет в (N – 1)-м эшелоне дает данные для расчета в (N – 2)-м эшелоне и т.д. вплоть до расчета в единственном кусте первого эшелона. Своеобразная волна данных проходит по КДП от эшелона к эшелону снизу вверх, оставляя за собой вычисленные значения комбинаторной мощности для всех вершин-альтернатив. Все эти значения используют затем при построении в каждом кусте локальной полиадической системы счисления.

5. Обобщенно-полиадическая система счисления. Конфигурацию цифр («фигуру числа») можно трактовать количественно лишь в рамках соответствующей ей системы счисления, то есть при условии, что известно, как интерпретировать начертание и положение каждого символа внутри конфигурации.

Должно быть указано старшинство цифровых символов, диапазон значений цифр в каждой ячейке цифровой конфигурации, а также оператор, определяющий для данной ячейки по стоящей в ней цифре их вклад в общую величину числа. Десятичная система счисления наиболее удобна как базовая для сравнительного изучения других систем счисления.

Так, в семеричной системе счисления обозначение

$$(1313)_7 = 1*7^3+3*7^2+1*7^1+3*7^0=(500)_{10}$$

В римской непозиционной системе счисления для обозначения

$XIX_R=(19)_{10}$.

Это наводит на мысль – усматривать число не только в двухуровневых древовидных конфигурациях, но и в многоуровневых. Именно такие фигуры чисел получаются при остановке скользящих стрелок в КДП и выделении дерева признаков того или иного объекта.

Систему счисления, в которой фигуры чисел суть деревья цифр, а дуги помечены операторами над цифрами, сводящими всю многоуровневую конфигурацию к количественному значению в десятичной системе счисления, автор называл обобщенно-полиадической системой счисления.

Такое название выбрано потому, что в этой системе главную роль играет многократно применяемая обычная полиадическая система счисления [2].

6. **Полиадическая позиционная система счисления**. В полиадической позиционной системе счисления с каждым i-м разрядом связан свой диапазон изменения цифровых символов 0, 1, . . . , L_{i-1}, т.е. длина диапазона равна L_i. Вес *k-го* разряда равен произведению длин диапазонов всех предшествующих ему разрядов, т. е. $A_к=L_1L_2L_3....L_{к-2}L_{k-1}$. При этом $A_1 = 1$, по определению.

Полиадическая система – это позиционная система счисления как бы со многими основаниями и разными от разряда к разряду диапазонами L изменения цифр. Отметим особо, что на положительные L не наложены никакие ограничения.

Величина числа v по значениям цифр в разрядах определяется по формуле

$$v = \sum_{i=0}^{n} a_i A_i$$

7. **Выбирающая функция**. Чтобы проводить расчет, необходимо иметь способ выделения деревьев на КДП. Используем понятие локальной выбирающей функции. В каждом кусте КДП на множестве вершин его кроны, как на переменных, введем логические функции P. Если $P_{ij}=1$, то значит в i-й серии выбрана j-я альтернатива. Если в кусте не выбрана ни одна альтернатива, то все Pij=0. Совокупность конкретных значений {Pij} в данном кусте названа локальной выбирающей функцией. Набор локальных выбирающих функций во всех кустах КДП назван просто выбирающей функцией. Любому правильному дереву признаков однозначно соответствует его выбирающая функция на КДП. Десятичный номер дерева есть свертка выбирающей функции этого дерева и функционала комбинаторной мощности *m (a)*. Восстановить дерево цифр – значит восстановить его выбирающую функцию исходя из номера этого дерева и функционала *m (a)*.

8. **Выработка номера дерева**. Выработка номера дерева, т. е. переход от обобщенно-полиадической системы счисления к десятичной, происходит в поэшелонном расчете с передачей данных в КДП снизу вверх и выглядит как многоэтапная «подстрижка» дерева. Данные о целом, т.е. о дереве, поступают от его составных частей и перерабатываются, после чего эти части можно забыть. Число этапов «подстрижки» равно числу уровней нумеруемого дерева.

Данные стекаются от мелких ветвей ко всё более крупным в направлении к корню дерева. Весь процесс состоит из многократно повторяемой типовой процедуры поочередного расчета в отдельных кустах КДП. Результат расчета в кусте *k-го* эшелона – единственная величина, так называемая добавка $v^{(k-1)}$, которая приписывается корню куста. Основу для расчета в кусте *k-то* эшелона составляют: комбинаторные мощности $m^{(k)}$ (a_{ij}·) вершин кроны куста; значения выбирающей функции $P_{ij}^{(k)}$, указывающей, какие из вершин куста входят в данное дерево; значения добавок $v_{ij}^{(k)}$, вычисленные в (k+1)-м эшелоне расчета и приписанные тем вершинам a_{ij}, для которых $P_{ij}^{(k)}=1$

При расчете в каждом кусте имеет место сжатие данных, так как векторные характеристики $(v_{ij}^{(k)}, P_{ij}^{(k)})$ перерабатываются в скалярную величину $v^{(k+1)}$

Величина $v^{(k-1)}$ определяется из следующих выражений:

$$v^{(k-1)} = \sum_{q=0}^{n} a_q A_q,$$

$$a_i = \sum_{j=0}^{j_0} m_{ij}^k + v_{ij_0}^{(k)} \qquad (j_0 = P_{ij_0}^{(k)} = 1) \qquad A_i = \prod_{j=0}^{(i-1)} L_i$$

$$L_i = \sum_{j=1}^{l(i)} m_{ij}^{(k)} \qquad (i = 0, n)$$

т. е. как величина полиадического числа с цифрами a_i в локальной полиадической системе счисления данного куста.

Проведя последовательно расчет во всех эшелонах с *N-го* по первый, получим номер дерева $v^{(0)}$, который при расчете в верхнем кусте был приписан корневой вершине a_0.

9. **Восстановление** дерева по номеру. Восстановление дерева по его номеру или же переход от десятичной величины номера к обобщённо-

полиадической производится путем поэшелоиного расчета с передачей данных в КДП сверху вниз и внешне выглядит как процесс поэтапного роста дерева признаков данного объекта. Это естественно, так как сначала надо восстановить основные ветви, а затем вырастить па них все более тонкие детали этого дерева. Типовой расчетной процедурой снова является поочередная обработка данных в отдельном кусте. В результате расчета в кусте любого эшелона определяются: значения P_{ij} выбирающей функции, которые показывают, какие из вершин кроны куста надо включить в состав выращиваемого дерева; значения остатков от переработки номера (v_{ij}), которые приписываются тем вершинам кроны, для которых было определено $P_{ij}=1$. Эти остатки подлежат дальнейшей переработке в аналогичных расчетах нижеследующего эшелона.

Основу для вычислений в кусте (k+1)-го эшелона составляют значения коминаторной мощности для вершин кроны куста и значение остатка v, приписанное корню данного куста при расчете в вышележащем эшелоне.

Таким образом, в каждом кусте наблюдается своеобразное ветвление или развертка данных, когда скалярная характеристика $v^{(k)}$ однозначно перерабатывается в пару векторных характеристик $(v_{ij}^{(k+1)}, P_{ij}^{(k+1)})$.

Разработана блок-схема алгоритма, который обеспечивает однозначный выбор альтернатив в сериях кроны куста, исходя из величины остатка $v^{(k)}$. Этот алгоритм задает обратную процедуру по отношению к той, что используется при нумерации дерева. В качестве оснований локальной полиадической системы счисления в каждом кусте используются величины

$$L_i = \sum_{j=1}^{l(i)} m_{ij}^{(k)} \qquad (i = 0, n)$$

Проведя расчет последовательно во всех эшелонах от первого до N- го, получают выбирающую функцию *P*, которая выделяет на КДП структуру дерева, закодированную ранее величиной v.

10. **Представление массива номеров в виде строк**. Массив попарно различных целых чисел в строковом представлении выглядит как запоминающая строка битов, в которой число v зафиксировано тем, что в v-й по счету бит от начала строки внесено значение 1 бит, тогда как до запоминания в ячейке было значение 0 бит. В строке столько битовых единиц, сколько чисел было в запоминаемом массиве. Когда речь идет о массиве номеров запоминаемых деревьев, то обнаруживается неожиданное свойство строкового представления. Подчеркнем его специально. **Независимо от числа ветвей и уровней дерева факт его предъявления запоминается всегда с помощью одного бита и расстояния этого бита от начала строки.** Если требуется сжать строковое представление, то можно обратиться лишь ко второй – одну битовую ячейку сжимать более невозможно. Представление расстояний может быть более экономным, например, в том случае, когда в строке битов встречаются достаточно длинные отрезки, сплошь заполненные битовыми нулями; выбросив их, можно существенно сократить строку, но необходимо запомнить все факты таких сокращений. Для этого можно ввести список сокращений $\{\chi_i, \Delta_i\}$, где каждая пара показывает, что при работе счетчика после χ*-го* бита строки при определении расстояния надо добавить Δ_i, выброшенных ранее битовых ячеек. Сокращенная строка названа плотной строкой.

11. Фактографический паспорт. С плотной строкой битов связаны два счетчика $z_{бит}$ и $z_{ед}$. Первый счетчик считает биты подряд независимо от значения, добавляя величины сокращений Δ_i, из списка сокращений. Второй счетчик считает только встреченные вдоль строки битовые единицы. На его показания список сокращений не влияет. Счетчик $z_{бит}$ формирует десятичный номер для восстановления дерева, а счетчик $z_{ед}$ формирует номер для извлечения фактографического паспорта этого дерева из списка паспортов.

Фактографический паспорт – это сумма данных, характеризующая индивидуальные свойства объекта.

Устройство беспоисковой памяти было изготовлено и послужило объектом учёта при проведении патентной экспертизы (ввиду невозможности патентовать сам алгоритм памяти). На это устройство было выдано авторское свидетельство [6].

Литература

1. *Любищев А.А.* О критериях реальности в таксономии. В сб. Информационные вопросы семиотики, математической лингвистики и автоматического перевода, М., 1971, вып. 1.

2. *Акушский П.Я., Заболоцкий В.Н.* О комбинаторном подходе к идее сжатия информации. В сб. Цифровая вычислительная техника и программирование. Вып. 6, М., «Советское радио», 1971.

3. *Капустян В.М.., Махотенко Ю. А., Шеверов В. Г.* Комбинаторный метод прогнозирования и анализа систем – «КОМПАС». Сб. Электронная техника. Сер. АСУ, 1972, вып. 1 (1).

4. *Шрейдер Ю.А.* Логика классификации. НТИ. Сер. 2, 1973, № 5.

5. *Капустян В.М.* и др. Комбинаторная память. Известия АН СССР – Техническая кибернетика № 2 – 1980. с. 114–127.

6. *Капустян В. М. Махотенко Ю. А. Ордин А. А. Пинаев А. Б.* «Запоминающее устройство. Авторское свидетельство СССР N SU 1008752 A 3380805\18-24 от 03.03.83. Бюлл. 12.

С.В. Ёлкин

ПРИМЕНЕНИЕ Y-ЧИСЕЛ И ИХ ИНТЕРПРЕТАЦИЯ[133]

Введение

Исторически достаточно долго считалось, что полезными для приложений и богатыми по содержанию являются только математические объекты, обладающие свойствами коммутативности и ассоциативности. Однако, после открытия Гамильтоном гиперкомплексных чисел взгляд математиков на некоммутативные объекты в корне изменился. Стали активно изучаться различные гиперкомплексные системы. При этом объекты, обладающие неассоциативностью по-прежнему оставались в тени. Традиционно считается, что эти объекты сложны для изучения и обладают скудным набором полезных свойств, которые могли бы определить их применение к реальным физическим объектам и процессам. Тем не менее, постепенно накопились результаты исследований о различных неассоциативных алгебрах и гиперкомплексных системах: октавах Кэли, алгебрах Йордана и др.

В 1993 г. были открыты неассоциативные и некоммутативные объекты, обладающие рядом интересных свойств. Поскольку они обладали тем достоинством, что каждый следующий объект можно было строить из предыдущего добавлением одного из двух базовых элементов, то эти объекты были названы числами – у-числами. Несмотря на то, что эти числа являются неассоциативными и некоммутативными, для них был получен набор степенных формул и выражений, в том числе для дробных и отрицательных степеней, исследована делимость [2,3], введено соотношение эквивалентности, построены алгебры. Свойство сведения старших степеней у-чисел к младшим позволило достаточно просто определить на множестве у-чисел функции представимые в виде степенных рядов. В частности были рассмотрены экспоненциальная, логарифмическая и биномиальная функции, показано, что эти функции представимы линейной комбинацией трёх самых простых у-чисел.

До сих пор не удавалось математически описать диалектическую логику. Даже сами попытки такого рода часто вызывали неодобрение философов. То что делалось в этом направлении, как правило, было связано с построением формальных логик (получивших название философские логики) в которых отбрасывался или видоизменялся какой либо из законов формальной логики. В целом же построить систему, основанную на отрицании всех трёх законов не удалось ни кому. В результате сложилось общее мнение, что эта задача в принципе неразрешима. Здесь мы представляем попытку подойти к проблеме с другой стороны – со стороны алгебры. Однако, мы не претендуем на всеобъемлющее решение проблемы, наша цель лишь показать возможности одной из алгебр, открытых недавно, для моделирования диалектических процессов: отрицания, отрицания отрицания, синтеза.

[133] Работа поддержана грантом РФФИ 06-01-00538-а

Итак, начнем со свойств у-чисел.

Свойства у-чисел и интерпретация

Практика работы с у-числами показала, что их можно успешно интерпретировать как элементарные семантические единицы – семы, а их комбинации как понятия и категории.

В основу аксиоматики у-чисел положено простое отношение:

$$y * y = \overline{y}, \quad \overline{y} * \overline{y} = y. \tag{1}$$

Этот тип умножения (звёздочка) в дальнейшем будем называть инверсным.

Это отношение можно проиллюстрировать простой диаграммой (рис.1).

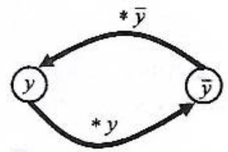


Рис. 1.

Умножение чисел и представленные диаграммой взаимные переходы у-чисел с очевидностью можно интерпретировать как отношение диалектических противоположностей. Именно результат самодействия (или как принято в математике говорить самоприменимость) является причиной перехода одного числа в другое. Точно также переходят друг в друга бытие и ничто у Гегеля: «Бытие, чистое бытие – без всякого дальнейшего определения. В своей неопределенной непосредственности оно равно лишь самому себе, а также не равно в отношении иного, не имеет никакого различия ни внутри себя, ни по отношению к внешнему. Если бы в бытии и было какое-либо различимое определение или содержание или же оно благодаря этому было бы положено как отличное от некоего иного, то оно не сохранило бы свою чистоту. Бытие есть чистая неопределённость и пустота. – в нем нечего созерцать, если может идти речь о созерцании, иначе говоря, оно есть только само это чистое, пустое созерцание. В нем также нет ничего такого, что можно было бы мыслить, иначе говоря, оно равным образом лишь это пустое мышление. Бытие, неопределённое непосредственное, есть на деле ничто и не более и не менее, как ничто.

Ничто, чистое ничто; оно простое равенство с самим собой, совершенная пустота, отсутствие определений и содержания; неразличенность в самом себе. …. Ничто есть, стало быть то же определение или, вернее, тоже отсутствие определений и, значит, вообще то же, что чистое бытие. [1]»

Формальная диаграмма описывает процесс их взаимного перехода: «Их истина есть, следовательно, это движение непосредственного исчезновения одного в другом: становление; такое движение, в котором они оба различны, но благодаря такому различию, которое столь же непосредственно растворилась. [1]»

Сами у-числа были открыты в процессе философского анализа спонтанного нарушения симметрии и его связи с диалектическим аспектом процесса мышления. Поэтому исходно операция инверсного умножения интерпретировалась как акт перехода к противоположному понятию в ходе развития некоторого противоречия. Другая операция – прямого умножения – соответствует тождеству (сохранению объекта), что можно интерпретировать как первый закон формальной логики – закон тождества:

$$y \circ y = y,$$

$$\bar{y} \circ \bar{y} = \bar{y}. \qquad (2)$$

Соответствующая этому диаграмма приведена на рис.2. Таким образом, система у-чисел содержит две противоположные операции умножения.

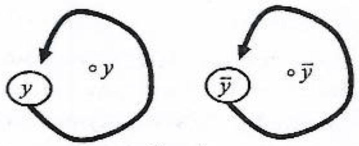


Рис. 2.

Операция прямого умножения введена в работе [2] . Как и определённая выше операция инверсного умножения, она обладает возможностью к образованию новых, более сложных у-чисел. Невозможно сделать утверждение о коммутативности или некоммутативности прямого умножения, однако в противоположность инверсному умножению это умножение ассоциативно.

В сочетании инверсное и прямое умножение порождают большое разнообразие структур. Логическая связь этих двух операций была раскрыта в работе [3]. Эти две операции также взаимно противоположны друг другу,

как и y и $\breve{y}$. И для них соответственно можно записать этот замечательный факт:

$$\circ \ \circ = *,$$

$$* \ * = \circ . \qquad (3)$$

Операция прямого умножения является алгебраическим аналогом закона тождества в формальной логике. Она отвечает за формальное конструирование понятий в семантическом языке, производимое без существенного изменения смысла соединяемых понятий.

Что касается произведений $y * \breve{y}$ и $\breve{y} * y$, то мы будем считать их новыми элементами, построенными на "образующих" элементах y и $\breve{y}$. Мы будем считать эти два новых элемента различными, тем самым, рассматривая общий случай некоммутативной бинарной операции инверсного умножения. В результате мы имеем четыре элемента y, $\breve{y}$, $y * \breve{y}$ и $\breve{y} * y$. Дальнейшее конструирование новых элементов потребует образования конструкций включающих в себя две и более операции инверсного умножения. Для корректного определения этих элементов потребуется исследовать ассоциативность инверсного умножения. Для этого рассмотрим следующий пример -- произведение трех элементов y:

$$(y * y) * y = \breve{y} * y \qquad (4)$$

$$y * (y * y) = y * \breve{y} \qquad (5)$$

Поскольку мы условились считать элементы $y * \breve{y}$ и $\breve{y} * y$ разными, то этот простейший пример показывает неассоциативность операции инверсного умножения. Отсутствие ассоциативности требует определенных правил, определяющих порядок выполнения операций инверсного умножения в произведениях включающих в себя более двух образующих элементов. Сформулируем эти правила. Прежде всего, определим инверсное умножение элементов $Y_2 \equiv y * \breve{y}$ и $\overline{Y}_2 \equiv \breve{y} * y$ на образующие элементы y и $\breve{y}$. Для этого необходимо рассмотреть следующие произведения

$$y * Y_2,\ y * \overline{Y}_2, \qquad \breve{y} * Y_2,\ \breve{y} * \overline{Y}_2,\ Y_2 * y,\ \overline{Y}_2 * y,\ Y_2 * \breve{y},\ \overline{Y}_2 * \breve{y}. \qquad (6)$$

Запишем первое из произведений (5) в явном виде:

$$y * y * \breve{y}. \qquad (7)$$

В выражении (7) и во всех других будем считать, что порядок выполнения умножений – последовательный слева направо, при этом встречающиеся рядом два элемента y должны заменяться на $\breve{y}$. Соответственно встречающиеся рядом в произведении два элемента $\breve{y}$ заменяются на y. Это означает, например, что в (7) сначала мы перемножаем элементы $y * y$, получая при этом $\breve{y}$, а затем уже переходим к умножению $\breve{y} * \breve{y}$. В результате находим $y * y * \breve{y} = y$. Подобным образом определяются и инверсные произведения вида

$$\overline{Y}_2 * y = \breve{y} * y * y. \qquad (8)$$

Проходя слева направо в (8) мы заменяем пару $y * y$ на $\breve{y}$, а затем в полученном выражении $\breve{y} * \breve{y}$ выполняем последнее умножение, получая y. Заметим, что кроме y и $\breve{y}$ среди элементов (6) возникают элементы "третьего" порядка $Y_3 \equiv y * \breve{y} * y$ и $\overline{Y}_3 \equiv \breve{y} * y * \breve{y}$. При перемножении элементов "третьего" порядка и образующих элементов правила перемножения требуют одного важного уточнения: после инверсного перемножения первой встреченной пары одинаковых образующих элементов мы должны вернуться к началу получающегося выражения и снова идти слева направо до первой пары одинаковых образующих элементов, затем перемножаем их, снова возвращаемся к началу получающегося выражения и так далее. В результате мы получаем выражение представляющее собой цепочку чередующихся y и $\breve{y}$. Таким образом, мы определили произведения Y_n и $\overline{Y}_n$ для любого порядка n. В результате получено множество элементов вида $Y_1 \equiv y$, $\overline{Y}_1 \equiv \breve{y}$, $Y_2 \equiv y * \breve{y}$, $\overline{Y}_2 \equiv \breve{y} * y$, $Y_3 \equiv y * \breve{y} * y$, $\overline{Y}_3 \equiv \breve{y} * y * \breve{y}$, … . Все эти элементы представляющие собой цепочки чередующихся образующих элементов y и $\breve{y}$ мы будем называть исходными элементами. Отметим, что указанное выше замечание, позволяет однозначно определить произведения элементов любого порядка между собой. В результате такие инверсные умножения приводят к элементам того или иного порядка.

Таким образом, сформулировав правила инверсного умножения, мы одновременно определили множество, на котором задана эта операция. В дальнейшем элементы этого множества вместе с введенной операцией инверсного умножения будем называть алгеброй y - чисел, а его элементы y - числами.

Умножение оператора на самого себя: $y * y$ или $\breve{y} * \breve{y}$ соответствует самодействию понятия (или самоприменимости), а результат умножения интерпретируется как появление противоположного по смыслу понятия. Наличие в составе множества двух противоположных элементов соответствует возникновению внешнего противоречия как отношения. Цепочка любых чисел, например, $(\breve{y}*y)*(y*\breve{y})*(\breve{y}*y)*(y*\breve{y})*(\breve{y}*y)*(y*\breve{y})$ … соответствует структуре и одновременно переходу между понятиями и может быть сколь угодно длинной. Это отражает тот факт, что противоречие не обязательно разрешается после первого противопоставления. Однако, циклы перехода противоположных понятий друг в друга, в конце концов, завершаются синтезом нового понятия.

Обособлением составных у-чисел будем называть операцию взятия скобок от произвольного у-числа. После обособления число вновь может быть умножено инверсно само на себя, например:

$$(Y_m) * (Y_m) = (\breve{Y}_m). \qquad (9)$$

Операция обособления – аналог процедуры синтеза. Она позволяет любое составное у-число превращать снова в у-число нулевого порядка. То есть после обособления с у-числом можно обращаться так же как y_0-числом. Эта операция (обособления – синтеза), несмотря на внешнюю простоту весьма нетривиальна, ибо одновременно содержит в себе две процедуры: синтез и «снятие понятий». Она дает возможность строить иерархию понятий начиная с любого понятия принятого по соглашению за «начало». Приведём на рис.3 диаграммы для обособленных чисел.

$$\underset{(\breve{y}\cdot y)}{(\breve{y} - y)} \qquad \underset{(\breve{y}\cdot y)}{(\breve{y} = y)}$$

Рис. 3.

Число $(y * \breve{y})$ интерпретируется как процесс уничтожения: переход от бытия к ничто. И наоборот число $(\breve{y} * y)$ интерпретируется как процесс рождения: переход от ничто к бытию. Полная интерпретация получающихся обособленных чисел дана в работе о семантическом языке SL [5].

Самоподобие у-чисел

Обратим внимание читателя на фрактальный характер образующихся в семантическом языке SL понятий. Так на рис. 4 изображена диаграмма в виде фрактала соответствующая понятию пространства-времени.

В качестве фрактала можно также представить иерархию у-чисел, возникающую в результате умножения уже имеющегося набора на ещё одно у-число. См. рис.5.

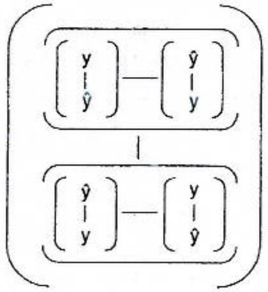


Рис. 4

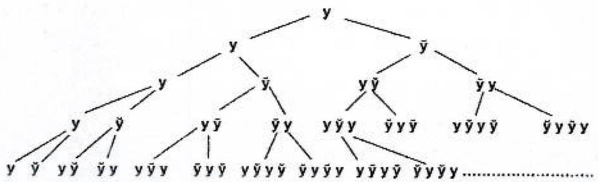


Рис. 5

Хорошо видно, что это бинарное дерево самоподобно, если за корень дерева брать любое y по левой ветви.

Расширение множества y-чисел

Расширим множество y - чисел. Во-первых, определим умножение y - чисел на вещественное или комплексное число α. Будем обозначать новый элемент αY. Подчиним эту операцию аксиомам коммутативности и ассоциативности, то есть будем полагать:

$$\alpha Y = Y\alpha \ , \tag{10}$$

$$(\alpha\beta)Y = \alpha(\beta Y) \ , \tag{11}$$

где под Y подразумевается какое-либо из исходных y - чисел. Элементы такого вида будем относить к множеству обобщенных y - чисел. Кроме того, после определения операции умножения y - числа на вещественное или комплексное число естественно пополнить получающееся множество нулевым элементом Θ, к которому по определению приводит умножение любого y - числа на ноль:

$$0Y = \Theta \ , \qquad 0\alpha Y = \Theta \ . \tag{12}$$

$$\alpha\Theta = \Theta \tag{13}$$

Во-вторых, определим на множестве исходных y - чисел, умноженных на вещественное или комплексное число бинарную операцию, которую будем именовать сложением y - чисел. Будем считать, что для этой операции выполнены аксиомы коммутативности, ассоциативности и дистрибутивности. Определенная таким образом операция сложения является совершенно аналогичной соответствующей операции сложения для вещественных или комплексных чисел:

$$Y^{(1)} + Y^{(2)} = Y^{(2)} + Y^{(1)} \ , \tag{14}$$

$$Y^{(1)} + \left(Y^{(2)} + Y^{(3)}\right) = \left(Y^{(1)} + Y^{(2)}\right) + Y^{(3)} \ , \tag{15}$$

$$(\alpha + \beta)Y = \alpha Y + \beta Y \ , \tag{16}$$

$$\alpha\left(Y^{(1)} + Y^{(2)}\right) = \alpha Y^{(1)} + \alpha Y^{(2)} \ , \tag{17}$$

$$\Theta + Y = Y \ , \tag{18}$$

где под обозначениями Y , $Y^{(1)}$, $Y^{(2)}$, $Y^{(3)}$ подразумеваются исходные y - числа, либо исходные y - числа помноженные на вещественное или комплексное число. Получаемые в результате операции сложения элементы будем называть обобщенными y - числами. Они являются расширением множества исходных y - чисел. В силу аксиом, наложенных на операцию сложения ее можно определить и для обобщенных y - чисел. В результате в множестве обобщенных y - чисел справедливы аксиомы (12)-(18).

Умножение вещественных и комплексных чисел на y-числа может быть использовано в задачах на собственные функции и собственные значения. Для иллюстрации рассмотрим один простой пример. Пусть, например, на столе находятся цветы в вазе, колода игральных карт, карандаш, лужица воды из вазы с цветами. Требуется сосчитать предметы. Если мы считаем абстрактно однородные предметы, то счёт не вызывает проблем. Но в данном случае необходимо выяснить, что считать – однородные предметы или разнородные. Являются ли цветы и ваза одним предметом или разными, нужно ли считать карты поштучно или за единицу принять всю колоду, принадлежит ли вода на столе к той, что в вазе или это самостоятельный объект. Эта простая на первый взгляд задача требует различных мыслительных действий. Математически её и другие подобного рода задачи можно свести к известной задаче на собственные функции и собственные значения.

$$\hat{L}f(Y) = l_n f_n(Y). \tag{19}$$

Слева в уравнении стоит оператор количества $\hat{L}$ и некоторая функция от y-числа, справа количество предметов l_n сорта n и соответствующая этим предметам собственная (сортовая) функция. Природа оператора $\hat{L}$ такова, что он считает не все предметы (уравнение имеет решение не для любых y-чисел), а только те которые объединены некоторым признаком. В результате решения этого уравнения получается спектр собственных функций и собственных значений.

Операция сложения соответствует операции следования словам в предложении. На физическом языке это означает, что имеет место **принцип суперпозиции**, когда некоторый смысл может быть представлен в виде суммы смыслов или, иначе, разложен по набору собственных функций (смыслов) задачи.

В отличие от физических задач, в которых собственные значения должны быть вещественными, задачи содержащие y-числа возможно могут иметь комплексные собственные значения, так как требование физической наблюдаемости величин здесь не является обязательным.

От y-чисел можно строить различные функции представляемые в виде рядов. Приведём в качестве примера экспоненциальные функции от y-чисел, полученные в работе [6]:

$$e_*^{\alpha y} = a(\alpha)y + b(\alpha)\breve{y} + c(\alpha)\breve{y} * y \tag{20}$$

где

$$a(\alpha) = \frac{1}{3}\left[e^{\alpha} - 2e^{-\alpha/2}\cos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\alpha + \frac{\pi}{3}\right)\right] \tag{21}$$

$$b(\alpha) = \frac{1}{3}\left[e^{\alpha} - 2e^{-\alpha/2}\cos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\alpha - \frac{\pi}{3}\right)\right] \tag{22}$$

$$c(\alpha) = \frac{1}{3}\left[e^{\alpha} + 2e^{-\alpha/2}\cos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\alpha\right)\right] \tag{23}$$

Аналогично определяется $e_*^{\alpha\breve{y}}$:

$$e_*^{\alpha\breve{y}} = a(\alpha)\breve{y} + b(\alpha)y + c(\alpha)y * \breve{y} \tag{24}$$

где $a(\alpha)$, $b(\alpha)$, $c(\alpha)$ определены (21)-(23).

Этот красивый результат ещё ждёт своего истолкования.

Моделирование противоречий

Рассмотрим динамику развития понятий и отношений в системе: учитель и ученик. Выберем исходный универсум, состоящий из этих двух понятий. Обычно считается, что некто может быть учителем в том случае, только если у него имеется хотя бы один ученик, и наоборот, некто является учеником только тогда, когда у него есть хотя бы один учитель. В процессе учебы не только ученик учится у учителя, но и учитель учится у своего ученика. И это происходит не только тогда, когда ученик, постигнув науку, наконец, превосходит своего учителя, становясь для него учителем, но и тогда, когда ученик ещё не превзошел своего учителя. Мало того, основываясь на реакциях ученика, учитель сам учится учить. Он становится учеником самого себя. Одновременно ученик учится учиться, становясь учителем самого себя. Наконец, ученик, достигнув уровня своего учителя, сам может вступать в отношение обучения с другими людьми, выступая в роли учителя. А учитель, научившись учить, может подняться на следующую ступень, став учителем учителей – методистом. Эту ситуацию можно описать как динамическую модель взаимодействия двух понятий:

1. Тождество. Учитель и ученик неразличимы, так как не вступили в отношение обучения.
2. Различие. Учитель и ученик вступили в отношение обучения.
3. Противоположность. Учитель не есть ученик. Ученик не есть учитель.
4. Противоречие. Учитель сам себе ученик. Ученик сам себе учитель.
5. Снятие противоречия, синтез новых понятий. Завершение обучения. Учитель и методист.

На первом этапе объем понятий пуст, так как неизвестно, кто в какой роли будет выступать. На втором и третьем этапах учитель и ученик делят объем универсума. На четвертом этапе объем каждого понятия одновременно равен нулю и объему всего универсума – противоречие. На пятом этапе:

1. Универсум разрушается, так как возникает новое понятие методист;
2. Объем понятий пуст, так как между бывшими учителем и учеником нет отношения «обучение».

Одновременно с тем как эволюционируют понятия и сами субъекты учитель и ученик, динамически меняется и само понятие «обучение». У этого отношения имеются две противоположные стороны: со стороны учителя (учить) и со стороны ученика (учиться). Из них синтезируется понятие самообучение.

Важной частью динамически понятий является операция синтеза. В пункте 5 нашего примера возникают новые понятия: методист и самообучение. При этом возникает и новое содержание понятий. Формально же это можно выразить так:

1. Соединение противоречивых понятий – ученик*учитель.
2. Снятие старого содержания и синтез нового (ученик*учитель)=методист, то есть учитель, посредством самообучения достигший уровня позволяющего учить других учителей.

С помощью у-чисел можно провести окончательную формализацию динамической модели понятий в системе учитель-ученик.

Пусть учитель это y, ученик- $\breve{y}$, а обучение -*, тогда:

1. y, $\breve{y}$ – выбор универсума;
2. $A\{y, \breve{y}, *\}$ – вступили в отношение обучения (здесь А –алгебра);
3. $y \neq \breve{y}$ – противоположность понятий;
4. $y * y = \breve{y},$ – противоречие , «сам себе учитель» (самообучение)

$\breve{y} * \breve{y} = y$ - «сам себе ученик»;

5. $Y = (y * \breve{y})$ – синтез понятия методист;

$\breve{Y} = (\breve{y} * y)$ – новый учитель, бывший ученик.

6. $y * \breve{y}$ – учиться, $\breve{y} * y$ - учить.
7. $\breve{y} * y * \breve{y}$ – учитель учится у ученика, $y * \breve{y} * y$ - ученик учится у учителя.
8. $\breve{y} * y * \breve{y} * y$ – учитель учится у *образа ученика*, находящегося в сознании учителя, $y * \breve{y} * y * \breve{y}$ - ученик учится у *образа учителя*, находящегося в сознании ученика.

Приведём ниже рисунок (рис.6) иллюстрирующий описанный пример.

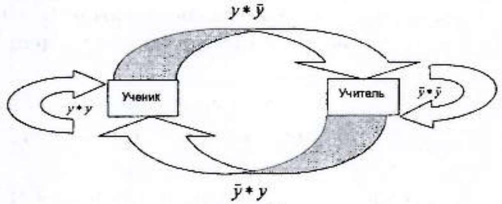


Рис. 6

Все остальные у-числа, которые циклически будут образовываться из исходных будут производными от рассмотренных понятий. В принципе, можно как угодно глубоко рассматривать динамику понятий в приводимом примере.

Проанализируем в качестве примера известный парадокс: «это утверждение ложно».

Обычно рассуждают следующим образом. Раз это утверждение ложно, то значит оно и истинно. Следовательно, одно и тоже утверждение и истинно и ложно, а это парадокс, так как нарушается второй закон формальной логики. Существует множество вариантов этого парадокса, предложенных разными авторами и в разное время [7]. Предлагалось множество путей его решения. Однако, до сих пор этот парадокс считается неразрешимым.

Следуя логике у-чисел этот парадокс легко разрешается. Для этого нужно всего лишь построить утверждение являющееся тем самым отрицанием исходного утверждения, которого оно требует: «это утверждение истинно». Таким образом, мы переходим от формальной логики к диалектической. А именно, теперь с необходимостью следует, что из истинности утверждения «это утверждение истинно» следует его ложность (рис.7).

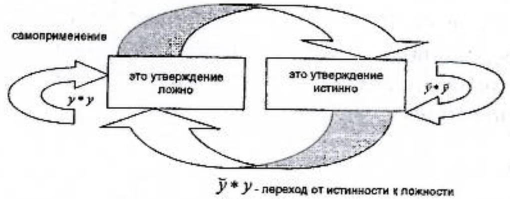


Рис. 7

Фактически разрешение формально логического противоречия осуществляется за счёт разведения взаимно исключающих утверждений в понятийно-смысловом пространстве. Именно так поступают в ТРИЗ (теории решения изобретательских задач) разделяя противоречивые свойства по какому либо атрибуту: во времени, в пространстве, по фазовым состояниям, и т. д. .

Применение у-чисел в синергетике

Синергетика – наука о самоорганизации различных систем. Основным источником и причиной процессов самоорганизации является наличие нелинейности в среде или в отношениях между элементами системы. Как было показано выше, именно нелинейность и самоприменимость наиболее характерны для у-чисел, что позволяет надеяться на их применение в синергетике. Ряд свойств, которыми обладают у-числа, позволяет надеяться на их применение в синергетике. В частности, процессы самоорганизации описываются на алгебраическом уровне, что дает новый инструмент их исследования. У-числа обладают рядом интересных, с точки зрения интерпретации, свойств. Например, увеличение длины числа при умножении его на противоположное тому которым заканчивается цепочка можно интерпретировать как усложнение структуры объектов и процессов в течение их истории, и следовательно, как накопление информации:

$$y*\breve{y}*y*\breve{y} \quad * \quad y \quad \Rightarrow \quad y*\breve{y}*y*\breve{y}*y \ ,$$

а коллапс у-числа как стирание (забывание) информации:

$$y*\breve{y}*y*\breve{y} \quad * \quad \breve{y} \quad = \quad \breve{y}$$

Операция взятия числа в скобки аналогична диалектическим процедурам снятия старых понятий и синтеза нового понятия.

Расширение у-чисел от двух исходных базовых элементов до трёх (или более) приводит к необходимости введения в структуру операций умножения меры вероятности, что в свою очередь приводит к вероятностной логике. Эти и некоторые другие свойства у-чисел позволяют моделировать не только формально-логические, но и диалектические свойства человеческого мышления.

Алгебра у-чисел нашла в настоящий момент свои первые приложения, в частности для разработки семантического языка SL [4,5]. Надеемся, дальнейшее изучение свойств у-чисел позволит построить для них интегральное и дифференциальное исчисление, а сами числа найдут своё место в философском анализе, синергетике, теории искусственного интеллекта и физических приложениях.

Литература

1.Гегель Г.Ф.В. Наука логики СПб: «Наука», 2002. С.68-69

2.Ёлкин С.В. Алгебраический подход к концепции информонного поля // Куликов В.В., Гаврилов Д.А., Ёлкин С.В. Универсальный искусственный язык – "hООМ-Диал". М.: Гэлэкси Нэйшн, 1994. С. 73-94.

3.Елкин С.В. К вопросу об информационной физике. Часть 1., М.: ПАИМС, МГИФИ, 1997.

4. Ёлкин С.В. Ёлкин С.С. Информационное исчисление // Вестник ВИНИТИ НТИ. 2002. Сер 2, № 11. С. 17-24.

5. Ёлкин С.В. Открытый семантический язык SL // Вестник ВИНИТИ НТИ. 2003.Сер 2, № 4. С. 5-15

6. Игашов С.Ю, Ёлкин С.В. Алгебра у-чисел: возможности в области построения функций и множеств // Препринт ИПМ N 60 за 2005 г.

7. Ивин А.А. Логика. М., 1998.

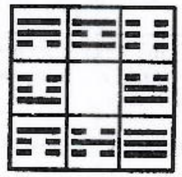
И.Б. Бурдонов

МАГИЧЕСКИЕ КВАДРАТЫ, БУЛЕВА АЛГЕБРА И «КНИГА ПЕРЕМЕН»

Толчком к настоящей работе послужили два обстоятельства.

1). Магические квадраты. Постоянное, я бы сказал, навязчивое сопоставление квадратно-кругового расположения триграмм по Вэнь-вану (фиг. 1) с магическим квадратом Ло Шу (фиг. 2). Это сопоставление не только

традиционно, но и поддерживается многими современными исследователями [1, стр. 23, 26, 27]. Причина и цель такого сопоставления не вполне ясны. Само по себе пространственное расположение триграмм в периферийных клетках девятиклеточного квадрата вполне естественно. Но какую роль тут играет именно магичность числового квадрата Ло Шу? Напомним, что магичным называется квадрат nxn, клетки которого заполнены числами от 1 до n^2 и сумма чисел в каждом ряду (строке, столбце, диагонали) одна и та же – «магическая» – сумма $(n^2+1)n/2$.



Фиг. 1.

4	9	2
3	5	7
8	1	6

Фиг. 2.

2). Логика, точнее, простейшая ее часть, формализованная в виде булевой алгебры, наиболее известными интерпретациями которой являются алгебра высказываний и алгебра множеств. Здесь оказались полезными рассуждения А.И. Кобзева о китайской протологике и, в частности, о двух видах отрицания: контрарном и контрадикторном [2, гл. 3, § 2].

Не вдаваясь в дискуссию о правильном наименовании китайской системы «символов и чисел», мы будем условно называть ее «нумерологией» с подразумеваемыми кавычками. По Кобзеву, в Европе логика победила нумерологию (Платон – Пифагора), а в Китае, наоборот, нумерология – логику (протологику). Глубинная причина: идеализм в Европе и натурализм в Китае. Логика основана на законе тождества, а тождества в реальном (натуральном) мире нет: любые две конкретные вещи нетождественны. Тождественны могут быть лишь идеальные конструкты, эйдосы. По этой же причине: в Европе – диалектика, в Китае – псевдодиалектика Лао-цзы, мышление "инь-ян", мышление в противоположностях, биполярное мышление. Диалектика, преодолевая логический закон противоречия ("исключённое третье"), не способна преодолеть закон тождества. Вторая причина: ориентация в Европе на субстанциальную картину мира – "мир вещей", и ориентация в Китае на процессуальную картину мира – "мир перемен".

В целом выстраиваются оппозиции:

Европа	*КИТАЙ*
тождество	подобие
противоречие	противоположность

субстанция	процесс
логика	нумерология
диалектика	биполярное мышление
определение через род и видовое отличие	определение с помощью антонимов
сущность	отношение
исследование одного объекта	исследование соотношения разных объектов
контрадикторное отрицание [белое – не-белое]	контрарное (оппозиционное) отрицание [белое – чёрное]
"не-лошади" – это весь универсум	"не-лошади" – это остальные представители "рода" 6 видов домашних животных: коровы, овцы, куры, собаки, свиньи

Специально для двух видов отрицания можно провести следующее сопоставление:

Контрадикторное (по противоречию)	**Контрарное (по противоположности)**
абсолютное отрицание	утверждение противоположного
безгранично (выводит за пределы): не-А – это "всё", кроме А: если А "вещь", то не-А "не вещь"	ограниченно (оставляет в пределах): не-А – это В противоположное А: если А "вещь", то не-А "тоже вещь"
Противоречие безусловно: А полностью определяет не-А	Противоположность условна - в каком отношении противоположность?
Операция отрицания унарна: не-А	*Операция* отрицания бинарна: кроме «лошади», нужно указать контекст отрицания – «род домашних животных»
Отношение отрицания бинарно: А – не-А	*Отношение* отрицания тринарно: «лошадь» – «род домашних животных» – «корова»

Интересная картина получается для частичного отрицания, когда объект определяется двумя признаками и рассматриваются возможные сочетания отрицания или утверждения каждого из этих признаков (фиг. 3 и 4).

Белая лошадь	**НЕ**белая лошадь
Белая **НЕ**лошадь	**НЕ**белая **НЕ**лошадь

Фиг. 3. Контрадикторное отрицание

Белая лошадь	Лошади других *мастей*	**Черная** лошадь
Белые животные других *пород*	Животные других *мастей* и *пород*	Черные животные других *пород*
Белая **корова**	Коровы других *мастей*	***Черная корова***

Фиг. 4. Контрарное отрицание

Как видим, для контрарного отрицания выстраивается схема девятиклеточного квадрата.

Возвращаясь к магическим квадратам, заметим, что в Европе наиболее популярны были квадраты 4-го порядка, то есть, квадраты 4x4. Пожалуй, самым знаменитым можно считать числовой квадрат, изображенный на знаменитой гравюре Альбрехта Дюрера «Меланхолия» (фиг. 5).

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

Фиг. 5

Попробуем сопоставить клетки квадрата Дюрера и логические операции булевой алгебры. Алгеброй E_2 называют булеву алгебру над множеством из двух элементов «истина» и «ложь», называемых логическими значениями. Здесь возможны 16 логических операций как логических функций, то есть, функций принимающих логическое значение, от двух аргументов, каждое из которых также принимает значение «истина» или «ложь». В свою очередь, как булева алгебра E_{16} может рассматриваться само это множество 16 логических функций, являющихся как аргументами, так и значениями логических операций. Для сопоставления с числами в клетках квадрата Дюрера воспользуемся кодировкой логических функций, основанной на кодировке аргументов x и y (пример на фиг. 6).

x	=	0011	=	3_{16}
y	=	0101	=	5_{16}
&	=	0001	=	1_{16}
⌉x	=	1100	=	C_{16}
y\x	=	0100	=	4_{16}

Фиг. 6

С помощью такой кодировки мы получаем отождествление 16 логических операций с шестнадцатеричными цифрами (их обозначают десятичными цифрами от 0 до 9 и далее латинскими буквами A,B,C,D,E,F). Тогда вместо обычной записи $\urcorner x\&y=y\backslash x$ можно записывать в двоичном коде: $\urcorner 0011_2\&0101_2 = 1100_2\&0101_2 = 0100_{16}$ или в 16-ричном коде: $\urcorner 3_{16}\&5_{16} = C_{16}\&5_{16} = 4_{16}$. Более того, учитывая, что код конъюнкции $0001_2=1_{16}$, можно записать $1100_2 0001_2 0101_2 = 0100_2$ или $C_{16}1_{16}5_{16} = 4_{16}$. Фактически, такая кодировка определяет булеву алгебру шестнадцатеричных цифр изоморфную алгебре логических функций, что позволяет говорить о структурном тождестве чисел и логических операций.

истина	$x \backslash y$	$x \& y$	$\urcorner x$
$y \backslash x$	$x \sim y$	$\urcorner y$	$x \vee y$
$x \downarrow y$	y	$x \Delta y$	$y \Rightarrow x$
x	$x \uparrow y$	$x \Rightarrow y$	ложь

Фиг. 7

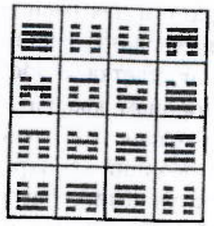
Теперь запишем квадрат Дюрера шестнадцатеричными цифрами, предварительно уменьшив каждое число на «1», чтобы получить числа от 0 до 15 (магичность квадрата при этом сохраняется) – фиг. 8. После этого можно каждую 16-ричную цифру рассматривать как код логической операции – фиг. 7.

F	2	1	C
4	9	A	7
8	5	6	B
3	E	D	0

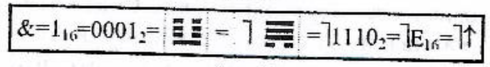
Фиг. 8

Учитывая двоичный код 16-ричной цифры, можно тот же квадрат представить с помощью тетраграмм: целая черта *ян* соответствует «1», прерванная черта *инь* – «0»; нижняя позиция тетраграммы соответствует младшему разряду числа, а верхняя позиция – старшему разряду – фиг. 9 (прочтение тетраграммы снизу вверх, соответствует прочтению двоичного числа справа налево – от младших разрядов к старшим).

Квадрат Дюрера обладает двумя важными свойствами, которые имеют как «логический», так и «нумерологический» смысл, то есть, могут быть естественным образом интерпретированы как в терминах логических операций, так и в терминах тетраграмм.

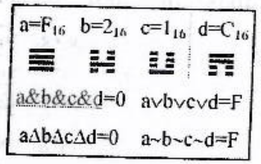


Фиг. 9



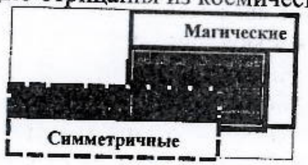
Фиг. 10

Первое такое свойство – **симметричность** (фиг. 10). В числовом квадрате Дюрера центрально-симметричные клетки квадрата занимают пары чисел, сумма которых равна половине магической суммы. Соответствующие логические операции являются отрицаниями друг друга, например, «истина» и «ложь», или конъюнкция «&» и антиконъюнкция (штрих Шеффера) «↑». Соответствующие тетраграммы получаются друг из друга инверсией каждой черты (*инь-ян, ян-инь*). В ицзинистике связь через центр обозначается специальным техническим термином *цо*, а противоположность черт – *дуй*. Считается, что они относятся к, так называемому, «прежнему небу». Таким образом, можно говорить о «преднебесности» отрицания, что, видимо, означает фундаментальную природу этой логической операции. Действительно, первый акт самосознания есть различение «я» и «не-я», то есть, восприятие внешнего мира как отрицание субъекта; само выделение объекта из космического континуума основано также на отрицании: объект и не-объект.



Фиг. 11

Второе свойство – **равномерность** (фиг. 11). В числовом квадрате Дюрера четыре числа в одном ряду, сумма которых равна магической сумме, имеют в каждом двоичном разряде ровно две «единицы» и два «нуля». Для тетраграмм это означает наличие в каждой позиции двух черт *ян* и двух черт *инь*. Для логических операций равномерность эквивалентна константным значениям всех четырех (не вырожденных до унарных или нульарных) коммутативных и ассоциативных операций: конъюнкции, дизъюнкции, исключающей дизъюнкции и эквивалентности. В число рядов клеток входят стороны квадрата, а для расположения триграмм в девятиклеточном квадрате стороны квадрата – единственные ряды из трех триграмм, поскольку центральная клетка остается пустой. В ицзинистике связь по окружности или сторонам квадрата обозначается специальным техническим термином *цзун*. Свойство равномерности ряда тетраграмм инвариантно к перестановке позиций (синхронно во всех четырех тетраграммах), а важный частный случай такой перестановки, когда происходит полный «переворот» позиций (для тетраграмм позиции 1234 переходят в позиции 4321) обозначается термином *фань*. Считается, что *цзун* и *фань* относятся к, так называемому, «последующему небу». Таким образом, можно говорить о «посленебесности» равномерности, что, видимо, означает менее фундаментальную по сравнению с отрицанием природу бинарных коммутативных и ассоциативных логических операций. Действительно, такие операции связывают два объекта, которые предварительно должны быть выделены с помощью отрицания из космического континуума.



Фиг. 12

Симметричность и равномерность характерны не только для квадрата Дюрера. И хотя не все магические квадраты симметричны или равномерны, квадраты с этими свойствами занимают совершенно особое место среди всех магических квадратов 4-го порядка (в частности, все равномерные квадраты – магические). Соотношение квадратов разных видов представлено на фиг. 12, числовые характеристики – на фиг. 13.

Всего	16! = 2.615.348.736.000*8= 20.922.789.888.000
Симметричных	16!/8! = 64.864.800*8= 518.918.400
Равномерных	528*8= 4224
Симметричных и Равномерных	48*8= 384
Магических	880*8= 70488
Логических	2^4*4! = 16*24 = 48*8= 384

Фиг. 13. Число квадратов 4-го порядка

Как только речь заходит о множестве объектов с общим свойством, полезно изучать преобразования объектов, сохраняющие это свойство. Для свойства «магичности» квадратов, прежде всего, выделяются повороты на 90° и симметрии относительно горизонтальной или вертикальной оси. Таким способом из каждого магического квадрата можно получить восемь

магических квадратов (включая исходный). Восьмичленный набор квадратов, порождаемый квадратом Ло Шу, исчерпывает собой все магические квадраты 3-го порядка. Для квадратов 4-го порядка ситуация совершенно иная. Кроме восьмичленного набора квадрата Дюрера имеется еще 879 наборов.

Нас будут особо интересовать преобразования квадратов 4-го порядка, которые сохраняют симметричность и равномерность и которые в известном смысле можно считать «логическими», поскольку они допускают естественную интерпретацию в терминах логических операций. Каждое преобразование описывает способ получения нового значения (числа, тетраграммы или логической операции) в каждой клетке квадрата как функции от старого значения. Эти логические преобразования являются композициями преобразований двух видов: инверсии и перестановки.

Преобразование **инверсии** – в терминах тетраграмм – изменение нескольких (от 0 до всех 4-х) черт на противоположные. Кроме указанной выше операции *дуй* – изменение всех черт, подобные преобразования встречаются в древней литературе для гексаграмм и иного числа черт. Сам стандартный способ гадания по «Книге Перемен», зафиксированный в «Си цы чжуани», предполагает выпадение одной гексаграммы и выделение в ней некоторого числа позиций (от 0 до 6), в которых находятся «старые» черты, изменяемые на противоположные. Согласно данным А.И.Кобзева [1], в «Цзо чжуани» десять случаев описывают пары гексаграмм, отличающихся одной чертой, и один случай – пару гексаграмм, отличающихся пятью чертами, «Го юй» содержит два случая, когда гексаграммы различаются тремя чертами. Кобзев предполагает, что здесь имеется в виду некая отличная от стандартной система гадания, аналогичная системе Шао Юна, но созданная не в эпоху Сун (X-XIII вв.), а гораздо раньше и применявшаяся уже во времена Чунь-цю.

В терминах логических операций инверсия – это исключающая дизъюнкция $u\Delta T$, где u –изменяемая логическая операция (или ее код), а логическая операция T описывает способ изменения – код T содержит «1» в изменяемых позициях, выделяя «старые» черты тетраграммы. В зависимости от значения T, имеется 2^4=16 различных операций инверсии. В частности, операция *дуй* = $u\Delta$«истина» = $u\Delta 1111_2 = u\Delta F_{16}$. Преобразование инверсии – «преднебесное».

Преобразование **перестановки** – в терминах тетраграмм – перестановка черт тетраграммы, то есть, когда новая тетраграмма состоит из тех же черт, но помещенных в другие позиции. Операция *фань* для тетраграмм является частным случаем перестановки, когда меняются местами черты в позициях 1-4 и 2-3. Для гексаграмм в расположении Вэнь-вана операцией *фань* связаны соседние гексаграммы (с номерами 2n-1 и 2n).

В терминах логических операций перестановка – это подстановка u(P,Q), где u – изменяемая логическая операция (или ее код), а P и Q – две логические операции от x и y, подставляемые вместо аргументов x и y. Для того чтобы подстановка u(P,Q) определяла взаимно-однозначное преобразование, то есть, преобразовывала 16 различных логических операций (или их кодов – чисел) снова в 16 различных значений, нужно, чтобы следующие четыре операции не были тождественно-ложными: P&Q≠0, P□Q≠0, P\Q≠0, Q\P≠0. В зависимости от возможных значений P и Q, имеется 4!=24 различных операций перестановки. В частности, операция *фань*(u) = $u(\neg x, \neg y) = u(1100_2,1010_2) = u(C_{16},A_{16})$. Преобразование перестановки – «послебесное».

Перестановки тесно связаны с выбором способа кодировки логических функций. Тот способ, который указан на фиг. 6, не является единственно возможным. Этот способ определяется порядком перечисления пар значений аргументов x и y: 00, 01, 10, 11, что определяет кодировку самих аргументов, точнее, логических функций, тождественно равных одному из своих аргументов: x=3(x,y), y=5(x,y). Числа 3 и 5 являются важнейшими в китайской нумерологии. Достаточно отослать к 4-ой главе книги А.И. Кобзева [2], которая так и называется "Универсальная троично-пятеричная модель мироздания". Вместе с тем понятно, что может быть выбран любой другой из возможных 4!=24 порядков перечисления пар значений аргументов. Например, при перечислении 00, 01, 11, 10 аргументы кодируются x=3, y=6, а, например, конъюнкция получает код не «1», а «2». Вообще, годится любая пара кодов аргументов, если она удовлетворяет следующему условию: при переборе всех четырех разрядов кодов перебираются (в любом порядке) все четыре различные пары 00, 01, 10 и 11. Этому условию не удовлетворяет, например, пара кодов 2 и 3. Хотя это тоже важнейшие нумерологические числа (первое чётное и первое нечётное числа; символы Земли и Неба и т.п.), однако их недостаточно; для логики требуется пара 3 и 5 (или другая производная от этой пара).

	35	36	39	3A	
53		56	59		5C
63	65	(P,Q) (x,y)		6A	6C
93	95			9A	9C
A3		A6	A9		AC
	C5	C6	C9	CA	

Фиг. 14

Каждый такой способ кодировки взаимно-однозначно связан с соответствующим преобразованием перестановки u(P,Q): новые коды аргументов x и y соответствуют старым кодам операций P и Q. На фиг. 14 представлены все возможные преобразования перестановки и, соответственно, способы кодировки. Фиг. 15 показывает, что в той или иной форме числа 3 и 5 присутствуют и в любой другой кодировке: здесь коды аргументов представлены в разложении на числа 2,3 и 5. Видно, что в каждом разложении присутствуют числа 3 и 5 – последнее, возможно, в виде еще двух чисел 2 и 3, сумма которых и есть 5 – а также, быть может, еще несколько двоек (от 0 до 3-х). Следует подчеркнуть, что по нумерологическим правилам 3 и 5 являются репрезентантами целого класса чисел: 3=6,9,12,18,27,81,... и 5=10,25,50,100,125,... Для шестнадцатеричных цифр получается 3=6,9,C и 5=A – эти и только эти цифры комбинируются различными способами в допустимых кодировках аргументов на фиг. 14.

	35	3(2*3)	$3(3^2)$	3(2*5)	
53		5(2*3)	$5(3^2)$		$5(3*2^2)$
(2*3)3	(2*3)5	3 и 5		(2*3)(2*5)	$(2*3)(3*2^2)$
$(3^2)3$	$(3^2)5$			$(3^2)(2*5)$	$(3^2)(3*2^2)$
(2*5)3		(2*5)(2*3)	$(2*5)(3^2)$		$(2*5)(3*2^2)$
	$(3*2^2)5$	$(3*2^2)(2*3)$	$(3*2^2)(3^2)$	$(3*2^2)(2*5)$	

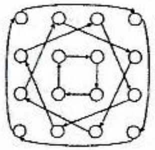
Фиг. 15

Преобразования квадратов являются элементами группы подстановок (взаимно-однозначных отображений множества в себя) 16-го порядка (умножение преобразований определяется как их последовательное выполнение). Сам числовой квадрат k также является такой подстановкой и может рассматриваться как преобразование из некоторого стандартного квадрата (фиг. 16), в котором в каждой клетке находится ее номер: $[i,j]=(4i+j)\rightarrow k[i,j]$. Поэтому применение преобразования значений φ к числовому квадрату k есть произведение kφ. Соответственно, и преобразование, в частности, логическое может рассматриваться как числовой квадрат, а именно, тот, который получается этим преобразованием из стандартного квадрата.

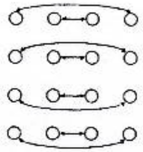
[0,0]=0	[0,1]=1	[0,2]=2	[0,3]=3
[1,0]=4	[1,1]=5	[1,2]=6	[1,3]=7
[2,0]=8	[2,1]=9	[2,2]=A	[2,3]=B
[3,0]=C	[3,1]=D	[3,2]=E	[3,3]=F

Фиг. 16.

Преобразования, о которых до сих пор шла речь, можно назвать преобразованиями *значений* – они определяют новое значение в каждой клетке квадрата как функцию от старого значения. Существует и другой класс преобразований квадратов – преобразование *клеток*: если клетки квадрата перенумеровать стандартным образом (фиг. 16), то преобразование определяет номер новой клетки, в которое перемещается значение из старой клетки, как функцию номера старой клетки. Это удобно изображать стрелками ведущими из старой клетки в новую.



Фиг. 17.



Фиг. 18.

Преобразования поворота квадрата на 90° (фиг. 17) и симметрии относительно вертикальной (фиг. 18) или горизонтальной оси являются частными случаями таких преобразований клеток. Среди преобразований клеток также можно выделить логические преобразования двух видов – инверсии и перестановки, определяемые аналогичным образом: в формулах $u\Delta T$ и $u(P,Q)$ аргумент u – это номер старой клетки, а числовое значение операции – номер новой клетки. Преобразование клеток ψ также является подстановкой 16-го порядка, но только применяемой не к содержимому, а к номерам клеток, и связано с преобразованием значений φ, дающим для квадрата k тот же результат, соотношением $k\varphi=\psi^{-1}k$.

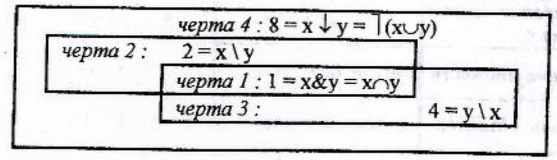
На фиг. 19 показана связь логических преобразований с квадратами разных видов. Мы видим, что логические преобразования значений сохраняют равномерность (Р) и симметричность (С) квадратов. И хотя существуют неравномерные магические (М) квадраты, такие квадраты «логически неустойчивы» – каждый из них некоторым логическим преобразованием значений переводится в немагический квадрат. Логическое преобразование клеток сохраняет симметричность квадрата, равномерный симметричный квадрат преобразуется также в равномерный симметричный квадрат. Однако, равномерные несимметричные квадраты менее «устойчивы» – каждый из них некоторым логическим преобразованием клеток переводится в неравномерный квадрат. Сами логические преобразования (Λ), рассматриваемые как числовые квадраты, являются симметричными немагическими квадратами (фиг. 12) и связаны с симметричными равномерными квадратами (СР) соотношением $\Lambda=(\text{СР})^2$; квадраты обратные (в смысле преобразований) СР-квадратам также являются СР-квадратами $(\text{СР})^{-1}=\text{СР}$; логические квадраты и СР-квадраты вместе образуют подгруппу группы подстановок (минимальную, содержащую СР-квадраты).

Преобразования	
значений	клеток
СР → СР	СР → СР
С → С	С → С
Р → Р	Р и неС → неР
неР → неМ	

Фиг. 19

Завершая на этом анализ магических квадратов 4-го порядка, мы видим, что они поддаются хорошей интерпретации как в терминах логических операций, так и в терминах тетраграмм. Возвращаясь к триграммам, можно сформулировать следующую проблему: нельзя ли провести аналогичное сопоставление триграмм и логических операций? Трудность здесь в том, что триграмм восемь, а логических операций шестнадцать. Следовательно, мы должны попытаться выбрать подмножество логических операций или каким-то образом попарно отождествить логические операции, чтобы получить восемь пар. Можно предложить два естественных способа выборки восьми логических операций.

Первый способ – наложить такое ограничение на аргументы логических операций, при котором операции попарно отождествляются. Для этого нагляднее всего воспользоваться теоретико-множественной интерпретацией логических операций. Аргументы x и y представляются двумя подмножествами некоторого множества, которые разбивают последнее в общем случае на четыре *базовые* области соответствующие парам «истинностных» значений 00, 01, 10 и 11 или четырем операциям: антидизъюнкция = дополнение объединения множеств, две разности $x\backslash y$ и $y\backslash x$, конъюнкция = пересечение множеств (фиг. 20). В терминах тетраграмм каждая из этих базовых областей соответствует выделению одной из четырех позиций: выделенная позиция занимается чертой *ян*, остальные – чертой *инь*.



Фиг. 20

Ограничение заключается в объявлении одной из базовых областей пустой, что эквивалентно объявлению тождественно ложной одной из четырех операций или удалению выделенной позиции из тетраграмм и, тем самым, превращению их в триграммы. При этом отождествляются те логические операции, коды которых отличаются в соответствующем (выделенном) разряде, то есть, те, которые принимают разные значения на выделенной паре истинностных значений аргументов, а на остальных парах – одинаковые значения. Соответственно, отождествляются две тетраграммы, отличающиеся лишь одной чертой, располагающейся в удаляемой позиции.

Например, удаление 1-ой (нижней) позиции тетраграммы эквивалентно объявлению тождественно-ложной операции конъюнкции x&y=«ложь». При этом отождествляются пары логических операций с кодами 0=1, 2=3, 4=5, 6=7, 8=9, A=B, C=D, E=F. В терминах базовых областей это означает, что пересечение областей x и y пусто, то есть, они не имеют общих точек. В логико-философском смысле это можно интерпретировать как несовместность двух объектов x и y. Мир, в котором все объекты несовместны, можно наглядно представить, если считать каждый объект плоскостной фигурой конечной площади (не обязательно связной). Мир как совокупность всех объектов характеризуется четырьмя параметрами: бесконечным (∞) или конечным (–) числом объектов; делимостью, которую можно понимать как бесконечное (∞) или конечное (–) число объектов на ограниченной площади; наличие (∞) или отсутствие (–) объектов сколь угодно больших размеров; наличие (∞) или отсутствие (–) объектов сколь угодно малых размеров. Не все сочетания параметров возможны. Например, конечное число объектов определяет конечность всех остальных параметров, поэтому интерес представляют миры с бесконечным числом объектов. Для мира «несовместности», например, конечный размер мира определяет бесконечную делимость, отсутствие сколь угодно больших объектов и наличие сколь угодно малых объектов. На фиг. 21 показаны все четыре «мира» и возможные параметры миров.

удаляемая позиция тетраграммы	1										2			3			4	
тождественно-ложная операция	x&y										x\y			y\x			x↓y	
отношение множеств	x и y не пересекаются										x⊆y			y⊆x			x∪y = все множество	
отношение объектов	несовместность										целое и часть						Взаимопроницание	
число объектов	–	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	–	∞	∞	∞	∞	∞	–	∞
делимость мира	–	∞	∞	∞	∞	∞	–	–	–	–	–	∞	∞	∞	∞	–	–	∞
размер мира	–	–	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	–	–	–	∞	∞	∞	–	–
максимальный размер объектов	–	–	∞	∞	–	–	∞	∞	–	–	–	–	–	∞	∞	∞	–	–
минимальный размер объектов	–	∞	∞	–	∞	–	∞	–	∞	–	–	∞	–	∞	–	–	–	–

Фиг. 21

Особый интерес представляет мир 4, который всегда ограничен по размеру, но, при бесконечной делимости, способен содержать бесконечное число объектов, причем каждая пара объектов покрывает весь мир, объекты не вложены друг в друга и взаимопроницают друг друга. Не напоминает ли это символ «Великого Предела» (*Тай-Цзи*), в котором две фигуры покрывают круг («весь мир») и изображают *инь* и *ян*, которые не вложены друг в друга, но и не несовместны, поскольку взаимопроницаются маленькими кружками *инь* внутри *ян* и *ян* внутри *инь*, которые как бы принадлежат и одной и другой фигуре? Бесконечную последовательность фигур можно получить, если n-ую фигуру, начиная с n=3, определить как дополнение до большого круга части пересечения всех предыдущих n-1 фигур. Здесь возможны три варианта: 1) кружок «инь в ян» представляется как бесконечная цепь концентрических кружков все более меньшего радиуса и все фигуры, кроме первых двух, – это их дополнения до большого круга; 2) то же самое, но только для кружка «ян в инь», и 3) для обоих кружков. Эти три варианта можно сопоставить с первыми двумя гексаграммами «Книги Перемен» – «цепь неба» и «цепь земли», и парой последних гексаграмм, переходящих друг в друга по *дуй* и *фань* и содержащих равное число черт *ян* и *инь*, – «цепь человека».

класс	коды операций	замкнутые подмножества логических операций								«миры» 1	2	3	4
A	01234567	0	&	x\y	x	y\x	y	Δ	∨				14
B	13579BDF	&	x	y	∨	~	y⇒x	x⇒y	F	1			
C	03569ACF	0	x	y	Δ	~	¬y	¬x	F	2	6	10	15
D	03478BCF	0	x	y\x	x∨y	↓	y⇒x	¬x	F	3	7		
	02578ADF	0	x\y	y	∨	↓	¬y	x⇒y	F	4		11	
	02469BDF	0	x\y	y\x	Δ	~	y⇒x	x⇒y	F	5			16
	016789EF	0	&	Δ	∨	↓	~	↑	F		8	12	
	0145ABEF	0	&	y\x	y	¬y	y⇒x	↑	F		9		17
	0123CDEF	0	&	x\y	x	¬x	x⇒y	↑	F			13	18

Фиг. 22

Другой способ выделения 8-и логических операций из 16-и основан на понятии **замкнутого** подмножества операций, то есть, такого подмножества, которое вместе с любыми тремя операциями p,a,b содержит и их композицию p(a,b). Очевидно, все множество 16-и логических операций замкнуто, другим тривиальным примером являются одноэлементные подмножества «ложь» и «истина». Для наших целей интерес представляют замкнутые подмножества из 8-и операций. Таких подмножеств всего девять (фиг.

22); они образуют 4 класса, поскольку последние 6 подмножеств получаются друг из друга с помощью перестановочного преобразования или выбора подходящей кодировки логических операций.

На самом деле, оба способа выделения 8-и логических операций связаны друг с другом. В логическом смысле основным является 1-ый способ (базовые области), а выбор соответствующего замкнутого подмножества логических операций является "делом вкуса". Дело в том, что при отождествлении двух логических операций выбор основной (попадающей в подмножество) и производной (отождествляемой с основной, но не попадающей в подмножество) есть выбор той или иной нотации тождественных логических операций. Конечно, таких нотаций много (2^8=256), но мы рассматриваем только те, которые соответствуют замкнутым подмножествам логических операций, то есть подмножествам, "естественно" выделяемым и для общего случая (все базовые области непусты). Всего получается 18 возможных комбинаций обоих способов.

ложь	x	y	x∆y	x~y	˥y	˥x	истина
0	3	5	6	9	A	C	F
☷	☱	☲	☴	☳	☵	☶	☰
кунь	дуй	ли	сюнь	чжэнь	кань	гэнь	цянь

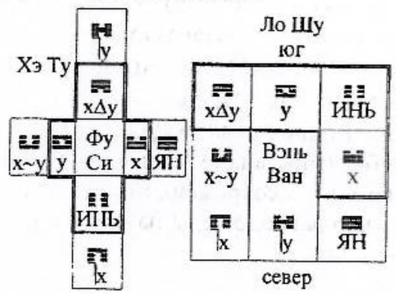
Фиг. 23

Наибольший интерес представляет класс С – его 8 логических операций можно назвать *главным* подмножеством (фиг. 23). Во-первых, оно соответствует всем 4-м «мирам», то есть, при любом выборе одной из базовых областей как пустой, получающийся набор 8 логических операций можно интерпретировать как главное подмножество. Во-вторых, главное подмножество – одно из семи замкнутых подмножеств, содержащих одновременно тождественные «ложь» и «истину», и каждый из аргументов x и y (исходные высказывания в алгебре высказываний), причем – единственное из них, содержащее 8 логических операций. В-третьих, коды операций главного подмножества – это все шестнадцатеричные цифры, двоичный код которых содержит чётное число «1» и «0», поэтому оно инвариантно к любому перестановочному преобразованию. Главное подмножество – одно из 6 замкнутых подмножеств, обладающих свойством такой инвариантности и единственное среди них, содержащее 8 операций. Можно заметить, что, кроме лжи=0 и истины=F, коды операций главного подмножества – это как раз все шестнадцатеричные цифры, участвующие в перестановочном преобразования (фиг. 14).

Из 4-х комбинаций класса С (15-18 – «миры 1-4») можно выделить комбинацию 18 («мир 4»). Для этого заметим, что в теоретико-

множественной интерпретации (когда все 4 базовые области не пусты) операции главного подмножества разбиваются на две равные по численности группы: «внутренние» операции, не выводящие за пределы объединения x и y, и «внешние» операции, выводящие за эти пределы до «границ внешнего мира». Эти группы отличаются значением старшего разряда их кода. Если соответствие триграммам устанавливается удалением верхней черты тетраграммы («мир 4»), то деление операций на внешние и внутренние коррелирует с разделением триграмм на женские и мужские: в первую группу – женская черта *инь* в удаляемой верхней позиции тетраграммы – входят женские триграммы (Кунь, Дуй, Ли, Сюнь), во вторую группу – мужская черта *ян* в удаляемой верхней позиции тетраграммы – входят мужские триграммы. Стоит отметить, что паре *инь-ян* соответствует пара внутреннее-внешнее. В любом другом «мире» (превращение тетраграмм в триграммы удалением 1,2 или 3-ей черты) указанной корреляции не наблюдается (в этих трех «мирах» внутренние операции соответствуют триграммам Кунь, Чжэнь, Кань, Дуй).

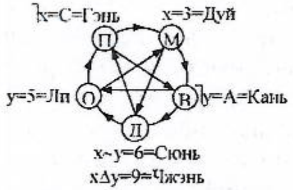
На фиг. 24 изображены расположения триграмм и соответствующих логических операций главного подмножества в кресте Хэ Ту по Фу Си и в квадрате Ло Шу по Вэнь-вану («ложь» и «истина» заменены на *инь* и *ян*, что более соответствует китайской традиции). Мы видим, что в кресте Хэ Ту мужские триграммы и внешние операции занимают внешние клетки, а женские триграммы и внутренние операции – внутренние; соответственно, в квадрате Ло Шу первые располагаются на северо-востоке (направление рождения света), а вторые – на юго-западе.



Фиг. 24

Сопоставление триграмм и логических операций главного подмножества можно соотнести с операциями инверсии (*дуй*) и переворота (*фань*). Инверсия триграмм соответствует отрицанию логических операций главного подмножества. Этим свойством обладает также класс D, но не обладают классы А и В.

Переворот (*фань*) триграмм имеет определенный логический смысл: 4 симметричные триграммы, не изменяющиеся при перевороте, соответствуют 4-м операциям, не зависящим от аргумента x; 4 несимметричные триграммы образуют две пары, что соответствует двум парам операций, зависящим от x: $x \leftrightarrow x\Delta y$, $x\sim y \leftrightarrow \neg x$. В первую пару входят операции, в теоретико-множественном смысле всегда (а не только в мире 4) оставляющие в пределах дизъюнкции-объединения ($x \subseteq x \cup y$, $x\Delta y \subseteq x \cup y$), а операции второй пары всегда включают антидизъюнкцию-дополнение объединения ($x\sim y \supseteq x\downarrow y$, $\neg x \supseteq x\downarrow y$).

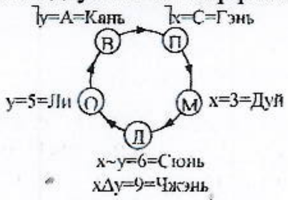


взаимо-порождение и взаимо-преодоление

Фиг. 25

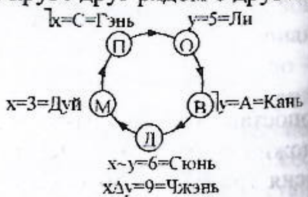
Наоборот, переворот тетраграмм, то есть, перестановочное преобразование логических операций вида $u \to u(\neg x, \neg y)$, имеет определенный «нумерологический» смысл. Здесь 4 операции с несимметричными кодами – это все некоммутативные операции, и они образуют две пары: $\neg x$=Гэнь$\leftrightarrow x$=Дуй и $\neg y$=Кань$\leftrightarrow y$=Ли. При традиционном сопоставлении триграмм с пятью стихиями (фиг. 25) в порядке «взаимопорождения» (круг) и «взаимопреодоления» (пентаграмма), этим парам соответствуют осесимметричные пары Почва$\to$Металл и Вода$\to$Огонь, в то время как третья пара младших триграмм Чжэнь=$x\sim y$–Сюнь=$x\Delta y$ – коммутативные операции – соответствует одной стихии Дерева [3].

На фиг. 26-27 изображены аналогичные круги стихий в, так называемых, «космогоническом» и «современном» порядках. Здесь триграммы каждой из двух наших пар расположены на круге друг рядом с другом.



«космогонический» порядок

Фиг. 26



«современный» порядок

Фиг. 27

Кроме самих замкнутых подмножеств логических операций рассматриваются также **порождающие** подмножества. Для любого подмножества логических операций можно построить его замыкание по операциям вида $p(a,b)$. Порождающим подмножеством называют такое подмножество, что любая его часть имеет меньшее замыкание, чем оно само. Примером могут служить множества порождающие все 16 логических операций: дизъюнкция, x и отрицание y; штрих Шеффера или стрелка Пирса (вместе с x и y). Для нас важны множества порождающие главное множество – фиг. 28. Мы наблюдаем 6 трехэлементных множества и 4 двухэлементных. Интересно, что в терминах стихий все двухэлементные множества образованы с участием Дерева и либо Воды, либо Почвы. На фиг. 25 видно, что Вода порождает Дерево, а Дерево преодолевает Почву.

Порождающие подмножества главного подмножества			
0, x, x~y	0-3-9	Кунь-Дуй-Чжэнь	Почва-Металл-Дерево
0, y, x~y	0-5-9	Кунь-Ли-Чжэнь	Почва-Огонь-Дерево
xΔy, x, x~y	6-3-9	Сюнь-Дуй-Чжэнь	Дерево-Металл-Дерево
xΔy, y, x~y	6-5-9	Сюнь-Ли-Чжэнь	Дерево-Огонь-Дерево
xΔy, x, F	6-3-F	Сюнь-Дуй-Цянь	Дерево-Металл-Металл
xΔy, y, F	6-5-F	Сюнь-Ли-Цянь	Дерево-Огонь-Металл
xΔy, ¬y	6-A	Сюнь-Кань	Дерево-Вода
x~y, ¬y	9-A	Чжэнь-Кань	Дерево-Вода
xΔy, ¬x	6-C	Сюнь-Гэнь	Дерево-Почва
x~y, ¬x	9-C	Чжэнь-Гэнь	Дерево-Почва

Фиг. 28

В настоящей работе мы сконцентрировали свое внимание исключительно на триграммах. Попытки сопоставления логических операций с гексаграммами, то есть, собственно с «Книгой Перемен», – дело будущего. Здесь можно высказать лишь несколько лежащих на поверхности идей такого сопоставления.

Одна идея заключается в том, чтобы, рассматривая гексаграмму как пару триграмм, интерпретировать ее как пару логических операций. Здесь не вполне ясно, что делать с этой парой операций. Можно было бы найти некую третью операцию, аргументами которой стала бы эта пара, и вычислить, тем самым, некое «логическое» значение гексаграммы, то есть, некую логическую операцию, которой обратно можно поставить в соответствие триграмму. Такой третьей операцией могла бы служить операция, соответствующая одной из ядерных триграмм гексаграммы (образованной позициями 234 или 345), таких третьих операций две и, значит, мы получим два триграммных значения гексаграммы. Другой вариант: в качестве третьей операции взять операцию верхней триграммы предыдущей гексаграммы или нижней триграммы следующей гексаграммы. Однако, здесь все же нужно учитывать парность гексаграмм (по принципу *фань-дуй*) и более естественно связывать операции с парой гексаграмм. В любом случае таким способом гексаграмме (или паре гексаграмм) будет поставлена в соответствие пара триграмм, которую можно рассматривать как гексаграмму, то есть, мы определим некоторое преобразование гексаграмм.

Другая идея заключается в том, чтобы выделить в гексаграмме тетраграмму логической операции (их будет уже все 16), а остальные две черты рассматривать как аргументы этой операции x и y. Так мы тоже получим «логическое» значение гексаграммы как «истина» или «ложь». Вариантов выделения тетраграммы и аргументов довольно много, автор попробовал лишь несколько из них, но получить сколько-нибудь интересный результат пока не удалось. Было бы интересно найти такой вариант, при котором истинностное значение гексаграммы коррелировало с ее смыслом», выраженном в названии, афоризмах и т.п.

Завершая на этом наше сопоставление триграмм и логических операций булевой алгебры, следует отметить, что описанная схема вовсе не претендует на то, чтобы служить «объяснением» триграмм или реконструкцией древнекитайской системы «символов и чисел». Разумеется, китайцам была неизвестна булева алгебра, которая и в Европе возникла гораздо позже самих логических операций как их математическая формализация. Подобные сопоставления можно рассматривать лишь как черновой материал для действительно *исторических* реконструкций.

С другой стороны, нельзя не отметить, что как европейская логика (в том числе ее простейшая часть, формализованная в булевой алгебре), так и китайская «нумерология» являлись универсальными методологическими инструментами, предназначенными для того, чтобы «объяснять все». С этой точки зрения их сопоставление не только правомерно, но и необходимо. Этап зарождения и формирования такого инструмента проходили все культуры и в это время возникали самые разные системы, которые вступали во взаимодействие и конкуренцию. В Китае зарождение «нумерологии» также совпало с зарождением протологики, и протологические изыскания древнекитайских философов аналогичны изысканиям философов древней Греции. Поэтому вполне возможно, что в сложившейся системе «символов и чисел», в том числе и в системе «Книги Перемен» может быть обнаружен «логический след».

Литература

1. Кобзев А.И. Китайская книга книг: Вступительная часть к книге Щуцкого Ю.К. Китайская классическая «Книга Перемен», 2-ое изд., М.: «Наука», 1993.
2. Кобзев А.И. Учение о символах и числах в китайской классической философии. М.: Изд. Фирма «Восточная литература», 1994.
3. Еремеев В.Е. Символы и числа «Книги перемен». М.: АСМ, 2002.

И.Г. Анищенко, А.А. Зенкин, А.А. Зенкин

СЕМАНТИЧЕСКАЯ СИММЕТРИЯ ДУХОВНОГО ПРОСТРАНСТВА ХРАМА И УНИВЕРСУМА МОНАДОЛОГИИ ЛЕЙБНИЦА: НЕОЖИДАННЫЕ ПЕРЕСЕЧЕНИЯ ИСКУССТВА И НАУКИ

Храм представляет собой особое место, где люди оставляют все свои повседневные заботы, хлопоты и огорчения за порогом Храма. Можно сказать, что вступая в Храм, они погружаются в другое, *духовное* пространство.

На рис. 1 представлена глубокая, художественная реализация такого пространства: Христианский Храм и его необычное, семантическое отображение в "проективной плоскости" бесконечного духовного пространства (идея композиции и ее художественная реализация принадлежат первому автору).

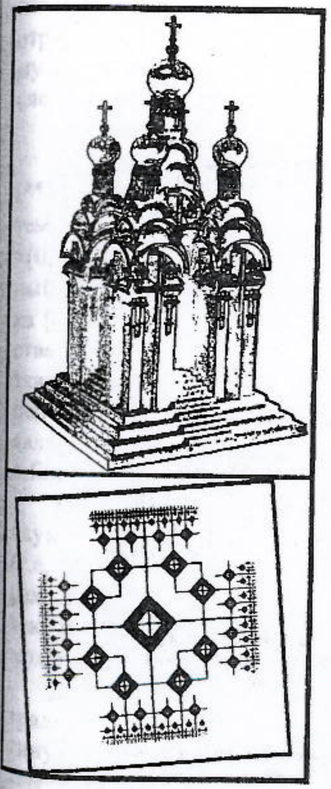


Рис.1. Христианская семантика "Черного квадрата" Казимира Малевича

Чтобы понять эзотерический смысл этой композиции, душа человека должна, как бы, вознестись к Небесному Своду и посмотреть с высоты Небесной на этот Храм: творческий взгляд художника увидел при этом не тривиальную техническую проекцию (некий натуралистический "вид сверху"), а этот "вид сверху" одновременно с "видом" всех четырех сторон Храма: вид спереди ('1'), слева ('2'), сзади ('3'), и справа ('4') (см. рис. 3).

Как нетрудно видеть, каждая сторона этой уникальной духовной "проекции" Храма "уходит" в бесконечность. Тому есть две причины. Первая состоит в том, что сама душа человеческая, обращенная с молитвой к Небесам, – бесконечна. Второй причиной являются фрактальные свойства кристалла алмаза, лежащего в основе формообразующего принципа храмового зодчества (Анищенко, 2003).

На рис. 1 обращает на себя внимание довольно неожиданная, реализованная на визуально-семантическом уровне связь между художественной "проекцией" Храма и хорошо известным произведением "Черный квадрат" Казимира Малевича, который интерпретировался автором как художественный, эзотерический образ Универсума. Таким образом, можно утверждать, что уникальная полиаспектная "проекция" Храма, являясь художественным образом духовного Пространства Души человеческой, реализует семантическую симметрию между Пространством Храма и высоко художественным устремлением к постижению внутренней, истинной природы Универсума-Мироздания.

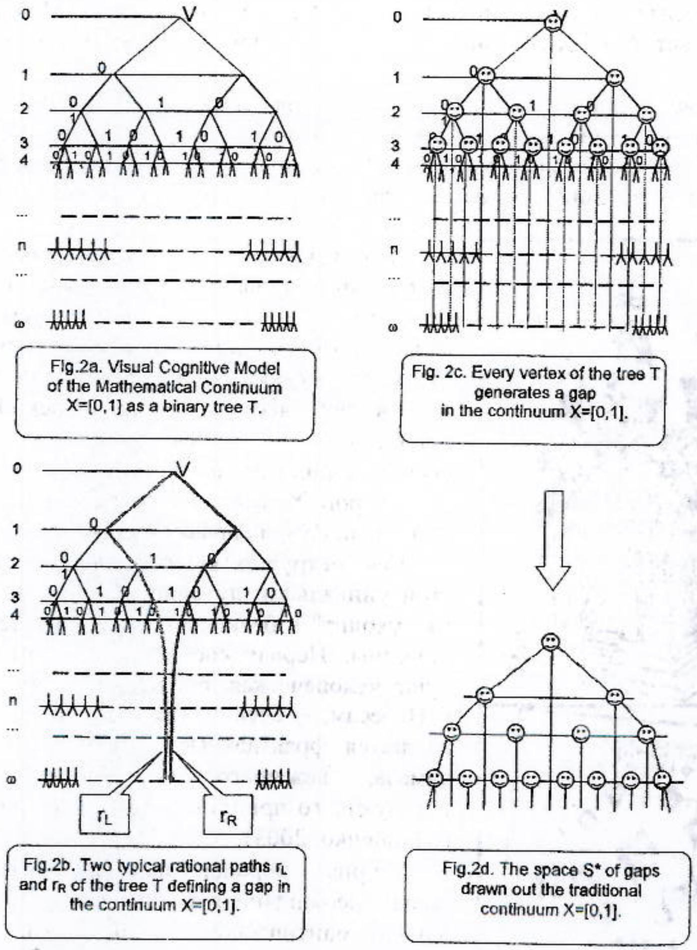


Рис 2. Визуальное *доказательство существования анти*-симметрического, комплементарного пространства S* "дырок" ("*другое пространство*") внутри традиционного математического континуума X=[0,1].

Теперь мы продемонстрируем еще более неожиданную семантическую связь между Духовным Пространством (в форме бесконечной "проекции" Храма) с самыми абстрактными концепциями и конструкциями математики.

Как известно, понятия *дискретного* и *непрерывного* являются важнейшими понятиями науки, вообще, и математики, в частности. С древнейших времен постижение истинной природы этих понятий было одной из наиболее важных и интригующих проблем человеческого познания. Наиболее естественной и адекватной математической моделью понятия *дискретное* является *бесконечный* ряд обычных *конечных* натуральных чисел: 1,2,3, ... , n, ...

Наиболее естественной и адекватной математической моделью понятия *непрерывное* является обычный сегмент действительной оси, скажем, множество X всех точек или, что то же, всех действительный чисел (д.ч.) отрезка [0,1], где д.ч. $x \in X$, представляет собой, согласно наиболее общему определению Дедекинда-Кантора, бесконечную, скажем, двоичную последовательность типа:

$x = 0.\ x_1\ x_2\ x_3\ \ldots\ x_n\ \ldots$, где для каждого $i \geq 1$ $[x_i = 0]$ или $[x_i = 1]$.

В работе (Zenkin, 1997) доказано, что математические объекты (*) и (**) являются строго изоморфными (*симметричными*) абстрактными математическими структурами, $S_N = \{N, 1, '+1', n \to n+1, '>' \}$ и $S_X = \{X, L_0 = [0,1], '/2', L_n /2 \to L_{n+1}, '\supset' \}$, описывающими алгоритмически бесконечный процесс построения ряда (*) и бесконечный процесс дихотомии отрезка [0,1], порождающий бесконечные последовательности (**) д.ч. множества X, соответственно. Последнее утверждение является математическим эквивалентом знаменитого определения Аристотеля: "бесконечное часто используется в определениях континуального ('то, что бесконечно делимо, является непрерывным')" и "каждая линия <АЗ: отрезок> делима ad infinitum" (Aristotle, 350 B.C.).

Таким образом, если, согласно Гауссу, "Математика – Королева всех наук и Теория Чисел – Королева Математики", то чертоги этой Королевы (т.е. Математика) покоятся на двух фундаментальных семантических опорах: на модели ряда (*), из которого, согласно Пуанкаре, "можно вывести всю математику", и на модели точечного множества X=[0,1], из которой может быть выведен весь математический анализ.

Двоичное дерево T, представленное на рис. 2a (Zenkin, 2003), является традиционным теоретико-графовым представлением математического континуума X=[0,1]: каждый бесконечный путь дерева T представляет *единственное* д.ч. (**) из X и, vice versa, каждое д.ч. (**) из X представимо *единственным* бесконечным путем на дереве T. Непрерывность множества/отрезка X=[0,1] означает, что для любых д.ч. x_1 и x_2 из X, и таких, что $x_1 \neq x_2$, существует *бесконечное* множество д.ч., лежащих между x_1 и x_2.

Рассмотрим теперь два пути, соответствующих рациональным числам $r_L = 0{,}011111...$ и $r_R = 0{,}100000...$ (Рис 2b). В современной топологии точечных множеств имеет место соглашение, согласно которому такие пары рациональных чисел рассматриваются как одно число. Это очень важное соглашение, поскольку только оно позволяет утверждать, что сегмент [0,1] не имеет *пустых* под-сегментов, т.е. подсегментов, не содержащих действительных чисел.

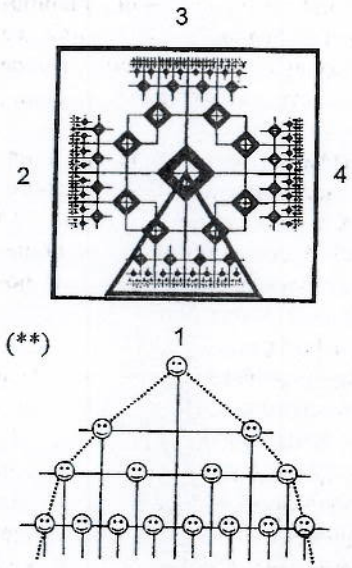


Рис. 3. Symmetry of two Spaces: the Spiritual Space of the Christian Temple and the Leibniz's Monadological Space S* of gaps penetrating the traditional mathematical continuum, X=[0,1].

Однако, как мы можем видеть на рис. 2b, два пути, представляющие пару рациональных чисел r_L и r_R являются *онтологически различными* математическими объектами, т.е. они не могут быть одной и той же 'вещью', и к тому же между такими двумя путями (и, следовательно, между двумя рациональными числами r_L и r_R) других путей (и, следовательно, других действительных чисел) не существует. Это означает, что такие два пути (или такая пара рациональных чисел r_L и r_R) определяют "дырку" в непрерывном отрезке [0,1]. Поскольку каждая вершина дерева T подобным же образом порождает индивидуальную "дырку", существует бесконечное множество "дырок", назовем это множество G, в структуре традиционного математического континуума [0,1] (см. рис. 2c и 2d). В работе [Zenkin, et al., 2000] доказано, что любое действительное число $x \in [0,1]$порождает бесконечное множество "дырок"; что мощность множества "дырок" G не меньше мощности множества всех вершин дерева T; что между любыми двумя действительными числами $x_1, x_2 \in [0,1]$, $x_1 \neq x_2$, существует бесконечное множество "дырок"; что множество "дырок" G является всюду плотным на отрезке [0,1], и т.д..

Как известно, фракталом называется геометрический объект, любая часть которого само-подобна исходному объекту. При этом, такое подобие определено относительно *операции масштабирования*. Нетрудно видеть (рис. 2a), что каждая вершина дерева T сама является корнем нового дерева, которое абсолютно подобно исходному дереву T. Поэтому любой бесконечный путь дерева T можно рассматривать как процесс трансляции копии исходного дерева T в каждую вершину этого пути, а само исходное дерево T – как геометрический объект, обладающий трансляционным '*фрактализмом*', т.е. как фрактал, на котором само-подобие определено относительно *операции трансляции*.

Можно сказать, что дерево T состоит из индивидуальных вершин, а каждая вершина является "носителем" дерева T. Таким образом, визуальный образ континуума (рис. 2a) является когнитивной визуализацией Монадологии Лейбница, согласно которой "... как каждая Монада является, согласно своему собственному пути, зеркалом универсума, и как этот универсум управляется согласно совершенному порядку, порядок должен существовать и в том, что его представляет, т.е. в перцепциях души, и следовательно должен существовать порядок и в том теле, через которое универсум представляется в этой душе (Leibniz, 1898, Theod. 403.).

Рис. 3 представляет такую внутреннюю связь между Духовным Пространством Храма и Пространством S* комплементарным обычному математическому континууму. Почему никто и никогда еще не видел монад Лейбница? – Может быть именно потому, что они обитают в Пространстве S*, которое пока "науке не известно"? Или, может быть это Пространство S* является местом, где находится таинственная "скрытая масса" космического вещества, столь тщетно разыскиваемого современной физикой? Как бы то ни было, открытие Пространства S* выявляет некоторые новые аспекты традиционного понятия математического континуума и современной топологии точечных множеств.

В любом случае, все эти новые и неожиданные художественно-математические ассоциации привели нас к довольно неожиданным результатам, касающимся геделевского диагонального доказательства неполноты формальных систем: оказалось, что, когда мы обмениваемся электронными сообщениями друг с другом, то мы обмениваемся вовсе не текстовыми файлами в ASCII-формате, а исключительно ... обычными натуральными числами, которые являются геделевскими номерами этих файлов [Zenkin, 2002]. Это порождает новый и неожиданный взгляд на семантическое пространство Интернета в целом, а также на истинную логическую природу знаменитой геделевской нумерации выражения, утверждающего свою собственную недоказуемость.

Литература

Anishchenko, Irina, A crystal symmetry and the space of a Christian Temple. – This conference proceedings, 2003.

Aristotle, Aristotle, Physics, 350 B.C. Translated by R.P.Hardie and R.K.Gaye.

Leibniz, Gottfried, Monadology, 1898.

Zenkin, Alexander, Ontology of mirror symmetry in logic and set theory as a way to solve the first Hilbert's problem. – This conference proceedings, 2003.

Zenkin, Anton, Goedel's numbering of multi-modal texts. – The Bulletin of Symbolic Logic, Vol. 8, No. 1, March 2002, p. 180.

Zenkin, Alexander, Zenkin, Anton, Throughout full of gaps continuum: from the language of abstractions to the language of images. And backwards. – "Languages of Science – Languages of Art". Collection of scientific proceedings. – "Progress-Traditsija", Moscow, 2000. Pp. 172-179.

Zenkin, Alexander, Cognitive visualization of some transfinite objects of the classical Cantor's set theory. – In the Collection "Infinity in Mathematics: Philosophical and Historical Aspects", Ed. Prof. A.G.Barabashev. – Moscow: "Janus-K", 1997, pp. 77-91, 92-96, 184-189, 221-224.

А.Ф. Панкин

БЕЛОЕ И ЧЕРНОЕ

В статье «Формула бытия» ее автор А. Малей отмечает: «"Черный квадрат" Малевича… имеет *два* (выделено мною – А.П.) квадрата: белый фон, или космическое пространство, и черный квадрат, который можно рассматривать как изначальную основу художественной формы… "Черный квадрат" – это квадрат в квадрате…» [1, с. 36]. С формальной точки зрения, возможно, это так. Но если вдуматься и проанализировать свои ощущения при восприятии известного произведения, то становится очевидным, что квадрат *один – черный*. Другое дело, что сущность его *бинарна*. Это первофигура, формообразующая *единица* в супрематическом мире, которая одновременно состоит из положительного и отрицательного «полей» – белого и черного. Белое – внутреннее «состояние» черного квадрата, без белого он не существует в принципе. «Квадрат равняется ощущению, белое же поле – это ничто вне этого ощущения» – так определил характер восприятия произведения сам К. Малевич [2, с. 126]. Белого квадрата нет, мы видим только квадратную границу картинной плоскости. Белый же квадрат в «чистом» виде появится позднее, в 1918 году, в картине «Белый квадрат на белом фоне». Это очередной шедевр К. Малевича и очередное открытие в развитии собственной философско-пластической системы. Открытие подготовило процесс возникновения архитектонов – белого трехмерного супрематизма.

Если продолжить умозрительный анализ известного произведения К. Малевича, то возникает вопрос: где же «размещается» *белое* как неотъемлемый качественный и сущностный параметр черного квадрата? Ответ один – на обратной его стороне. По определению П. Флоренского – это «мнимая», невидимая сторона, в отличие от физически воспринимаемой поверхности. Вопрос «Какого цвета черный квадрат с обратной стороны?» возник у меня еще в 1997 году в связи с художественными опытами. И

только на первый взгляд он выглядит игровым и праздным. Композиция «Черный квадрат» концептуально представляет на картинной плоскости геометрическую структуру – «четверицу» (Пифагор) в «вывернутом» (П. Флоренский) пространстве, в обратной перспективе, тем самым обозначая и визуализируя ее особую сущность. Поэтому белое *становится фоном* для черного квадрата. Повторим, что это энергетическая единица, из которой посредством различных делений, модификаций на основе движения формируется многообразный супрематический мир, включая и трехмерные объекты. Единица бинарна и может быть представлена через двоичную систему исчисления двоично-числовым символом «0-1». Представляет интерес описание квадрата физиком О.А. Ханджяном в книге, посвященной разработке им Новой Теории Сигнала: «…квадрат образует полное (универсальное) множество, играющее роль единицы. Нулем здесь обозначается негативное изображение объекта в виде дополнения по отношению ко всему множеству. Очевидно, что таким дополнением для черного квадрата будет белый квадрат» [4, с. 36].

По Пифагору, «в четверице обнаруживается первый образ объемной фигуры… и невозможно сказать, существует ли что-либо не зависящее от четверицы как от корня и начала… Четверица, источник неиссякаемой природы, есть вечная причина не только бытия всех вещей, но и благого бытия, распространяющая присущую ей благость, как чистый умственный свет, по всему миру…» [3, с. 92-93, 95].

В контексте сказанного обратим внимание, что в «Черном квадрате» (79,5 х 79,5 см), который явился на свет в конце 1915 г. в «красном углу» на выставке «0,10» в Петербурге, площади черного и белого равны, хотя чисто визуально равенство представить довольно трудно. Можно сказать иначе – площадь черной фигуры в два раза меньше площади картинной плоскости. Эти отношения площадей вытекают из пропорционального анализа композиции, который показал, что отношение стороны картинной плоскости к стороне черного квадрата равно корню квадратному из двух ($\sqrt{2}$= 1,414…), то есть диагональ квадрата равна стороне картины. Предельно гармоничная структура! [5, с. 7]

Обратим также внимание, что в другом «Черном квадрате» (106 х 106 см), написанном К. Малевичем приблизительно в середине 20-х годов, иные пропорциональные соотношения, и связаны они с другим иррациональным модулем [5, см. заднюю страницу обложки]: отношение стороны картинной плоскости к стороне квадрата равно корню квадратному из «золотого» сечения ($\sqrt{1{,}618}$= 1,272). При этом: площадь картинной плоскости относится к площади черного квадрата точно так же, как площадь квадрата относится к площади белого поля, и это отношение равно «золотому» сечению. Гармония композиционной структуры – высочайшего класса! Напомним, «золотым сечением» называют уникальный случай деления отрезка на две неравные части, при котором целое (отрезок) относится к большей своей части так же, как большая часть к меньшей.

Квадрат 1915 года, или «четырехугольник», как называл его иногда Малевич, отличается от точно построенной геометрической модели. Стороны его не параллельны сторонам картины, углы не строго прямые – он «живой» [5, с. 7]. Квадрат же 20-х годов практически совпадает с геометрической моделью. Поэтому воздействие «квадратов» на зрителя также отличается, если учитывать, к тому же, различное живописно-пластическое качество поверхности картин. Но концептуальная, идейная составляющая произведений, конечно, сохраняется.

В середине 20-х годов К. Малевич написал также «Черный круг» (105 x 105 см) и «Черный крест» (106 x 106 см). Последняя работа повторяла, с небольшими изменениями, «Черный крест» 1915 г. (80 x 80 см). С точки зрения пропорций эти композиции также совершенны [5, с. 8, 9, 10]. Интересно, что отношения сторон картинной плоскости к радиусу круга и к боковой стороне креста выражаются одним числом – «золотое» сечение в квадрате ($1{,}618^2 = 2{,}618$). В этом случае в «Кресте» площадь картинной плоскости относится к площади креста точно так же, как площадь креста относится к площади белого поля, и отношение это равно «золотому» числу! Соотношение площадей картинной плоскости и площади круга грубо приближается к двум. Оно равно 2,183. Соответственно, отношение площади белого к площади черного равно 1,183. О равенстве площадей в данном случае говорить не приходится, но тенденция такова и, возможно, это тоже имеет значение и влияет на характер восприятия взаимодействия белого и черного.

Разумеется, эстетическое восприятие объекта искусства как «чистой» художественной формы заменить и исчерпать никакими математическими операциями невозможно. Однако опыт показывает, что параллельное с чувственным переживанием формы интеллектуальное напряжение и рациональные действия по ее формальному анализу позволяют обнаружить ирреальный «раздел» произведения, углубиться в него и прочитать, хотя бы частично, «страницы» его тайного текста. Если произведение искусства не есть акт чистейшего формализма (это случается чаще, чем мы думаем), то оно всегда – текст. «Несмотря на всю свою внешнюю логичность, текст воспринимается нами как некий процесс переживания… Понимание текстов, так же как и понимание отдельных слов в тексте, – это всегда творческий процесс» (В.В. Налимов) [6, с. 14, 20]. Круг замкнулся. Восприятие искусства – «замкнутый круг» в поле непрерывного взаимодействия чувственного и интеллектуального. Для воспринимающего – это реализация его творческого потенциала…

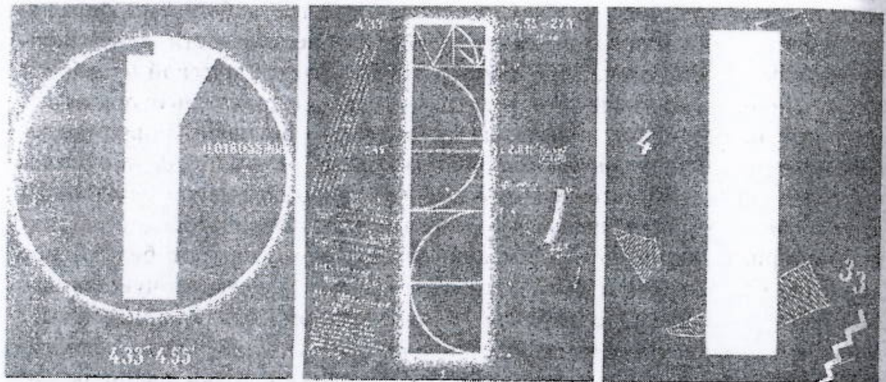
Но вернемся к теме бинарной сущности «Черного квадрата» и посмотрим на нее с точки зрения понимания Павлом Флоренским двойственности пространственно-временного многообразия и двойственности геометрической плоскости. «Все пространство мы можем представить себе *двойным*, составленным из действительных и из совпадающих с ними мнимых гауссовых координатных поверхностей, но переход от поверхности действительной к поверхности мнимой возможен только через *разлом* пространства и *выворачивание* тела через самого себя» [7, с. 51]. «…В зрительном представлении есть образы зрительные, а есть – и *как бы* зрительные. Не трудно узнать в этой двойственности зрительно представляемого двойственную природу геометрической плоскости, причем собственно зрительные образы соответствуют действительной стороне плоскости, а отвлеченно-зрительные – мнимой. Ведь двусторонность геометрической плоскости и есть символ двуразличного положения в сознании зрительных образов… Если переднюю сторону плоскости мы *видим*, то о задней только отвлеченно *знаем*… *Действительность*, в этом смысле, есть воплощение отвлеченного в наглядный материал, из которого и было получено отвлеченное; а *мнимость* – это воплощение того же самого отвлеченного, но в наглядном материале инородном… Спрашивается, почему оборот бел? Ясное дело, что раз он должен быть неким остаточным следом от чувственно-воспринятого черного, то ему, как дополнительному образу или остаточному следу, необходимо быть именно белым» [7, с. 60-62] (Вспомним вышеприведенное описание квадрата О.А. Ханджяном с точки зрения разработанной им Теории Сигнала).

Таким образом, умозрительное восприятие «Черного квадрата», аналогичное восприятию иконы, превращает его в метафизический объект со сложной пространственной организацией, несмотря на предельно простую композиционную структуру. Геометрическая система взаимодействия черного и белого, таинственное соотношение физически воспринимаемого и интуитивно-мнимого, мне кажется, и являются причиной ощущения вибрации черного квадрата. Он то выступает в течение короткого промежутка времени «на несколько миллиметров» в сторону зрителя, то проваливается на небольшую глубину. Причем это происходит не столько по отношению к белому полю, сколько по отношению к картинной плоскости в целом.

***

Концертный зал. Собирается публика, неторопливо рассаживается по местам. На сцене рояль. На сцену выходит музыкант, садится за инструмент. Несколько подготовительных движений перед тем, как коснуться клавиш. Наконец, жест, говорящий о начале игры. Но музыкант застывает и в зале воцаряется тишина, которая продлится ровно 4 минуты 33 секунды. Музыка без звуков. Партитура их не предусматривает. Таково известное произведение композитора-новатора XX века Джона Кейджа. Невольно вспоминается краткая и выразительная формула Казимира Малевича, записанная им в 1924 году: «Цель музыки молчание» [8, с. 457]. «Музыка – осмысленное молчание» – так высказался А.Р. Небольсин в своей книге «Метафизика прекрасного» [9, с. 108].

Я задумался о возможности визуализировать это оригинальное произведение. Такую возможность я нашел, поскольку оно имеет числовое выражение. Число в данном случае – единственный физический параметр «музыкальной программы». В первом приближении я создал композицию, состоящую из трех частей (триптих).



Триптих. А.Ф. Панкин. 1. «Геометрия временного промежутка в 4 минуты 33 секунды»; 2. «Геометрическая структура временного промежутка в 4 минуты 33 секунды»; 3. «Посвящение Джону Кейджу».

Первая часть – *«Геометрия временного промежутка в 4 минуты 33 секунды».* Если это время перевести в минуты, получим 4,55 минуты, что позволяет построить прямоугольник с соотношением сторон 1:4,55. Он и является визуальным объектом, адекватным данному временному промежутку. Прямоугольник помещен в круг, так как произведение Д. Кейджа исполняется, как правило, в замкнутом пространстве концертного зала. Кроме того, круг символизирует текучесть времени. Поэтому на нем указан сектор, который проходит минутная стрелка за 4,55 минуты, отклоняясь при этом на 27,3°.

Вторая часть – *«Геометрическая структура временного промежутка в 4 минуты 33 секунды».* Структура определяется четырьмя квадратами которые соответствуют четырем минутам, и прямоугольником с соотношением сторон 1:0,55,который соответствует 0,55 минутам. Последнее отношение является производным от «золотого» сечения: 2/(2+1,618) = 0,553.

Третья часть – *«Посвящение Джону Кейджу».* Композиция затрагивает важную, на мой взгляд, тему взаимодействия субъективного и объективно-

го при восприятии произведения, о котором идет речь. Субъективность слушателя проявляется в углубленном самосозерцании, чему должна способствовать запрограммированная тишина. Это слушание самого себя, реализация собственного воображения, интеллектуальные размышления. Партитура не предполагает гармонизированных звуков, но нельзя исключить объективно возникающих, хаотичных, случайных звуков-помех. Кто-то кашлянул в зале, сквозь стены с улицы могут проникнуть звуки сирены спецмашины и т. п. Абсолютная тишина в помещении практически невозможна. Мне представляется, что произведение Д. Кейджа предполагает психологическое соотнесение слушателем потенциально замкнутой «структуры тишины» и реальных звуковых помех в пространстве зала. Этим отношениям и посвящена моя композиция № 3.

Однажды уважаемый мною человек сказал мне, что некий музыкант отслеживал поведение слушателей при исполнении данного произведения в самых различных концертных залах. Неожиданно он обнаружил, что, как правило, в какой-то момент длящейся в течение заданного времени тишины, в зале среди публики пробегает легкий шумок: кто-то кашлянул, кто-то поудобнее сел, скрипнув при этом сиденьем и т.д. Потом снова наступает тишина. Оказалось, что шумок среди публики возникает в момент, который делит временную продолжительность пьесы приблизительно в «золотом» сечении. Легко подсчитать: 4,55 х 0,618 = 2,812 мин = 2 мин 49 сек. Таким образом, по прошествии около 3 минут наступает «зона» особого психологического состояния слушателей. В моих композициях она отмечена красной полосой. Эта информация представляет несомненный интерес, но требует проверки и изучения.

Теперь обратим внимание на число, которое получается при переводе 4 минут 33 сек. в секунды. Это число 273.

Представим себе на мгновение условную модель. Некая термодинамическая система имеет температуру 0° С и находится в условиях, при которых ее температура снижается за каждую секунду на 1° С. В этом случае ровно через 4 мин. 33 сек. система достигнет –273° С, то есть приблизится к **абсолютному нулю** (0° К = –273,16° С). Напомним, что 4 мин. 33 сек. равны 273 секундам. Таким образом, за указанный промежуток времени система «пройдет путь» охлаждения от 0° С до 0° К.

Следовательно, «тишина» Джона Кейджа, длительность которой запрограммирована его знаменитым произведением «4 минуты 33 секунды», воплощает в себе **абсолютный нуль** – границу между двумя мирами. С одной стоны наш мир – предметный, динамичный, с вечной суетой и томлением духа, с другой – «мир как беспредметность, или вечный покой» (К. Малевич).

Можно допустить, что данное произведение – это призыв Джона Кейджа пройти небольшое испытание и через медитацию на фоне беззвучия за относительно короткий промежуток времени – всего лишь за 4 мин. 33 сек. – достичь некой абсолютной отметки, за которой находится мир душевного спокойствия, гармоничного взаимодействия с внешними обстоятельствами, отрешенности от суеты.

И, наконец, концептуальное творение Кейджа 1952 года вполне допустимо соотнести с опытом Казимира Малевича, когда он в 1920 и в 1923 годах выставил чистые холсты без какого-либо изображения. Картинная плоскость в первозданной форме – с одной стороны, с другой – музыка без звуков. Субъект-наблюдатель в качестве зрителя или слушателя оказывается перед объективным Ничто. Но всегда сохраняется потенциальная возможность насыщения смыслами в любом объеме этого Ничто. Тогда граница между субъективным и объективным размывается, субъект и объект сливаются в единое целое.

Литература

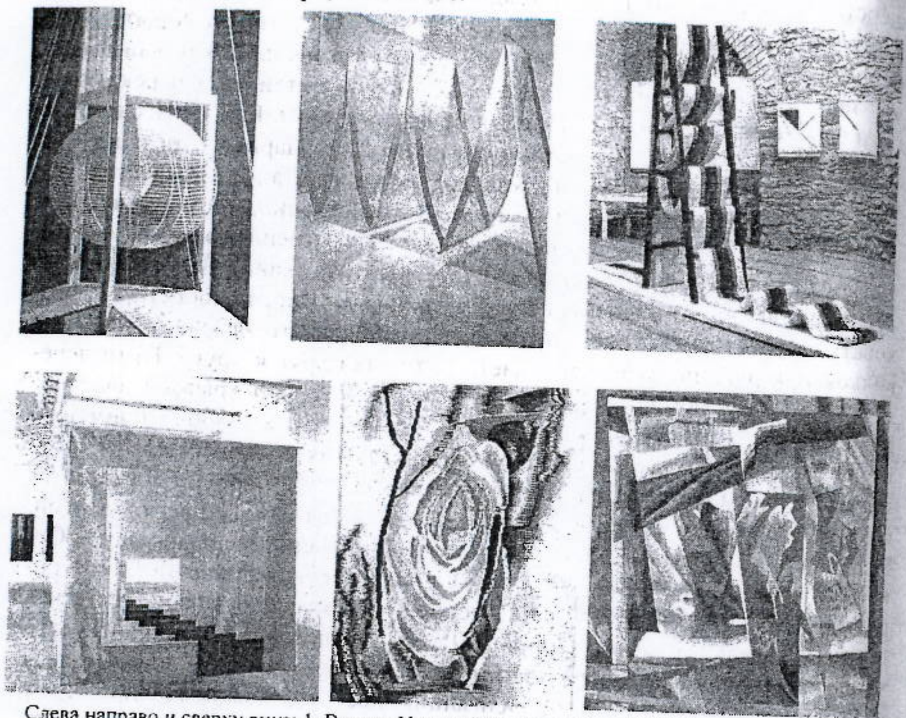
1. Малей Александр. «Формула бытия» // «Малевич. Классический авангард. Витебск». Под ред. Т.В. Котович. Витебск, 1997.
2. Маркадэ Ж.-К. «От Малевича до Родченко: первые монохромы XX века (1915-1920)» // «Малевич. Классический авангард. Витебск-5». Витебск, 2002.
3. «Пифагорейские золотые стихи с комментарием Гиерокла». М., «Алетейа. Новый Акрополь», 2000.
4. Ханджян О.А. «Начала и основы теории представления». М., «Вузовская книга», 2000.
5. Панкин Александр. Выставка «Малевич и визуальное мышление» (Каталог). М., 1998.
6. Налимов В.В. «Разбрасываю мысли». М., «Прогресс-Традиция», 2000.
7. Флоренский Павел. «Мнимости в геометрии». М., «Поморье», 1922.
8. Малевич Казимир. Собр. соч. в 5 т. Т. 5. М.: «Гилея», 2004.
9. Небольсин. А.Р. Метафизика прекрасного. Введение в экологию культуры. М.: «Паломник», 2003.

В.Д. Уваров

ЧИСЛО НИТЕЙ УТКА, ПЕРЕПЛЕТАЮЩИХ НИТИ ОСНОВЫ

Процесс визуального познания в своем движении от простого к сложному делится на многочисленные стадии: от натуралистического изображения к условному, от сознательного подчеркивания до выделения сущности – абстрагирования.

В искусстве настенного ковра (по принятой международной терминологии – таписсерии) понятие числа играет ведущую роль. Технология ручного ткачества во многом определяет специфику декоративной природы таписсерии. На станке натягиваются льняные или хлопчатобумажные некрашеные нити основы. Сквозь них с помощью челнока или пальцев руки протаскиваются разноцветные нити утка. В качестве утка используются шерстяные и шелковые нити, позволяющие наслаждаться выразительным контрастом фактур. Шерсть, обладающая способностью поглощать цвет, приглушает цветовые тона, а шелк, наоборот, высвечивает каждый цветовой нюанс. В зависимости от того, какое число нитей утка перекрывает нити основы классифицируются ткацкие переплетения. Как в классической поэзии в зависимости о чередования ударных и безударных слогов мы выделяем ямб, хорей, амфибрахий, анапест и дактиль, так и в ткачестве различаются полотно, саржа, сатин и атлас. В традиционной таписсерии основа полностью скрыта утком и не видна. Этот тип переплетения называется «уточный репс» (от франц. reps – рубчатая плотная ткань). Вследствие разной толщины нитей утка и основы поверхность ткани приобретает шероховатую рубчатую текстуру. Число нитей надо считать. Обычной столовой вилкой или руками ткач «прибивает» нити утка друг к другу. Нити чередуются в шахматном порядке: первая «прокидка» утка покрывает нечетные нити основы, вторая – четные. В своем творчестве я широко применяю штриховку, по-французски «ащур» (hachure). Так в таписсерии «Турбулентность» можно проследить, как при помощи этого приема достигается богатство оттенков и создаются плавные переходы одного цвета в другой. Различают одноступенный, двухступенный и трехступенный ащур. Сокращая и увеличивая длину прокладки утка и чередуя длину каждой в определенном порядке, через определенное число нитей, можно получить почти акварельные перетекания цвета. В таписсерии «Турбулентность» затрагивается проблема образования Вселенной. Зарождение мира, модель галактики, символ развития цивилизации – все это можно представить в пространстве настенного ковра. Музыкальные ритмы линий темного сапфира создают основу для лирической мелодии голубоватых и зеленоватых тонов. Точкой отсчета для восприятия этого «пейзажа» служит карминный цветовой акцент в центральной части композиции. В работе есть определенное напряжение, здесь и игра, и столкновение, и конфликт пространства, и живописность, и архитектоничность. Все находится в каком-то сложном соотношении. Это вещь с философским началом. Она где-то и лирична и драматична одновременно, беспокойна и гармонична. Притягательность работы кроется в её ритмическом строе и тщательно выстроенной колористической гамме. С их помощью передано ощущение волшебного, мистического света, излучающего какую-то непостижимую энергию. Холодный цвет кармина определяет собой центральный «нерв» произведения, многорядность его пространственных планов. Внутренняя тревога, все, что мы переживаем, каким-то невероятно сложным образом представлено в таписсерии. Эстетические качества колорита и играющих друг с другом форм находятся в гармонических соотношениях, в результате этого возникает метафорическое пространство, напоминающее об утраченных знаниях человечества о себе, о мире, о Космосе.



Слева направо и сверху вниз: 1. Виктор Уваров "Жажда свободы", 1997; 2. Асако Исизаки "Рисунок светом", 1994; 3. Маргит Сельвитски "Расправление", 1976; 4. Маргит Сельвитски "Пространственный квадрат", 1979; 5. Виктор Уваров "Турбулентность", 1996; 6. Виктор Уваров "Пространство", 1991.

Понятие «число» во многом определяет и понятие «пространство». Меня волнует проблема пространства как выразительного художественного средства, усиливающего эмоциональность произведения. Один из моих гобеленов так и называется «Пространство» и посвящен сложному взаимодействию реальных и условных форм в искусстве. Этим произведением автор, добившись стереоскопического эффекта, опроверг представление о том, что в гобелене практически невозможно воспроизвести некоторые чисто иллюзорные живописные моменты. Оставаясь верным исконной традиции плетения французского гобелена, он не мог не привнести характерные интерпретации, свойственные духу XX столетия. Основная проблема в этой композиции – проблема пространства и формы. Здесь пространство становится средством создания художественного образа. Оно передает нам представление о числе, о мире, о тех коллизиях, которые происходят в мире. Это – не просто картина мира, это нечто переработанное, осмысленное, благодаря чему и возникает драматическое видение. Стереоскопические гобелены могут найти широкое применение в общественных интерьерах новейшей архитектуры.

От изображений пространства на плоскости я перешел к конструированию пространственных инсталляций из текстильных материалов, создав композицию в два с половиной метра высотой из натянутых нитей. С ней был приглашен участвовать в одной из самых авторитетных текстильных выставок в мире Международной триеннале таписсерии в Лодзи. Творческий замысел инсталляции «Жажда Свободы» основан на идее освобождения. Она представляет собой конструкцию из дерева, оплетенную шелковыми нитями. Здесь прямая ассоциация со струнами, потому что согласно авторской концепции: «мир звучит, как струна». Основной лейтмотив работы – натянутые шелковые нити, образующие блестящую, прозрачную сетку. Они оплетают всю конструкцию, создавая эффект прозрачности. Четкие прямоугольники деревянных форм олицетворяют строгие и жесткие числа – своды правил и законов современных общественных структур. Посреди деревянных форм в центральной части инсталляции расположен объект, совершенно другой природы, созданный из ажурных переплетений нитей льна. Напоминающий сжатую сферу он мягкий, как комочек нежного сердца, и страдает, как рыба, попавшая в сети, или как птица в клетке. Как всякое живое существо он жаждет свободы, хочет взмыть вверх, испытать счастье полета. То, что нам дано увидеть, либо излучает свет, либо отражает его. Оно не свободно. Наш мир – это интерференция волн света, проходящих друг сквозь друга. Трудно увидеть то, что прозрачно. Прозрачность – вот абсолютная свобода. Так и свободная мысль ведет нас в небо, прозрачное и трансцендентное.

Искусство таписсерии существует в различных формах, но понятие числа универсально. Так, венгерская художница М. Сельвитски является сторонницей аналитического метода творчества в искусстве таписсерии. Она – художник многогранный. Для многих критиков и искусствоведов было неожиданностью, когда известный модельер с именем – Маргит Сельвитски начала заниматься пространственным текстилем. Импульсом к поиску новых средств выражения было знакомство с принципами формообразования, выработанными в 1920-х гг. в Баухаузе Джозефом Альберсом, а также с методом композиционных построений из геометрических элементов, который Тео ван Дусбург опубликовал в "Манифесте о конкретном искусстве" в 1930 г. К аналогичным результатам пришел работающий примерно в то же время, что и художники в Баухаузе, на основе собственного опыта в живописи и скульптуре Макс Билл в 1949 г. В 1950-1960-х гг. в различных областях искусства широко распространяется рациональная концепция "Завоевания пространства". Родоначальниками этого процесса были Дж. Альберс, Т. Дусбург и другие представители конструктивизма в изобразительном искусстве XX в.

В творческом методе Дж. Альберса большое значение имел прием "перегибание". Его абстрактные геометрические композиции носили название "разрешение" и выражали "новое духовное содержание". М. Сельвитски нашла особую визуальную ценность в использовании ровных, без повреждений и помятостей поверхностей, перегибов, играющих роль линий, и углов, обозначающих точки. Дж. Альберс в 1928 г. в Праге опубликовал выводы о своей работе в Баухаузе: «Активизация негативной формы (остатков и промежутков), может быть, совершенно новый, важный момент в современной работе с формой. В художественном процессе нет ничего лишнего, что можно было бы отбросить. Визуальной ценностью обладают как позитивная, так и негативная формы. Каждый элемент или предмет надо одновременно рассматривать диалектически в единстве всех его сторон и функций и как поддерживающий, и как поддерживаемый, и как украшающий, и как украшенный».

М. Сельвитски продолжила в текстиле эксперименты, принципы которых были сходными с принципами Дж. Альберса при работе с бумагой. Метод Дж. Альберса базируется исключительно на визуальных ценностях формы. Разнообразное духовное содержание, в первую очередь, проявляется в качестве художественной формы. М. Сельвитски, которая и раньше была склонна к зашифрованному изложению своих мыслей, начиная с 1972 г. стала активно работать в этом направлении. Не только шифрование художественных идей, но и сам метод формообразования Дж. Альберса не были ей чужды. Результатом этого "мышления" формой было обращение к натуральным материалам, признание равноценности позитивного и негативного, создание элементарных формообразований и конструкций на модульной основе и обращение к простейшим, древним текстильным техникам.

Текстиль в глазах художника-практика служит обычно в качестве драпировки тел или покрытия поверхностей предметов. Точкой же отсчета для М. Сельвитски было использование текстиля как плоского листа, который по аналогии с бумагой можно без особого сопротивления складывать, сгибать. Мягкий и податливый текстиль способен одним движением руки переходить из плоскости в трехмерное пространство. Производящие впечатление легкости и естественности игровые и интуитивные находки М. Сельвитски из мягкой материи имеют выразительные новаторские конструктивные решения. Эти работы по своему лаконизму можно отнести к произ-

ведениям минимального искусства. В минималь-арте художественная форма редуцирована до минимума, т.е. сведена к простейшим геометрическим очертаниям. Однако знаковость и информативная глубина произведения не исчерпываются силуэтными очертаниями визуальных мотивов, поэтому минималь-арт иногда называют "искусством первичных структур", учитывая творческие подходы структурализма в методах формообразования. В 1970-е г. в минимальном искусстве были возрождены принципы геометрической абстракции, основывающиеся на использовании простейших геометрических мотивов, очерченных резким контуром и окрашенных в спектральные цвета. Можно найти приемы, аналогичные тем, которые использует М. Сельвитски, в творчестве не только Дж. Альберса, но и К. Малевича, голландской группы "Де стайл" (П. Мондриан, Тео ван Дусбург) и представителей живописного течения "хард эдж", что означает "жесткий край". Отметим, что М. Сельвитски работает с материалами высокого качества, выпускаемыми промышленностью. Работа точная, педантичная, не терпящая исправлений. М. Сельвитски производит интеграцию модульных элементов прямо на глазах у зрителей, которые являются живыми свидетелями взаимного превращения чувственного в понятийное и обратно. В этом проявляется глубокая связь с другим направлением в искусстве, называемым процесс-арт. Подобными экспериментами широко занимаются также художники из Франции, Германии и США.

Искусство действия "процесс-арт" выражает представление о процессуальном характере искусства, о превалировании творческого акта над его результатом – произведением. В некоторой степени оно перекликается с концепт-артом, некоторые представители которого отказываются от создания произведения искусства, от воплощения идеи в материале. Представляемые этими художниками-концептуалистами "объекты" обычно существуют лишь в форме набросков, письменно или устно изложенных "проектов и идей", а благодаря проникновению в концептуальное искусство текстильных средств выражения они приобрели новые формы.

Произведения М. Сельвитски следует рассматривать как модели аналитического метода визуального формообразования, в которых использует взаимодействие таких компонентов, формирующих пространство, как размер, пропорции, местоположение, освещение. Выпадение из заданного ритма одного элемента воздействует на сферу духовной деятельности, на эмоции зрителя. Без использования визуальных элементов, выражающих такие символы, знаки, сигналы и эмоции, нельзя добиться восприятия действительности во всей её полноте.

Произведение М. Сельвитски "Расправление" представляет собой длинную текстильную ленту – "змею" из льна черного и коричневого цветов, наполненную поролоном. Её поведение определяется силой земного притяжения. Произведение позволяет почувствовать воздействие гравитации на взаимоотношения ленты с жесткими перекладинами лестницы и демонстрирует насколько свободно и самостоятельно может вести себя текстиль в пространстве.

М. Сельвитски создает трехмерные композиции, обращаясь к своей излюбленной форме – квадрату. Гармоническая форма в ее произведениях начинает восприниматься уже сама по себе как нечто ценное. Надо сказать, что в квадрате четыре угла и число четыре (кватернер) есть первое число мира проявленного, т.е земного бытия. Если три – число небесное, имеет сакральный смысл и связано спонятием триединства, троица по-латински тринитас, то четыре число земное: вместе они составляют семь, то есть число, описывающее вселенную. А будучи перемножено – 12, годовой и зодиакальный циклы. Число 12 соединяет четное и нечетное, жизнь и смерть, треугольник и квадрат. Работа "Пространственный квадрат" представляет собой ряд повторяющихся в пространстве плоских текстильных фигур. Сама же конструкция вызывает ассоциации со структурой кристаллов. Произведение «Открытый квадрат» опять относит нас к четверице, потому что она означает целостность, устойчивость, порядок. Она широко используется при описании свойства Земли как планеты. В ней четыре стороны света, четыре времени года, четыре направления ветра, четыре реки земного рая текут крестообразно. А сама вселенная состоит из четырех элементов: огонь, вода, воздух и земля. Анализируя это произведение, я выдвигаю предположение, что эстетические переживания для художницы связаны не с возможностями использования геометрической формы, а с самим процессом, который позволяет открыть эту геометрию для самой себя и путем интуитивных находок познать закономерности визуального языка. Естественным стремлением современного человека является деятельность, направленная на установление порядка в мире, на поиск закономерностей, разработку стройных логических систем. Вместо бессистемного увеличения числа научных открытий существует потребность в понимании взаимозависимости всех результатов познания.

Интеграция, синтез и композиция сегодня являются ключевыми моментами каждого прогрессивного устремления. Новое знание только тогда сможет действенным образом направлять интеграцию, когда мы по-новому будем способны прочувствовать человеческую природу. Люди, однако же, становятся более бесчувственными, растрачивают свои природные данные в атмосфере бесталанности. Для того чтобы полностью использовать человеческое знание во всех сферах, в том числе, и в искусстве, надо вернуть на прежнее место единство нащего опыта. Именно для подтверждения этой мысли мы привели в качестве позитивного примера творчество М. Сельвитски, которое является актом целенаправленного поиска современным

человеком единства и целостности, ведущих начал в мировом художественном процессе.

Большой вклад в понимание единства и целостности внесли японские художники текстиля. Не отказываясь от многовековых традиций, тонко и остро воспринимая фактурные и текстурные качества текстиля, они стали вкладывать свое национальное "видение" в поиск авангардных решений танисссрий, что вносит определенный элемент новизны на современном витке развития этого вида искусства.

Согласно авторскому кредо японского таписсьера Асако Исизаки, человек является неотъемлемой частью природы. Если человек иногда забывает об этом, он наносит не только природе, но и себе неоспоримый вред. Отдавая себе отчет, что окружающий мир настолько совершенен и художник никогда не сможет превысить пределы природной красоты, А.Исизаки стремится создавать великолепные по ритму и пластике произведения. Она заимствует у природы сиюминутные временные формы и превращает их во вневременные формы искусства. Таписсьер собирает натурные впечатления и языком метафоры повествует о них в своих композициях, которые являются частью природы, воссозданной человеком. В процессе создания произведения высокого искусства художница находит в использовании ручного труда сакральный смысл и испытывает потребность в особом метафорическом художественном языке.

Абстрактные отвлеченные формы Асако Исизаки, такие как математически правильный рельефный круг, в произведении "Область КОУСА", подразумевают ответы на вопросы дальнейшего существования человеческой цивилизации и путях ее развития. Японский таписсьер на протяжении десятилетий работает с льняными нитями, которые являются для него элементами художественного языка. Одиночная нить падает на пол под силой собственного веса, но она сублимирует в форму жизни, когда соединяется с другими нитями, превращаясь в покров или ткань, обладающие массой и конфигурацией. А. Исизаки обматывает льняными нитями многочисленные прямоугольные каркасы, передавая состояние напряжения живого организма, конкурирующего с другими существами за право жить. В инсталляции "Область СУИ" автор увлеченно обматывает небольшие пирамидальные формы. Простое переплетение нитей превращается под руками художника в подлинное произведение искусства.

Композиция "Рисунок светом" представляет собой зигзагообразно подвешенную к потолку льняную ленту, которая имеет две стороны: лицевую и изнаночную. Во время работы А. Исизаки наслаждается красотой самого процесса, когда постепенные наложения нитей, деликатно трансформируя возникающий образ, предоставляют богатые возможности для отражения ее представлений о гармонии. Свет, в свою очередь, существенно помогает воплощению замысла, он создает новое впечатление благодаря различным комбинациям нитей и лучей света. На одной стороне ленты создается впечатление, что нити плавают на поверхности воды, а на другой – что они витают в воздухе. Эффект усиливается благодаря технике крашения, позволяющей контролировать вариации цвета на каждой отдельно взятой нити.

Из приведенных примеров видно, что в современной “концептуальной таписсерии”, “таписсерии-идее” понятие «число», а вместе с ним взаиморасположение и взаимодействие семиотических знаков визуального языка вызывают в сознании зрителей сложные ряды ассоциаций и складываются в художественные образы и структуры. Вспоминая Ле Корбюзье, мы говорим, что здесь вступают в действие математические законы нашего разума: наслаждаясь зрелищем, мы одновременно находим в нем выражение законов мироздания.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

Алпатова Ангелина Сергеевна, к. искусствоведения, доцент Кафедры философии и культурологии Института бизнеса и политики

Амосов Григорий Геннадьевич, математик, Московский физико-технический институт.

Анищенко Ирина Григорьевна, художник-дизайнер, ч. Московского союза художников.

Бонч-Осмоловская Татьяна Борисовна, к. филол. н., старший преподаватель МФТИ.

Бунина Ольга Владимировна, педагог, Останкинский институт телевидения и радиовещания.

Бурдонов Игорь Борисович, к. физ.-мат. н., ведущий научный сотрудник. Института системного программирования.

Васильева Надежда Васильевна, к. искусствоведения, доцент Кафедры теории музыки и композиции Саратовской государственной консерватории имени Л. В. Собинова.

Гальперин Семен Вениаминович, преподаватель Российского открытого университета.

Голубков Сергей Валерьевич, композитор, доцент, Московская государственная консерватория им. П.И. Чайковского.

Ёлкин Сергей Владимирович, к. физ.-мат. н, старший научный сотрудник Института Прикладной Математики им. М.В.Келдыша РАН, г. Москва.

Еремеев Владимир Евстегнеевич, к. филос. н., историк науки, Российский государственный гуманитарный университет.

Зенкин Александр Александрович, д. физ.-мат. н., профессор.

Зенкин Антон Александрович, Вычислительный центр РАН.

Иоч Эдуард Владиславович, к. искусствоведения. философ, ГИТИС.

Капустян Виктор Михайлович, акад. Академии естественных наук, к. тех. н., Научно-исследовательский институт информационных технологий правительства Москвы.

Лисовой Владимир Иванович, музыковед, Государственный специализированный институт искусств.

Панкин Александр Федорович, художник.

Пахолок Зинаида Александровна, к. пед. н., доцент, Волынский государственный университет, Украина, г. Луцк.

Петухов Сергей Валентинович, д. физ.-мат. н., лауреат Государственной премии СССР, главный научный сотрудник отдела биомеханики Института машиноведения РАН, председатель ученого совета «Международной ассоциации симметрии» (Венгрия), почетный директор «Международного общества симметрии в биоинформатике» (США).

Прядко Игорь Петрович, к. культурологии, доц. Межд. Славянского Института.

Рагс Юрий Николаевич, член-корр. Международной академии информатизации, акад. Академии гуманитарных наук, проф., д. искусствоведения, Московская государственная консерватория имени П.И. Чайковского.

Седов Виктор Константинович, к. искусствоведения, педагог МУ при Московской государственной консерватории имени П.И. Чайковского, скрипач оркестра Большого театра.

Скребкова-Филатова Марина Сергеевна, действ. член Международной академии информатизации, член Союза композиторов, проф., д. искусствоведения, Московская государственная консерватория имени П.И. Чайковского.

Тараканова Екатерина Михайловна, к. искусствоведения, член Союза композиторов, член Союза дома ученых, с. н. сотр. Государственного института естествознания.

Троицкий Виктор Петрович, математик, философ, Библиотека истории русской философии и культуры “Дом А.Ф. Лосева”.

Уваров Виктор Дмитриевич, д. искусствоведения, Академия Имиджеологии

Филатов-Бекман Сергей Анатольевич, математик, Государственный специализированный институт искусств.

Шеркова Татьяна Алексеевна, к. ист. н., Центр египтологических исследований РАН.

СОДЕРЖАНИЕ

Научное издание

Число в науке и искусстве

Сборник материалов конференции

Подписано в печать 30.03.07. Формат 60 × 84 1/16. Бумага офсет 1. Гарнитура Times.
Усл. п. л. 13,95. Уч.-изд. л. 13,8. Тираж 100 экз.Заказ № 87
Отпечатано в типографии Издательства Московского гуманитарного университета
111395, Москва, ул. Юности, 5/1